

# 二阶孤子间相互作用引起孤子衰变\*

苗润才 王飞 曾祥梅

(陕西师范大学物理学与信息技术学院,西安 710062)

**摘要** 对于二阶孤子脉冲对,通过数值求解非线性 Schrödinger 方程,得到了二阶孤子在光纤中传输时的衰变规律. 由于脉冲之间的相互作用,原来的二阶孤子衰变为两个分离的基孤子. 二阶孤子对同位相时,相互作用为“吸引”,衰变后峰值小的基孤子位于内侧,二阶孤子对反位相时,相互作用为“排斥”,衰变后峰值小的基孤子位于外侧. 两个二阶孤子脉冲间隔越小,反位相时,在相同传输距离处,衰变产生的两个基孤子的分离程度越大.

**关键词** 二阶孤子对;相互作用;孤子衰变

**中图分类号** O437 **文献标识码** A

## 0 引言

当光脉冲串在介质中传输时,脉冲与脉冲之间会发生相互作用. 基于现代光纤通讯的需要,人们已经对相邻的基孤子脉冲之间的相互作用进行了广泛的研究<sup>[1,2]</sup>. 当相邻基孤子的初始位相相同时,在传输过程中,它们会发生周期性的聚合与分裂,表现为“吸引”;当相邻基孤子的初始位相相反时,在传输过程中,它们逐渐分离,表现为“排斥”. 当输入脉冲不满足基孤子要求,即  $N \neq 1$  时,人们对单个二阶孤子的传输规律也有很多研究<sup>[1-3]</sup>. 研究结果表明,二阶孤子在群速度弥散(GVD)和自相位调制(SPM)共同作用下,在传输过程中,脉冲表现为周期性的压缩和展宽. 虽然对基孤子脉冲的相互作用和二阶孤子的传输规律有较为深入的研究,但对相邻二阶孤子之间的相互作用的研究相对较少. 本文讨论了两个相邻二阶孤子脉冲在光纤中传输时,孤子脉冲的衰变. 着重讨论了衰变产生的原因,衰变的特点,及其与脉冲间隔、位相之间的关系.

## 1 基本方程

假定光脉冲为皮秒(PS)量级的脉冲对,当脉冲宽度超过几个皮秒量级时,在传输方程中可以忽略高阶非线性效应和高阶色散效应<sup>[1]</sup>. 在慢变化包络近似条件下,脉冲对在光纤中传输时满足下述标准化非线性 Schrödinger 方程<sup>[1]</sup>

$$i \frac{\partial u(\xi, \tau)}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} + |u(\xi, \tau)|^2 u(\xi, \tau) = 0 \quad (1)$$

方程中同时假定光纤无损耗. 式中  $u(\xi, \tau)$  为标准化的孤子包络复振幅,  $\xi, \tau$  分别为归一化的距离和

时间.  $u = N \frac{A(z, t)}{\sqrt{P_0}}$ ,  $\xi = \frac{z}{L_D} = \frac{z|\beta_2|}{T_0^2}$ ,  $\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{(t - z/V_g)}{T_0}$ ,  $N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}$ ,  $A(z, T)$  为光脉冲的包络复振幅,  $P_0$  为脉冲峰值功率,  $T_0$  为脉冲的脉宽,  $V_g$  为光脉冲的群速度,  $\beta_2$  ( $\beta_2 < 0$ ) 为 GVD 参量, 且假定光纤为反常色散介质,  $\gamma$  为 SPM 参量,  $z$  为传输距离.

假设入射脉冲对为

$$u(0, \tau) = N [\operatorname{sech}(\tau + q_0) + \operatorname{sech}(\tau - q_0) \cdot \exp(i\theta)] \quad (2)$$

式中,两个脉冲是等振幅的,  $\theta$  表示两个脉冲的相对位相,  $2q_0 T_0$  为两个脉冲中心间的时间间隔.

取入射光束的波长为  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $T_0 = 5 \text{ ps}$ . 光纤参量为:  $\beta_2 = -2.55 (\text{ps}^2/\text{km})$ ,  $\gamma = 2.43 (1/\text{km} \cdot \text{W})$ . 合适的选择  $P_0$ , 使孤子脉冲阶数满足  $N = (\gamma P_0 T_0^2 / |\beta_2|)^{1/2} = 2$ , 对式(1)在式(2)的初始条件下进行数值计算.

## 2 结果及分析

首先,令  $q_0 = 4, \theta = 0$ . 两个二阶孤子初始位相同.

图1为二阶孤子对在光纤中传输时的波形变化图. 其中图1(a)为三维传输图. 图1(b)、图1(c)、图1(d)、图1(e)为不同传输距离处脉冲波形. 由图可以看出:二阶孤子对在传输过程的初期,每个二阶孤子按其传输规律,经历脉冲的压缩和展宽. 当经历了数个周期的压缩—展宽后二阶孤子的特性逐渐发生了变化. 如图1(b)所示,原来每个二阶孤子变为两个峰值不同的脉冲,峰值小的脉冲位于内侧,峰值大的脉冲位于外侧. 当脉冲继续传输时,两小脉冲相互靠近,如图1(c)所示;再继续传输时,两小脉冲继续靠近,相互碰撞后形成一个峰值较大的脉冲,如图1(d)所示;随后又彼此分开,如图1(e)所示.

\* 国家教育部骨干教师基金(批准号:200065)资助项目

Email:rcmiao@yahoo.com.cn

收稿日期:2003-08-11

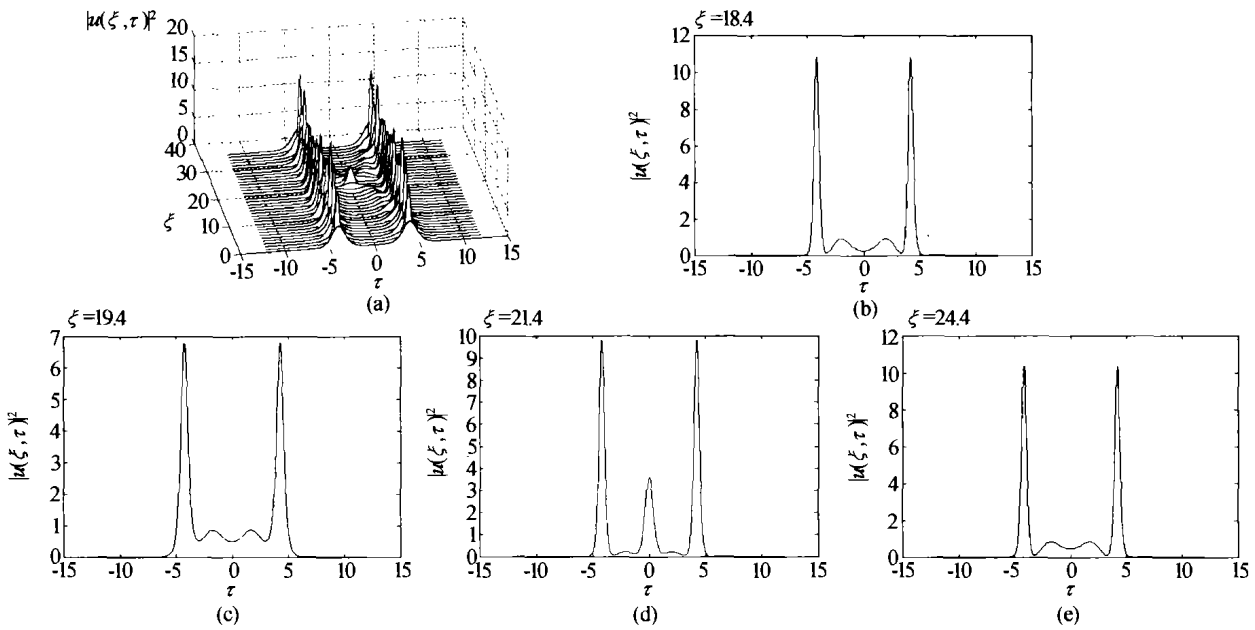


图1  $q_0 = 4, \theta = 0$  时二阶孤子对在光纤中传输时的波形变化

Fig.1 Second-order soliton pair transmission in optical fiber in  $q_0 = 4, \theta = 0$

由逆散射理论可知:二阶孤子可以看成是由两个振幅不等的基孤子构成,且两个基孤子以相同的群速度传输,形成一个束缚态<sup>[1]</sup>.但是,如果系统中存在微扰,就可能打破简并,使两个基孤子以不同的群速度传输.这样,由于构成二阶孤子的两个基孤子的传播速度不同,在传输过程中,就可以观察到两个基孤子,或者说,原来的二阶孤子衰变成两个基孤子.例如,当考虑高阶色散或高阶非线性效应时,将这些效应看作微扰,则在一定条件下,高阶孤子就会发生衰变<sup>[4~6]</sup>.本文中,我们把两个相邻二阶孤子之间的相互作用看作微扰,正是这种微扰才使二阶孤子发生了衰变.衰变所产生的两个基孤子彼此分离.那么,相互作用如何使二阶孤子衰变的呢?

如上所述,两个束缚在一起的基孤子构成了二阶孤子.根据逆散射理论<sup>[1]</sup>,两个基孤子的振幅比为  $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1}{3}$ , 而其脉宽之比为  $\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{3}{1}$ , 其中  $\eta_i$  和  $T_{0i}$  分别表示基孤子的振幅和脉宽.由此可知,若基孤子的振幅越大,则其脉宽越窄.又由孤子相互作用理论可知<sup>[1]</sup>,等振幅同位相的两个相邻基孤子之间存在着“吸引力”,使基孤子群速度发生改变,前面的基孤子群速度变小而后面的基孤子群速度变大,在传输时两个基孤子相互靠近,表现为“吸引”;“吸引力”越大,基孤子群速度变化量越大,而“吸引力”的大小与孤子间距  $q$  有关,间距越小,“吸引力”越大.通常孤子间距用  $2q$  来表述,且  $q$  定义为

$$q = \frac{T_j}{T_0} \tag{3}$$

式中,  $T_j$  为两个基孤子中心之间的时间间隔的一半,此处的  $T_0$  为基孤子的脉宽.

当两个同位相二阶孤子在光纤中传输时,构成每个二阶孤子的两个基孤子与另一个二阶孤子构成成分中的对应部分相互“吸引”.可以这样说,两个小振幅( $\eta_1$ )的基孤子相互“吸引”,两个大振幅( $\eta_2$ )的基孤子也相互“吸引”,至于振幅不同的部分,根据相互作用理论,它们之间不存在这种“吸引力”作用.由于构成二阶孤子的两个基孤子振幅不同,脉宽也不相等,其比值为  $\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{3}{1}$ , 即小振幅的基孤子的脉宽是大振幅的基孤子的脉宽的3倍,而相同振幅两个基孤子之间的时间间隔  $2T_j$  是相同的,都等于  $2q_0T_0$ ,由式(3)可知

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{T_{02}}{T_{01}} = \frac{1}{3} \tag{4}$$

这说明,小振幅基孤子对的间距  $q_1$  是大振幅基孤子对的间距  $q_2$  的  $\frac{1}{3}$ . 因为间距越小,“吸引力”越大,所以小振幅基孤子对间的“吸引力”强于大振幅基孤子对间的“吸引力”,从而使小振幅基孤子群速度的改变量大于大振幅基孤子群速度的改变量,使得二阶孤子中小振幅基孤子和大振幅基孤子不再具有相同的群速度,在传输时相分离,并且小振幅基孤子出现在内侧,原来的二阶孤子发生衰变.如图1(b)所示.

从基孤子的碰撞距离的角度来看,每对基孤子都会相互“吸引”,而这种“吸引”使基孤子发生碰撞,其碰撞距离  $\xi$  定义为<sup>[1]</sup>  $\xi = \frac{1}{2}e^{\theta} \arccos(e^{-\theta})$ , 因

为  $\frac{q_1}{q_2} = \frac{1}{3}$ , 所以  $\xi_1 \ll \xi_2$ , 这就说明,小振幅基孤子对

碰撞距离要比大振幅基孤子对碰撞距离小得多, 这样, 小振幅基孤子便会与大振幅基孤子分离, 向内侧偏移, 二阶孤子的束缚态被破坏, 使二阶孤子发生衰变.

当  $\theta = \pi$ , 即两个二阶孤子的初始位相相反时, 根据相互作用理论<sup>[1]</sup>. 等振幅反位相的两个相邻基孤子之间存在着“排斥力”, 使基孤子群速度发生改变, 前面的基孤子群速度变大而后面的基孤子群速度变小, 在传输时两个基孤子相互分离, 表现为“排斥”; “排斥力”越大, 基孤子群速度变化量越大, 而“排斥力”的大小也与孤子间距  $q$  有关, 间距越小, “排斥力”越大. 由上面的讨论可知, 小振幅基孤子对的间距  $q_1$  是大振幅基孤子对的间距  $q_2$  的  $\frac{1}{3}$ , 所以小振幅基孤子对间的“排斥力”强于大振幅基孤子对间的“排斥力”, 从而使小振幅基孤子群速度的改变量大于大振幅基孤子群速度的改变量, 使得二阶孤子中小振幅基孤子和大振幅基孤子不再具有相同的群速度, 在传输时相分离, 并且小振幅基孤子应出现在外侧. 数值计算的结果证实了这个推断.

图 2 是  $q_0 = 4, \theta = \pi$  时二阶孤子对在光纤中传输时的波形变化图. 其中图 2(a) 为三维传输图, 图 2(b) 为  $\xi = 51$  处脉冲波形图. 二阶孤子发生了衰变, 小振幅基孤子出现在外侧, 这是由于他们受到的“排斥力”较强. 衰变产生的基孤子相分离且在传输时保持不变, 峰值比约为  $\frac{1}{9}$ , 这与预期的比率

$$\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2 = \frac{1}{9} \text{ 一致.}$$

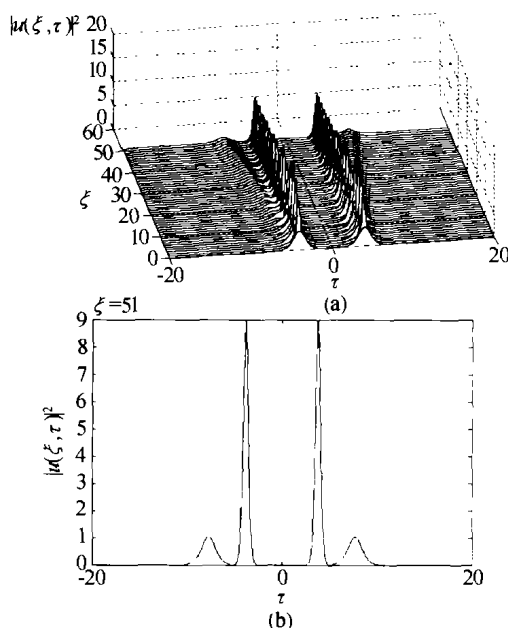


图 2  $q_0 = 4, \theta = \pi$  时二阶孤子对在光纤中传输时的波形变化  
Fig. 2 Second-order soliton pair transmission in optical fiber in  $q_0 = 4, \theta = \pi$

若  $q_0$  减小, 因  $T_j = q_0 T_0$ , 故  $T_j$  减小, 则  $q_1, q_2$  也减小, 使相互作用变强, 基孤子群速度的改变量增大. 为了清楚起见, 令  $q_0 = 3, \theta = \pi$ , 这时二阶孤子对在光纤中传输时的波形变化如图 3 所示. 其中图 3(a) 为三维传输图, 图 3(b) 为  $\xi = 51$  处脉冲波形图. 与图 2 所示的情况相比, 两种情况下, 二阶孤子都发生衰变, 且小振幅基孤子均位于外侧. 但由于后一种情况下, 时间间隔较小, 相互作用较强, 使基孤子群速度的改变量较前一种情况要大. 考虑到在两种情况下, 大振幅基孤子对的间距都很大, “排斥力”都很小, 可以认为它们的群速度几乎都不改变, 传输时不发生偏移; 而小振幅基孤子的偏移程度与其群速度的改变量有关, 由于后一种情况下, 基孤子群速度的改变量较前一种情况要大, 所以在相同距离处, 衰变产生的两个基孤子分离的也比较开 (比较图 3(b) 与图 2(b)).

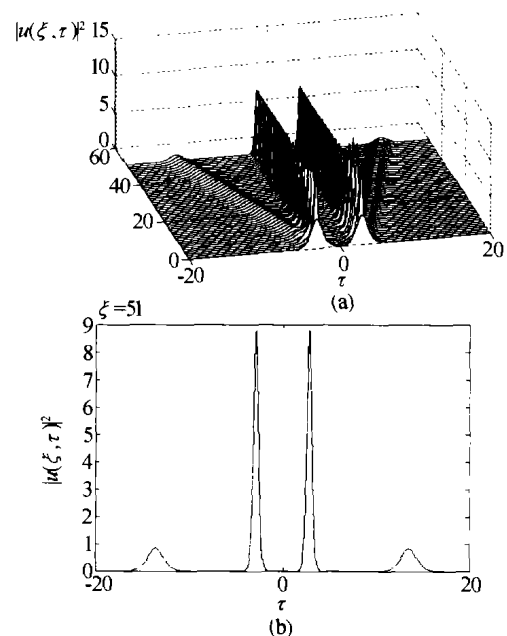


图 3  $q_0 = 3, \theta = \pi$  时二阶孤子对在光纤中传输时的波形变化  
Fig. 3 Second-order soliton pair transmission in optical fiber in  $q_0 = 3, \theta = \pi$

### 3 结论

对于皮秒量级的二阶孤子脉冲对, 在慢变化包络近似条件下, 通过数值求解非线性 Schrödinger 方程, 得到了脉冲对在光纤中传输时衰变规律. 二阶孤子可以看成是由两个振幅不等的基孤子构成, 在束缚态条件下, 两个基孤子的传输速度相同; 由于脉冲之间的相互作用, 破坏了束缚态条件, 两个基孤子以不同的群速度传输. 在传输过程中, 原来的二阶孤子衰变为两个分离的基孤子. 当二阶孤子对在光纤中传输时, 构成每个二阶孤子的两个基孤子与另一个二阶孤子的对应部分相互作用, 二阶孤子对位相相同时, 相互作用表现为“吸引”. 每个二阶孤子

衰变为两个峰值不同的基孤子,峰值小的基孤子位于内侧,峰值大的基孤子位于外侧.当二阶孤子对位相相反时,相互作用表现为“排斥”.每个二阶孤子衰变为两个峰值不同的基孤子,峰值小的基孤子位于外侧,峰值大的基孤子位于内侧.二阶孤子对时间间隔越小,相互作用越强,反位相时,在相同传输距离处,衰变产生的两个基孤子的分离程度越大.

#### 参考文献

- 1 贾东方,余震虹,谈斌,等译.非线性光线光学原理及应用.北京:电子工业出版社,2002.22~23,97~98,111~114  
Jia D F, Yu Z H, Tan B, *et al* translate. Nonlinear Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2002. 111~114
- 2 Satsuma J, Yajima N. Initial value problems of one-

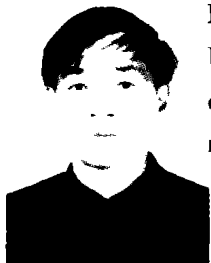
- dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media. *Prog Theor Phys Suppl*, 1974, (55):284~295
- 3 Zakharov V E, Shabat A B. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Sov Phys JETP*, 1972, 34(1):62~69
- 4 Wai P K A, Menyuk C R, Lee Y C, *et al*. Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers. *Opt Lett*, 1986, 11(7):464~466
- 5 Ohkuma K, Ichikawa Yoshi H, Abe Y. Soliton propagation along optical fibers. *Opt Lett*, 1987, 12(7):516~518
- 6 Tai K, Hasegawa A, Bekki N. Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect. *Opt Lett*, 1988, 13(5):392~394

## Soliton Decay Induced by Interaction between Two Neighboring Second-Order Solitons

Miao Runcai, Wang Fei, Zeng Xiangmei  
Shanxi Normal University, Shanxi Xi'an 710062  
Received date: 2003-08-11

**Abstract** The rule of soliton decay induced by interaction between two neighboring Second-order solitons in optical fiber is gained by solving the nonlinear Schrödinger equation numerically. Second-order soliton decays into two separate fundamental solitons because of the interaction between two neighboring second-order solitons. If the second-soliton pair has the same phase, the interaction is "attractiveness" and the fundamental solitons with lower peak value lie inside, if the second-soliton pair has the opposite phase, the interaction is "repulsiveness" and the fundamental solitons with lower peak value lie outside. When the second-soliton pair has the opposite phase, the smaller the initial separation of the second-order soliton pair is, the further two separate fundamental solitons decayed from second-order soliton are at the same distance of transmission.

**Keywords** Second-order soliton pair; Interaction; Soliton decay



**Miao Runcai** was born in 1957. He graduated from the Department of Physics Shanxi Normal University in 1984 and obtained Master Degree. In 1997, he got his Ph. D. from Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics. His research interests include transient optics and optical measurement.