

单模激光系统中信噪比对净增益的随机共振*

程庆华^{1,2} 曹力¹ 吴大进³ 徐大海²

(1 华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

(2 长江大学物理科学与技术学院, 荆州 434100)

(3 华中科技大学物理系, 武汉 430074)

摘要 研究了受信号调制的色泵噪声和实虚部间关联的量子噪声驱动的单模激光系统的随机共振现象,发现信噪比随激光系统净增益系数存在随机共振. 当泵噪声自关联时间和调制信号频率增加时,信噪比随激光系统净增益系数的变化曲线经历了从同时出现共振和抑制到单调上升的演化过程;当调制信号振幅、泵噪声强度和量子噪声强度、量子噪声实虚部间关联系数等变化时,该曲线一直同时出现共振和抑制,但共振峰和抑制谷有很大的变化.

关键词 单模激光;随机共振;信噪比;净增益

中图分类号 TN241 **文献标识码** A

0 引言

20多年前,Benzi^[1]和Nicolis^[2]发现了随机共振现象,随后随机共振在自然科学的许多领域吸引了众多研究者的关注^[3~6],并已在气候学、化学、生物学、固体物理等多门学科中被实验所证实. 在激光系统中,人们首先在双模环型激光器中观测到了随机共振^[7],2002年发现在相关的色量子噪声和色泵噪声驱动的单模激光线性系统中存在随机共振^[8],我们在泵噪声和实虚部间关联的量子噪声驱动的单模激光线性系统中发现了用信噪比与量子噪声实虚部间关联系数的函数来描述的随机共振^[9]. 在这种与决定论描述反常的现象中,驱动系统的噪声对随机共振起着本质的、决定性的作用,但随机共振又是噪声和系统非线性动力学相互作用的结果,有必要研究描述激光系统本身性质的参量对随机共振的影响. 阈值是激光器输出激光与否的临界值,净增益系数是反映激光器运行状态的主要物理量,研究激光系统中信噪比随净增益系数的随机共振现象,尝试为应用随机共振优化激光系统的设计提供新的方法和理论依据,具有重要的理论意义和实际应用价值.

1 输出光强信噪比

单模激光损失模型的场幅朗之万方程为^[10]

$$\frac{dr}{dt'} = a_0 r - Ar^3 + \frac{Q}{2r}(1 - |\lambda_q|) + r p_R(t') + \varepsilon_r(t') \quad (1)$$

如果考虑泵噪声受周期性信号 $B \cos \Omega t'$ 的调制,则输入信号后的光强朗之万方程可以表示为

$$\frac{dI}{dt'} = 2a_0 I - 2AI^2 + Q(1 - |\lambda_q|) + 2I p_R(t') B \cos \Omega t' + 2\sqrt{I} \varepsilon_r(t') \quad (2)$$

其中量子噪声为零平均的白噪声,泵噪声为色噪声,满足如式(3)的统计性质

$$\begin{aligned} \langle p_R(t') \rangle &= \langle \varepsilon_r(t') \rangle = 0 \\ \langle p_R(t') p_R(s) \rangle &= \frac{P}{2\tau} e^{-\frac{|t'-s|}{\tau}} \\ \langle \varepsilon_r(t') \varepsilon_r(s) \rangle &= Q(1 + |\lambda_q|) \delta(t' - s) \\ \langle p_R(t') \varepsilon_r(s) \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式(1)、(2)和(3)中, a_0 、 A 分别为净增益系数和自饱和系数; I 、 B 、 Ω 分别为光强、调制信号振幅和频率; $p_R(t)$ 为泵噪声实部; ε_r 为相位锁定后的量子噪声; Q 、 P 是量子噪声和泵噪声强度; τ 为泵噪声的自关联时间; $-1 \leq \lambda_q \leq 1$ 为量子噪声实虚部间关联系数.

设 $I = I_0 + \delta(t')$, 其中 $\delta(t')$ 为微小扰动项,在确定论定态光强 $I_0 = a_0/A$ 附近对方程(2)线性化得

$$\frac{d\delta(t')}{dt} = -\gamma \delta(t') + 2I_0 p_R(t') B \cos \Omega t' + 2\sqrt{I_0} \varepsilon_r(t') + Q(1 - |\lambda_q|) \quad (4)$$

式(4)中 $\gamma = 2a_0$.

根据稳态时的平均光强关联函数的定义

$$D(t) = \lim_{t' \rightarrow \infty} \overline{\langle I(t') I(t'+t) \rangle} = \lim_{t' \rightarrow \infty} \left(\frac{\Omega'}{2\pi} \int_{t'}^{t'+2\pi/\Omega'} \langle I(t') I(t'+t) \rangle dt' \right)$$

解方程(4)得稳态平均光强关联函数为

*国家自然科学基金(批准号:10275025)资助和湖北省教育厅重点科研项目(自然科学类)资助(项目编号:2003A001)

Tel:0716-8936086 Email:qhcheng@jznu.net

收稿日期:2004-01-07

$$D(t) = (I_0 + Q(1 - |\lambda_q|)/\gamma)^2 + \left(\frac{2I_0Q(1 + |\lambda_q|)}{\gamma} + \frac{I_0^2 B^2 P (2\pi\gamma^2 + \Omega^2) (\Omega^2 - \gamma^2 + \tau^{-2})}{\tau^2 \Omega \gamma (k_1^2 + \Omega^2) (k_2^2 + \Omega^2) (\gamma^2 + \Omega^2)} \right) e^{-\gamma|t|} + \frac{I_0^2 B^2 P (\Omega^2 + \gamma^2 - \tau^{-2})}{\tau (k_1^2 + \Omega^2) (k_2^2 + \Omega^2)} e^{-|t|/\tau} \cos \Omega t + \frac{2\Omega_0^2 B^2 P}{\tau^2 (k_1^2 + \Omega^2) (k_2^2 + \Omega^2)} e^{-|t|/\tau} \sin \Omega |t| \quad (5)$$

式(5)中 $k_1 = \gamma - \gamma^{-1}, k_2 = \gamma + \tau^{-1}$.

对式(5)做傅里叶变换得输出光强的功率谱.

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) \quad (6)$$

式(6)中 $S_1(\omega)$ 为输出信号功率谱, $S_2(\omega)$ 为输出噪声功率谱

信噪比定义为输出总信号功率与 $\omega = \Omega$ 处的单位噪声谱的平均功率之比(仅取 $\omega > 0$ 的谱)

$$R = P_s / S_2(\omega = \Omega) \quad (7)$$

将 $P_s = \int_0^\infty S_1(\omega) d\omega, S_2(\omega = \Omega)$ 代入式(7)得输出信噪比

$$R = \frac{\pi I_0 B^2 P k_3 (k_3 - \Omega^2)}{4\tau Q (1 + |\lambda_q|) (k_1^2 + \Omega^2) (k_2^2 + \Omega^2)} + \frac{\Omega k_3^2 (k_3 - \tau^{-2})}{4\gamma^2 k_2 (k_1^2 + \Omega^2)} + \frac{\pi k_3^2 (k_3 - \tau^{-2})}{\Omega^2 k_2 (k_1^2 + \Omega^2)} - \frac{\Omega k_3^2 (k_3 - \tau^{-2})}{4\gamma^2 k_1 (k_2^2 + \Omega^2)} - \frac{\pi k_3^2 (k_3 - \tau^{-2})}{\Omega^2 k_1 (k_2^2 + \Omega^2)} \quad (8)$$

其中,只讨论 $\tau \neq 1/2a_0, \Omega \neq 0, a_0 \neq 0$ 的情况.

2 信噪比 R 对净增益 a_0 的随机共振

根据式(8),图1~图4给出了信噪比 R 随 a_0 的关系曲线,发现存在随机共振,下面讨论不同参数对随机共振特性的影响.

2.1 τ 对 $R \sim a_0$ 曲线特性的影响

以 τ 为参数,由式(8)画出 $R \sim a_0$ 曲线,如图1.图中参数为: $A=1, B=10, P=0.001, Q=0.001, \lambda_q=0.5, \Omega=2$,由于方程(1)的导出应用了统一色噪声

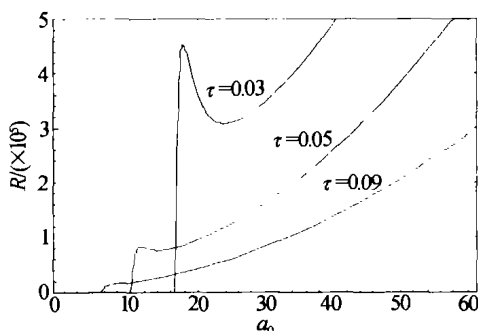


图1 以 τ 为参量的信噪比 R 与 a_0 关系曲线
Fig.1 The signal-to-noise ratio R as a function of the net gain a_0 for different values of the pump noise self-correlation time τ

近似,故所取的泵噪声色关联时间 $\tau \ll 1$.从图1中发现, $R \sim a_0$ 关系曲线有一个极大值、一个极小值,即同时出现共振和抑制,而且在抑制谷之后 R 随着 a_0 的增加迅速上升.当在所取的参数范围内增大 τ 时,极大值和极小值大小均减小,位置均向 a_0 减小的方向移动,使共振峰变平、抑制谷变浅.当 $\tau = 0.09$ 时,共振和抑制同时消失, $R \sim a_0$ 曲线变为单调上升.改变 τ 时, $R \sim a_0$ 曲线经历了从共振和抑制同时存在到单调上升的演化过程.

2.2 Ω 和 B 对 $R \sim a_0$ 曲线特性的影响

由式(8)画出以 Ω (图2(a))、 B (图2(b))为参数的 $R \sim a_0$ 关系曲线,图中参数为: $A=1, P=0.001, Q=0.001, \lambda_q=0.5, \tau=0.03$.从图2(a)中可以看出, $R \sim a_0$ 关系曲线同时出现共振和抑制,在抑制谷之后 R 随着 a_0 的增加迅速上升.当 Ω 增大时,极大值减小但位置不变,极小值大小减小且位置向 a_0 减小的方向移动,使共振峰变平、抑制谷变浅.当 $\Omega=5$ 时,共振和抑制同时消失, $R \sim a_0$ 曲线变为单调上升.说明 Ω 对随机共振特性有很大的影响,其变化使 $R \sim a_0$ 曲线经历了从共振和抑制同时存在到单调上升的演化过程.

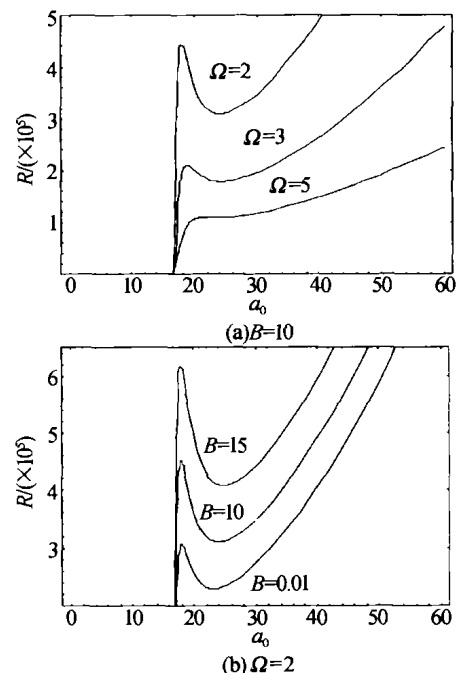


图2 以 Ω 和 B 为参量的信噪比 R 与 a_0 关系曲线
Fig.2 The R as a function of the a_0 for different values

of the signal frequency Ω and the signal amplitude B

从图2(b)中发现, $R \sim a_0$ 关系曲线同时出现了共振和抑制,当 B 减小时,极大值减小但位置不变,极小值大小减小且位置向 a_0 减小的方向移动,使共振峰变平、抑制谷变浅.与 Ω 的影响不同的是,随着 B 越来越小,上述变化越来越缓慢,但 $R \sim a_0$ 曲线始终同时存在共振和抑制,不会演化成单调变化的情况.

2.3 P 和 Q 对 R ~ a₀ 曲线特性的影响

以 P(图 3(a)), Ω(图 3(b)) 为参数, 由式(8) 画出 R ~ a₀ 关系曲线, 图中参数为: A = 1, B = 10, λ_q = 0.5, τ = 0.03, Ω = 2. 从图 3(a) 中可以看出, R ~ a₀ 关系曲线同时出现共振和抑制, 当 P 增加时, 极大值迅速增大但位置不变, 极小值也增大位置向 a₀ 增大的方向移动, 形成尖锐的共振峰和相对平缓的抑制谷, 说明泵噪声越强, 随机共振越强.

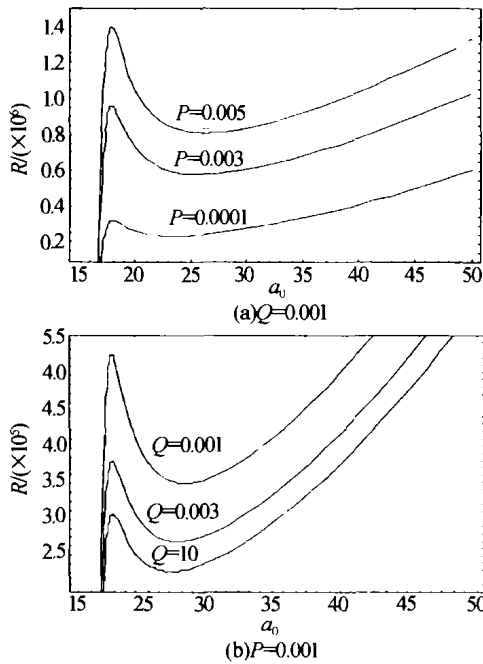


图 3 以 P 和 Q 为参量的信噪比 R 与 a₀ 关系曲线
Fig. 3 The R as a function of the a₀ for the different values of the pump noise intensity P and quantum noise intensity Q

从图 3(b) 可以看出, 当 Q 很强时, R ~ a₀ 函数曲线同时出现共振和抑制, Q 减小时, 极大值迅速增大但位置不变, 极小值增大位置向 a₀ 增大的方向移动, 形成尖锐的共振峰和较深的抑制谷. 说明量子噪声越弱时, 随机共振越强.

2.4 λ_q 对 R ~ a₀ 曲线特性的影响

由式(8) 画出以 λ_q 为参数的 R ~ a₀ 曲线如图 4, 图中参数为: A = 1, B = 10, P = 0.001, Q = 0.001, τ = 0.03, Ω = 2. 在图 4 中我们发现, R ~ a₀ 关系曲线同

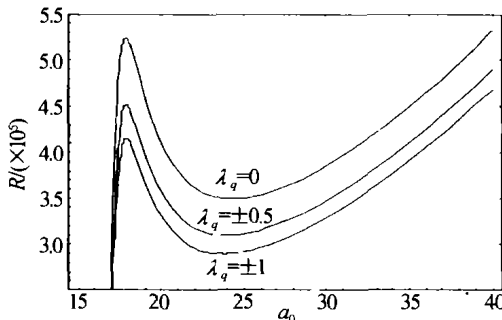


图 4 以 λ_q 为参量的信噪比 R 与 a₀ 关系曲线
Fig. 4 The R as a function of the a₀ for the different values of λ_q

时出现共振和抑制, 当 |λ_q| 减小时, 极大值增大但位置不变, 极小值增大位置向 a₀ 增大的方向移动. 在 |λ_q| < 1 的变化范围内, 抑制和共振一直同时存在, 但量子噪声实虚部之间的关联越弱, 随机共振越强.

3 结论

在受信号调制的色泵噪声和实虚部间关联的量子噪声驱动的单模激光系统中信噪比 R 随激光系统净增益系数 a₀ 的关系曲线存在随机共振. 当泵噪声自关联时间和调制信号频率增加时, R ~ a₀ 曲线经历了从同时出现共振和抑制到单调上升的演化过程. 当调制信号振幅、泵噪声强度和量子噪声强度、量子噪声实虚部间关联系数等变化时, R ~ a₀ 曲线的共振和抑制一直同时存在. 泵噪声自关联时间的延长、调制信号频率的增大会使随机共振减弱直至消失; 调制信号振幅越大、泵噪声强度越强, 随机共振越强; 而量子噪声强度越小、量子噪声实虚部间关联越弱, 随机共振越强.

在实际应用中, 为了防止调制信号的失真, 要求激光器在线性区工作, 因此线性化近似符合实际情况. 线性化近似满足的条件是激光系统的光强相对涨落 C(0) ≪ 1, 通过计算 C(0) 保证了参数取值范围满足近似条件.

参考文献

- 1 Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. *J Phys (A)*, 1981, **14**(2): 453 ~ 460
- 2 Nicolis G, Nicolis C. Stochastic aspects of climatic transitions-additive fluctuations. *Tellus*, 1981, **33**: 225 ~ 234
- 3 Luo X Q, Zhu S Q. Stochastic resonance driven by two different kinds of colored noise in a bistable system. *Phys Rev E*, 2003, **67**: 021104-1 ~ 021104-13
- 4 Tessone C J, Wio H S, Hanggi P. Stochastic resonance driven by time-modulated correlated white noise sources. *Phys Rev E*, 2000, **62**(4): 4623 ~ 4632
- 5 Hu G, Ditzinger T, Ning C Z, et al. Stochastic resonance without external periodic force. *Phys Rev Lett*, 1993, **71**(6 ~ 9): 807 ~ 810
- 6 Cao L, Wu D J. Stochastic dynamics for systems driven by correlated noises. *Phys Lett A*, 1994, **185**(1): 59 ~ 65
- 7 Gammaitoni L, Hanggi P, Jung P, et al. Stochastic resonance. *Rev Mod Phys*, 1998, **70**(1): 223 ~ 287
- 8 Zhang Liangying, Cao Li, Wu Dajin, et al. Stochastic resonance in linear regime of a single-mod laser. *Chin Phys Lett*, 2003, **20**(1): 25 ~ 27
- 9 程庆华, 曹力, 吴大进, 等. 关联噪声驱动下单模激光系统的随机共振现象. *华中科技大学学报*, 2004, **32**(3): 32 ~ 42

Cheng Q H, Cao L, Wu D J. *Journal of Huazhong University*

of Science and Technology, 2004, 32(3): 32 ~ 42
10 Ke S Z, Cao L, Wu D J. General laser intensity Langevin

equation in a single-mode laser model. *Chin Phys Lett*,
2001, 18(3): 370 ~ 372

Stochastic Resonance of the Signal-to-noise Ratio Versus the Net Gain in a Single-model Laser System

Cheng Qinghua^{1,2}, Cao Li^{1,3}, Wu Dajin^{1,3}, Xu Dahai²

1 State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

2 Department of Physics, Yangzi University, Jinzhou 434100

3 Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

Received date: 2004-01-07

Abstract The phenomenon of stochastic resonance is studied in a single-mode laser system driven by the colored pump noise with signal modulation and the quantum noise with cross-correlation between the real and imaginary parts, and which is found in the signal-to-noise ratio R versus net gain a_0 curve. Moreover, when pump noise self-correlation time τ and frequency Ω of signal increase, the curve of $R \sim a_0$ will experience a change process from simultaneous existence of resonances and suppressions to monotonous rise. When the amplitude B of signal, the pump noise intensity P and quantum noise intensity Q , and the cross-correlation coefficient between the real and imaginary parts of the quantum noise λ_q all change, the curve of $R \sim a_0$ will always simultaneously appear resonances and suppressions, but the resonance-peak and suppressions-valley will take place great change.

Keywords Single mode laser; Stochastic resonance; Signal-to-noise ratio; Net gain



Cheng Qinghua was born on Oct. 1, 1957, in Tianmen, Hubei Province. She graduated from Department of Jingzhou Teachers College in 1979. She received her M. S. degree in theoretical physics from Huazhong Normal University in 2000. Now she is an associate professor in the department of physics Yangzi University. She has been doing optics teaching and research work. Her major research fields include laser physics and nonlinear optics.