

# 一维磁性光子晶体的电磁场分析和数值计算\*

张登国 倪娜 安鹤南 欧阳征标 许桂雯

(深圳大学工程技术学院光子信息工程系, 深圳 518060)

**摘要** 本文探讨一维磁性光子晶体的概念和结构。提出了一种分析一维磁性光子晶体的法拉第旋转效应的电磁场方法。分析计算表明: 嵌于光子晶体中的一层很薄的磁性材料将可获得比单独一层同样厚度的磁性材料大得多的法拉第旋转效应, 从而从理论上验证了文献上的相关实验。同时也分析了一维磁性光子晶体用作光子晶体结构下的光隔离器等器件中的法拉第旋转器的可能。

**关键词** 光子晶体; 一维光子晶体; 一维磁性光子晶体

中图分类号 TN203

文献标识码 A

## 0 引言

光子晶体是一种折射率周期性变化的人造光学材料, 这个折射率变化的周期与光波长的数量级相当。当光波在这种介质中传播时, 某些频率范围的光会受到抑制, 从而形成光子禁带, 这使得光子晶体具有巨大的应用前景。近年来, 光子晶体是光子学与光学工程研究中的热门课题, 因为其显著的特点可以如人所愿的控制光子的运动, 这被认为是未来光子器件研制的核心。而光子器件的研究和发展直接影响光通讯业的发展, 所以对光子晶体的研究是有价值的。

已有文献报道一维的磁性光子晶体。这是将磁光材料嵌于多层光子晶体中构成的<sup>[1~3]</sup>。Kato 等发现在由一层磁光材料嵌于多层光子晶体中而构成的一维的磁性光子晶体中不仅可获得非常高的光传输效率, 同时还可获得非常大的法拉第旋转角。我们提出一种分析磁性光子晶体的法拉第旋转效应的电磁场方法。首先在没有外加恒定磁场作用时, 分析研究含磁性材料层的光子晶体特性, 这其实相当于讨论带缺陷的光子晶体情况。而当有外加恒定磁场时, 磁性材料的电介质特性产生分裂, 从而使入射进磁性光子晶体的线极化波产生分裂并出现法拉第旋转效应。分析计算表明: 嵌于光子晶体中的一层很薄的磁性材料将可获得比单独一层同样厚度的磁性材料大得多的法拉第旋转效应, 这样就从理论上验证了文献上的相关实验。最后分析了一维磁性光子晶体用作光子晶体结构下的光隔离器等中的法拉第旋转器的可能。

## 1 一维光子晶体结构的电磁场分析

一维光子晶体是介质只在一个方向上呈周期性

变化的结构。图 1 给出的是一种简单的一维光子晶体结构, 它是由两种介质交替叠层而成的, 其中的黑色部分为一种介质, 黑色与黑色之间为另一种介质所填充。这种结构在垂直于介质片的方向上介电常数是空间位置的周期性函数, 而在平行于介质片平面的方向上介电常数不随空间位置而变化。其光子禁带的表现形式是对位于禁带内的入射电磁波, 无论什么偏振状态以及入射角度都可以实现全部反射。对于一维光子晶体的制作可以采用镀膜法等实现。

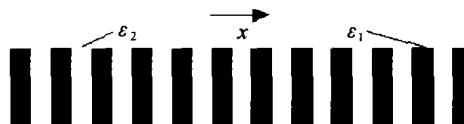


图 1 一维光子晶体结构示意图

Fig. 1 Schematic view of one-dimensional photonic crystal

对于一维光子晶体的电磁波理论分析时, 我们采用的是一种相对简单但实用的理论计算方法, 即特征矩阵法<sup>[4,5]</sup>。

对于均匀介质,  $\epsilon, \mu$  与  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  都是常数, 如果以  $\theta$  代表波法线与  $z$  轴夹角, 对于 TE 波

$$M(z) = \begin{bmatrix} \cos(k_0 n z \cos \theta) & -\frac{i}{p} \sin(k_0 n z \cos \theta) \\ -i p \sin(k_0 n z \cos \theta) & \cos(k_0 n z \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

就为介质层的特征矩阵, 其中  $p = \sqrt{\epsilon/\mu} \cos \theta$ 。

一个特征矩阵代表一层介质层的光传输特性, 代入不同的介质层参数则可以获得不同介质层的光传输特性。那么分层连续介质层的光传输特性就由矩阵的连续相乘获得。即

$$M(z_N) = M_1(z_1) M_2(z_2 - z_1) \cdots M_N(z_N - z_{N-1}) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

再通过反射系数、透射系数与矩阵间的联系公式

$$\begin{aligned} r &= \frac{R}{A} = \frac{(m_{11} + m_{12}p_1)p_1 - (m_{21} + m_{22}p_1)}{(m_{11} + m_{12}p_1)p_1 + (m_{21} + m_{22}p_1)} \\ t &= \frac{T}{A} = \frac{2p_1}{(m_{11} + m_{12}p_1)p_1 + (m_{21} + m_{22}p_1)} \end{aligned} \quad (3)$$

\*国家自然科学基金(60177030)资助课题

Tel: 0755-83477603 Email: dg4zhang@hotmail.com

收稿日期: 2003-06-23

就能算出光波经过光子晶体后的振幅情况,既透射率. 代入不同的波长值,则可以算出不同波长时的光波透射率.

对于 TM 波,上面这些方程仍然适用,只要把其中的  $p$  换成  $q$  即可.

$$q = \sqrt{\mu/\epsilon} \cos \theta$$

## 2 一维磁性光子晶体的理论数值计算

磁性光子晶体中,旋磁介质的法拉第旋光效应的增强机理非常值得探讨. 在 Takeda 的文章中<sup>[2]</sup>, 法拉第旋光效应的增强被描述为磁性光子晶体中的磁性层的光被本地化了,而这种本地化是由多层磁性光子晶体结构的多次反射造成的,谐振条件满足时,磁光效应就得到了加强.

一般而言,若外加磁场恒定,可以调节光子晶体以及嵌于光子晶体中的磁光材料的尺寸来获得所需的法拉第旋转角. 同时法拉第旋转角也可以由磁光材料的介电常数来调节,方法是改变外加磁场使其达不到饱和磁化并且可变.

光子晶体中的光传播与晶体中的电导紧密相类似. 这将帮助我们理解磁性光子晶体中的光强本地化这一情况. 光子禁带出现于多层介质层的光子晶体中,这个与晶体中电子禁带的存在类似. 磁性光子晶体中的磁材料层产生了本地光子能级,这也雷同于晶体中杂质导致的本地电子能级. 光在磁材料层附近微弱地本地化了,这是多层介质材料来回反射光波干涉所致.

最简单的磁性光子晶体是 Fabry-Perot 谐振器型的,其中磁性层夹于一组多层介质层中,如图 2. 当 Fabry-Perot 共振条件满足时,磁性材料层附近的光便被本地化,增强了磁光效应. 图中我们选用的一维磁性光子晶体的模型是将一层磁性材料 Co-铁氧体嵌于多层  $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$  介质层中,既  $(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2) \times 10/\text{Co}-\text{铁氧体}/(\text{SiO}_2/\text{TiO}_2) \times 10$ .



图 2 一维磁性光子晶体模型图

Fig. 2 Modal structure of one-dimensional magnetophotonic crystal

关于一维磁性光子晶体的法拉第旋转效应,我们使用两步法来讨论. 首先,在没有外加恒定磁场作用时,分析研究含磁性材料层的光子晶体特性,这其实相当于讨论带缺陷的光子晶体的情况. 因为没有外加磁场,所以光波透过磁性光子晶体后它的振幅发生了变化,但是其幅角并没有发生转变,也就是

说并没有发生法拉第旋光效应. 这一部分的讨论我们是基于前面一维光子晶体结构的电磁波理论分析作的. 只是把磁性材料层的光传输特性矩阵代入分层介质连续排列的特性矩阵公式中,之后,通过相关公式并且运用 MATLAB 软件绘制出了一维磁性光子晶体的振幅特性随波长变化的曲线图,找出了它的光子禁带. 如图 3 所示是一维磁性光子晶体的振幅特性随波长变化的曲线图.

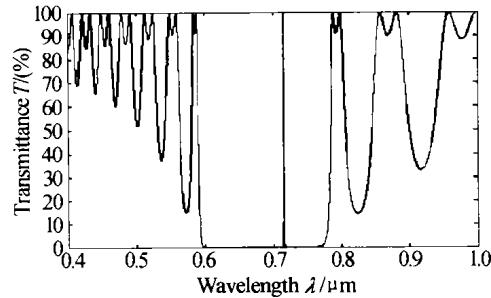


图 3 一维磁性光子晶体的振幅特性随波长变化的曲线图

Fig. 3 Magnitude performance variation of one-dimensional magnetophotonic crystal with wavelength

当有外加磁场作用时,磁性材料的电介质特性将产生分裂,从而使入射进磁性光子晶体的线极化波产生分裂并出现法拉第旋转效应,即入射光波经过一维磁性光子晶体后它的幅角发生了变化. 对于光波通过一维磁性光子晶体后幅角的变化,我们采用一种两步法,通过分析知道,对于一维磁性光子晶体中左半部分的非磁性介质层,光波通过时其幅角并不发生改变,所以计算幅角时可以忽略这一部分.

首先,对单层磁性材料的电磁场进行分析,获得其相位的变化. 磁性材料的张量介电常数可写为

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon & -jk & 0 \\ jk & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

入射波的电场方向定为  $\mathbf{u}$  方向

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{u} - \mathbf{j}\mathbf{v}) + \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{u} + \mathbf{j}\mathbf{v}) \quad (5)$$

对于右旋圆极化波

$$\mathbf{D}_+ = \begin{bmatrix} \epsilon & -jk \\ jk & \epsilon \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}/2 \\ -j\mathbf{E}/2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{bmatrix} (\epsilon - k)\mathbf{E}/2 \\ -j(\epsilon - k)\mathbf{E}/2 \end{bmatrix} = (\epsilon - k)\mathbf{E}_+ \quad (7)$$

同理对左旋圆极化波

$$\mathbf{D}_- = (\epsilon + k)\mathbf{E}_- \quad (8)$$

由于有效介电常数不同值,两个圆极化波将有不一致的传播常数

$$\beta_{\pm} = \omega \sqrt{\mu\epsilon_{\pm}} \quad (9)$$

其中  $\epsilon_{\pm} = (\epsilon \pm k)$ , 传输一定距离  $L$  后,  $E_L =$

$$\begin{aligned} & E_+ e^{-j\beta_+ L} + E_- e^{-j\beta_- L} \\ & = E \left\{ u \cos (\beta_+ - \beta_-) \frac{L}{2} - v \sin (\beta_+ - \beta_-) \frac{L}{2} \right\} \cdot \\ & e^{-j(\beta_+ + \beta_-) \frac{L}{2}} \end{aligned} \quad (10)$$

可见幅度没有变, 相位则旋转了一个角度

$$\theta = (\beta_+ - \beta_-) \frac{L}{2} \quad (11)$$

由此便求出了光波通过磁性材料层所旋转的角度.

其次, 再来分析一维磁性光子晶体中右半部分的非旋性介质层. 在外加有磁场时, 磁光材料的谐振频率将发生分裂, 从而导致法拉第旋光效应的产生. 当光波进入磁性材料层后, 磁性材料的电介质特性产生分裂, 从而使入射进磁性光子晶体的线极化波产生分裂并出现法拉第旋转效应. 将通过磁性材料层后的旋转了一个角度的线极化波分解, 其电场方向分别为  $u$  方向和  $v$  方向, 于是它们分别通过右半部分的非磁性介质层. 在计算时, 我们依然套用前面介绍的非磁性介质层的特性矩阵公式, 只是一束光用的是 TE 模式, 代入

$$p = \sqrt{\epsilon/\mu} \cos \theta \quad (12)$$

而另一束光则用 TM 模式, 代入

$$q = \sqrt{\mu/\epsilon} \cos \theta \quad (13)$$

于是便能求出分裂的两束光的透射系数  $T_1$  和  $T_2$ .

最后, 把两束光的透射系数与之前算出的光波透过磁性材料层发生的旋转角度结合起来考虑. 它们之间存在矢量合成关系, 于是得

$$\alpha = \arctan |T''| / |T'| \quad (14)$$

式中  $T' = T_1 \cos \theta$ ,  $T'' = T_2 \sin \theta$ ,  $\alpha$  便是光波通过一维磁性光子晶体后发生的幅角变化.

### 3 数值分析及结果

选择的一维磁性光子晶体结构参数为  $\text{TiO}_2$  厚度为 84 nm,  $\text{SiO}_2$  的厚度为 110 nm, 且  $\text{TiO}_2$  和  $\text{SiO}_2$  的折射率分别为  $n = 2.1$  和  $n = 1.45$ , 中间磁性材料层 Co-铁氧体的厚度取为 40 nm. Co-铁氧体在所选入射波长范围是透明的, 张量介电常数取材于文献[2]之图 2. 同时, 我们讨论的是透射光的法拉第旋转效应. 依据上面分析, 我们使用 MATLAB 软件绘制出了光波通过一维磁性光子晶体所发生的幅角(单位: 度)变化与波长的关系曲线以及一维磁性光子晶体的光子禁带(同图 3 坐标), 如图 4 所示.

而使用 MATLAB 软件绘制出的单独一层磁性材料层 Co-铁氧体在外加磁场作用下时它的法拉第旋转角(单位: 度)随波长的变化曲线图, 如图 5 所示.

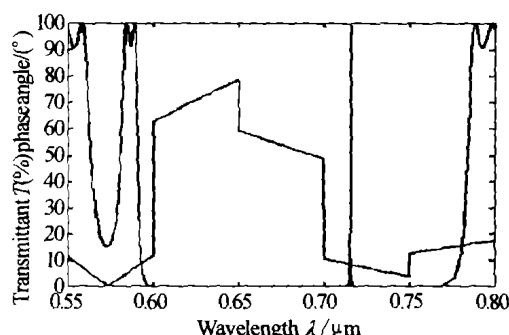


图 4 一维磁性光子晶体的幅角变化、振幅变化与波长的关系曲线图

Fig. 4 Magnitude and phase variation of one-dimensional magnetophotonic crystal with wavelength

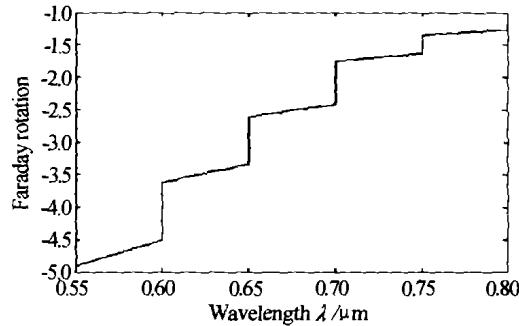


图 5 单独一层磁性材料层的法拉第旋转角随波长的变化曲线图

Fig. 5 Faraday rotation variation of a single layer with magnetic material with wavelength

从上述的两幅图中可以看到磁性光子晶体中的光子禁带出现在 0.6 ~ 0.72 μm 之间, 而在这一波段中法拉第旋转角在 0.65 μm 处达到最大值 78°. 它的法拉第旋转角度是单层磁性材料层同一波段时的 20 多倍. 于是, 我们获得的结论是嵌于光子晶体中的一层很薄的磁性材料可获得比单独一层同样厚度的磁性材料大得多的法拉第旋转效应. 其物理机理我们同意文献[2]前述观点; 同时亦可认为是由于光子晶体中光的多次反射, 造成法拉第旋转效应的谐振加强.

### 4 在光子晶体情况下磁光隔离器等器件的构成

磁光隔离器和磁光环行器传统上是使用的一般的旋磁材料构成的<sup>[6]</sup>. 如前所述, 旋磁材料在外加磁场下会产生法拉第旋转效应. 而现在则可用一维磁性光子晶体替代一般的旋磁材料, 构成新的光子晶体型的磁光隔离器和磁光环行器. 因为将磁光材料嵌于多层光子晶体中构成的磁性光子晶体, 不仅可获得非常高的光传输效率, 同时还可获得非常大的法拉第旋转角. 由磁光材料和介质构成的多层薄膜中, 能获得比同样尺寸的纯磁光材料大得多的法拉第旋转角.

在外加磁场恒定的情况下,可以调节光子晶体以及嵌于光子晶体中磁光材料的尺寸来获得所需的法拉第旋转角。同时法拉第旋转角还可以由磁光材料的介电常数来调节,方法是改变外加磁场使其达不到饱和磁化并且可变。通过上述的实验结果知道,一维磁性光子晶体中旋磁介质的法拉第效应确实有很大的增强。只要进一步研究,使一维磁性光子晶体中的法拉第旋转角可以精确调节,那么就能构造出用于集成光路中的低耗光隔离器、光环行器等磁光器件。

光子晶体的研究之所以获得迅速发展,是因为光子晶体具有巨大的应用前景。仅就一维光子晶体而言,用它制造的全方位高效反射镜、超低损耗波导、光学开关、非线性光学二极管;光子带边缘激光器等光学器件都已有报道。同样,磁性光子晶体的研究相信也会获得迅速发展,因为它也有巨大的应用前景。随着研究的进展,相信如光相移器、光学限幅器和变极化器等磁光器件亦可以由磁性光子晶体制成。

## 参考文献

- Kato H, Inoue M. Reflection-mode operation of one-dimensional magneto-photonic crystals for use in film-based magneto-optical isolator devices. *Journal of Applied Physics*, 2002, **91**(10): 7017~7019
- Takeda E, Todoroki N. Faraday effect enhancement in Co-ferrite layer incorporated into one-dimensional photonic crystal working as Fabry-Perot resonator. *Journal of Applied Physics*, 2002, **87**(9): 6782~6784
- Sakaguchi S, Sugimoto N. Multi-layer films composed of periodic magneto-optical and dielectric layers for use as faraday rotators. *Optics Communications*, 1999, **162**(4): 64~70
- 玻恩·沃耳夫编. 光学原理(上册). 北京:科学出版社  
Wolf B. Principle of Optics. Beijing: Scientific Press
- 李景镇编. 光学手册. 西安:陕西科学技术出版社  
Li J Z. Handbook of Optics. Xi'an: Shaanxi Press of Science and Tech
- 张登国编著. 波导环形器概论. 北京:科学出版社  
Zhang D G. Survey of Waveguide circulator. Beijing: Scientific Press

## Electromagnetic Field Analysis and Numerical Calculation of One-dimensional Magneto-photonic Crystal

Zhang Dengguo, Ni Na, An Henan, Ouyang Zengbiao, Xu Guiwen

Department of Photonic Information, Faculty of Engi. and Tech., Shenzhen University, Shenzhen 518060

Received date: 2003-06-23

**Abstract** The concept and structure of one-dimensional magneto-photonic crystal is studied in this paper. An electromagnetic field method to analyze Faraday rotation effects of one-dimensional magneto photonic crystal is given. The numerical calculations imply magnetic-optical Faraday effect is more enhanced in one layer of magnetic material that incorporated into one-dimensional photonic crystal than that of a bare magnetic layer, thus the related experiment observation in the literature is verified. From aforementioned analysis, the possibility of one-dimensional magneto-photonic crystal utilized as Faraday rotator in optical isolator etc. is also envisaged.

**Keywords** Photonic crystal; One-dimensional photonic crystal; One-dimensional magneto-photonic crystal

**Zhang Dengguo** was born in Luzhou city, Sichuan province. He received his B. Eng. and Ph. D. degrees in electrical engineering from the University of Electronic Science and Technology of China in 1983, 1988, respectively. After graduation, he worked in the Institute of E. M and Microwave Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu, China. Then he joined Shenzhen University in 1995, as an associate professor, and was promoted to be a full professor in 1997. He was a Research Fellow in the Depart of Electronics Engineering, City University of Hong Kong during 1993-1995 and 1998-1999. From 2002.4 to 2002.9, he worked as a visiting scholar in University of Central Lancashire, United Kingdom. He has authored two books and over 50 papers, including 12 papers published in international journals.