

Miller型超高速摄影系统经典设计理论的研究*

李景镇 龚向东 李善祥 田洁

(深圳大学工程技术学院光子工程研究所,深圳 518060)

摘要 对 Miller 型超高速摄影系统的经典设计理论进行了系统研究. 这些设计理论,即离焦设计理论、共轴设计理论和等速设计理论,都有原理误差,只能做到误差的最小化,而且任何两种设计理论都不能同时在同一个系统中实现,但是可以根据系统的具体要求给出最佳设计.

关键词 离焦设计;共轴设计;等速设计;Pascal 蜗线

中图分类号 TB81 **文献标识码** A

0 引言

在超高速摄影的研究领域中,人们的注意力从转镜型超高速摄影转移到变象管超高速摄影和 CCD 超高速摄影之后,又回到了转镜型超高速摄影^[1-4]. 这和转镜型超高速分幅摄影机所具有的大画幅、大画幅数、高的空间分辨率、能实现等待和覆盖的摄影频率段宽($10^4 \sim 10^7$ fps)等特点有关. 这些特点,使之转镜摄影机能对绝大部分超快过程进行研究,既实用,又经济^[5]. 目前,转镜型超高速摄影的照明技术、实时读出技术和基于现代技术水平的新设计理论正处于发展之中.

Miller 型超高速分幅系统的光学快门功能和分幅功能是靠转镜扫描完成的^[6]. 由于转镜有一定的厚度,在转镜扫描时形成了二条 Pascal 蜗线;一条是记录像面,一条是排镜及其出瞳光阑所在的曲面. 长期以来,人们对这两条曲线进行了深入的研究,建立了 Miller 型超高速分幅系统的经典设计理论. 所谓经典设计理论,是指用圆来代替 Pascal 曲线的理论,即所谓代替圆的设计理论. 这个理论又依出发点不同,分为离焦设计理论、等速设计理论、共轴设计理论. 研究表明,这些设计理论都有原理误差,只能做到误差的最小化,而且任何两种设计理论都不能同时在一个系统中实现,但是可以根据系统的具体要求给出最佳的设计.

1 Pascal 蜗线方程

见图 1:在直角坐标系中,指向场镜的光轴为 x 轴的正方向, y 轴的正方向指向工作扇形,转镜的旋转中心是 O 点(x_0, y_0),转镜的半厚是 r . 如果仅研

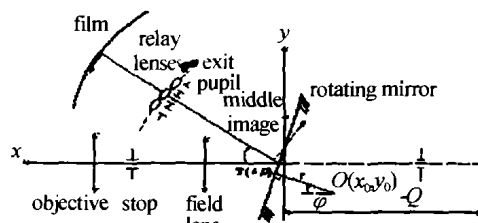


图 1 Miller 型超高速分幅系统原理示意图

Fig. 1 Sketch diagram of Miller type ultra-high speed framing system

究轴上点,当转镜旋转时,象点的坐标方程可写成^[7]

$$\begin{aligned} x &= (Q + x_0) \cos 2\varphi + y_0 \sin 2\varphi + (x_0 + 2r \cos \varphi) \\ y &= (Q + x_0) \sin 2\varphi - y_0 \cos 2\varphi + (y_0 + 2r \sin \varphi) \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)为 Pascal 蜗线方程. 式中, φ 是转镜的转角; Q 是坐标原点到最终像面转镜镜象的距离,也可是到排镜出瞳光阑转镜镜象的距离.

2 离焦设计理论

离焦定义为反射方向上 Pascal 蜗线和代替圆之间的距离 δ ,离焦在工作角内愈小愈好. 依考虑的出发点和具体采用的方法不同,又可分为四种.

渐屈线法^[8] 求 Pascal 蜗线的渐屈线,在作一定近似之后得出代替圆的圆心坐标和半径. 这种方法通常要和作图法结合起来,精度不高,工作角不能太大,多不采用.

积分法 考虑的出发点是工作角范围内像面离焦量 δ 平方的积分值最小,即令

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y_c} \left(\int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \delta^2 dy \right) &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial x_c} \left(\int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \delta^2 dy \right) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial R} \left(\int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \delta^2 dy \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中, x_c, y_c, R 为代替圆的圆心坐标和半径; φ_0 是起拍角. φ_k 是终拍角. 这一方法因为只能用数值解难以得出解析解,很少有人采用.

三点圆法 在 Pascal 蜗线上找出合适的三个点,建立三个方程,即可解出 x_c, y_c 和 R 来,但是要

*国家自然科学基金(60127501)和广东省自然科学基金(000840)资助项目

Tel:0755-26536217 Email:lijz@szu.edu.cn

收稿日期:2003-11-12

找出合适的三点则要进行优化设计. 一般说来, 按照下式选择三点所对应的转角 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, 就可得到比较理想的代替圆. 若令 $\varphi_k - \varphi_0 = \beta$, 则可得

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi_0 + 0.15\beta, \varphi_2 = \varphi_0 + 0.5\beta, \\ \varphi_3 &= \varphi_0 + 0.85\beta\end{aligned}\quad (3)$$

这一方法在研制多种型号超高速摄影机中得到了应用.

多点法(最小二乘法) 这种方法可得到较为理想的代替圆, 是离焦设计理论中比较完备的一种方法. 把 Pascal 蜗线上的多个点 (N 个点) 的坐标 (x_i, y_i) 代入到圆的普遍方程里, 会得到 N 个线性方程组

$$x_i^2 + y_i^2 + A_1x_i + A_2y_i + A_3 = \delta_i \quad (i=1, \dots, N) \quad (4)$$

式中, $\delta_1, \dots, \delta_N$ 对应 Pascal 蜗线不同点的离焦. 根据最小二乘法原理, 系数 A_1, A_2, A_3 的最佳值是在 δ_i 的平方和为最小情形, 即

$$\sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2 + A_1x_i + A_2y_i + A_3)^2 = f(A_1, A_2, A_3) \quad (5)$$

应为极小值. 按最小二乘法的原理进行处理, 最后可得 A_1, A_2, A_3 的表达式

$$\begin{aligned}A_1 &= \{ [x_i^2][y_i^2][x_i] + [x_i][y_i^2]^2 - N[x_i^3][y_i^2] + \\ & [x_i^3][y_i]^2 - N[x_iy_i^2][y_i^2] + [x_iy_i^2][y_i]^2 - [x_i^2] \cdot \\ & [y_i][x_iy_i] - [x_iy_i][y_i][y_i^2] + N[x_i^2y_i][x_iy_i] - \\ & [x_i^2y_i][x_i][y_i] + N[x_iy_i][y_i^3] - [x_i][y_i][y_i^3] \} \div \\ & \{ N[x_i^2][y_i^2] - [x_i^2][y_i]^2 - [y_i^2][x_i]^2 - N[x_iy_i]^2 + \\ & 2[x_iy_i][x_i][y_i] \}\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}A_2 &= \{ [x_i^2]^2[y_i] + [x_i^2][y_i][y_i^2] - N[x_i^2][x_i^2y_i] - \\ & N[x_i^2][y_i^3] + [x_i]^2[x_i^2y_i] + [x_i][y_i^3] - [x_iy_i] \cdot \\ & [x_i][x_i^2] - [x_iy_i][x_i][y_i^2] + N[x_iy_i][x_i^3] + \\ & N[x_iy_i][x_iy_i^2] - [x_i^3][x_i][y_i] - [x_iy_i^2][x_i][y_i] \} \div \\ & \{ N[x_i^2][y_i^2] - [x_i^2][y_i]^2 - [y_i^2][x_i]^2 - N[x_iy_i]^2 + \\ & 2[x_iy_i][x_i][y_i] \}\end{aligned}$$

$A_3 = \{ -([x_i^2] + [y_i^2]) - [x_i]A_1 - [y_i]A_2 \} \div N$
式中 $[x_i] = x_1 + x_2 + \dots + x_N$, 其它 $[\cdot]$ 类推; x_i, y_i 如式(1)所示; x_0, y_0, r, Q , 是 Pascal 蜗线的参数, 求出 A_1, A_2, A_3 , 即可得代替圆参数 $x_c = A_1/2, y_c = -A_2/2, r = (x_c^2 + y_c^2 - A_3)^{1/2}$. 这种算法实际是积分算法的

离散值解法, 具有普遍性.

研究表明, 这类算法只是光学系统对底片的相对孔径足够大时(即孔径数足够小)才有实际价值(例如孔径数小于 12), 因为“在工作区内离焦量尽可能小”的原则与共轴设计、等速设计相矛盾.

3 等速设计理论

在转镜扫描理论的研究中, 等速扫描不是不能实现的^[9]. 一般说来, 在经典设计的框架里, 等速设计是不能实现的. 在研究等速设计的有关理论问题时, 都假设转镜的旋转速度在工作角范围内是恒速的. 拍摄频率的不均匀性是光学快门扫描半径的长度变化引起的, 再加上排镜代替圆所产生的排镜放大率的不均匀性, 在大工作角的情况下(例如等待型、三面体转镜的情况, 工作角是 $2 \times 120^\circ$), 可造成的判读误差能达到 3~4%. 显然这是不允许的.

可以证明, 厚转镜扫描时在排镜代替圆上不能实现等速扫描, 但却可以做到使速度的不均匀性达到最小. 排镜 Pascal 蜗线上的扫描速度(对于轴上点)可用下式描述

$$V = 2\omega [(x_0 + Q_r)^2 + y_0^2 + r^2 + 2r(x_0 + Q_r) \cdot \cos \varphi + 2ry_0 \sin \varphi]^{1/2} \quad (7)$$

式中, $\omega = d\varphi/dt$ 为转镜的角速度; Q_r 是排镜光阑转镜镜象的横坐标. 由于 $V = V(\varphi)$ 基本是单调函数, 可以用工作角范围中点的角度 φ_m 所对应的速度 V_m 作为评价速度不均匀性的参考值(亦可用起拍角 φ_0 所对应的速度, 或者终拍角 φ_k 所对应的速度, 或者工作角范围内的平均速度作为速度不均匀性的估计标准). 拍摄频率不均匀性 e 可表示为

$$e = (V - V_m)/V_m$$

速度不均匀性的最小二乘法设计 用排镜 Pascal

蜗线上速度的足够多的分立值(例如为 N 个) $V_i = V(\varphi_i)$, 代入代替圆的速度公式中去, 得到 N 个速度误差 Δ_i , 然后用最小二乘法处理, 即可得到较为理想的拍摄频率不均匀性最小的代替圆参数. 排镜代替圆上的速度公式^[10]

$$V = 2R\omega \left[1 - \frac{(x_0 - x_c) \cos 2\varphi + (y_0 - y_c) \sin 2\varphi + r \cos \varphi}{[R^2 - [(x_0 - x_c) \sin 2\varphi + 2(y_0 - y_c) \sin^2 \varphi + 2r \sin \varphi + y_c]^2]^{1/2}} \right] \quad (8)$$

式中 R, x_c, y_c 分别为代替圆半径和圆心坐标.

分析表明, 等速设计可使速度的不均匀性降低到 1% 以下, 但仪器共轴性却遭到了一定程度的破坏.

4 共轴设计理论

所谓共轴设计是指排镜前主面代替圆的半径方向与相应的反射光轴所夹的角 ϕ 在工作角范围内

最小. 实验表明, ϕ 角大于 $60'$ 将对排镜的象质造成影响, 会使整机摄影分辨率下降 $2 \sim 3 \text{ lp/mm}^{[11]}$. ϕ 角可表示为

$$\sin \phi = \frac{(\varepsilon - x_c) \sin 2\varphi + y_c \cos 2\varphi}{R} \quad (9)$$

一般说来, ϕ 角不大于 $120'$, 可以用 ϕ 角近似 $\sin \phi$. 根据工作角内 ϕ 角平方和最小的原则, 可求出符合共轴性原则的排镜代替圆参数 x_c, y_c, R .

计算表明, 从共轴的角度出发所设计的排镜代替圆, 其最大 ϕ 角约在 $8'$ 左右, 较离焦设计和等速设计时是大大降低了, 共轴性提高了一个量级.

球罩的中心一般和排镜代替圆的中心重合, 其共轴性要较球罩球心与中间像(二次像面)中心重合时约有半个量级的提高. 所以共轴设计问题主要是对排镜而言的, 但是, 为了得到高质量的图象, 对球罩的共轴性问题也必须重视.

计算表明, 共轴性设计保证了排镜、球罩的共轴性, 但是拍摄频率的均匀性有较大的降低, 离焦量有一定的增加.

5 最佳设计理论

在经典设计理论中, 同一代替圆不能同时满足离焦最小原则、拍摄频率的不均匀性最小的原则和共轴性最好的原则, 只能根据实际的光学性能参数, 折衷考虑三者的要求, 以得到比较满意的结果^[12]. 为此, 代替圆的中心 x_c, y_c 应满足下式

$$\begin{aligned} x_c &= mx_{cd} + nx_{ce} + ly_{cc} \\ y_c &= my_{cd} + ny_{ce} + ly_{cc} \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $x_{cd}, y_{cd}, x_{ce}, y_{ce}, x_{cc}, y_{cc}$ 分别表示单独考虑离焦最小原则、拍摄频率不均匀性最小原则和共轴性最好原则所得到的排镜代替圆的系数; m, n, l 为三者的权重系数, 其和为 1, 要根据使用要求和光学系统的性能参数选用; 可采用等权重设计法; 亦可在设计排镜代替圆时采用二点的 ϕ 为零, 一点的离焦为零, 在设计焦面代替圆时采用离焦最小原则^[13]; 也可在设计焦面代替圆、排镜代替圆和出瞳光阑代替圆时分别采用离焦最小原则、共轴性最好原则和拍摄频率不均匀性最小原则. 对于第二种情况, 要根据使用要求提出性能参数的具体指标, 采用约束多面体法进行优化计算, 这种设计思想有一定的参考价值, 但是没有考虑拍摄频率不均匀性最小的原则. 若对底片的相对孔径大、画幅工作角大和厚转镜, 应仔细选取 m, n 和 l ; 前两者在设计专门用途的转镜摄影机时会遇到, 后两者在设计等待型摄影机时会遇到.

应该说明的是转镜型超高速摄影机的经典设计

理论能在一定的精度范围内满足设计要求; 但是, 经典设计理论从原理上就是有误差的, 同时在一个代替圆上, 离焦最小、拍摄频率不均匀性最小和共轴性最好三者上不能兼得, 也不能两两兼得, 只能折衷. 随着技术的进步, 先进的没有原理误差的设计理论提出来了.

6 计算实例

根据经典设计理论, 对某型号超高速摄影机进行了计算, 结果如表 1. 原始参数: $r = 9.526 \text{ mm}$, $x_c = -6.758 \text{ mm}$, $y_c = -9.175 \text{ mm}$, $\varphi_0 = 5^\circ$, $\varphi_k = 65^\circ$, $Q = 394.82 \text{ mm}$, $Q_r = 197.50 \text{ mm}^{[10]}$

表 1 经典设计理论主要性能指标

	x_c, y_c	$e/(\%)$	ϕ''	δ/mm
经典设计理论				
离焦设计理论	0.42, -7.37	1.42	106.6	0.132
等速设计理论	-2.25, -5.06	0.043	67.6	0.153
共轴设计理论	-2.16, -0.8	1.18	14.2	0.183
最佳设计理论	-2.25, -1.27	0.39	43.7	0.133

表中 e, ϕ, δ 如文中所示. 表中的离焦设计是依据三点圆法, 等速设计是依据“摄影频率不均匀性 e 在工作角内积分值最小的原则”, 共轴设计是依据“整个工作角内 ϕ 角平方和最小的原则”, 最佳设计是等速设计和共轴设计的折衷.

7 结论

本文对 Miller 型超高速分幅系统的经典设计理论进行了系统研究, 得出可供设计者参考的结论:

1) Miller 型超高速摄影系统经典设计理论的核心是代替圆的设计理论, 无论是离焦设计理论, 等速设计理论, 还是共轴设计理论都存在原理误差, 不完善.

2) 代替圆上只能实现离焦量最小, 速度的不均匀性最小, 非共轴性最小; 但是, 同一个代替圆上不能同时实现离焦最小和速度不均匀性最小, 亦不能同时实现速度不均匀性最小和非共轴性最小.

3) 在综合考虑的基础上, 可以根据系统的具体要求给出最佳的设计.

参考文献

- 李景镇, 田洁. 超高速摄影的评价研究. 光子学报, 1999, 28(Z1): 82 ~ 88
Li J Z, Tian J. Acta Photonica Sinica, 1999, 28(Z1): 82 ~ 88
- Lawrence J L, Kosonocky W F. Million frames per second CCD camera system. SPIE, 1997, 2869: 405 ~ 408
- Stasicki B, Meier G E A. A computer controlled ultra-high speed video camera system. SPIE, 1995, 2513: 196 ~ 208
- Racca R G, Clements R M. High speed video recording

- system using multiple CCD imagers and digital storage. *SPIE*, 1995, **2513**: 209 ~ 220
- 5 Eugene A L, Mange K. Rotating mirror streak and framing cameras. Bellingham; SPIE Optical Engineering Press, 1997. IX ~ XX
- 6 Miller C D. Half-million stationary images per second with refocused resolving beam. *SMPE*, 1949, **43**: 479
- 7 李景镇. 转镜式超高速分幅相机结构参数的分析. 全国第一届高速摄影会议论文选集. 北京: 科学出版社, 1978. 26 ~ 36
- Li J Z, Analysis of structure parameters of ultra-high speed rotating mirror framing cameras, Proc. of the 1st National Congress on High Speed Photography and Photonics (NCHSPP). Beijing: Science Press, 1978, 26 ~ 36
- 8 李德熊(译). 高速摄影译文集 I(转镜扫描原理). 北京: 科学出版社, 1965. 126 ~ 156
- Li D X. Collection of Translated Papers on High-speed Photography (Principle of Rotating Mirror Scanning), Beijing: Science Press, 1965. 126 ~ 156
- 9 Li J Z. Possibility of simultaneously attaining the curve without out of focus and with constant writing speed. *SPIE*, 1982, **348**: 471 ~ 474
- 10 许家隆(主编). 转镜式高速摄影. 北京: 科学出版社, 1985. 139 ~ 142
- Xu J L (edited). High Speed Rotating Mirror Camera, Beijing: Science Press, 1985, 126 ~ 142
- 11 朗见林. 转镜分幅相机代替圆参数的综合设计. 第四届全国高速摄影和光子学学术会议论文汇编, 天津, 1985
- Lang J L. Comprehensive design of substitution circular for rotating mirror framing camera. Proc. of the 4th NCHSPP, Tianjing, 1985
- 12 Li J Z, Huang J H, Tian J, et al. Advanced designing theory of recording surface of rotating mirror streak cameras. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(8): 1033 ~ 1035
- 13 赵跃进, 邱松发, 罗文碧. 转镜分幅相机中代替圆计算方法的新进展. 第四届全国高速摄影和光子学学术会议论文汇编. 天津, 1985
- Zhao Y Y, Qiu S V, Luo W B. New advances in computational method of substitution circular for rotating mirror framing camera. Proc. of the 4th NCHSPP, Tianjing, 1985

Study on Classical Designing Theory of Miller Type Ultra High Speed Photographic System

Li Jingzhen, Gong Xiangdong, Li Shanzxiang, Tian Jie

College of Engineering and Technology, Shenzhen University, Shenzhen 518060

Received date: 2003-11-12

Abstract The classical designing theory of Miller type ultra-high speed photographic system has been systematically studied. These designing theories, defocusing design theory, coaxial design theory and equispeed design theory have the principle error, and it is impossible to realize any two theories simultaneously in a substituted circular system. However, the optimum designing could be put into effect according to the designed system requirements.

Keywords Defocusing design; Coaxial imaging design; Equispeed sweeping design; Pascal transcendentail curve



Li Jingzhen professor, Member of Council of the Chinese Optical Society and Vice President of Committee for Optical Testing of China, graduated from Tsinghua University in 1964, and from post graduate school, Academia Sinica in 1968, and transferred from Xian Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia Sinica, to Shenzhen University in December, 1993. He has been studying high speed photography and photonic technology for a long time. Now, his main research interests are ultra high speed photography, especially extreme-high speed photography of $10^6 \sim 10^{12}$ pps with the so-called tubeless techniques, photonic crystal, quantum optics, and binary optics.