

偏心和倾斜光学系统初级象差理论的研究

樊学武 陈荣利 马臻 李英才

(中国科学院西安光学精密机械研究所空间光学室, 西安 710068)

摘要 在共轴光学系统波象差的基础上, 推导出了光学元件的偏心 and 倾斜分别对主要象差的影响. 得出了除了球差外, 每一种象差由于偏心 and 倾斜都引入了它同种类的象差; 小量的偏心 and 倾斜并不改变系统的球差的结论; 如果球差并不为零, 将会产生与象高无关的彗差, 即轴向彗差等等.

关键词 偏心; 倾斜; 初级象差; 光学系统; 球差

中图分类号 O435; O435.2 **文献标识码** A

0 引言

光学系统的成像质量不仅仅受到系统设计象差的限制, 也受到加工和装调过程中误差水平的限制. 当光学系统的各元件相互未准直而使系统缺乏旋转对称性, 这样就会产生新的象差. 未准直的光学系统可能是由于某个光学面对其顶点偏心或是绕顶点对光轴有一小的倾角, 或者两者兼而有之. 当一个或多个元件偏心或是倾斜, 都会使整个光学系统不再有一个对称轴. 然而当这个系统的一个光学元件的顶点只是沿光轴偏离一个距离后, 这时系统仍保持对称性. 我们将讨论一个未准直系统的主要象差的变化, 光学系统中的一个面的倾斜或是偏心一方面会导致象沿垂直于光轴方向的漂移, 另一方面也会引入一些新的象差. 下面将会看到小量的偏心或是倾斜并不会改变系统的球差. 然而如果球差并不为零, 将会引入与象高无关的彗差, 即轴向彗差.

1 偏心和倾斜对主要象差的影响

1.1 偏心面对主要象差的影响

首先考虑由于光学系统中的某一面的偏心所引入的象差. 假定系统的某一光学面相对于光轴有一纵向(x 方向)的位移, 位移量为 Δ , 如图 1 所示. 则在未准直的系统里, 其光轴仍然平行于理想光学系统的光轴. 这里实线表示的是理想系统的光学面,

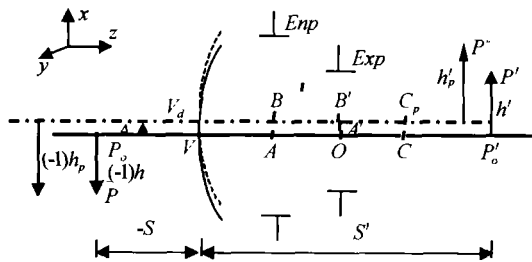


图1 偏心面
Fig. 1 Decentered surface

虚线表示偏心的光学面, C 是光学面曲率中心, V 是曲面顶点, A 是入瞳中心, A' 点为入瞳中心 A 对偏心面的象, 也即出瞳中心. 在理想的光学系统中, 设物点 P 和象点 P' 到光轴 VC 的距离分别为 h 和 h' , 这两个高度有如下的关系

$$h' = Mh \tag{1}$$

式中 M 是象的垂轴放大率, 在一个偏心系统里, 物和象到新的光轴 V_d 的 C_d 距离为

$$h_p = h - \Delta \tag{2}$$

这里也有

$$h'_p = Mh_p = h' - M\Delta \tag{3}$$

h 和 M 在数值上是负的, 假定这一面的位移 Δ 是正的, 并且在 xoz 平面, 偏心面的象点在 P'' , 象的位移也是沿着 x 轴, 并可以得到: $P'P'' = h'_p + \Delta - h' = (1 - M)\Delta$

B 和 B' 是未准直系统的一对轴上共轭点, 此系统的光轴通过入瞳中心 B 和出瞳中心 B' . 如果所考虑的理想系统的主要象差是象高 h' 的形式表述的(相对于参考球面中心 P' 并且通过 O 点), 则他们也可以通过简单的替换立即写成象高 h'_p 的形式(当然是相对于参考球面的中心在 P'' 点并通过 B' 点而言的). 然而未准直系统的出瞳的中心位于 A' 点, 这也是未准直系统入瞳中心象的中心. 因此象差坐标系的变化将引起象差函数表达式的变化.

所考虑的面的初级波象差普遍式如下

$$W(x, y; h') = -\frac{l'}{n'} \left[\frac{1}{4} A_1 (y^2 + x^2)^2 + A_2 h' (y^2 + x^2) y + \frac{1}{2} A_3 h'^2 (3y^2 + x^2) + \frac{1}{2} A_4 h'^2 (y^2 + x^2) + A_5 h'^3 y \right] \tag{5}$$

式中 $A_1 \dots A_5$ 每个系数对应的波象差和几何象差一样依次称为球差、彗差、象散、场曲和畸变. 为了表述方便, 令

$$a_s = -\frac{l'}{n'} \frac{1}{4} A_1, a_c = -\frac{l'}{n'} A_2, a_a = -\frac{l'}{n'} \frac{1}{2} A_3, \\ a_d = -\frac{l'}{n'} \frac{1}{2} A_4, a_i = -\frac{l'}{n'} A_5$$

同理 a_s, a_c, a_a, a_d, a_t 所对应的项分别表示球差、彗差、象散、场曲和畸变。

(x, y) 是理想系统的坐标, 当整个系统中的某一面偏心后的初级波象差为

$$W(x', y'; h_p) = a_s(y'^2 + x'^2)^2 + a_c h_p'(y'^2 + x'^2)y' + a_a h_p'^2(3y'^2 + x'^2) + a_d h_p'^2(y'^2 + x'^2) + a_t h_p'^3 y' \quad (6)$$

这里 (x', y') 是系统中的光学面偏心后相对其自身对称轴的坐标, 我们让 (x'', y'') 是以 A' 为中心的出瞳的坐标系统, 在这一坐标系统里, B' 点的坐标为 $(m\Delta, 0)$ 这里 m 是瞳孔的放大率. 从图 1 可以知

$$(x', y') = (x'' - m\Delta, y'') \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)可得到相对于 A' 点的波象差函数

$$W(x'', y''; h_p) = a_s(y''^2 + (x'' - m\Delta)^2)^2 + a_c h_p'(y''^2 + (x'' - m\Delta)^2 y'' + a_a h_p'^2(3y''^2 + (x'' - m\Delta)^2) + a_d h_p'^2(y''^2 + (x'' - m\Delta)^2) + a_t h_p'^3(x'' - m\Delta) \quad (8)$$

式(8)给出了偏心面对光学系统的主要波象差的影响. 这里必须强调波象差是相对于 A' 点的, 这样由于偏心所引入的波象差的变化为

$$\delta W_{\text{dec}}(x, y; h') = W_{\text{dec}}(x, y; h_p) - W(x, y; h')$$

从上述计算的表达式可以看出, 在方程右边的象差系数可以写成理想系统状态的象差系数加上另外的一些象差系数. 高次幂的象差对所有低次幂的象差都有影响. 如偏心球差对偏心的彗差、象散、场曲和畸变有影响. 相似地, 偏心彗差对偏心象散、场曲和畸变有影响等等. 然而他们的一些系数依靠 $\Delta^2, \Delta^3, \Delta^4$ 等高次项, 若 Δ 很小, 这可以忽略上述的高次项, 这样上式可以写为

$$\delta W_{\text{dec}}(x, y; h') = -(Ma_c + 4ma_s)\Delta x(x^2 + y^2) - 2(Ma_a + ma_c)\Delta h'x^2 - (2Ma_d + ma_c)\Delta h'(x^2 + y^2) - [3Ma_t + 2m(a_a + a_d)]\Delta h'^2 x \quad (9)$$

从上述式子得知, 光学系统中某一面的小量偏心对系统的球差基本没有影响. 式(9)的第一个系数是与瞳孔坐标成比例的, 而与象的高度没有关系, 在整个象高上是恒定的, 因而可以称为轴向彗差^[4]. 它的系数是由未准直系统的球差和彗差的系数决定的. 当球差和彗差的系数都为零, 或是两者间存在关系式 $Ma_c + 4ma_s = 0$ 时, 轴向彗差才可能为零. 同样也可以从式(9)的其他一些项中得到一些相似的关系. 第二项就它与瞳孔间的关系来看, 是象散, 第三项是场曲, 第四项是畸变. 然而象散和场曲都和象高 h' 有关系, 而畸变和象高 h'^2 成正比, 因而相应地式(9)中的象差系数对象高 h' 的依赖程度或者 h' 的次数比准直系统中相应的象差小. 从式(9)可看到, 除了球差外, 每一种象差由于偏心都引入了它同种类的象差, 如彗差引入了附加彗差, 象散引入了附

加的象散等等. 从式(9)得知, 如果未受扰动的系统的主要象差为零, 那么小量的偏心并不引入任何象差.

当然, 在一个具有多个面的系统里, 某一光学面的小量的偏心, 不仅仅影响它本身的象差, 也影响它后面其它面的象差, 由于未准直面的象点和出瞳的位置发生了变化, 因此下一个面的物点和入瞳的中心位置也发生了变化, 因而其对光学系统主要象差的贡献也发生了变化^[5]. 随后面的象差应该也可以以同样的方法计算出来. 可以推断一个或是多个光学元件的偏心所引入的附加象差对象高的依赖关系是不变的.

1.2 倾斜面对主要象差的影响

我们假定光学面绕着其顶点旋转一角度 β , 如图 2 所示. 在未受扰动的系统里, 当光学面倾斜后, 物点 P 的象点从 P' 移到 P'' , 从图 2 可以得知对倾斜面的物点 P 和象点 P'' 的高度

$$h_p = h - \beta S \quad (10)$$

和

$$h_p' = Mh_p = h' - M\beta S \quad (11)$$

注意这里图中 h 在数值上是负的, $h - \beta S$ 在数值上小于 h . 在这一倾斜面的象的偏移为

$$P'P'' = h_p' - (h' - \beta S') = (S' - MS)\beta \quad (12)$$

又由 $n'/s' - n/s = (n' - n)/r, ns'/n's = M, n = 1$ 三式可将式(12)变为: $P'P'' = (1 - M)\beta R$

如果知道对未受扰动系统的主要象差, 也就是象高为 h' 时面的主要象差, 那么也就能知道象高为 h_p' 的倾斜面的主要象差. 这一主要象差是相对于出瞳中心在 B' 点的光学面而言的. 这里 B' 是倾斜面入瞳中心 B 的象点. 同样 B' 和 B 是受扰动面的一对轴上共轭点. 然而未准直面的出瞳中心位于 A' 点, 它是入瞳中心 A 的象点. 同样假定未准直的光学面的主要象差为式(5). 从图 2 可知, B' 点的坐标相对于圆点在 A' 的坐标系的坐标为 $(ms\beta, 0)$, 我们让相对于 A' 点的坐标圆点的坐标为 (x'', y'') , 相对于 B' 点为坐标圆点的坐标为 (x', y') , 于是这两个坐标间存在关系: $x' = x'' - ms\beta, y' = y''$. 同样

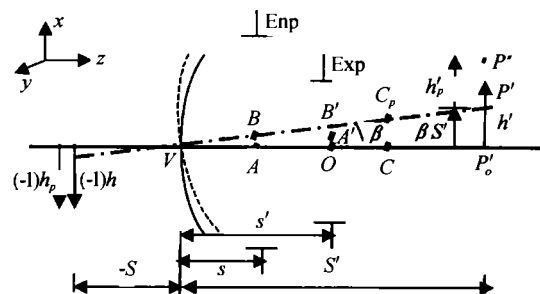


图 2 倾斜面
Fig. 2 Tilted surface

将此关系代入式(5),我们就可以得到倾斜面对 A' 点的波象差函数

$$W_{\text{tilt}}(x'', y''; h'_p) = a_s [(x'' - ms\beta)^2 + y''^2]^2 + a_c h'_p (x'' - ms\beta) [(x'' - ms\beta)^2 + y''^2] + a_a h_p^2 (x'' - ms\beta)^2 + a_d h_p^2 [(x'' - ms\beta)^2 + y''^2] + a_t h_p^3 (x'' - ms\beta) \quad (13)$$

由于光学面的倾斜而导致的波象差的变化为

$$\delta W_{\text{tilt}}(x, y; h') = W_{\text{tilt}}(x, y; h'_p) - W(x, y; h') \quad (14)$$

如果忽略小角 β 的一次以上的高次项,我们可以得到下式

$$\delta W_{\text{tilt}}(x, y; h') = -(MSa_c + 4msa_s)\beta x(x^2 + y^2) - 2(MSa_a + msa_c)\beta h'x^2 - (2MSa_d + msa_c)\beta h'(x^2 + y^2) - [3MSa_t + 2ms(a_a + a_d)]\beta h'^2 x \quad (15)$$

这里我们同样可以发现与偏心系统同样的结论,也就是面的倾斜并未引起球差;所引入的彗差与象高 h' 无关,也就是轴向彗差;象散和场曲和象高 h' 的一次方成比例,畸变和象高 h' 的二次方成比例. 在这里,我们可以看到式(9)和式(15)的形式相似. 只要将 $M\Delta$ 由 $MS\beta$ 、 $m\Delta$ 由 $ms\beta$ 替换,两式就完全相同.

2 结论

对于偏心和倾斜的系统,我们必须认识它的象差特征,根据它的象差特征来分析和设计光学系统,

同时也可利用对象差特征的了解来指导装调过程. 当前偏心和倾斜元件的系统已经开始在许多方面有了需求,国外已经在空间遥感、医疗、光通信、光刻机镜头设计等领域成功的设计和应用了一些这样的系统,国内对这方面的设计工作在借助于国外的分析软件的条件下,也作了一些工作,但对于偏心和倾斜系统的象差特征的理论研究还较少. 对其象差的研究以及在象差指导下的倾斜和偏心系统的设计工作将在下一步的研究工作中进行.

参考文献

- 1 袁旭沧编著. 光学设计. 北京:科学出版社,1983. 635 ~ 644
Yuan X C. Optical Design. Beijing: Science Press, 1983. 635 ~ 644
- 2 Gelles R. Off-center aberration in nonaligned systems. *J Opt Soc Am*, 1978, **68**(9): 1250 ~ 1254
- 3 Ruben P L. Aberrations arising from decentrations and tilts. *J Opt Soc Am*, 1964, **54**(1): 45 ~ 52
- 4 Wetherell W B, Rimmer M P. General analysis of aplanatic Cassegrain, Gregorian, and Schwarzschild telescopes. *Appl Opt*, 1972, **11**(12): 2817 ~ 2832
- 5 Rimmer M. Analysis of perturbed lens systems. *Appl Opt*, 1972, **11**(12): 533 ~ 537

A Study on the Primary Aberration Theory of Decentered and Tilted Optical System

Fan Xuewu, Chen Rongli, Ma Zhen, Li Yingcai

Space Optics Laboratory, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068

Received date: 2003-05-14

Abstract On the basis of the primary wave aberration theory, the change of wave aberrations was derived from a decentered or tilted optical surface. And a conclusion was drawn that except for spherical aberration, each primary aberration introduces additional aberration of its own kind as well. The spherical aberration did not change when a surface tilted a little angle or decentered a small distance. If the spherical aberration is not zero, then there will be coma having no relationship with image height, i. e. axial coma.

Keywords Decenter; Tilt; Primary aberration; Optical system; Spherical aberration



Fan Xuewu was born in 1972. He received the B. S degree from Huaibei Coal Teacher's College in 1995. Now he is studying for his Ph. D. in Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences. His major interests include optical design, optical testing and optical alignment.