第33卷第4期
2004年4月
光 子 学 报
ACTA PHOTONICA SINICA
Vol.33 No.4
April 2004

控制单模激光 Haken - Lorenz 系统混沌的一种有效方法*

吕 翎 栾 玲 杜 增
(辽宁师范大学物理系,辽宁 大连 116029)

摘 要 基于变量脉冲反馈法(VPF)的设计思想,提出了一种控制非线性系统中混沌的新方法——变量变化率脉冲反馈(VRPF)法.将此方法应用到单模激光 Haken-Lorenz 系统混沌的控制中,计算机模拟结果表明,通过恰当地选择反馈系数和脉冲间隔,可以将系统稳定在 $1p$、$2p$、$3p\cdots 2^m p$、$3^n p$ 以及 $2^m p\times 3^n p$ 这样不同的周期轨道,并且获得同一周期轨道的反馈系数和脉冲间隔并不是唯一的.

关键词 单模激光;Haken-Lorenz 系统;Lyapunov 指数;混沌控制;周期轨道
中图分类号 O415.5 **文献标识码** A

0 引言

混沌是在确定性系统中产生的不规则运动,这种非周期运动对初始条件极为敏感.由于混沌含有极为丰富的信息并广泛存在与化学、物理学等各学科领域,所以,对混沌理论及应用的研究已成为目前国际国内科学领域研究的重要分支.但是,混沌在许多情况下也有其不利因素,所以人们不得不考虑各种方法对此加以控制,并通过有效的控制使之成为当今研制新器件、新装置及高新技术的有力手段,从而为众多领域提供应用的原理、方法和技术基础.迄今,国内外已经提出了各种混沌控制方法[1~6],1993年,Guemez 和 Matias 提出了变量脉冲反馈(VPF)法[7],并以此控制一维 Logistic 离散混沌系统,控制效果理想.1994年,他们又将此方法拓广应用于控制三维单模激光 Haken-Lorenz 连续混沌系统,但仅仅可以稳定住混沌系统中的不稳定不动点,控制具有较大的局限性.本文基于变量脉冲反馈法(VPF)的设计思想,提出了一种控制非线性系统中混沌的新方法——变量变化率脉冲反馈(VRPF)法.将此方法应用到单模激光 Haken-Lorenz 系统混沌的控制中,取得了明显的控制效果.计算机模拟结果表明,通过恰当地选择反馈系数和脉冲间隔,可以将系统稳定在 $1p$、$2p$、$3p\cdots 2^m p$、$3^n p$ 以及 $2^m p\times 3^n p$ 这样多种不同的周期轨道上,并且获得同一周期轨道的反馈系数和脉冲间隔并不是唯一的,即不同组的反馈系数和脉冲间隔可以将系统控制在同一周期轨道上,但轨道的形状略有差别.这种控制方法控制域宽,操作简便易行,控制效果好.

1 控制原理

Guemez 和 Matias 在文献[7]中用变量脉冲反馈(VPF)法控制一维 Logistic 离散系统的原理如下

一维 Logistic 离散系统的动力学方程为

$$x_{n+1}=\mu x_n(1-x_n) \tag{1}$$

式中 x 为系统的状态变量,μ 为系统的参量.假设参量 μ 的取值已使得式(1)所描述的系统处于混沌态,对式(1)决定的系统中的变量进行脉冲反馈,即从第 n 次迭代开始,每隔 p 次,将分离出的系统变量 x_n 的一部分 γx_n 再反馈到系统中去,γ 是反馈系数,这便是变量脉冲反馈(VPF)方法.

本文设计的控制方法为:

设 N 维连续非线性混沌系统的动力学方程具有如下形式

$$\mathrm{d}x_i/\mathrm{d}t=f_i(\{x_i\},\{\mu_k\}) \quad (i=1,2,\cdots,N,k=1,2,\cdots,m) \tag{2}$$

式中 x_i 为系统的状态变量,μ_k 为系统的参量.

对系统(2)实施变量变化率脉冲反馈,从 t 时刻开始,每隔 Δt 时间把正比与系统变量变化率的如下形式

$$\mathrm{d}x_i'/\mathrm{d}t=(1+\gamma_i)\mathrm{d}x_i/\mathrm{d}t \tag{3}$$

即

$$\mathrm{d}x_i'/\mathrm{d}t=\begin{cases}\mathrm{d}x_i/\mathrm{d}t & t\neq g\Delta t \quad (g=1,2\cdots)\\ (1+\gamma_i)\mathrm{d}x_i/\mathrm{d}t & t=g\Delta t \quad (g=1,2\cdots)\end{cases} \tag{4}$$

反馈到系统中去,其中 γ_i 为反馈系数,Δt 为脉冲间隔.这种控制方法我们称之为变量变化率脉冲反馈(VRPF)方法.由于这种方法实质上相当于将脉冲反馈控制施加在整个混沌系统 $f_i(\{x_i\},\{\mu_k\})$ 上,

*国家自然科学基金(No.10175032)、辽宁省教育厅自然科学基金(No.202122023)资助项目
Tel:0411-4259566 Email:lshdg@sina.com.cn
收稿日期:2003-05-13

所以在对多个变量的混沌系统实施控制时不必对系统中的某个变量进行分离,因而操作起来方便可行.

设系统在参量 $\mu_k=\mu_{k0}$ 处有不稳定的不动点 $\{x_i^{(F)}\}$,将脉冲控制起作用时的式(4)在 $\{x_i^{(F)}\}$ 附近进行 Taylor 展开,求得其 $N\times N$ 阶 Jacobi 矩阵为

$$T=\left|(1+\gamma_i)\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{\{x_i^{(F)}\},\mu_{k0}}\right| \quad (i,j=1,2,\cdots N) \tag{5}$$

其本征值方程为

$$\left|(1+\gamma_i)\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{\{x_i^{(F)}\},\mu_{k0}}-\lambda_i\delta_{i,j}\right|=0 \quad (i,j=1,2,\cdots N) \tag{6}$$

当上式 $N\times N$ 阶 Jacobi 矩阵的本征值方程中所有本征值 λ_i 的模 $|\lambda_i|<1$ 时,系统(2)将得到稳定控制[8].

2 控制结果

将本文提出的变量变化率脉冲反馈(VRPF)法用于控制单模激光 Haken-Lorenz 系统混沌系统,以检验此方法的有效性.

单模激光 Haken-Lorenz 系统是一个三变量动力学方程组[9],即

$$\begin{cases}\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=\sigma(y-x)\\ \mathrm{d}y/\mathrm{d}t=(\mu-z)x-y\\ \mathrm{d}z/\mathrm{d}t=xy-bz\end{cases} \tag{7}$$

式中 σ、μ、b 为参量,$\sigma=10$,$\mu=30$,$b=8/3$. 在上述参量范围内,式(7)所描述的系统是不稳定的. 不稳定的非线性系统的演化模式可以通过求系统的 Lyapunov 指数判定,它是判定系统动力学行为的有效手段. 作出该系统的最大 Lyapunov 指数 λ_{max} 随参数 μ 变化的关系曲线如图 1 所示,由图中可以看出,系统参量 σ、μ、b 取上述数值时,最大 Lyapunov 指数为正值,可以判定系统此时的演化模式为混沌态[10]. 作出 xz 平面内的混沌吸引子如图 2 所示.

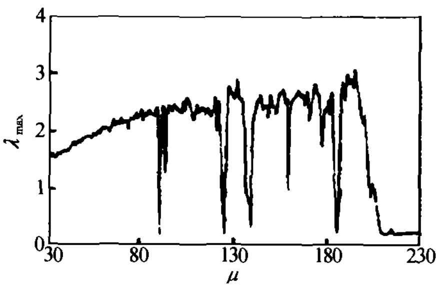


图 1　Lyapunov 指数曲线($\sigma=10$,$\mu=30$)

Fig. 1　Lyapunov exponent

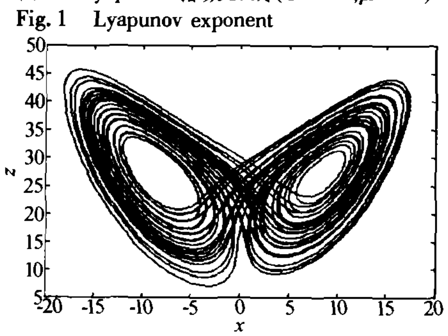


图 2　混沌吸引子($\sigma=10$,$\mu=30$,$b=8/3$)

Fig. 2　Chaotic attractor

对式(7)所表示的单模激光 Haken-Lorenz 系统施加变量变化率脉冲反馈,为计算机模拟方便起见,将式(7)这样的连续混沌系统改写成其差分方程,则有

$$\begin{cases}x_{n+1}=x_n+\sigma(y_n-x_n)\Delta t(1+\gamma_1\delta_{n,j\Delta n})\\ y_{n+1}=y_n+[(\mu-z_n)x_n-y_n]\Delta t(1+\gamma_2\delta_{n,j\Delta n})\\ z_{n+1}=z_n+(x_ny_n-bz_n)\Delta t(1+\gamma_3\delta_{n,j\Delta n})\end{cases}$$
$$(j=1,2,\cdots\cdots) \tag{8}$$

模拟过程中步长 Δt 取 0.01,通过适当的选取反馈系数 γ_1、γ_2、γ_3 和脉冲间隔 Δn,可以将系统稳定在不同的周期轨道.

固定系统参量 σ、μ、b 仍为原数值不变,取脉冲间隔 $\Delta n=2$,调节反馈系数 γ_1、γ_2、γ_3,当 $\gamma_1=-0.36$,$\gamma_2=-1.29$,$\gamma_3=-1.32$ 时,发现此时受控制的单模激光 Haken-Lorenz 系统式(8)的最大 Lyapunov 指数 λ_{max} 由正值变为负值,说明系统的动力学行为发生了变化,计算机模拟结果表明此时系统处于稳定的周期 1(1p)轨道(图 3 所示). 继续改变反馈系数 γ_1、γ_2、γ_3 的数值,可以获得周期 2(2p)(图 4 所示)、周期 3(3p)(图 5 所示)…2^mp、3^np 以及 $2^mp\times3^np$ 这样各种周期不同的稳定轨道,说明这种控制方法的控制域极宽.

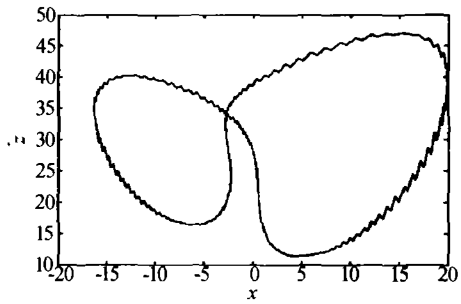

($\Delta n=2$,$\gamma_1=-0.36$,$\gamma_2=-1.29$,$\gamma_3=-1.32$)

图 3　1p 周期轨道

Fig. 3　1p periodic orbit

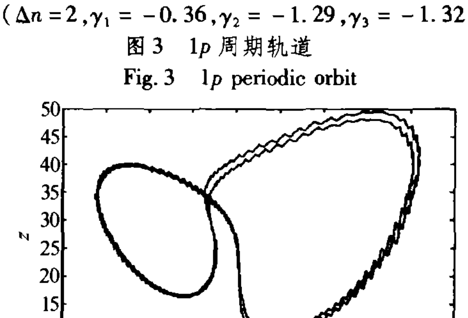
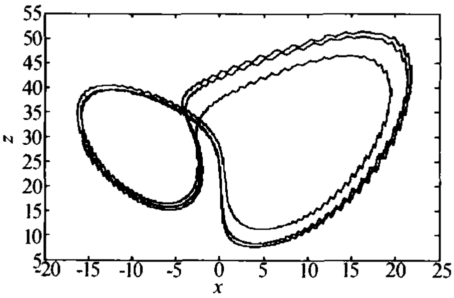

($\Delta n=2$,$\gamma_1=-0.36$,$\gamma_2=-1.29$,$\gamma_3=-1.276$)

图 4　2p 周期轨道

Fig. 4　2p periodic orbit

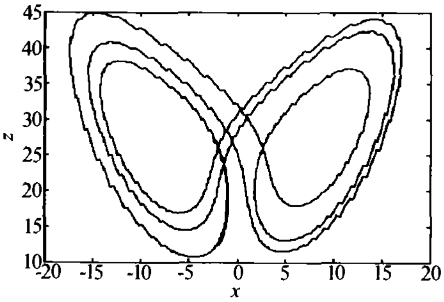
在数值模拟中还发现，获得同一周期轨道的反馈系数和脉冲间隔并不是唯一的，即不同组的反馈系数和脉冲间隔可以将系统控制在同一周期轨道上，如图5和图6所示，尽管反馈系数和脉冲间隔取值不同，但系统均可以被控制在周期3($3p$)轨道，只是轨道的形状略有差别，对于其它稳定的各周期轨道情况亦是如此．



($\Delta n=2,\gamma_1=-0.36,\gamma_2=-1.29,\gamma_3=-1.272$)

图5 $3p$ 周期轨道

Fig. 5 $3p$ periodic orbit



($\Delta n=3,\gamma_1=-0.4,\gamma_2=-1.5,\gamma_3=-1.1$)

图6 $3p$ 周期轨道

Fig. 6 $3p$ periodic orbit

3 结论

本文设计了一种控制非线性系统中混沌的新方法——变量变化率脉冲反馈(VRPF)法，介绍了此方法的控制原理，并给出了被控系统得到稳定控制的条件．将此方法应用到单模激光Haken-Lorenz系统混沌的控制中，计算机模拟结果表明，这种控制方法控制域极宽，通过恰当地选择反馈系数和脉冲间隔，可以将系统稳定在$1p$、$2p$、$3p\cdots2^m p$、$3^n p$以及$2^m p\times3^n p$这样多种不同的周期轨道上，并且不同组的反馈系数和脉冲间隔可以将系统控制在同一周期轨道上，只是轨道的形状略有差别，说明获得同一周期轨道的反馈系数和脉冲间隔并不是唯一的．

参考文献

1 Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Cotrolling chaos. *Phys Rev Lett*, 1990, **64**(11): 1196 ~ 1199

2 Ditto W L, Rauseo S N, Spano M L. Experiment control of chaos. *Phys Rev Lett*, 1990, **65**(26): 3211 ~ 3214

3 Dressler U, Nitsche G. Controlling chaos using time delay coordinates. *Phys Rev Lett*, 1992, **68**(1): 1 ~ 4

4 Braiman Y, Goldhirsch I. Taming chaotic dynamics with weak periodic perturbations. *Phys Rev Lett*, 1991, **66**(20): 2545 ~ 2548

5 Pyragas K. Continuous continuous control of chao by self-controlling feedback. *Phys Lett* (*A*), 1992, **170**(6): 421 ~ 428

6 吕翎，李成仁．混合光学双稳系统混沌的控制．光电子·激光，2002，**13**(11)：1187 ~ 1189

Lü L, Li C R. *J Optoelectro Laser*, 2002, **13**(11): 1187 ~ 1189

7 Guemez J, Matias M A. Controlling of chaos in unidimensional map. *Phys Lett*(*A*), 1993, **181**: 29 ~ 32

8 吕翎．非线性动力学与混沌．大连：大连出版社，2000. 47 ~ 52

Lü L. Nonlinear dynamics and chaos. Dalian: Dalian Publishing House, 2000. 47 ~ 52

9 吕翎，李成仁，陆博翘．单模激光混沌特性的理论研究．光学技术，1998，**24**(2)：35 ~ 43

Lü L, Li C R, Lu B Q. *Opt Tech*, 1998, **24**(2): 35 ~ 43

10 吕翎．非线性动力学与混沌．大连：大连出版社，2000. 130 ~ 133

Lü L. Nonlinear dynamics and chaos. Dalian: Dalian Publishing House, 2000. 130 ~ 133

A Valid Method of Controlling Chaos in Single-mode Laser Haken-Lorenz System

Lü Ling, Luan Ling, Du Zeng
Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029
Received date: 2003-05-13

Abstract A new method controlling chaos in nonlinear systems, variable rate pulse feedback (VRPF), was presented based on the method of variable pulse feedback (VPF) and was applied to Haken-Lorenz system, a single-mode laser system. The numerical simulation results showed that the different stable periodic orbits $1p$、$2p$、$3p$ $\cdots 2^m p$、$3^n p$ and $2^m p \times 3^n p$ were obtained as the parameter of feedback coefficients and pulse interval were chosen felicitously. In the same period orbit, however, the parameter values were not exclusive.

Keywords Single-mode laser; Haken-Lorenz system; Lyapunov exponent; Chaotic control; Periodic orbit

Lü Ling was born in 1960. She received the M. S. degree in theoretical physics from Liaoning Normal University, in 1988. Now she is a professor at department of physics, Liaoning Normal University. Her research interest is in nonlinear physics.