

光纤端面衍射场光束参数及其测量*

林斌¹ 王科¹ 郭福源^{1,2}

(1 浙江大学光电系, 现代光学仪器国家重点实验室, 国家光学仪器工程技术研究中心, 杭州 310027)

(2 福建师范大学激光研究所, 福州 350007)

摘要 基于非傍轴标量光束的传播理论和横截面上光强的精确描述, 分析了光纤端面衍射场光束特征参数的解析表达式, 并与傍轴近似条件下的结论进行了比较. 证明了傍轴近似对于弱导光纤的合理性, 但是随着光纤相对折射率差 Δ 增大, 傍轴近似由于忽略了衍射角度, 远场发散角角半径和 M^2 因子比考虑衍射角度时偏小. 最后提出了一种可行的实验测量光束参数的方法, 这种方法没有忽略衍射角度影响, 从理论上说, 比傍轴近似更为客观可靠.

关键词 非傍轴标量光束; 衍射; 光束近场模场半径; 远场发散角角半径; M^2 因子; 角谱

中图分类号 TN25; O441 **文献标识码** A

0 引言

在激光技术及其应用领域, 光束特征参数是极为重要的物理量. 参照 ISO 11146:1999 国际标准^[1], 光纤端面衍射场光束的特征参数可由近场模场半径、远场发散角角半径、光束传输因子 (Beam Propagation Factor) M^2 三个特征参数描述. 二十世纪九十年代初, 由 A. E. Siegman 建议用二阶矩方法定义的光束束腰, 远场发散角及 M^2 因子, 统一描述激光光束质量^[2], 这种方法定义的光束参数适合于傍轴标量光束. 曹清等将 A. E. Siegman 的二阶矩方法推广到了非傍轴标量光束, 定义了更加普遍的光束特征参数和 M^2 因子^[6,7].

文献[3]在傍轴近似的条件下, 推导了用远场频谱 (光强相对分布) 描述光纤 LP_{01} 模衍射场光束特征参数的解析表达式, 提出了用频谱测量光束参数的方法. 本文则基于角谱传播理论和横截面上光强的精确描述^[6], 研究了光纤端面衍射场光束特征参数更为普遍的解析表达式和实验测量方法, 用光纤模场的衍射角谱计算了 LP_{01} 模非傍轴标量衍射场光束特征参数, 并和傍轴近似下的结果^[3]作了比较.

在实验中, 光纤端面衍射场的光束参数的测量可以转化为角谱的测量. 傍轴近似的条件下, 用截面上的光强相对分布来代替角谱分布的平方. 然而, 对于非傍轴衍射光束, 需要考虑衍射角度的影响, 严格地说, 角谱分布的平方不再是远场截面的光强相对分布, 要得到实际的衍射角谱, 则需采用与傍轴近似不同的测量方法.

1 光纤端面衍射场的光束参数

选择图 1 所示的柱面坐标系 (r, φ, z) 描述光纤端面衍射场, 衍射光束沿 $z > 0$ 方向传播, 观察面位于远场的横截面上.

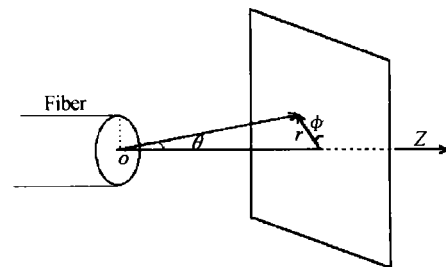


图 1 描述光纤端面衍射的坐标系

Fig. 1 Coordinates used to describe the diffracted field of fiber end face

以下分别讨论描述光纤端面衍射场光束的三个特征参数.

1.1 光束近场模场半径

基于 K. Petermann 的光纤模场定义^[4,5], 光纤端面衍射场二阶矩近场模场半径由光纤结构参数决定, 用光纤内的模场分布函数表示为

$$W_{SM}^2 = \frac{\int_0^\infty |\Psi_0(r)|^2 r^3 dr}{\int_0^\infty |\Psi_0(r)|^2 r dr} \quad (1)$$

$\Psi_0(r)$ 是光纤的模场分布函数. “ $\|$ ” 为复数取模的运算, 下标 “SM” 标注二阶矩定义.

由于光纤直径线度为微米数量级, 直接从式 (1) 测量衍射场的近场模场半径显然十分困难. 利用傅里叶光学的帕塞法定理 (Parseval principle)^[7] 和式 (1), 光纤模场半径可以用角谱 $\bar{\Psi}_0(\xi)$ 表示为

* 浙江省自然科学基金 (601133) 资助项目

Tel: 0571-87951213 Email: wjlin@zdphton.com

收稿日期: 2003-04-22

$$W_{SM}^2(0) = \frac{\lambda^2 \int_0^1 \left[\frac{\partial \tilde{\Psi}_0(\xi)}{\partial \xi} \right]^2 \xi d\xi}{2\pi^2 \int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi d\xi} \quad (2)$$

$\tilde{\Psi}_0(\xi)$ 为 $\Psi_0(r)$ 的 m 阶汉克尔 (Hankel) 变换. 为方便起见, 设光纤模场分布绕 z 轴旋转对称, 于是 $\tilde{\Psi}_0(\xi)$ 由 $\Psi_0(r)$ 作零阶汉克尔变换表示

$$\tilde{\Psi}_0(\xi) = \int_0^{\infty} \Psi_0(r) J_0(k_0 \xi r) r dr \quad (3)$$

$k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 是衍射空间波长为 λ_0 的波矢, $\xi = \sin \theta$, θ 为衍射方向和 z 轴的夹角, $J_0(k_0 \xi r)$ 为零阶贝塞尔 (Bessel) 函数.

由衍射角谱定义的近场模场半径式(2)与光纤模场定义的近场模场半径式(1)等效, 可以通过远场角谱的测量来计算近场模场半径.

1.2 远场发散角角半径

非傍轴光束的远场发散角角半径定义为: 衍射场光束二阶矩半径 $W(z)$ 的远场渐近线与 z 轴的夹角^[7].

$$\tan^2 \theta_{np} = \lim_{z \rightarrow \infty} \left[\frac{dW(z)}{dz} \right]^2 \quad (4)$$

下标 np 标注非傍轴光束.

衍射场光束的二阶矩半径 $W(z)$ 为^[7]

$$W^2(z) = \frac{4\pi \int_0^{\infty} I(r, z) r^3 dr}{p(z)} \quad (5)$$

式中, $I(r, z)$ 是衍射空间横截面上的光强分布函数, $p(z)$ 是通过截面的光束能量

$$p(z) = 2\pi \int_0^{\infty} I(r, z) r dr \quad (6)$$

非傍轴标量衍射理论需要考虑衍射角度对衍射场截面上光强的影响. 应采用光强的精确描述, 远场横截面上光强分布函数为^[7,9]

$$I(r, z) = \text{Re} \left\{ \frac{-i}{k_0} \Psi^*(r, z) \frac{\partial \Psi(r, z)}{\partial z} \right\} \quad (7)$$

式中 Re 表示复数取实部, “*” 号表示复共轭, $\Psi(r, z)$ 是在衍射空间纵坐标为 z 处的光场模场分布函数.

考虑到角谱的传播关系

$$\tilde{\Psi}_z(\xi) = \tilde{\Psi}_0(\xi) \exp(i\gamma k_0 z) \quad (8)$$

式中 $\tilde{\Psi}_z(\xi)$ 是衍射场光场分布函数 $\Psi(r, z)$ 的零阶汉克尔变换, $r = \cos \theta$.

利用帕塞法定理和式(5)~(8), 可将远场光束二阶矩半径表示为

$$W^2(z) = \frac{\lambda^2}{\pi p(z)} \text{Re} \left[\int_0^1 \frac{\partial [\tilde{\Psi}_z(\xi) \gamma]}{\partial \xi} \frac{\partial \tilde{\Psi}_z^*(\xi)}{\partial \xi} \xi d\xi \right] \quad (9)$$

通过任一截面的光束能量 $p(z)$ 为守恒量

$$p(z) = p(0) = \int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi \gamma d\xi \quad (10)$$

由式(4)~(10)可得到衍射光束的远场发散角角半径 θ_{np} 由 $\tilde{\Psi}_0(\xi)$ 表示为

$$\tan^2 \theta_{np} = \frac{2 \int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi^3 / \gamma d\xi}{\int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi \gamma d\xi} \quad (11)$$

如果参照傍轴近似下定义的二阶矩远场发散角角半径^[3], 可以定义非傍轴光束的二阶矩远场发散角角半径为

$$\tan^2 \theta_p = \frac{2 \int_0^1 \tan^2 \theta I(\xi) \xi d\xi}{\int_0^1 I(\xi) \xi d\xi} \quad (12)$$

式中 $\tan \theta = \xi/\gamma$, $I(\xi)$ 是在截面 z 上任一点 A 的光强随角度 θ 的分布函数, AO 与 z 轴的夹角为 θ , 由式(10), 角度 θ 方向上光强为: $I(\xi) = \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi \gamma$. 于是从式(12)很容易化简得到与式(11)相同的远场发散角角半径表达式.

在傍轴近似下 $\gamma \approx 1$, 远场发散角角半径的表达式为^[3]

$$\theta_p \approx \tan^2 \theta_p = \frac{2 \int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi^3 d\xi}{\int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi d\xi} \quad (13)$$

比较式(11)和式(13)的分子项和分母项, 由于 $\gamma = \cos \theta \leq 1$

$$\int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi^3 / \gamma d\xi > \int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi^3 d\xi \quad (14)$$

$$\int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi \gamma d\xi < \int_0^1 \tilde{\Psi}_0^2(\xi) \xi d\xi \quad (15)$$

因此 $\theta_p < \theta_{np}$. 即对衍射光束作傍轴近似 $\gamma = 1$ 的结果是, 所得的远场发散角角半径偏小.

1.3 光束传输因子 M^2

光束传输因子 M^2 是表征激光空间光束质量的重要参量.

非傍轴标量衍射光束的 M^2 因子定义为^[7]

$$M_{np}^2 = \frac{\pi W_{SM} \tan \theta_{np}}{\lambda} \quad (16)$$

傍轴近似下, 衍射光束的 M^2 因子定义为

$$M_p^2 = \frac{\pi W_{SM} \theta_p}{\lambda} \quad (17)$$

2 光纤 LP₀₁ 模的衍射角谱

阶跃折射率分布弱导光纤, LP₀₁ 模光场分布函数与柱坐标系下的角向坐标 φ 无关, 绕 z 轴旋转对称分布. 由麦克斯韦 (Maxwell) 方程组的边界条件, 光纤输出端两侧电场, 磁场切向分量连续, 因此 LP₀₁ 模衍射场的初始场分布与光纤波导的模式场分布相同. 作初始场的零阶汉克尔变换即可得到远场衍射

角谱. 当 $S \neq U$ 和 $S = U$ 时 LP_{01} 的远场角谱分别为^[3]

$$\tilde{\Psi}_0(\xi) = a^2 \frac{V^2}{(U^2 - S^2)(W^2 + S^2)} \cdot \left[\frac{UJ_1(U)J_0(S)}{J_0(U)} - SJ_1(S) \right] \quad S \neq U \quad (18)$$

$$\tilde{\Psi}_0(\xi) = a^2 \frac{J_0(U)^2 + J_1(U)^2}{2J_0(U)} \quad S = U \quad (19)$$

式中 $S = k_0 a \xi$, a 为光纤芯层半径. U 和 W 分别表示芯层驻波参量和包层衰减参量, 满足圆柱波导 LP_{01} 模的特征方程

$$U \frac{J_1(U)}{J_0(U)} = W \frac{K_1(W)}{K_0(W)} \quad (20)$$

$$V = (W^2 + U^2)^{1/2} \quad (21)$$

归一化频率 $V = a \sqrt{2n_1^2 \Delta} / \lambda_0$, Δ 是阶跃光纤的相对折射率差, 由芯层和包层的有效折射率 n_1, n_2 决定: $\Delta = (n_1^2 - n_2^2) / 2n_1^2$.

根据式(18)~(21), 在固定的相对折射率差 Δ 值和归一化频率 V 值时, 光纤有固定的模场分布和衍射角谱, 因此, 可以得出以下结论, 衍射光束的三个特征参数值由 Δ, V 决定.

3 特征参数的数值计算和分析

选取衍射光束波长为光通信的中心波长1550 nm, 光纤芯层的折射率 $n_1 = 1.48$, 通过对包层掺杂的控制可以得到不同的包层折射率和模场分布. 对于弱导光纤, $\Delta \ll 1$, 但此处为了便于从图表来表示傍轴近似的结果与采用非傍轴理论时的差别, 分别选取相对折射率差的值为 0.5%, 5%, 10%.

3.1 光束近场模场半径

Petermann 定义的二阶矩近场模场半径 W_{SM} 由光纤本身的结构参数决定, 可以由衍射角谱来描述.

相对折射率差 $\Delta = 0.5\%, 5\%, 10\%$ 时, 二阶矩定义的光束近场模场半径 W_{SM} 随归一化频率 V 的变化曲线如图 2 所示.

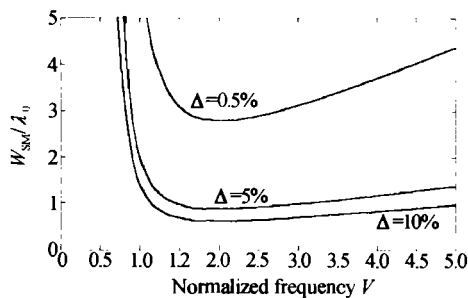


图 2 光束近场模场半径随归一化频率 V 的变化曲线
Fig. 2 Mode field radii at near field versus normalized frequency

对于同一个归一化频率 V , 相对折射率差增大

时, 光束近场模场半径减小.

光纤具有不同相对折射率差时, 近场模场半径取最小值的条件为: $V = 2.0660$.

3.2 远场发散角半径

在相对折射率差分别为 0.5%, 5%, 10% 时, 衍射光束远场发散角半径随归一化频率 V 的变化曲线如图 3 所示.

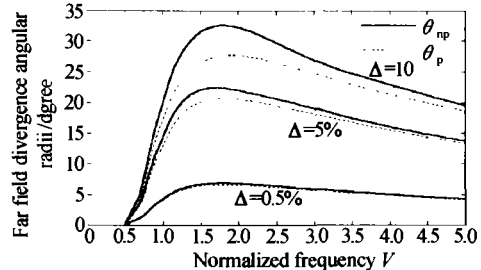


图 3 远场发散角半径随归一化频率的变化曲线
Fig. 3 Far field divergence angular radii versus normalized frequency

图中实线为非傍轴标量光束的远场发散角半径, 虚线为作傍轴近似的结果.

由图可见, Δ 越小, 虚线和实线越接近, 同一个归一化频率 V , 非傍轴光束的远场发散角半径和采用傍轴近似下的远场发散角径都随 Δ 减小而减小.

对于非傍轴标量光束, 不同的 Δ 下, 远场发散角取最大值的条件为: $V = 1.7889$.

3.3 M^2 因子

在光纤具有不同相对折射率差时, 衍射光束的光束传输因子 M^2 随归一化频率 V 的变化曲线如图 4 所示.

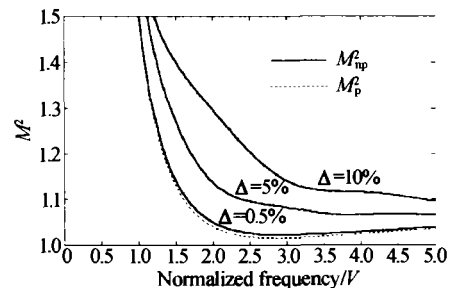


图 4 M^2 因子随归一化频率的变化曲线
Fig. 4 M^2 versus normalized frequency

傍轴标量近似下, 光束传输因子 M^2 的解析表达式^[3]中变量仅含 U, W , 与相对折率差 Δ 无关, M^2 随归一化频率变化曲线为图中虚线.

对于非傍轴标量光束, M^2 因子不仅与 U, V 有关, 还与相对折射率差 Δ 有关. 对于同一个归一化频率 V , 光纤的相对折射率差越大, 衍射光束的 M^2 因子越大. 当相对折射率差 $\Delta \rightarrow 0$ 时, $M_{np}^2 \rightarrow M_p^2$. 且 $M_{np}^2 > M_p^2$.

4 实验测量

由理论计算可知, LP_{01} 模衍射光束的光束参数可由初始场的零阶汉克尔变换 $\tilde{\Psi}_0(\xi)$ 计算. 因此设计实验中, 测量光束参数的任务就是测量角谱.

参照测量远场光功率谱的装置^[11,12], 如图 5 所示, 探针在以光纤端面中心为圆心, 半径为 R 的竖直圆周上移动.

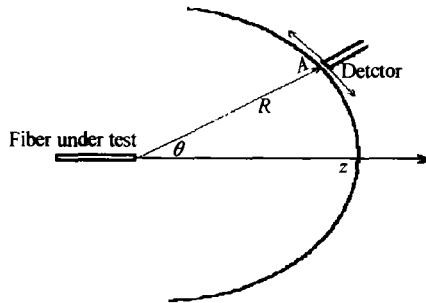


图 5 远场扫描装置

Fig. 5 Far field scanning device

圆周上 A 点处的场矢量为

$$\Psi(R, \xi) = \frac{-i \exp(ik_0 R) \gamma \tilde{\Psi}_0(\xi)}{R} \quad (22)$$

所以探针在 A 点实际测得的光强应为

$$I(\xi) = |\Psi(R, \xi)|^2 \propto |\tilde{\Psi}_0(\xi) \gamma|^2 \quad (23)$$

由于二阶矩问题所关心的是光强相对分布函数, 可以忽略式(23)中比例常数, 以 $I(\xi)^{1/2}/\gamma$ 代替 $|\tilde{\Psi}_0(\xi)|$.

由式(2)和式(23), 实验测量光束近场模场半径的表达式为

$$W_{SM}^2 = \frac{\lambda^2 \int_0^1 \left[\frac{\partial [\sqrt{I(\xi)} \gamma^{01}]}{\partial \xi} \right]^2 \xi d\xi}{2\pi^2 \int_0^1 I(\xi) \xi / \gamma^2 d\xi} \quad (24)$$

傍轴近似下, $\gamma \approx 1$, $\xi \approx \theta$, 近场模场半径实验测量上的表达式为

$$W_{SM}^2 = \frac{\lambda^2 \int_0^1 \left[\frac{\partial [\sqrt{I(\theta)}]}{\partial \theta} \right]^2 \theta d\theta}{2\pi^2 \int_0^1 I(\theta) \theta d\theta} \quad (25)$$

由式(11), 实验上测量远场发散角角半径的表达式为

$$\tan^2 \theta_{np} = \frac{4\pi^1}{p^0} \int_0^1 I(\xi) \xi^2 / \gamma^2 d\xi \quad (26)$$

式中 p 为通过整个圆周面的光束能量, 在实验中可以直接测量. 傍轴近似下测量远场发散角角半径的表达式则为

$$\theta_p^2 = \frac{4\pi^{\frac{\pi}{2}}}{p^0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\theta) \theta^3 d\theta \quad (27)$$

5 结论与分析

1) 对于光纤端面衍射场光束参数的理论计算来说, 采用傍轴近似与否, 直接影响的是远场发散角角半径的解析表达式. 在相对折射率差 Δ 很小时, 非傍轴光束的远场发散角角半径和采用傍轴近似所得的结果相差亦很小. 随着 Δ 增大, θ_{np} 和 θ_p 差异逐渐增大, 从理论上说, 考虑衍射角度的影响, 采用非傍轴远场发散角角半径的表达式(11)是更客观的描述.

2) 光纤端面衍射场的近场模场半径理论上由式(2)描述, 可以通过测量角谱来计算. 采用傍轴近似与否, 影响的是实验测量角谱的结果. 考虑衍射角度时, 测得的角谱由 $[I(\xi)/\gamma]^{1/2}$ 表示, 模场半径在实验中由式(24)计算.

3) 傍轴近似下, 衍射光束的 M^2 因子与相对折射率差无关, 是非傍轴标量光束在相对折射率差趋近于零时 M^2 因子的极限值. 当相对折射率差 $\Delta > 0$ 时, $M_{np}^2 > M_p^2$. 由傍轴标量光束的 M^2 因子 $M_p^2 \geq 1$, 可以得到 LP_{01} 模非傍轴标量衍射的 M^2 因子 $M_{np}^2 > 1$ 的结论.

参考文献

- ISO 11146: 1999, TC 172/ SC 9. Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam parameters - Beam widths, divergence angle and beam propagation factor. 1999
- Siegman A E. New developments in laser resonators. *Proc of SPIE*, 1990, 1224: 2 ~ 20
- 郭福源, 林斌, 陈钰清, 等. 光纤端面衍射场的光束参数, 浙江大学学报(工学版), (已录用)
Guo F Y, Lin B, Cheng Y Q, et al. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)* (to published)
- Petermann K. Fundamental mode micro-bending loss in graded index and W fibers. *Journal of Optical and Quantum Electronics*, 1977, 9(2): 167 ~ 175
- Petermann K. Constraints for fundamental-mode spot size for broadband dispersion-compensated single-mode fibers. *Journal of Electronics Letters*, 1983, 19(18): 712 ~ 713
- 曹清, 邓锡铭, 郭弘. 横截面上光强的精确表述. *光学学报*, 1996, 16(7): 897 ~ 902
Cao Q, Deng X M, Guo H. *Acta Optica Sinica*, 1996, 16(7): 897 ~ 902
- 曹清, 邓锡铭, 郭弘. 非傍轴光束的光束质量因子 I 定义. *光学学报*, 1996, 16(9): 1217 ~ 1222
Cao Q, Deng X M, Guo H. *Acta Optica Sinica*, 1996, 16(9): 1217 ~ 1222
- 曹清, 邓锡铭, 郭弘. 非傍轴光束的光束质量因子 II 特性分析. *光学学报*, 1996, 16(10): 1345 ~ 1349

- Cao Q, Deng X M, Guo H. *Acta Optical Sinica*, 1996, **16** (10):1345 ~ 1349
- 9 Porras M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beams. *Optik*, 1999, **110**(9):417 ~ 420
- 10 周国泉, 赵道木, 王绍民. 平面波经微小圆孔衍射的传输特性. *光子学报*, 2002, **31**(7):874 ~ 876
Zhou G Q, Zhao D M, Wang S M. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(7):874 ~ 876
- 11 Coppa A G, *et al.* Mode Field diameter measurements in single-mode optical fibers. *Journal of Lightwave Technology*, 1989, **7**(8):1139 ~ 1152
- 12 Freude W, Sharma A. Refractive-index profile and modal dispersion prediction for a single-mode optical wave guide from its far-field radiation pattern. *Journal Lightwave Technology*, 1985, **3**(3):628 ~ 634
- 13 羊国光, 宋菲君. 高等物理光学. 合肥: 中国科技大学出版社, 1991. 67 ~ 76
Yang G G, Song F J. *Advanced physical optics*. Heifei: Press of USTC, 1991. 67 ~ 76
- 14 徐锦心, 赵道木, 周国泉, 等. 半导体激光器的 M^2 因子可以小于 1. *光子学报*, 2001, **30**(3):381 ~ 383
Xu J X, Zhao D M, Zhou G Q, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(3):381 ~ 383

Beam Parameters in Diffracted Field of Fiber End Face and the Measurement

Lin Bin¹, Wang Ke¹, Guo Fuyuan^{1,2}

¹ CNERC for Optical Instrument, State Key Lab of Modern Optical Instrumentation, Department of Optical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027

² Institute of Laser, Fujian Normal University, Fuzhou 350007

Received date: 2003-04-22

Abstract Based on non-paraxial scalar light beam propagation and the accurate expression of light intensity at transverse plane in non-paraxial cases, the characteristic parameters of fiber end face diffracted beam are analyzed and compared with those calculated in paraxial cases. The results show paraxial approach is reasonable for weakly guided fibers, but for greater Δ , a paraxial approach way ignores the propagation angle, which makes the far field divergence angular radii and M^2 factor smaller than those described by a non-paraxial way. In the end, a practical way for measuring the beam characteristic parameters is also proposed, theoretically speaking, this method is more objective than a paraxial way because the light propagation angle is considered.

Keywords Non-paraxial scalar beam; Diffraction; Mode field radii at near field; Far field divergence angular radii; M^2 factor; Angular spectrum



Lin Bin was born in 1964. He received his Ph. D. degree in 1995 from department of information science and electronic engineering of Zhejiang University. Now he is a vice professor in the department of optical engineering of Zhejiang University. His major research fields include optics and beam transformation and optical waveguides design.