第33卷第3期
2004年3月

光 子 学 报
ACTA PHOTONICA SINICA

Vol. 33 No. 3
March 2004

平面光波导结构的FDTD分析*

孔繁敏 李 康 郭毅峰 刘 新
（山东大学信息科学与工程学院，济南 250100）

摘 要 将各向异性理想匹配层（APML）吸收边界条件用于平面光波导结构的时域有限差分法（FDTD）分析中，导出了APML媒质中适用于角域和边缘的通用差分方程，并对平行介质带定向耦合器进行了数值模拟和验证，所得数值解与解析解非常一致．该方法可用于任意复杂结构的平面光波导的计算机辅助设计与分析．

关键词 时域有限差分法；各向异性理想匹配层；平面光波导

中图分类号 TN252 **文献标识码** A

0 引言

随着光波导器件设计的日益复杂化以及非均匀、非线性、各向异性、损耗性材料在光电子器件中的应用，用解析法精确求解Maxwell方程组在此类器件中的解已变得极为困难，因此用数值方法对Maxwell方程组进行精确求解就变得势在必行．目前，光波导器件分析的常用数值方法为光束传播法（BPM）[1,2]和时域有限差分法（FDTD）[3,4]．BPM法计算简单、速度快，但它采用了非涅耳近似，忽略了由于光波导轴向的不均匀性而引起的反射波，而这些反射波在那些作为反射器的光波导器件中是不能被省略的．近年来，直接对Maxwell方程组求解的FDTD法已被应用于光波导器件的仿真和分析中．FDTD法是一种直接在时域把Maxwell旋度方程离散为差分方程进行求解的数值方法[5]，这一方法具有广泛的实用性，可以模拟复杂的电磁结构，对媒质的非均匀性、各向异性、色散特性和非线性问题均可精确模拟，因此已被广泛应用于电磁散射、电磁兼容、天线辐射、微波电路设计等实际的电磁场计算中[6]．

FDTD法的一个关键问题是吸收边界的处理，吸收边界的效果直接关系到FDTD计算的正确性和精确性，是影响FDTD计算品质的决定因素．J. P. Berenger于1994年首先提出了二维理想匹配层（PML）吸收边界条件的概念[7]，并由D. S. Katz和J. P. Berenger分别推广到三维情况[8,9]．1996年，S. D. Gedney提出了各向异性PML（APML）理论并用于FDTD区域的吸收边界[10]．与传统的二阶Mur吸收边界条件相比[11]，PML吸收边界条件可提高精度40 dB左右，是目前最好的吸收边界条件．

本文将APML吸收边界条件用于平面光波导结构的FDTD分析中，并对平行介质带定向耦合器进行了数值模拟和验证．

1 基本理论

图1为一典型平面光波导（平面介质波导）的纵向剖面图，x轴代表光波的传播方向，y轴代表厚度的方向，z轴代表宽度的方向．平面光波导的宽度一般为几个毫米，与光波的波长相比，可以认为是无限宽的，光波在这个方向上不受限制，即$\partial/\partial z=0$，这样选取坐标后，平面光波导的研究就成为二维问题了．

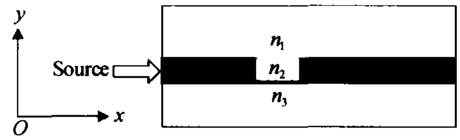

图1 平面介质波导

Fig. 1 Sketch of planar slab dielectric waveguide

对于TE波，只有H_x、H_y和E_z分量，Maxwell方程组可写成

$$\frac{\partial E_z}{\partial y}=-\mu\frac{\partial H_x}{\partial t} \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x}=\mu\frac{\partial H_y}{\partial t} \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}=\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}+\sigma E_z \tag{1.3}$$

采用中心差分法近似，可以得到式（1）的差分格式

$$H_x^{n+1/2}(i,j+1/2)=H_x^{n-1/2}(i,j+1/2)-\frac{1}{\mu}\frac{\Delta t}{\Delta y}(E_z^n(i,j+1)-E_z^n(i,j)) \tag{2.1}$$

$$H_y^{n+1/2}(i+1/2,j)=H_y^{n-1/2}(i+1/2,j)+\frac{1}{\mu}\frac{\Delta t}{\Delta x}(E_z^n(i+1,j)-E_z^n(i,j)) \tag{2.2}$$

$$E_z^{n+1}(i,j)=\frac{2\varepsilon-\sigma\Delta t}{2\varepsilon+\sigma\Delta t}E_z^n(i,j)+\frac{2\Delta t}{2\varepsilon+\sigma\Delta t}\cdot$$

---

*山东大学青年基金（编号：11170051310029）资助项目
Tel：0531-8366030 Email：kongfm@sdu.edu.cn
收稿日期：2003-04-28

$$\left(\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2,j)-H_y^{n+1/2}(i-1/2,j)}{\Delta x}-\frac{H_x^{n+1/2}(i,j+1/2)-H_x^{n+1/2}(i,j-1/2)}{\Delta y}\right) \tag{2.3}$$

式(2)中，Δx 和 Δy 分别为沿 x 和 y 方向的空间步长，Δt 为时间步长，i 和 j 分别为沿 x 和 y 方向的网格步长个数．为了使式(2)为达到数值稳定，时间步长 Δt 应满足 Courant 稳定性条件．

由于光波导中光场的分布是无限的，而计算机的存储容量是有限的，所以要用有限的网格空间模拟无限的光场分布区域必须在某处截断网格空间，这可以通过在计算区域的周围设置 PML 媒质实现．根据 APML 理论，TE 波的 Maxwell 方程组为

$$\frac{\partial E_z}{\partial y}=-\mathrm{j}\omega\mu\frac{s_y s_z}{s_x}H_x \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x}=\mathrm{j}\omega\mu\frac{s_x s_z}{s_y}H_y \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}=\mathrm{j}\omega\varepsilon\frac{s_x s_y}{s_z}E_z+\sigma E_z \tag{3.3}$$

式(3)中，s_x、s_y 和 s_z 定义为

$$s_\eta=1+\sigma_\eta/j\omega\varepsilon_0 \quad (\eta=x,y,z) \tag{4}$$

式(4)中，σ_x、σ_y 和 σ_z 分别为沿 PML 媒质中沿 x、y 和 z 方向的电导率，在二维情况下，可取 $\sigma_z=0$．为了能使电磁波在 PML 媒质中被有效吸收，σ_x、σ_y 在不同的区域应有不同的取值，这与 Berenger 的 PML 媒质中电导率参量的设置基本相同．

为了得到式(3)的差分格式，可采用引入辅助变量的方法进行．

以式(3.3)为例，定义

$$D=\varepsilon(1+\sigma_y/\mathrm{j}\omega\varepsilon_0)E_z \tag{5}$$

则式(3.3)可写为

$$\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}=\mathrm{j}\omega\left(1+\frac{\sigma_x}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\right)D_z+\sigma E_z \tag{6}$$

对于式(5)和式(6)，将其转换到时域并采用中心差分法近似，可以得到式(3.3)的差分方程

$$D_z^{n+1}(i,j)=\frac{2\varepsilon_0-\sigma_x\Delta t}{2\varepsilon_0+\sigma_x\Delta t}D_z^n(i,j)+\frac{2\varepsilon_0\Delta t}{2\varepsilon_0+\sigma_x\Delta t}\cdot \left(\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2,j)-H_y^{n+1/2}(i-1/2,j)}{\Delta x}-\frac{H_x^{n+1/2}(i,j+1/2)-H_x^{n+1/2}(i,j-1/2)}{\Delta y}\right) \tag{7.1}$$

$$E_z^{n+1}(i,j)=\frac{2\varepsilon_0-\sigma_y\Delta t}{2\varepsilon_0+\sigma_y\Delta t}E_z^n(i,j)+\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon(2\varepsilon_0+\sigma_y\Delta t)}\cdot (D_z^{n+1}(i,j)-D_z^n(i,j)) \tag{7.2}$$

式(3.1)和式(3.2)的差分方程也可以采用类似的方法得到．

2 数值计算实例

为了验证上述算法在光波导结构分析中的精度，我们对平行介质带定向耦合器进行了仿真和分析．定向耦合器由两条相同的介质带构成，如图 2 所示，其中 $n_1=2.9$，$n_2=2$，$D=0.25$ μm，$S=0.20$ μm，输入波波长 $\lambda=1.5$ μm．在计算中使用的网格的总数为 400 × 100 个，空间步长 $\Delta x=\Delta y=\Delta s=0.05$ μm，时间步长 $\Delta t=0.5n_2\Delta s/c_0$，PML 的厚度 $\delta=10\Delta s$，激励源采用 TE_0 模．

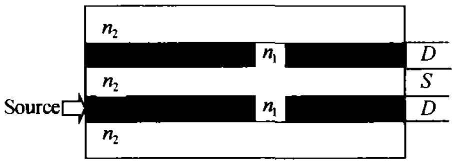

图 2 平行介质带定向耦合器

Fig. 2 Sketch of parallel-slab directional coupler

图 3 为计算所得平行介质带定向耦合器中电场幅度 $|E_z|$ 分布的图形，图 4 给出了第 1500 时间步时两波导中心的电场强度的分布．从两图中可以清晰地看出两波导之间的能量交换，在介质带中场幅最大值与最小值之间的距离为 4.9 μm（即耦合长度 $L=4.9$ μm），这与奇偶相位反转所需的精确解 $L=5.0$ μm 相比[12]，误差只有 2%．图 5 给出了不同间隙时计

图 3 平行介质带定向耦合器的 $|E_z|$ 分布

Fig. 3 $|E_z|$ distribution for the parallel-slab directional coupler

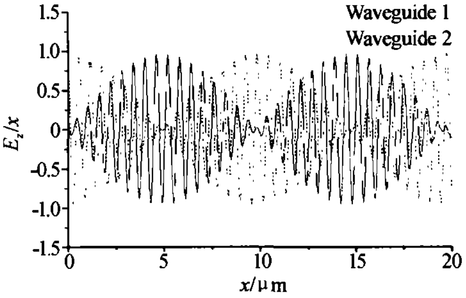

图 4 两波导中电场的分布（$t=1500\Delta t$）

Fig. 4 Ez distributions along the slab1 and slab2 respectively after 1500 time steps

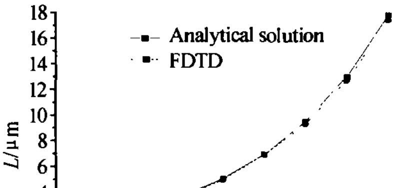

图 5 耦合长度计算结果与解析解的比较

Fig. 5 Comparison of the calculated results using FDTD and analytical solution

算所得的耦合长度与解析解的比较，可以看出，利用 FDTD 计算所得耦合长度与解析解基本吻合．产生误差的主要原因是数值色散，因此减少网格步长可提高计算精度．

3 结论

本文利用二维 FDTD 算法和 APML 吸收边界条件实现了平面光波导结构的一种数值分析方法，并编制程序对平行介质带定向耦合器了进行数值模拟和验证，所得结果与解析解非常一致．与解析法相比，该方法具有简单直观的特点，可用于任意复杂结构的平面光波导的计算机辅助设计与分析．

参考文献

1 Van Roey J, Donk J V D, Lagasse P E. Beam propagation method: analysis and assessment. *J Opt Soc Am*, 1981, **71** (7): 803 ~ 810

2 Huang W P, Xu C L, Chu S T, *et al.* The finite-difference vector beam propagation method: analysis and assessment. *IEEE J Lightwave Tech*, 1992, **10**(3): 295 ~ 305

3 Chu S T, Chaudhuri S K. A finite-difference time-domain method for the design and analysis of guided-wave optical structures. *IEEE J Lightwave Tech*, 1989, **7**(12): 2033 ~ 2038

4 Huang W P, Chu S T, Goss A, *et al.* A scalar finite-difference time-domain approach to guided-wave optics. *IEEE Photonics Tech Lett*, 1991, **3**(6): 524 ~ 526

5 Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans AP*, 1966, **14**(3): 302 ~ 307

6 Telfove A. Computional Electrodynamics: The finite-difference time-domain method, Norwood, MA: Artech House, 1995

7 Berenger J P. A perfectly match layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 1994, **114**(2): 185 ~ 200

8 Katz D S, Thiele E T, Taflove A. Validation and extention to three dimensions of the Berenger PML absorbing boundary condition for FD-TD meshs. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 1994, **4**(8): 268 ~ 270

9 Berenger J P. Three dimensional perfectly match layer for the absorption of electriomagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 1996, **127**(2): 363 ~ 379

10 Gedney S D. An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for truncation of FDTD lattices. *IEEE Trans Antennas and Propagation*, 1996, **44**(12): 1630 ~ 1639

11 Mur G. Absorbing Boundary Conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. *IEEE Trans EMC*, 1981, **23** (4): 377 ~ 382

12 Okamoto K. Fundamentals of optical waveguides. Academic Press, 2000, 142 ~ 148

FDTD Analysis of Planar Optical Waveguide Structures

Kong Fanmin, Li Kang, Guo Yifeng, Liu Xin

School of Information Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250100 *China*

Received date: 2003-04-28

Abstract An anisotropic perfectly matched layer (APML) absorbing boundary condition is used in the FDTD analysis of planar optical waveguide structures and the generalized APML difference equations are developed to handle the edges and corners of APML regions. The numerical simulations for the parallel-slab directional coupler are validated and presented. It is shown that the numerical results using FDTD method are in good agreement with the analytical solutions. This method can be applied in the computer-aided design and analysis of arbitrary planar optical waveguide structures.

Keywords Finite difference time domain method; Anisotropic perfectly matched layer; Planar optical waveguide structure

Kong Fanmin was born on March 23, 1969, in Shandong Province. He received Ph. D. degree from Department of Physics of Shandong University in 1999. Now he is an associate professor of Information Science and Engineering School at Shandong University. His research interests include numerical methods in modeling and design of microwave and optical devices.