

# 激光光腔内光场空间相干性的演化\*

徐 婕<sup>1</sup> 詹士昌<sup>1</sup> 程 成<sup>2</sup>

(1 杭州师范学院物理系, 杭州 浙江 310012)

(2 浙江工业大学应用物理系, 杭州 浙江 310032)

**摘要** 基于激光谐振腔的理想开腔模型及其在空间频率域的相干模式理论, 通过数值模拟分析了光腔内光场空间相干性的演化规律。以强度均匀的非相干光束为例, 考虑了一系列硬边光阑的衍射效应对腔内光场相干性演化的影响, 再现了腔内光场空间相干性的演化过程。数值计算结果表明: 空间相干性随光场在腔内振荡次数的增加逐渐趋于完全相干, 但对不同的光腔参量(如腔镜结构和腔镜面度), 空间相干性在腔内的演化规律有很大的区别。

**关键词** 光学谐振腔; 相干模式理论; 部分相干光束; 硬边光阑; 空间相干度

**中图分类号** TN241      **文献标识码** A

## 0 引言

激光的相干性是激光光束质量的重要指标, 高相干性的激光束在一些应用领域是非常重要的, 这也是激光理论所研究的主要课题<sup>[1]</sup>。但在自然界中存在的光, 大都是部分相干的, 理想的相干光和完全非相干光都是不存在的, 即使是单色性很高的激光, 从严格意义上讲也是部分相干的。由于部分相干光的传输特性与严格的相干光的传输规律有本质的区别, 所以, 利用部分相干光理论来研究部分相干激光的形成过程和传输规律显得十分必要<sup>[2,3]</sup>。

传统的分析激光谐振腔模式的理论都是基于完全相干的单色光理论, 如 Fox-Li 的激光腔共振模式理论<sup>[4]</sup>, 这一理论在激光物理和激光工程中已经起到了重要作用。其优点是对于任意光腔(稳定腔、非稳定腔和临界腔)模参量, 腔内光场的振荡模式在数学上都有严格的解。但是, 这种方法无法处理部分相干光问题, 也无法得到谐振腔内模式的相干信息及其变化规律。最早研究激光谐振腔模式空间相干性问题的理论是由 E. Wolf 在 20 世纪 60 年代提出的<sup>[5]</sup>, 他根据在准单色近似下的互强度积分方程从理论上分析了一个光阑序列的激光谐振腔模式的空间相干性, 表明当通过光阑足够多次时, 初始是准单色且空间部分相干或完全非相干的光最终将演变成完全空间相干的光, 他把这种现象归因于光场的传输和连续的衍射效应, 从而从理论上成功地解释了激光谐振腔空间相干性的来源。1984 年, E. Wolf 等人建立了激光谐振腔空间-频率域的相干模

式理论<sup>[6]</sup>, 发现了空间相干性的演化规律。对激光谐振腔内光场空间相干性变化规律进行具体研究的是 1993 年日本的 Shirai 等人做的<sup>[7]</sup>, 他们基于空间-频率域的相干模式理论研究了光通过一系列透镜和高斯振幅滤波器组成的系统的空间相干性的变化规律。与此同时, 在实验上也验证了激光腔内光场空间相干性的变化规律<sup>[8,9]</sup>: 随着激光束在腔内振荡次数的增加, 空间相干性会越来越好。

以上这些研究主要是针对高斯光腔, 即满足厄米-高斯近似条件<sup>[10]</sup>的光腔, 或者说考虑的是软边光阑的光学谐振腔。但对于实际的光学谐振腔, 其镜面或工作介质的尺寸都是有限的, 因而光阑的边界衍射效应起着不可忽略的作用。在这方面, 对于部分相干光通过单个硬边光阑的相干性的变化已有研究<sup>[11,12]</sup>, 表明边界衍射效应对光的相干性有明显的影响。本文通过数值模拟, 考虑不同的光腔参量(如腔镜结构和腔镜面度), 以及一系列硬边光阑所产生的边界衍射效应对腔内光场相干性演化的影响, 从而再现腔内光场空间相干性的演化过程和变化规律。

## 1 激光光束通过硬边光阑的相干模式理论

本文只研究非激活开腔(即无源开腔)。实际上, 激光理论和激光工程实践都表明, 非激活腔的模式可以作为存在增益介质时(激活腔)激光模式的良好近似。因为激活物质的作用主要在于补偿腔内本征电磁场在振荡过程中的能量损耗, 使之满足阈值条件, 形成和维持自激振荡。而激活物质对光场的空间分布和谐振频率的影响则是次要的, 不会使腔的模式发生质的改变。为突出开腔的主要特征, 以便简化分析, 本文基于这样一个理想的开腔模型:

\*浙江省自然科学基金资助项目(项目编号:602098)

Tel:0571-88804810 Email:xujie@hztc.edu.cn

收稿日期:2003-04-16

即两块反射镜片(平面的或曲面的)之间的介质是均匀的、各向同性的,且不考虑侧壁的不连续性,决定光场衍射效应的孔径仅与腔镜的大小有关.

一般来说,腔场的衍射孔径还应与介质径(纵)向的粒子数密度分布、温度分布、电场分布或激励源的非均匀性等许多因素有关,即使是气体激光器也不是真正没有侧面边界的,而且衍射孔径也不一定由镜的边缘所决定.但如果考虑那样一些因素,在不同介质的腔中就可能会有完全不同的传播模式,问题将变得十分复杂,以至于完全无法求解.上述的理想开腔模型能抽象并突出光学谐振腔的传播和衍射等一些本质特征,从一个方面反映光学模式在腔中的演化和传播规律,因而它的研究仍是有意义的.

如图1所示的开腔激光谐振腔结构, $M_1$ 为柱面反射镜,其焦距为 $f$ , $M_2$ 为平面反射镜(即 $f = \pm\infty$ ),两镜面宽度都为 $2a$ ,两镜面间距为 $L$ .由于本问题所考虑的是光场在谐振腔内多次往返传播过程中所发生的效果,因而图1(a)可以等效为一个由柱面透镜和光阑组成的周期性序列的光学系统,如图1(b)所示.

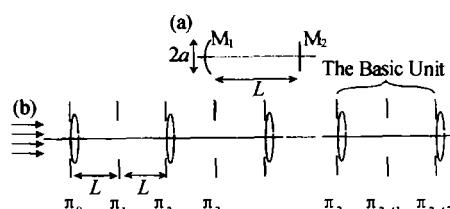


图1 激光谐振腔及其等效结构

Fig. 1 Schematic of a laser resonator and its equivalent structure

在旁轴近似条件下,激光谐振腔内光场交叉光谱密度的传输公式为<sup>[6]</sup>

$$W(r_1, r_2, \nu) = \frac{1}{\lambda_0^2 z^2} \int W_0(\rho_1, \rho_2, \nu) \cdot \exp \left[ \frac{ik}{2z} [(r_1 - \rho_1)^2 + (r_2 - \rho_2)^2] \right] d\rho_1 d\rho_2 \quad (1)$$

式中, $z$ 为传输距离; $\lambda_0$ 为光波长; $\rho_1, \rho_2$ 为入射平面坐标; $r_1, r_2$ 为接收平面坐标; $W_0, W$ 分别为入射面和接收面上的交叉光谱密度; $\nu$ 为光波频率.把式(1)应用于图1所示结构的光学谐振腔,可得激光在光腔内往返一周时光场交叉光谱密度的本征方程

$$\begin{aligned} \sigma_{12}^{(n)}(\nu) W_{2n+1}(y_1, y_2, \nu) &= \frac{1}{\lambda_0^2 L^2 \sum_1} \int W_{2n}(x_1, x_2, \nu) \cdot \\ &\exp \left[ \frac{ik}{2L} [(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2] \right] - \\ &\frac{ik}{4f} (x_1^2 + x_2^2) ] dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\sigma_{21}^{(n)}(\nu) W_{2n+2}(x_1, x_2, \nu) = \frac{1}{\lambda_0^2 L^2 \sum_2} \int W_{2n+1}(y_1, y_2, \nu) \cdot$$

$$\begin{aligned} &\exp \left[ \frac{ik}{\lambda_0 L} [(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2] \right] - \\ &\frac{ik}{4f} (x_1^2 + x_2^2) ] dy_1 dy_2 \end{aligned} \quad (2')$$

式中, $x_1, x_2$ 和 $y_1, y_2$ 分别为腔镜 $M_1$ 和 $M_2$ 上的空间坐标; $f$ 为腔镜 $M_1$ 等效于柱透镜的焦距; $\sum_1, \sum_2$ 分别为两腔镜上的积分区域; $W_{2n}(x_1, x_2, \nu), W_{2n+1}(y_1, y_2, \nu), W_{2n+2}(x_1, x_2, \nu)$ 为归一化的交叉光谱密度函数; $\sigma_{12}^{(n)}(\nu), \sigma_{21}^{(n)}(\nu)$ 分别为上述两个方程在光场作第 $n$ 次往返时从镜面 $M_1$ 到镜面 $M_2$ 和从镜面 $M_2$ 到镜面 $M_1$ 的单程本征值.光场在经过第 $n$ 次往返后的损耗为

$$\delta^{(n)}(\nu) = 1 - \sigma_{12}^{(n)}(\nu) \sigma_{21}^{(n)}(\nu) \quad (3)$$

光场在腔内第 $n$ 次往返后,在光腔镜面空间位置 $\xi$ 上的光强分布函数为

$$I_j^{(n)}(\delta, \nu) = G_j^{(n)}(\xi, \nu) = W_j^{(n)}(\xi, \xi, \nu) \quad (4)$$

式中, $j = 1, 2$ 分别表示镜面 $M_1$ 和镜面 $M_2$ .为了便于描述光场的相干性,在此定义一个新的参量

$$\gamma_j^{(n)}(\nu) = \frac{\int \mu_j^{(n)}(\xi_1, \xi_2, \nu) d\xi_1 d\xi_2}{\int d\xi_1 d\xi_2} \quad (5)$$

来描述腔镜上光场的相干性,称 $\gamma_j^{(n)}(\nu)$ 为光场在经第 $n$ 次往返后腔镜 $j$ 上并于频率 $\nu$ 处的局域相干度.通过该参量,将光场的相干强度、相干空间和频率特性统一在一个参量内.其中, $\mu_j^{(n)}(\xi_1, \xi_2, \nu)$ 为利用相干模式理论得到的第 $n$ 次往返后腔内光场的空间相干度,其表示形式为

$$\mu_j^{(n)}(\xi_1, \xi_2, \nu) = \frac{W_j^{(n)}(\xi_1, \xi_2, \nu)}{\sqrt{W_j^{(n)}(\xi_1, \xi_1, \nu) W_j^{(n)}(\xi_2, \xi_2, \nu)}} \quad (6)$$

因为 $0 \leq |\mu(\xi_1, \xi_2, \nu)| \leq 1$ ,所以局域相干度参量也满足不等式 $0 \leq \gamma(\nu) \leq 1$ .当 $\gamma(\nu) = 1$ 时,表示在腔镜 $\Sigma$ 内光场是局域完全相干的;当 $\gamma(\nu) \rightarrow 0$ 时,表示在 $\Sigma$ 内光场趋向于局域完全非相干的.

假设腔内初始光场为强度均匀的完全非相干光,这种光的交叉光谱密度可近似表示为

$$W^{(0)}(\xi_1, \xi_2, \nu) = G^{(0)}(\nu) \delta(\xi_1 - \xi_2) \quad (7)$$

式中, $G^{(0)}(\nu)$ 表示初始光的频谱分布, $\delta(\xi_1 - \xi_2)$ 表示一维Dirac函数, $\xi_1, \xi_2$ 表示初始平面的位置坐标.根据式(4)可得在 $\pi_0$ 平面上的初始光强分布为

$$I^{(0)}(\xi, \nu) = G^{(0)}(\xi, \nu) = W^{(0)}(\xi, \xi, \nu) \quad (8)$$

把式(8)代入式(5)、(6),便可唯一确定初始光场的空间相干特性和局域相干度.同样,根据式(2)、(2')和式(5)、(6),就可以确定激光腔内光场空间相干性的演化过程.

## 2 数值计算结果及讨论

如上所述,已经有一系列的研究从理论和实验

上证明:腔内光场相干性的演化随着振荡次数的增加而增加。下面通过数值模拟,从腔镜结构和腔镜面度两方面来讨论有关光腔参量的改变对腔内光场相干性演化的影响。由此来再现和展示激光谐振腔空间频率域的相干模式理论所描述的腔内光场相干性的具体演化过程,以及一系列硬边光阑的衍射效应对腔内光场相干性演化的影响。在数值计算中,有关参量取为:腔长  $L = 1000 \text{ mm}$ , 激光频率  $\nu_0 = 2.83 \times 10^{14} \text{ Hz}$ 。

### 3.1 不同的腔镜结构— $g$ 因子对腔内光场相干性的影响

数值计算结果表明,不同的光腔结构对激光腔内光场相干性演化过程的影响是不同的。如图 2 中

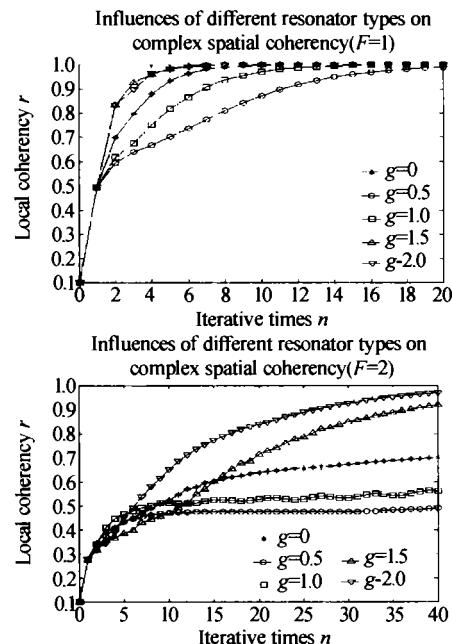


图 2 不同的光腔类型(镜面结构)对腔内光场相干性演化过程的影响

Fig. 2 Influences of different resonator types (mirror surface structure) on the evolution rules of complex spatial coherency of optical fields

所示分别表示较小的和较大的菲涅耳数  $F$ (腔镜面度)时,不同腔镜结构— $g$  因子对腔内光场相干性的演化过程。可以看出,当  $g = 0.5$  时,腔内光场相干性的演化总是最慢的;随着  $g$  偏离 0.5 值,相干性的演化总体都得到加快;究其原因主要是因为对于  $g = 0.5$  的光腔在光场的传输过程中总有动态稳定的特性<sup>[13]</sup>,此时光场在腔镜边缘的衍射效应最弱,因而输出的光场模式总是混合模,光束的相干性比基模光束自然要差。对于  $g \neq 0.5, 0 \leq g \leq 1$  的稳定腔结构,由于腔镜边缘的衍射作用要比  $g = 0.5$  时的光腔要大得多,因而相干性的演化较快。对于  $g > 1$  的非稳定光腔结构,腔内光场相干性的演化随着  $g$  的增大总体趋向加快,这是由于在稳定光腔结构中模

的场主要集中在腔轴附近,而非稳定光腔结构中光场模式在传输过程中逐渐移向衍射损耗较大的腔镜边缘,模的甄别性提高<sup>[14]</sup>,因而光的单色性和光场的相干性都增强。

### 3.2 不同的腔镜面度—菲涅耳数 $F$ 对腔内光场相干性的影响

数值计算结果表明,不同的腔镜面度对激光腔内光场相干性演化过程的影响也很大。如图 3 中所示分别表示较小的和较大的  $g$  因子(腔镜结构)时,不同腔镜面度—菲涅耳数  $F$  对腔内光场相干性的演化过程。可以看出,对于  $0 \leq g \leq 1$  的稳定光腔结构,腔镜面度  $F$  越大则相干性的演化越慢,达到完全相干所需要的振荡次数越多。究其原因是:当镜面宽度越小,光场衍射效应就越强,腔内光场模式竞争越激烈(类似于小孔选模作用),因而越容易得到基模光束。而当镜面越宽时,光腔内将允许存在多个光场模式,因此对于大镜面度腔镜,输出的光场模式总是混合模,光束的相干性比基模光束要差;对于  $g > 1$  的非稳定光腔结构,光场模式在传输过程中将逐渐移向衍射损耗较大的腔镜边缘。因而,相对于稳定光腔结构,在相同的腔镜面度情况下,非稳定光腔结构腔内光场相干性的演化加快, $g$  越大,只需经过几次振荡,光场便演化为完全相干光;对于特别大的光腔面度(如  $F = 8$ ),由于光场的衍射损耗极小,因而光场的相干性始终较低,其演化过程必然很慢。

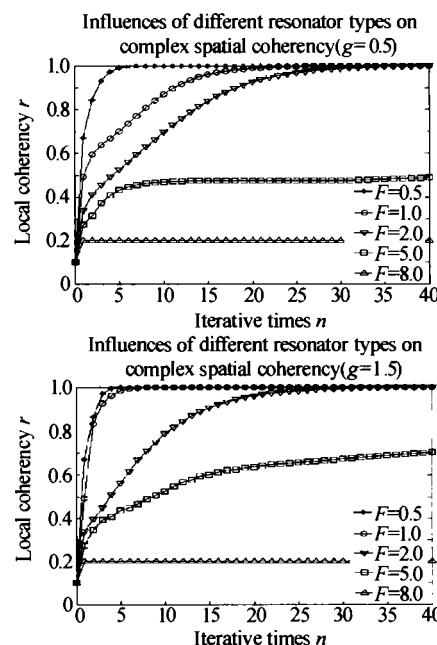


图 3 不同的光腔类型(镜面度)对腔内光场相干性演化过程的影响

Fig. 3 Influences of different resonator types (mirror surface degree) on the evolution rules of complex spatial coherency of optical fields

## 4 结论

本文利用 E. Wolf 等人提出的激光谐振腔空间频率域的相干模式理论, 考虑了一系列硬边光阑的衍射效应对腔内光场相干性演化的影响, 利用数值模拟方法, 从理论上分析了光腔内光场空间相干性的演化规律。数值计算结果表明: 空间相干性随着光场在腔内振荡次数的增加逐渐趋于完全相干, 但随着腔镜面度的加大, 所需的振荡次数增大, 因此对于大镜面度光腔, 输出的光场模式一般都是部分相干的光束; 对于不同的腔镜结构, 光场空间相干性在腔内的演化规律也有很大的差别, 对非稳定腔镜结构, 由于光场模式在传输过程中逐渐移向衍射损耗较大的腔镜边缘, 其腔内光场空间相干性的演化速度比稳定腔相对要快。

### 参考文献

- 1 程成, 马养武. 具有最大输出功率的 CO<sub>2</sub> 激光器谐振腔. 激光技术, 2002, 26(5): 346~349  
Cheng C, Ma Y W. *Laser Tech*, 2002, 26(5): 346~349
- 2 Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. Pergamon, 1999, chap. 10
- 3 Mandel L, Wolf E. *Optical coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995, Chap. 3 to Chap. 8
- 4 Fox A G, Li T. Resonant modes in a maser interferometer. *Bell Syst Tech J*, 1961, 40(3): 453~488
- 5 Wolf E. Spatial coherence of resonant modes in a maser interferometer. *Phys Lett*, 1963, 3(1): 166~168
- 6 Wolf E, Agarwal G S. Coherence theory of laser resonator modes. *J Opt Soc Am A*, 1984, 1(5): 541~546
- 7 Shirai T, Asakura T. Spatial coherence of light generated from a partially coherent source and its control using a source filter. *Optik*, 1993, 94(1): 1~15
- 8 Perrone M R, Palma C, Bagini V, et al. Theoretical and experimental-determination of single round-trip beam parameters in a xe-cl laser. *J Opt Soc Am A*, 1995, 12(5): 991~998
- 9 Bagini V, Masello A, Palma C, et al. Transmit states analysis of a partially coherent laser-beam propagating through a gaussian cavity. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1995, 31(8): 1572~1578
- 10 周炳琨, 高以智, 陈家骅. 激光原理. 北京: 国防工业出版社, 1984. 69~72  
Zhou B K, Gao Y Z, C H. *Principles of Laser*. Beijing: National Defence Industry Press. 1984. 69~72
- 11 Kandpal H C, Vaishya J S, Joshi K C. Wolf shift and its application in spectroradiometry. *Opt Commun*, 1989, 73(3): 169~172
- 12 王中阳, 林强, 王绍民. 狹缝和矩形光阑对频谱的影响. 光电子·激光, 1994, 5(4): 233~237  
Wang Z Y, Lin Q, Wang S M, *Optoelectronics · Laser*, 1994, 5(4): 233~237
- 13 王绍民, 赵道木. 矩阵光学. 杭州: 杭州大学出版社, 1994. 70~71  
Wang S M, Zhao D M. *Matrix optics*. Hangzhou: Hangzhou University Press. 1994. 70~71
- 14 陈钰清, 王静环. 激光原理. 杭州: 浙江大学出版社, 1992. 76~91  
Chen Y Q, Wang J H. *Principles of Laser*. Hangzhou: Zhejiang University Press. 1992. 76~91

## The Evolution of Complex Spatial Coherency of Optical Fields in Laser Resonators

Xu Jie<sup>1</sup>, Zhan Shichang<sup>1</sup>, Cheng Cheng<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Hangzhou Teacher's College, Hangzhou 310012

<sup>2</sup> Department Applied Physics, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032

Received date: 2003-04-16

**Abstract** Based on the ideal opening model for the laser resonator and its coherency modal theory in the space-frequency domain, evolution rules of complex spatial coherency of optical fields in the resonator are investigated by numerical simulations. Taking the incoherent beams with uniform strength which pass through a series of hard-edged apertures as an example, the influences of diffract effects on the evolution of the coherency are investigated, and the evolution procedures of the spatial coherency of optical fields are demonstrated. Results from numerical analyses show that, with increases in the number of reciprocating times of optical fields in the resonator, the complex spatial coherency trend to be completely coherent, while their evolution rules are greatly different for different resonator parameters (such as the mirror surface structure or the mirror surface degree).

**Keywords** Resonator; Modal theory of coherence; Partially coherent beams; Hard-edged aperture; Complex spatial coherence

**Xu Jie** was born in December 1972. She graduated from the Physics Department of Hangzhou Teacher's College in 1994, and then obtained her M. S. degree in Theoretical Physics from Zhejiang University in 1998. She is currently a lecturer at Hangzhou Teacher's College. Her major research fields include Optical Quantum and Physical Experiment.

