

波导弯曲半径与弯曲损耗的关系

张小康^{1,2} 廖常俊² 刘颂豪²

(1 华南理工大学应用物理系, 广东 广州 510640)

(2 华南师范大学量子电子学研究所, 广东 广州 516031)

摘要 介绍了分析波导弯曲损耗的保形变换法和归一化方法以及由此得到的波导弯曲半径与弯曲损耗的关系式. 建立了弯曲损耗经验公式, 由该公式得出了四种常用材料的波导弯曲半径与弯曲损耗的曲线, 并将已报道的相应材料制作的 AWG 中的最小弯曲半径及其对应的损耗实验数据与这些曲线上的相应数值进行了比较, 结果表明, 弯曲损耗经验公式在确定 AWG 中的最小弯曲半径时, 有一定的参考价值.

关键词 波导弯曲半径; 波导弯曲损耗; 弯曲损耗经验公式; 阵列波导光栅

中图分类号 TN252、TN256 **文献标识码** A

0 引言

在波导器件中, 经常有波导弯曲的情况. 在一定条件下, 波导弯曲半径越小, 器件结构越紧凑; 弯曲半径越小, 波导弯曲引起的损耗会越大. 波导发生弯曲引起的损耗主要有耦合损耗和辐射损耗. 这种由于辐射引起的损耗也称为弯曲损耗, 目前, 已有多重分析弯曲波导损耗的方法^[1-6], 应用较广的方法是保形变换法^[1], 本征值展开法^[3]和归一化方法^[5], 这些方法都是以保形变换法为基础. 在文献[1, 3, 5]中, 许多结果都是由理论分析与计算机模拟得到的, 缺少相关的实验验证. 虽然文献[6], 仔细分析了脊形砷化镓波导的弯曲损耗, 并将各种理论计算结果与实验值进行了比较, 但是, 由于制作波导的材料多种多样, 不断有新材料出现, 因此, 还没有一种理论具有普遍的指导意义.

本文介绍了保形变换(Conformal Transformation)方法与归一化方法, 以及由归一化方法得到的波导弯曲 $\pi/2$ 时, 波导弯曲半径与弯曲损耗的关系式, 推导出了弯曲波导每单位长度的弯曲损耗公式. 在此基础上, 依据几种不同材料的实验数据, 经过数值分析后, 对损耗公式作了修改, 建立了弯曲损耗经验公式. 利用这一公式, 画出了具有不同相对折射率差的不同材料的弯曲半径与弯曲损耗曲线, 并发现这些曲线给出的结果与已报导的有关数据非常接近.

1 弯曲波导损耗的理论分析

1.1 用保形变换法分析弯曲波导的弯曲损耗

图1为圆弧弯曲波导示意图, R_0 和 R_1 分别是

弯曲波导的内沿与外沿的曲率半径, n_1 和 n_2 分别是

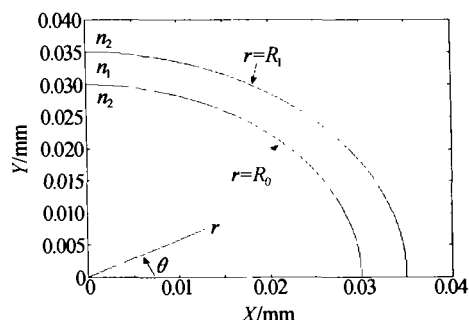


图1 柱面坐标系中弯曲波导结构
Fig. 1 Curved waveguide geometry in a cylindrical coordinate

波导芯层与包层的折射率. 波导中的模场可描述为

$$U_\gamma(r) \exp(\pm \gamma_\theta \theta), \gamma_\theta = \alpha_\theta + j\beta_\theta \quad (1)$$

式中, γ_θ 是复角传输常数, α_θ 是角率减系数, β_θ 是实角传输常数. 通过求解柱面坐标系中的波动方程, 并利用相应的边界条件, 就能解出 $U_\gamma(r)$ 和 γ_θ .

对圆弧形弯曲波导作下列变换

$$u = R_1 \ln \frac{r}{R_1}, n_i = n \exp\left(\frac{u}{R_1}\right) \quad (2)$$

变换后波导的折射率分布 $n_i(u)$ 如图2. 式(2)所表

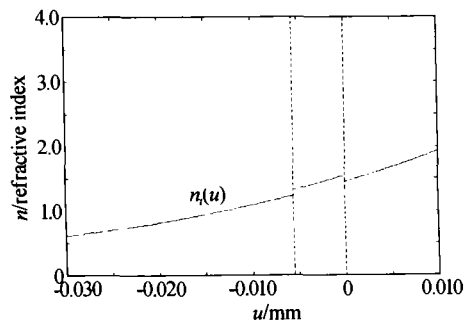


图2 变换坐标系中折射率的分布
Fig. 2 Distribution of the refractive index in the transformed coordinate

示的变换称为保形变换. 变换后的模场用 $U_i(u)$ 表示, 它满足的波动方程为

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial u^2} + [k_0^2 n_1^2(u) - \gamma_i^2] \right\} U_i(u) = 0 \quad (3)$$

$$\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i = \gamma_\theta / R_i \quad (4)$$

式中, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 是中心波长. γ_i 是变换域中的复角传输常数. 在确定的边界条件下, 求解波动方程, 就可得到变换域中一定模式的复角传输常数, 由式(4), 就能获得实角传输常数 β_θ 和角衰减系数 α_θ .

$$\alpha_\theta = \alpha_i R_i, \beta_\theta = \beta_i R_i \quad (5)$$

圆心角为 $\pi/2$ 的一段弯曲波导中的弯曲损耗为

$$A_\theta = -20 \lg[\exp(-\alpha_\theta \pi/2)] = 10\pi\alpha_\theta \lg e \text{ (dB/90}^\circ\text{)} \quad (6)$$

1.2 用归一化方法分析弯曲波导的损耗

对式(2)再作变换, 令

$$l = u/\lambda_2, \lambda_2 = \lambda_0/n_2 \quad (7)$$

假设在 (l, θ) 坐标系中波导折射率分布为 $n(l)$, 相对折射率差为 $\Delta(l) = [n(l) - n_2]/n_2$, 当 $\Delta(l) \ll 1$ 时, 在仅限于讨论波导附近区域的条件下, 由式(3)可以推导出新的波动方程

$$\frac{\partial^2}{\partial l^2} V_i(l) + 8\pi^2 [\Delta(l + \rho_i) + \frac{1}{\rho_i} - \Delta_\alpha] V_i(l) = 0 \quad (8)$$

式中, $\Delta_\alpha = (N_2 - n_2)/n_2$, $N_2 = \gamma_i/k_0$, $\rho_i = R_i/\lambda_2$. Δ_α 是相对的有效折射率差, ρ_i 是 (l, θ) 坐标系中波导弯曲外沿的曲率半径. $V_i(l)$ 是 (l, θ) 坐标系中波导的模式场. 如果在此基础上对 l 作如下变换

$$\bar{l} = l/a, a = (\Delta/\Delta_0)^{1/2} \quad (9)$$

式中, $\Delta = (n_1 - n_2)/n_2$ 是波导的相对折射率差, Δ_0 是某一确定的相对折射率差值. 而且, 对式(8)中的变量也作下列相应变换后, 方程(8)的形式将保持不变

$$\bar{\Delta}(\bar{l}) = a^2 \Delta(al), \bar{\Delta}_\alpha = a^2 \Delta_\alpha \quad (10a)$$

$$\bar{V}_i(\bar{l}) = V_i(al) \quad (10b)$$

$$\bar{\rho}_i = \rho_i/a^3 \quad (10c)$$

由于在式(9)的变换下, 方程(8)的形式将保持不变, 这意味着, 如果对于相对折射率差 $\Delta(l)$ 和弯曲半径 ρ_i , 方程的解是 $[V_i(l), \Delta_\alpha]$, 那么, 相对折射率为 $a^2 \Delta(al)$ 和弯曲半径为 ρ_i/a^3 时, 方程的解就是 $[V_i(al), a^2 \Delta_\alpha]$. 因此, 如果求解出了 Δ_0 时, 即 $a = 1$ 时, 方程的解, 就能方便地得到 Δ 为任意值, 即 a 为

任意值时方程的解. 根据传输常数 β_i 和衰减系数 α_i 与一定传输模式下的有效折射率差之间关系^[3]

$$\beta_i = k_0 n_2 [1 + \text{Re}(\Delta_\alpha)] \quad (11)$$

$$\alpha_i = -k_0 n_2 [\text{Im}(\Delta_\alpha)]$$

以及式(10a)与(5), 可以推导出不同坐标系中的吸收系数之间的关系

$$\bar{\alpha}_i = a^2 \alpha_i, \bar{\alpha}_\theta = \alpha_\theta/a \quad (12)$$

从上述关系式可知, 如果求解出了 Δ_0 时, 即 $a = 1$ 时, 方程的解, 就能方便地得到 Δ 为任意值, 即 a 为任意值时, 弯曲波导的衰减系数 α_θ .

1.3 弯曲波导的传输损耗与波导弯曲半径的关系

假设光场在弯曲波导内沿处场强近似为零, 在波导外沿有辐射模出现, 这样的传输模型称为 WG 模式 (Whispering Gallery Mode)^[3]. 在 WG 模式传输的条件下, 由 $\Delta_0 = 0.01$ 时, 得到的辐射损耗与弯曲半径的关系, 推导出了 Δ ($\Delta < 10\%$) 为任意值时, 圆心角为 θ 的弯曲波导的弯曲损耗与弯曲半径的一个简单关系式^[7], 称为归一化损耗公式

$$A_\theta = \frac{\pi}{2} \frac{\theta}{\sqrt{\Delta}} 10^{1.29 - 2.17\xi R_n - 0.58\xi^2 R_n^2} \text{ (dB)} \quad (13)$$

式中

$$\xi = \Delta^{3/2} 1.137^{\Delta - 0.01}, R_n = n_2 R/\lambda_0 \quad (14)$$

式(14)中, R 是波导弯曲半径, $\Delta = (n_1 - n_2)/n_2$ 是相对折射率差.

根据式(13), 得出了弯曲波导每单位厘米的传输损耗与弯曲半径的归一化损耗公式为

$$A = \frac{\pi}{2R} \frac{10^4}{\sqrt{\Delta}} 10^{1.29 - 2.17\xi R_n - 0.58\xi^2 R_n^2} \text{ (dB/cm)} \quad (15)$$

式(15)和式(14)中的 R 和 λ_0 的单位都用 μm .

2 损耗关系式的修改与实验验证

2.1 常用波导材料的归一化损耗关系

根据归一化损耗公式, 在确定了波导材料和中心波长后, 可以得到一定弯曲角度的波导弯曲损耗与弯曲半径的关系. 归一化损耗公式的适用范围是^[3]

$$\Delta < 10\%, 0.5 < \xi R_n < 2 \quad (16)$$

根据归一化公式(13)、(15)和式(16), 常用波导材料的弯曲损耗与弯曲半径的关系曲线如图3.

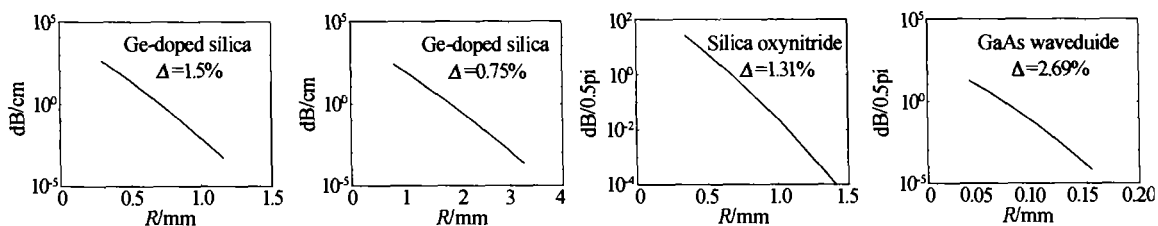


图3 由归一化方法给出的常用波导材料的弯曲损耗与弯曲半径的关系曲线

Fig. 3 Bending loss as a function of the bending radius for the materials in common use according to the normalized approach

为了解上述曲线的适用性,收集了制作阵列波导光栅的文献中所报导的最小弯曲半径与弯曲损耗的实验数据^[6,8~10]. 将实验数据与图3对比可以发现,除了砷化镓材料外^[6],其它材料的最小弯曲半径都不在归一化损耗公式的适用范围内;对于砷化镓,曲线给出的最小弯曲半径0.15 mm的损耗比实验数据小4个数量级. 因此,在设计阵列波导光栅中的最小弯曲半径时,不能以归一化损耗公式为参考.

2.2 归一化损耗公式的修改

归一化损耗公式是由荷兰大学的 M. K. Smit^[3]等人建立的. 后来, G. J. Veldhuis 等人利用这一公式研制了集成光学折射仪^[7],其波导是用低压化学汽相沉积(LPCVD)法和等离子增强化学汽相沉积

(PECVD)法制作的氮氧化硅(SiON)波导. 因此,归一化损耗公式可能只适用于一定的材料及其波导结构.

为了寻找适用范围更大的损耗公式,以实验数据为基础,经过数据分析,将归一化损耗公式修改为

$$A_{\theta} = 5\pi^2 \frac{1}{\sqrt{\Delta}} e^{1.29 - 2.17\epsilon R_n - 0.58\epsilon^2 R_n^2} \quad (\text{dB}/90^\circ) \quad (17)$$

$$A = 10 \frac{\pi}{R} \frac{10^4}{\sqrt{\Delta}} e^{1.29 - 2.17\epsilon R_n - 0.58\epsilon^2 R_n^2} \quad (\text{dB}/\text{cm}) \quad (18)$$

式(18)中的 R 和式(14)中的 R 和 λ_0 的单位都采用 μm . 式(17)、(18)称为弯曲损耗经验公式. 利用经验公式画出了与图3同样材料与波导参数的波导弯曲半径与弯曲损耗的关系曲线,如图4.

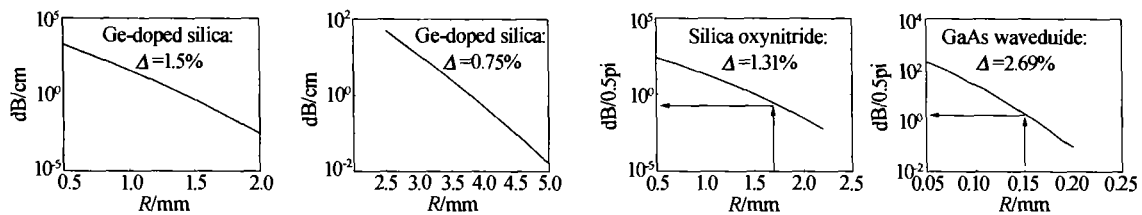


图4 由式(17)和(18)给出的常用波导材料的弯曲损耗与弯曲半径的关系曲线

Fig. 4 Bending loss as a function of the bending radius for the materials in common use

从图4可看出,文献[6,8~10]中给出的最小弯曲半径在图3的曲线中所对应的四个损耗值中,有三个数值与文献[6,8~10]中对应的损耗值都很接近. 这三个数值属于三种不同材料的波导,它们各自的相对折射率差也不同. 因此我们认为,尽管修改损耗公式的过程中,在理论上不严谨,但由于其结果与相关的实验数据很一致,弯曲损耗经验公式,在确定弯曲损耗与弯曲半径的关系时,仍有一定的参考价值.

另一方面,在设计阵列波导光栅时,常常需要根据一定的损耗要求确定最小弯曲半径,但对其精确度的要求不高. 例如,按损耗要求计算出的数值为1.9283 mm,为了设计方便,往往会将最小弯曲半径取为2 mm. 所以,在确定最小弯曲半径时,可以利用弯曲损耗经验公式(17)或(18).

2.3 由经验公式给出的实例

吉林大学赵禹等人用聚合物材料制作了AWG^[11],材料的折射率分别为, $n_1 = 1.495$; $n_2 = 1.483$,中心波长是 $\lambda_0 = 1.550918 \mu\text{m}$,由其设计数据计算出最小弯曲半径 $r_{\min} \approx 3.6 \text{ mm}$,根据弯曲损耗经验公式(17),其弯曲损耗与弯曲半径的关系曲线如图5,预计其相应的弯曲损耗为0.3 dB/cm.

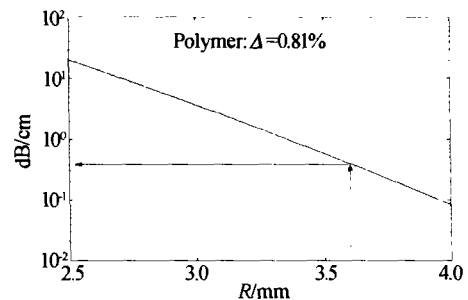


图5 聚合物材料的弯曲损耗与弯曲半径的关系曲线

Fig. 5 Bending loss as a function of the bending radius for the polymer used in references 11

3 结论

本文依据不同材料与不同结构的波导的有关数值,建立了弯曲损耗经验公式,给出了常用波导材料的弯曲损耗随弯曲半径变化的曲线,并与已制作出的相应材料的最小弯曲半径与弯曲损耗的对应数值进行的比较,结果表明:曲线得到的数据与实验数据较一致. 而且,归一化损耗公式是以10为底数的指数函数,经验公式是以e为底数的指数函数,与单膜光纤中弯曲损耗随弯曲半径变化的指数关系很接近^[12].

参考文献

- 1 Heiblum M, Harris J H. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation. *IEEE J Quantum Electron*, 1975, **11**(2): 75 ~ 83
- 2 Gu J S, Besse P A, Melchior H. Method of lines for the analysis of the propagation characteristics of curved optical rib waveguides. *IEEE J Quantum Electron*, 1991, **27**(3): 531 ~ 536
- 3 Smit M K, Pennings E C M, Blok H. A normalized approach to the design of low-loss optical waveguide bends. *J Lightwave Technol*, 1993, **11**(11): 1737 ~ 1742
- 4 Kim S, Gopinath A. Vector analysis of optical dielectric waveguide bends using finite-difference method. *J Lightwave Technol*, 1996, **14**(9): 2085 ~ 2092
- 5 Bienstman P, Roelens E, et al. Calculation of bending losses in dielectric waveguides using eigenmode expansion and perfectly matched layers. *IEEE Photon Technol Lett*, 2002, **14**(2): 164 ~ 166
- 6 Rajarajan M, Obayya S S A, Rahman B M A, et al. Characterisation of low-loss waveguide bends with offset-optimisation for compact photonic integrated circuits. *IEE Proc-Optoelectron*, 2000, **147**(6): 382 ~ 388
- 7 Veldhuis G J, Veen L E W V D, Lambeck P V. Integrated optical refractometer based on waveguide bend loss. *J Lightwave Technol*, 1999, **17**(5): 857 ~ 864
- 8 Hida Y, Hibino Y, Kitoh T, et al. 400-channel arrayed-waveguide grating with 25 GHz spacing using 1.5% - waveguides on 6-inch Si wafer. *Electron Lett*, 2001, **37**(9): 576 ~ 577
- 9 Okamoto K. Recent progress of integrated optics planar lightwave circuits. *Optical & Electronics*, 1999, **31**: 107 ~ 129
- 10 Wörhoff K, Lambeck P V, Driessen A. Design, tolerance analysis, and fabrication of silicon oxynitride based planar optical waveguides for communication devices. *J Lightwave Technol*, 1999, **17**(8): 1401 ~ 1407
- 11 赵禹, 马春生, 张大明, 等. 聚合物阵列波导光栅复用器关键技术的研究. *光子学报*, 2003, **32**(4): 417 ~ 420
Zhao Y, Ma C S, Zhang D M, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(4): 417 ~ 420
- 12 游善红, 郝素君, 殷宗敏, 等. 单膜光纤中弯曲损耗的测试与分析. *光子学报*, 2003, **32**(4): 409 ~ 412
You S H, Hao S J, Yin Z M, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(4): 409 ~ 412

The Relationship of the Radius to the Loss in Bending Waveguide

Zhang XiaoKang^{1,2}, Liao ChangJun², Liu SongHao²

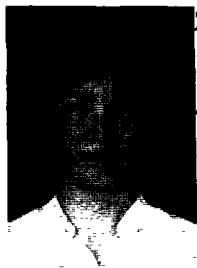
¹ Applied Physics Dept., South China Univ. of Tech., Guangzhou 510640, China

² The Research Institute of Quantum Electronics, South China Normal Univ., Guangzhou 516031, China

Received date: 2002-08-15

Abstract An experimental formula of bending loss is suggested on the basis of conformal transformation and normalized approach used in analysis of curved optical waveguides. Bending loss as a function of the bending radius for four materials in common use are obtained by the experimental formula and the results from these curves were compared with the data reported in the manufacture of AWG. It proved that the experimental formula may be some useful in selecting minimum bend radius of a waveguide according to the request of bending loss when designing AWG.

Keywords Bending loss of waveguide; Bending radius of waveguide; Experimental formula of bending loss; AWG



Zhang Xiaokang received her B. S. degree from optics department of Shandong University in 1982, and her M. S. degree from physics department of Hunan Normal University in 1990. She is an associate professor in applied physics department of South China University of Technology. Now, She is pursuing her Ph. D. in the Research Institute of Quantum Electronics of South China Normal University.