

# 合成孔径数字全息的分析模拟及多参考光合成孔径数字全息\*

钟丽云<sup>1,2</sup> 张以谟<sup>1</sup> 吕晓旭<sup>1,2</sup>

(1 天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072)

(2 昆明理工大学激光研究所, 昆明 650051)

**摘要** 分析了合成孔径数字全息的理论和实现方法, 提出了多参考光合成孔径数字全息方法及其应用前景, 以双狭缝为例, 模拟了单幅及单参考光、多参考光两种合成孔径数字全息术的记录和再现方法, 对三种方法再现像的分辨率进行了比较.

**关键词** 数字全息; 分辨率; 合成孔径数字全息; 多参考光合成孔径数字全息

**中图分类号** TB877 **文献标识码** A

## 0 引言

提高数字全息系统的分辨率和信噪比, 是数字全息术中需要解决的关键问题. CCD 较小的图像面 (典型值约 1~4 cm<sup>2</sup>)、较大的像元尺寸 (约 6~10 μm), 限制了物体高频信息的记录, 其动态范围的不足, 限制了物体强度分布信息的记录, 难以像传统全息图一样记录到足够的物光信息, 这些限制使得数字全息术的分辨率难以提高. 目前, 在提高数字全息分辨率和再现像的清晰度方面, 已有不少文献报道了一些解决的方法, 如在数字再现中采用小波变换和卷积处理<sup>[1,2]</sup>、边缘增强<sup>[3,4]</sup>, 在记录系统中用部分相干光源记录数字全息图, 以降低系统的散斑噪声<sup>[5,6]</sup>等, 但由于受 CCD 图像传感器的性能参数限制, 这些方法的作用还是有限的.

合成孔径技术是一种在不大幅度增加单个设备 (系统) 难度和复杂性情况下, 明显提高图像质量的方法, 已经在雷达、航空航天、天文、水声传感、遥感等重要领域得到了广泛的应用<sup>[7]</sup>. 最近国外已有文献报道将合成孔径技术用于数字全息的研究<sup>[8,9]</sup>, 并在提高再现像的分辨率和信噪比方面取得了一些初步成果. 本文对合成孔径数字全息的理论和实现方法进行了分析, 提出了多参考光合成孔径数字全息术, 进行了相应的模拟研究.

## 1 数字全息图的记录和再现

图 1 为数字全息记录和再现坐标变换示意图, 被记录的物体位于  $x_0y_0$  平面, 记录全息图的 CCD

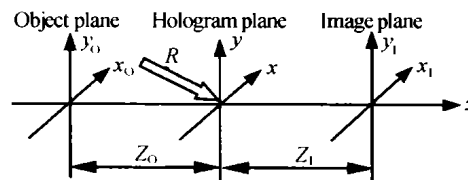


图 1 数字全息记录和再现坐标变换示意图  
Fig. 1 Coordinates for recording and reconstructing digital hologram

位于  $xy$  平面, 再现像位于  $x_1y_1$  平面, CCD 成像面与物平面和再现像平面的距离分别为  $Z_0$  和  $Z_1$ . 设位于  $x_0y_0$  平面的物光场分布为  $O(x_0, y_0)$ , 当满足菲涅耳衍射条件

$$Z_0^3 \gg \frac{1}{8\lambda} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]_{\max}^2 \quad (1)$$

则 CCD 记录平面  $xy$  上的光场分布为

$$O(x, y) = \frac{\exp(jkZ_0)}{jkZ_0} \exp \left[ j \frac{k}{2Z_0} (x^2 + y^2) \right] \cdot \text{FFT} \left\{ O(x_0, y_0) \exp \left( jk \frac{x_0^2 + y_0^2}{2Z_0} \right) \right\} \quad (2)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数, FFT 表示傅里叶变换.

为简明起见, 用振幅为  $A_R$  的平面波  $R$  为参考光, 其传播方向与  $x$  轴和  $y$  轴的夹角分别为  $\theta_{Rx}$  和  $\theta_{Ry}$ , 其在  $xy$  平面上的光场分布为

$$R(x, y) = A_R \exp \left[ j \frac{2\pi}{\lambda} (x \cos \theta_{Rx} + y \cos \theta_{Ry}) \right] \quad (3)$$

假设参物光叠加后全息图的光强分布为  $I(x, y)$ , 经数字化后离散为  $N_x \times N_y$  个点, 记录全息图的 CCD 光敏面尺寸为  $L_x \times L_y$ , 则经过空间采样后的数字全息图可表示为

$$I(u, v) = I(x, y) \text{rect} \left( \frac{x}{L_x}, \frac{y}{L_y} \right) \cdot \sum_{u=-N_x/2}^{N_x/2} \sum_{v=-N_y/2}^{N_y/2} \delta(x-u\Delta x, y-v\Delta y) \quad (4)$$

式中  $u$  和  $v$  为整数 ( $-N_x/2 \leq u \leq N_x/2, -N_y/2 \leq v \leq N_y/2$ ),  $\Delta x$  和  $\Delta y$  是采样间隔, 且  $\Delta x = L_x/N_x, \Delta y =$

\* 国家自然科学基金 (60277032) 和云南省自然科学基金 (2002F0030M 和 2001F0026M) 资助项目  
Tel: 0871-3304093 Email: zhongly@public.km.yn.cn  
收稿日期: 2003-10-29

$L_y/N_y$ .

假设再现光  $C(x, y)$  是振幅为  $A_c$  的平面波, 其传播方向与  $x$  轴和  $y$  轴的夹角分别为  $\theta_{Cx}$  和  $\theta_{Cy}$ , 其在  $xy$  平面的光场可以表示为

$$C(x, y) = A_c \exp \left[ j \frac{2\pi}{\lambda} (x \cos \theta_{Cx} + y \cos \theta_{Cy}) \right] \quad (5)$$

则数字全息的离散再现光场可以表示为

$$\psi(m\Delta x_1, n\Delta y_1) = A_c \exp \left[ \frac{j\pi}{\lambda Z_1} (m^2 \Delta x_1^2 + n^2 \Delta y_1^2) \right].$$

$$FFT\{I(u, v) \exp \left[ \frac{j\pi}{\lambda Z_1} (k^2 \Delta x^2 + l^2 \Delta y^2) \right]\}_{m, n} \quad (6)$$

式中  $m$  和  $n$  是整数,  $-N_x/2 \leq m \leq N_x/2$ ,  $-N_y/2 \leq n \leq N_y/2$ ,  $A = \exp(j2\pi Z_1/\lambda)/(j\lambda Z_1)$ , 而

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \lambda Z_1 / (N_x \Delta x) = \lambda Z_1 / L_x \\ \Delta y_1 &= \lambda Z_1 / (N_y \Delta y) = \lambda Z_1 / L_y \end{aligned} \quad (7)$$

它们是观察平面的采样间隔, 被定义为再现像的横向分辨, 它与传统成像光学仪器的分辨本领有相同的意义, 取决于记录系统的像点与孔径光阑所张的角度  $Z_1/L_x$  (或  $Z_1/L_y$ ). 在目前的情况下, 由于 CCD 光敏面的尺寸  $L_x \times L_y$  小 (约  $1 \sim 4 \text{ cm}^2$ ), 使再现像的横向分辨率很低 (约  $100 \mu\text{m}$ ), 极大地限制了其在实际测量中的应用.

## 2 合成孔径数字全息图的记录与再现

在波长一定的情况下, 为了满足菲涅耳近似条件, 物体至 CCD 的距离不能太小, 增大 CCD 的横向尺寸是提高数字全息系统分辨率最有效的手段. 合成孔径技术是把小孔径探测器测量的信号经过叠加或融合, 合成为一个等效大孔径探测器测量信号的技术. 图 2 是合成孔径数字全息术的记录原理图,

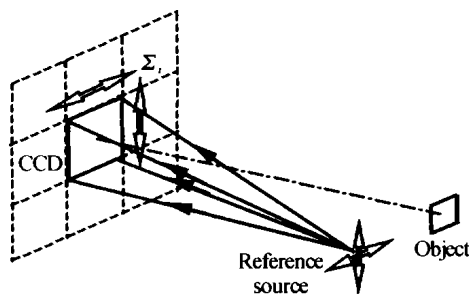


图 2 合成孔径数字全息记录示意图

通过在记录面上左右、上下移动 CCD 的位置, 记录下  $N$  幅子数字全息图. 作为简洁的考虑, 在记录时保持参考光不变, 再现时把  $N$  幅子数字全息图拼合成一幅  $NL_x \times NL_y$  像素的大全息图, 用单一再现光数字再现, 则合成孔径数字全息的分辨率可以提高至

$$\Delta x_1 = \lambda Z_1 / NL_x \quad \Delta y_1 = \lambda Z_1 / NL_y \quad (8)$$

仔细分析可以发现, 由于 CCD 像元尺寸的限制, 仅靠移动 CCD 来实现孔径合成的作用是有限的.

当参考光的源点与 CCD 中心的距离或平面参考光与 CCD 法线的夹角过大时, 所记录全息图的干涉条纹间距太小, 采样条件将得不到满足. 因此在记录距离较近和需要得到较高分辨率的数字再现像时, 除了考虑移动 CCD 外, 参考光点的位置或角度也需要做相应的移动.

根据上述分析, 仍用图 1 的坐标系, 如果 CCD 在第  $i$  个位置记录的区域为  $\Sigma_i$ , 对应区域的物光场和参考光场分别为  $O_{\Sigma_i}$  和  $R_{\Sigma_i}$ , 记录到的子数字全息图为  $I_{\Sigma_i}(x, y)$ , 所记录的全部全息图可以记为

$$I(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} I_{\Sigma_i}(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} |O_{\Sigma_i}(x, y, x_{00}, y_{00} + R_{\Sigma_i}(x, y, x_{r0}, y_{r0})|^2 \quad (9)$$

根据记录过程中使用单一参考光或多个参考光的情况, 可以采用合成后再再现和再现后合成两种方法来实现合成孔径数字全息图的数字再现, 对应的合成孔径数字全息术可以称为单参考光合成孔径数字全息术和多参考光合成孔径数字全息术.

对于单参考光合成孔径数字全息术, 记录时不移动参考光点的位置或改变其入射角, 因此  $R_{\Sigma_i} = R$ , 用与参考光场相同的模拟再现光场  $C(x, y)$  进行数字再现时, 再现光场的复振幅为

$$\begin{aligned} A(x_1, y_1) &= \sum_{i=0}^{N-1} I_{\Sigma_i}(x, y) C(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} |O_{\Sigma_i}(x, y, x_{00}, y_{00}) + R(x, y, x_{r0}, y_{r0})|^2 R(x, y, x_{r0}, y_{r0}) = \\ &R \sum_{i=0}^{N-1} (|O_{\Sigma_i}|^2 + |R|^2 + O_{\Sigma_i} R^* + O_{\Sigma_i}^* R) = I(x, y) R \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)可以视为先把所有子数字全息图拼合成一幅总数字全息图后, 再用单一模拟参考光进行再现, 式中的 \* 上标代表共轭量.

对于多参考光合成孔径数字全息术, 记录中需要移动参考光点的位置或改变其入射角, 用与各幅对应子数字全息图参考光场相同的模拟再现光场进行数字再现时, 再现光场的复振幅为

$$\begin{aligned} A(x_1, y_1) &= \sum_{i=0}^{N-1} I_{\Sigma_i}(x, y) C_{\Sigma_i}(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} |O_{\Sigma_i}(x, y, x_{00}, y_{00}) + R_{\Sigma_i}(x, y, x_{r0}, y_{r0})|^2 R_{\Sigma_i}(x, y, x_{r0}, y_{r0}) = \\ &\sum_{i=0}^{N-1} (|O_{\Sigma_i}|^2 R_{\Sigma_i} + |R_{\Sigma_i}|^2 + O_{\Sigma_i} |R_{\Sigma_i}|^2 + O_{\Sigma_i}^* R_{\Sigma_i}^2) = \\ &\sum_{i=0}^{N-1} A_{\Sigma_i}(x_1, y_1) \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)可以视为先用不同的模拟参考光再现对应各子数字全息图再现光场的分复振幅, 再由各分复振幅叠加得到合再现光场.

## 3 合成孔径数字全息的模拟记录和再现

为了说明合成孔径技术在数字全息中应用的效果, 我们用一个模拟的双狭缝为例, 在理想条件下模

拟了单幅和单参考光、多参考光两种合成孔径数字全息术的记录再现方法,比较了三种方法对再现像分辨率的影响. 假设模拟记录全息图的 CCD 像素为  $N_x \times N_y = 512 \times 512$ , 像元尺寸为  $\Delta x \times \Delta y = 0.01 \text{ mm} \times 0.01 \text{ mm}$ , 记录面大小为  $L_x \times L_y = 5.12 \text{ mm} \times 5.12 \text{ mm}$ . 双狭缝的中心位于 CCD 的中心法线上, 物体至 CCD 的距离  $Z_0$  为 485 mm, 参考光为 XOZ 平面内的平面波, 模拟记录和再现光波长  $\lambda$  均为  $0.6328 \mu\text{m}$ , 双狭缝的宽度和间距按用单 CCD 光敏面尺寸记录刚好不能分辨的情况设计, 其中缝宽为 0.03 mm, 两缝的中心间隔为 0.06 mm, 如图 3 所示.

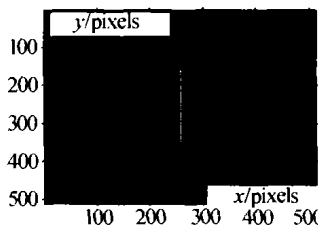


图 3 模拟记录的物体“双狭缝”  
Fig. 3 Simulating object: double-slit

图 4(a)、(b)和(c)分别给出上述模拟条件下用像素为  $512 \times 512$  的单 CCD 模拟记录的数字全息图、再现光场(右上角给出放大的再现像)和再现像的强度分布, 模拟参考光和再现光与  $z$  轴的夹角均为  $0.9^\circ$ . 根据式(8), 图中  $x$  方向每一个像元宽度表示 0.06 mm. 可以看出: 由于数字全息图只记录了物光的中央衍射光场的信息, 因此两缝的再现像不能分开.

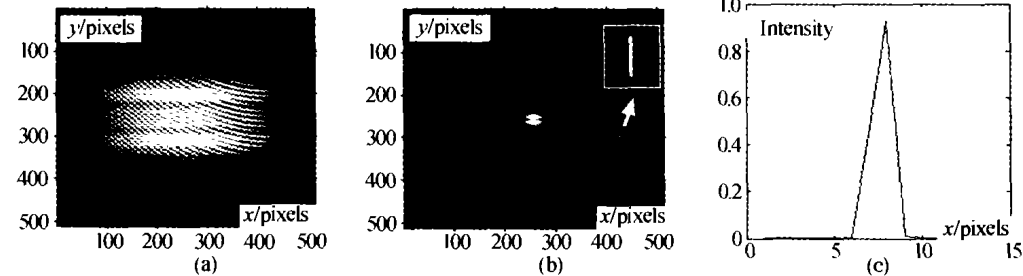


图 4 (a)“双狭缝”全息图( $512 \times 512$ ), (b)数字再现光场, (c)再现像的强度分布  
Fig. 4 (a) Digital hologram of double-slit, (b) Digital reconstructed optical field, (c) Intensity distribution of the reconstructed image

图 5 和图 6 分别是在上述模拟记录条件下, 单参考光合成孔径数字全息图及再现情况, 模拟参考光和再现光与  $z$  轴的夹角均为  $0.9^\circ$ . 图 5 为以双缝衍射光场的中心为原点, CCD 的中心分别移动到  $(L_x/2, L_y/2)$ 、 $(-L_x/2, L_y/2)$ 、 $(L_x/2, -L_y/2)$ 、和  $(-L_x/2, -L_y/2)$  处所记录双狭缝衍射光场的 4 幅子数字全息图. 图 6(a)是 4 幅像素为  $512 \times 512$  的子全息图合成的 1 幅像素为  $1024 \times 1024$  数字全息图, 图 6(b)和(c)分别给出其再现光场和再现像的强度分布, 根据式(8), 图中  $x$  方向每一个像元宽度

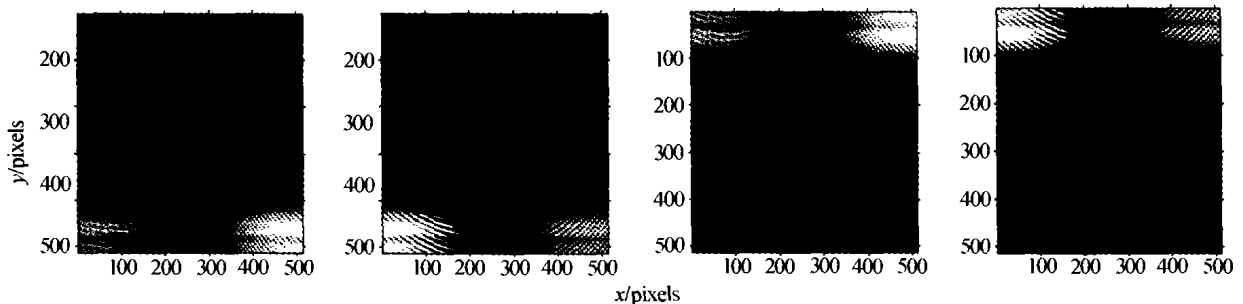


图 5 模拟以“双狭缝”衍射中心对称记录的 4 幅  $512 \times 512$  的子数字全息图  
Fig. 5 Four digital hologram of  $512 \times 512$  for symmetrical diffracting center to be recorded

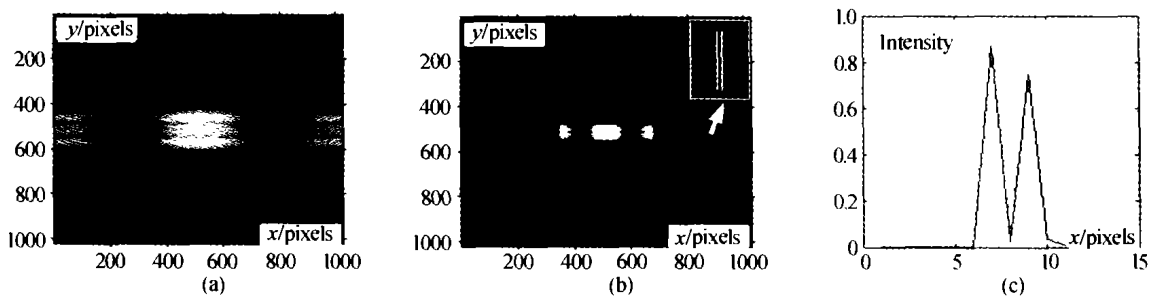


图 6 (a)4 幅“双狭缝”子数字全息图合成的  $1024 \times 1024$  全息图, (b)数字再现光场, (c)再现像的强度分布  
Fig. 6 (a) Synthesized digital hologram of  $1024 \times 1024$ , (b) Digital reconstructed optical field, (c) Intensity distribution of reconstructed image

代表 0.03 mm, 图 6(c) 中再现像的峰-峰值为两个像元, 已经是可以分辨的最小距离. 按照传统光学系统分辨率的定义, 即两线条衍射叠加后中心强度为最大强度的 75%, 此时两线条的间隔就是系统在像面上的分辨距离, 在图 6(c) 中, 叠加后中心强度为最大强度的 3% ~ 5%, 两线条的再现像已完全分开, 与理论分析非常吻合.

图 7、图 8、图 9 和图 10 分别是多参考光合成孔径数字全息图及其再现情况. 为简明起见, 仅模拟用  $512 \times 1024$  的 CCD 用不同的参考光记录两幅子数字全息图来加以说明. 图 7(a) 为将 CCD 的中心移动到  $(-L_x/2, 0)$  处, 用与  $z$  轴的夹角为  $0.4^\circ$  的模拟参考光记录的子全息图; 图 7(b) 为将 CCD 的中心移动到  $(L_x/2, 0)$  处, 用与  $z$  轴的夹角为  $0.9^\circ$  的模拟参考光记录的子全息图, 两幅子全息图分别记录了物光场左右一半带宽的信息. 图 8(a) 和图 9(a) 是用与图 7(a) 和图 7(b) 对应记录参考光相同的再现光分别再现的模拟数字再现光场, 图中箭头所指是放大的再现像, 图 8(b) 和图 9(b) 是对应再现像的强度分布. 由于子数字全息图只记录了双狭缝衍射的半个零级和半个一级信息, 可以明显看出它们各自的再现像都是分离的, 但这并不表示子全息图有高分辨率, 只是在类似于我们选择的模拟物体和记录条件下出现的一种现象, 可以理解为所记录的物光场的带宽被压缩后在空域的展宽效应, 这一点可以从图 8(b) 和图 9(b) 中两峰-峰值间距均为三个像元 (0.09 mm) 看出. 图 10(a) 和图 10(b) 是图

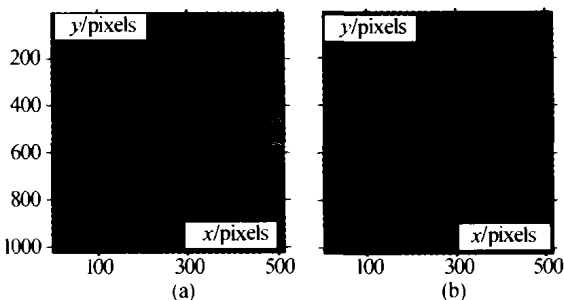


图 7 参考光夹角为 (a)  $0.4^\circ$  和 (b)  $0.9^\circ$  记录的子全息图  
Fig. 7 Hologram for the reference wave in different incidence angle of (a)  $0.4^\circ$  (b)  $0.9^\circ$

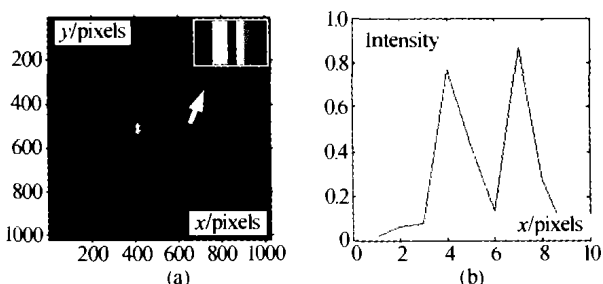


图 8 图 7(a) 的子全息图用参考光再现的光场  
Fig. 8 Reconstructed optical field of Fig. 7(a) by the original reference wave

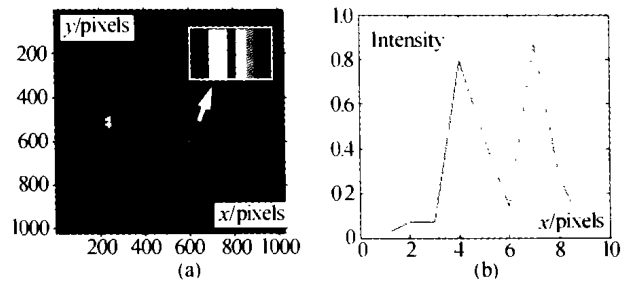


图 9 图 7(b) 子全息图用原参考光再现的光场  
Fig. 9 Reconstructed optical field of Fig. 7(b) for the original reference wave

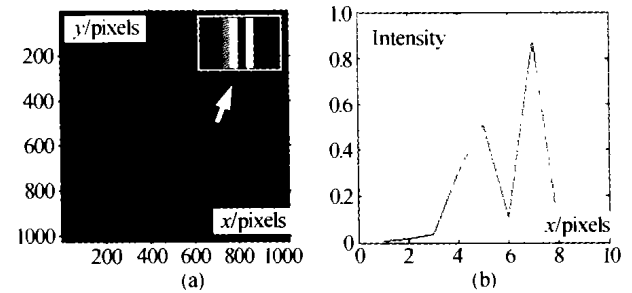


图 10 两个分复振幅叠加的再现光场  
Fig. 10 Reconstructed optical field for two complex amplitudes superposition of sub-hologram

8(a) 和图 9(a) 两个再现光场对应的分复振幅叠加后得到的合再现光场及再现像的强度, 可以看出再现像已完全分开, 且峰-峰值为两个像元 (0.06 mm), 与图 6(c) 及理论分析的结果相符合.

### 4 结论

合成孔径数字全息技术是提高数字全息分辨率的有效手段. 单参考光合成孔径数字全息技术实现方法简单, 但由于采样条件的限制, 对系统分辨率的提高是有限的; 多参考光合成孔径数字全息技术由于同时考虑记录的采样条件和再现系统的分辨率, 在进行高分辨率测量中具有较强的应用背景, 但实现时技术难度相对较大. 模拟分析表明, 两种方法在提高数字全息的分辨率和信噪比方面有相同的结果, 但如果所记录的物光场位置选择不当, 会出现再现像的假分辨现象, 在实验研究中应予以注意.

### 参考文献

- 1 Lebrun D. Application of wavelet transform to hologram analysis three-dimensional location of particle. *Opt Laser Eng*, 2000, **33**(6): 409 ~ 421
- 2 刘诚, 刘志刚, 薄峰, 等. 数字全息中再现像分离问题的研究. *光子学报*, 2003, **32**(5): 588 ~ 591  
Liu C, Liu Z G, Bo F, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(5): 588 ~ 591
- 3 Dubois F, Monnmpm O, Yourassowsky C, et al. Border processing in digital holography by extension of the digital hologram and reduction of the higher spatial frequencies. *Appl Opt*, 2002, **41**(14): 2621 ~ 2626
- 4 侯学比, 陈国夫. 飞秒激光电子学透过高散射介质成像

- 研究. 光子学报, 1999, **28**(8): 696 ~ 699
- Hou B X, Chen G F. *Acta Photonica Sinica*, 1999, **28**(8): 696 ~ 699
- 5 Lefevre C B, Coetmellec S, Pedrini G, *et al.* Short-coherence digital microscopy by use of a lensless holographic imaging system. *Appl Opt*, 2002, **41**(22): 4489 ~ 4496
- 6 Dubois F, Joannes L, Legros J C. Improved three-dimensional imaging with a digital holography microscope with a source of partial spatial coherence. *Appl Opt*, 1999, **38**(34): 7085 ~ 7093
- 7 Cutrona L J. In *Redar Handbook*. McGraw-Hill, Newyork, 1970. 152 ~ 168
- 8 Clerc F L, Gross M, Collot L. Digital off-axis holography with a synthetic-aperture. *Opt Lett*, 2001, **26**(24): 2179 ~ 2181
- 9 Binet R, Colineau J, Lehureau J C. Short-range synthetic aperture imaging at 633 nm by digital holography. *Appl Opt*, 2002, **41**(23): 4775 ~ 4782

## Synthetic Aperture Digital Holography and Multiple Reference Wave Synthetic Aperture Digital Holography

Zhong Liyun<sup>1,2</sup>, Zhang Yimo<sup>1</sup>, Lü Xiaoxu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> College of Precision Instrument and Opto-electronic Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072

<sup>2</sup> Laser Research Institute, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051

Received date: 2002-10-29

**Abstract** Based on analysis of the recording and reconstructing method about synthetic aperture digital holography, a scheme of multiple reference wave synthetic aperture digital holography is proposed. By use of double-slot as a recorded object, this paper gives some simulation of recording and reconstruction about non-synthetic aperture digital hologram, single reference wave and multiple reference wave synthetic aperture digital hologram, and some comparison about the resolution of the reconstructed image.

**Keywords** Digital holography; Resolution; Synthetic aperture digital holography; Multiple reference wave synthetic aperture digital holography



**Zhong Liyun** was born in February 1968, Qiubei, Yunnan Province, P. R. China. She received the B. S. degree and M. S. degree in physics and optics from Yunnan University and Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, in 1988 and 1991, respectively. Now she is a professor in Laser Institute of Kunming Science and Technology University. Since 2000 she has studies in optics for her doctor degree in Tianjin University. She is currently engaged in the research of digital holography and phase measuring profilometry.