

# 黄氏傅里叶计算全息图的数字再现及零级像的消除\*

赵雅晶 钟金钢

(暨南大学物理系, 广州 510632)

**摘要** 将数字再现技术应用于黄氏(T. S. Huang)傅里叶计算全息图的再现过程, 制作计算全息图, 利用数字再现直接在计算机上完成全息图的再现. 直接利用数字图像处理的方法对所得计算全息图进行滤波处理, 消除了零级像和原始像, 使得数字再现时得到了清晰的再现像, 并给出了所制作的计算全息图以及数字再现的结果.

**关键词** 计算机全息图(CGH); 数字再现; 黄氏(T. S. Huang)编码; 全数字全息术

**中图分类号** O438.1 **文献标识码** A

## 0 引言

激光问世40多年来, 全息术已获得了很大的发展. 尽管如此, 对全息术的记录、再现以及应用的研究, 一直没有停止过. 已发展出各种记录、再现方法, 其应用领域也在不断扩大. 最早发展起来的传统全息术, 记录和再现都是用光学方法. 1965年, 罗曼(A. W. Lohmann)用计算机与计算机控制的绘图仪做出了世界上第一张计算全息图, 将计算机介入到全息的研究和应用中. 计算机全息图(CGH)是通过计算方法得到全息图<sup>[1]</sup>, 但再现仍用光学方法. 计算机全息图在低噪声, 高重复性, 以及可记录世间不存在物体的图像方面都远远超过了光学记录全息图, 在某些领域的应用取得了很大进展.

随着计算机技术的进步和 CCD 等高质量电子成像器件的出现, 早在30年前就由顾德门(Goodman)提出的数字全息术<sup>[2]</sup>, 近年来国内外已陆续开展研究<sup>[3,4]</sup>. 数字全息其记录光路和传统全息基本相同, 不同的是用光敏电子元件代替普通照相干板来拍摄全息图, 并将所记录的数字全息图存入计算机, 利用数字再现的方法对全息图进行再现, 再现结果直接显示在计算机显示器屏幕上. 与传统全息术相比较, 数字全息主要的优点就是避免了传统全息术中普通照相干板的化学处理过程, 这样全息图的再现可以做到实时再现, 尤其是对生物细胞等非静止物体的实时监测方面有其独特的优势. 已在许多领域的应用研究取得较大进展<sup>[5,6]</sup>.

将数字全息术中的数字再现技术应用于计算全息图的再现过程, 实现全息图的记录、再现全过程用计算机完成, 本文称为全数字全息术. 全数字全息术也将在许多领域获得广泛应用. 全数字全息术的

研究, 已有少量的研究报道, 如文献<sup>[7]</sup>对在计算机进行计算全息图模拟再现方法进行了探讨; 文献<sup>[8]</sup>实现了一种菲涅耳计算全息的数字再现; 文献<sup>[9]</sup>实现了一种彩色计算全息的数字再现; 文献<sup>[10]</sup>试图将此技术应用于数字图像的加密. 但以上文献都对数字再现像中零级和孪生像的消除, 以便获得清晰再现像讨论较少. 本文研究了黄氏编码傅里叶计算全息图的数字再现, 直接利用数字图像处理的方法对所得计算全息图进行滤波处理, 消除了零级像和孪生像, 获得了清晰的数字再现像.

## 1 计算机图像的傅里叶计算全息图的计算机制作

先由计算机图像文件中读取数字图像数据, 所读取的是一幅 BMP 格式的图像, 由于基于快速傅里叶变换(FFT), 图像取  $2^M \times 2^N$  像, 其中  $M, N$  为正整数, 取  $M = N = 5$ , 即计算全息图包含有  $512 \times 512$  个样点.

由于制作的是傅里叶变换全息图, 故要算出全息图面上傅里叶谱的复振幅分布. 为了降低全息图的动态范围, 对所读取的数字化图像在做变换之前先乘以随机相位因子, 即乘以  $\exp[i\phi(x, y)]$ , 这种相乘随机相位的方法平滑了傅里叶变换谱. 然后再对它进行二维快速傅里叶变换(FFT), 设变换的结果为

$$F_{mn} = C_{mn} + iD_{mn} \quad (1)$$

式中  $C_{mn}, D_{mn}$  分别为实部, 虚部.

利用幅值和相位公式, 得出全息图面上所要记录的傅里叶谱的振幅和  $-\pi \sim \pi$  之间的相位值

$$A_{mn} = \sqrt{C_{mn}^2 + D_{mn}^2}; \varphi_{mn} = \arctan^{-1}(D_{mn}/C_{mn}) \quad (2)$$

光学的离轴全息图, 其透过率函数为

$$h(x, y) = |f(x, y) + R(x, y)|^2 = |A(x, y) \cdot \exp[i\varphi(x, y)] + R \exp(i2\pi\alpha x)|^2 = O(x, y)O^*(x, y) + R(x, y)R^*(x, y) + O(x, y)R^*(x, y) + O^*(x, y)R(x, y) \quad (3)$$

\*广东省自然科学基金(编号 010377)资助项目  
Tel: 020-85220484 Email: tzjg@jnu.edu.cn  
收稿日期: 2003-10-13

式中  $f(x,y)$  为物波复振幅,  $R(x,y)$  为参考光波复振幅,  $O^*(x,y), R^*(x,y)$  表示复共轭,  $\alpha$  是载频系数.

对  $A_{mn}$  进行规一化, 使得  $|A(x,y)|_{\max} = 1, R = 1$ , 则利用黄氏 (T. S. Huang) 编码方法<sup>[1]</sup>后, 得到的全息函数可表示为

$$H(x,y) = \frac{1}{2} A(x,y) \{ 1 + \cos [2\pi\alpha x - \varphi(x,y)] \} \quad (4)$$

式中  $A(x,y), \varphi(x,y)$  对应  $A_{mn}, \varphi_{mn}$ , 所得  $H(x,y)$  是实的非负数阵列, 包含了物光波的全部信息, 是全息面上的光强分布. 选取一定的载频系数  $\alpha$ , 可将物体的正负一级衍射像分离. 全息图面上抽样点都用 256 灰阶表示, 故做成的是灰阶计算全息图, 用灰度的变化来标志透过率的大小.

### 2 对傅氏计算全息图进行数字再现

傅里叶变换计算全息图的再现光路如图 1 所示,  $f$  为傅里叶透镜的焦距. 将计算全息图放入图 1 所示光路的输入面上, 一束平行光照射到处于透镜前焦面 (输入面) 的傅里叶全息图上, 原始像及其共轭像就将分别出现在输出面上的  $\pm 1$  衍射级上. 与图 1 所示的光学再现的物理过程相对应, 用记录参考光波的复共轭光波与全息图相乘, 再计算所得结果的傅里叶变换, 获得再现像的光场强度分布, 即可模拟再现过程, 得到数字再现像. 由于运用快速傅里叶变换算法<sup>[11]</sup>, 整个模拟再现过程非常快捷方便.

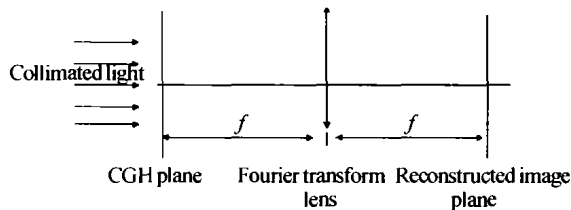


图 1 计算全息图再现的光路图

Fig.1 Schematic diagram of the reconstruction of the CGH

线性记录条件下, 全息图的振幅透射系数  $t(x,y)$  正比于全息图的光强分布  $H(x,y)$ . 设参考光的共轭光是  $R^*(x,y) = R_0 \exp(-i2\pi\alpha x)$ , 则全息图经参考光照明后, 其复振幅分布为  $U(x,y) = H(x,y)R^*(x,y)$ , 并且有

$$U \infty (O^*O + RR^*)R^* + O^*RR^* + OR^*R^* \quad (5)$$

式中, 第 1 项是物体的自相关像, 第 2 项为直透分量, 由这 2 项组成零级衍射像; 第 3 项是物体共轭像; 第 4 项是物体的原始像.

在对全息图进行数字再现之前, 直接利用数字图像处理的方法对所得计算全息图进行滤波处理, 以便消除零级像和原始像, 再现时获得清晰实像.

首先, 对计算全息图用拉普拉斯算符处理, 在图

像处理领域拉普拉斯算符常被用作提取图像边界的工具<sup>[11,12]</sup>, 它能够较好去除图像中的低频成份, 因此用它对所得的傅里叶计算全息图进行处理, 再现像中的零频成份能够得到很好的消除; 同时拉普拉斯滤波还提高了图像的对比度, 抑制了噪声的影响. 处理后的全息图为

$$H^{(1)}(x,y) = \nabla^2 H(x,y) = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = -H(i,j+1) - H(i,j-1) - H(i+1,j) - H(i-1,j) + 4H(i,j) \quad (6)$$

由参考文献<sup>[13]</sup>, 数字全息术再现全息图前, 在全息图的傅里叶谱上用滤波方法全息图进行滤波处理, 获得较好的再现效果. 在此可利用数字全息技术中对全息图预处理的技术, 对全息图进行预处理, 以获得清晰再现像. 对  $U(x,y)$  进行 Fourier 变换, 在频谱面共轭像、原始像及零级衍射像是分离的. 用窗函数实现滤波, 将原始像和零级衍射像消除, 只留下共轭像的频谱; 再进行逆 Fourier 变换, 就可以将再现光波从频域恢复到时域, 但此时再现光波只包含了共轭像的信息.

对  $U(x,y)$  用上述的图像处理方法进行滤波, 设滤波之后为  $U'(x,y)$ , 它只包含了共轭像的信息, 则在输出面上得到的光场复振幅为:  $U'(x,y) = FFT[U(x,y)]$ , 这样, 用数字再现的方法便得到了计算全息图的再现像.

### 3 计算机制的全息图以及相应数字重现图

如图所示, 图 2 显示的是用来制作计算全息暨南大学校徽图标. 图 3 为所制作的黄氏傅里叶计算全息图, 图 4 为由图 3 直接进行数字再现的结果图, 可看到原始像, 共轭像, 零级像共存. 图 5 为图 3 经过拉普拉斯变换处理之后的数字再现图, 可看到零级衍射像得到了很好的消除, 图 6 为经过用窗函数滤波处理之后的全息图, 图 7 为由图 6 数字再现的结果图, 可看到得到了清晰的再现像.



图 2 制作计算全息用原图像  
Fig.2 The original image for CGH

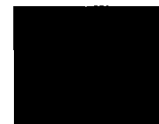


图 3 黄氏傅里叶计算全息图  
Fig.3 T. S. Huang's Fourier CGH



图4 由图3再现所得的结果图

Fig. 4 Reconstruction image from Fig. 3



图5 由图3拉氏变换后的再现图

Fig. 5 Reconstruction image from Laplacian transform of Fig. 3



图6 用窗函数滤波后的计算全息图

Fig. 6 The CGH after window filtering



图7 由图6所得的数字再现图像

Fig. 7 Reconstruction image from Fig. 6

## 4 结论

提出用计算机数字再现黄氏计算全息图。利用黄氏方法制作了一枚徽图标图像的傅里叶计算全息图;通过模拟光路再现傅里叶计算全息图的方法,对计算全息图进行了数字再现。并且直接利用数字图像处理的方法对所得计算全息图进行滤波处理,消除了零级像和孪生像,得到了清晰的实像。可以预期,随着数字再现技术应用于计算全息图的深入研究,这种全数字全息术也将和其它全息术一样,在一些领域也将获得广泛应用。

### 参考文献

- 1 虞祖良,金国藩. 计算机全息图. 北京:清华大学出版社,1984  
Yu Z L, Jin G F. Computer Generated Hologram. Beijing: Publishing House of Tsinghua University, 1984
- 2 Goodman J W, Lawrence R W. Digital image formulation from electronically detected holograms. *Applied Physics Letter*, 1967, **11**(3): 77 ~ 79
- 3 刘诚,刘志刚,薄峰,等. 数字全息中再现像分离问题的研究. *光子学报*, 2003, **32**(5): 588 ~ 591

- Liu C, Liu Z G, Bo F, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(5): 588 ~ 591
- 4 张莉, 国承山, 荣振宇, 等. 同轴相移数字全息中相移角的选取及相移误差的消除. *光子学报*, 2004, **33**(3): 353 ~ 356  
Zhang L, Guo C S, Rong Z Y, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(3): 353 ~ 356
- 5 Froning P, Pedrini G, Tiziani H J, et al. Vibration mode separation of transient phenomena using multi-pulse digital holography. *Opt Engng*, 1999, **38**(12): 2062 ~ 2068
- 6 Schdin S, Pedrini G, Tiziani H J, et al. Highly sensitive pulsed digital holography for built-in defect analysis with a laser excitation. *Appl Opt*, 2001, **40**(1): 100 ~ 103
- 7 国承山, 王伟田. 计算全息图的模拟再现. *光电子·激光*, 1997, **8**(4): 291 ~ 294  
Guo C S, Wang W T. *Optoelectronics · Laser*, 1997, **8**(4): 291 ~ 294
- 8 葛宝臻, 罗文国, 吕且妮, 等. 数字再现三维物体菲涅耳计算全息的研究. *光电子·激光*, 2002, **13**(12): 1289 ~ 1292  
Ge B Z, Luo W G, Lü Q N, et al. *Optoelectronics · Laser*, 2002, **13**(12): 1289 ~ 1292
- 9 陈兴梧, 赵慧影, 葛宝臻, 等. 彩色全息图的计算机产生和数字再现. *光学技术*, 2003, **29**(2): 239 ~ 241  
Chen X W, Zhao H Y, Ge B Z, et al. *Optical Technique*, 2003, **29**(2): 239 ~ 241
- 10 雒江涛, 曾庆济, 郭洪, 等. 利用计算机全息实现数字图像的全息变换. *光电子·激光*, 2002, **13**(11): 1171 ~ 1173  
Luo J T, Zeng Q J, Guo H, et al. *Optoelectronics · Laser*, 2002, **13**(11): 1171 ~ 1173
- 11 Castleman K R 著, 朱志刚等译. 数字图像处理. 北京: 电子工业出版社, 2002  
Castleman K R, Translated by Zhu Zhigang, et al. *Digital Image Processing*. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002
- 12 刘诚, 李良钰, 李银柱, 等. 无直透光和共轭像的数字全息. *光学学报*, 2002, **22**(4): 427 ~ 431  
Liu C, Li L Y, Li Y Z, et al. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(4): 427 ~ 431
- 13 Chche E, Marquet P, Depeursinge C. Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography. *Appl Opt*, 2000, **39**(23): 4070 ~ 4075

## Digital Reconstruction of T. S. Huang's Fourier CGH and The Elimination of the Zero-order of Diffraction Images

Zhao Yajing, Zhong Jingang

*Physics Department, Jinan University, Guangzhou 510632*

Received date:2003-10-13

**Abstract** The digital reconstruction technique is applied to the reconstruction process of the T. S. Huang's Fourier computer generated hologram (CGH). The CGH is made and reconstructed directly through the method of digital reconstruction. By using digital image processing method directly, twin-images and zero-order of diffraction images are eliminated and clear real-image are obtained. The CGH of the computer image is presented in this paper, together with the results of digital reconstruction.

**Keywords** Computer Generated Hologram (CGH); Digital reconstruction; Huang's coding; All-digital holography

**Zhao Yajing** was born in 1981 in Shanxi Province, China. She graduated from department of physics, Shanxi Teachers University in 2002. Now she is working towards the M. S. degree in Guangzhou Jinan University. Her research interests include optoelectronic technique and computer information processing.

