

# 一维光子晶体反常折射的数值分析\*

黄弼勤 顾培夫

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

**摘 要** 分析了一维光子晶体中产生反常折射的原因,根据波向量图对光在其中传播的方式做了定性的分析.根据一维光子晶体中具有波频率与波向量之间明确解析表达式的特点,指出利用此关系式能方便地对光在其中的传播方式进行深入的分析.利用这种方法,文中分析了光在其中传播的一些性质.指出光的偏移性质与角度和频率密切相关.

**关键词** 一维光子晶体;反常折射;波向量图

**中图分类号** O734 **文献标识码** A

## 0 引言

光子晶体的应用提供了对光进行自由控制的有效途径,使得实现光子集成成为可能.自从光子晶体提出以来,众多的工作集中于对光子能带结构的研究以及它的实现.对光子晶体中光的传播却缺乏足够的研究.自从2001年负折射介质得到实验验证以来<sup>[1]</sup>,光在正负介质表面的负折射现象得到越来越多的关注.最初实现负折射效应的途径主要是实现负折射率介质.后来发现在光子晶体中也存在类似的负折射效应<sup>[2-4]</sup>.负折射效应对于实现近场完美成像非常重要<sup>[5]</sup>.光子晶体中的负折射效应只有在高维光子晶体中才有可能存在.虽然一维光子晶体中不存在负折射效应,但是存在复杂的反常折射现象.在一个方向上电介质常数的周期变化引入了一维光子能带,由于光子能带结构的出现,使得光在一维光子晶体中的传播比光在一般介质中的传播要复杂得多.特别是在光子禁带附近光的传播方式发生明显的改变:能量传播方向不再和相速度方向一致,而且不同频率,不同角度入射的光的传播方向都不相同.由此产生了光的反常折射现象.这在某种程度上类似于光在各向异性介质中的传播方式.但是构成这种现象的物质却不需要各向异性,而且它的传播方式更加复杂.它的复杂程度因光子能带结构的不同而异.这个现象虽不能用于成像,却可被用于实现各种有价值的器件的集成,比如用于波分复用器件<sup>[6,7]</sup>,波片等光偏转器件.由于相对于高维光子晶体的实现而言制造工艺相对简单得多,更易于实现,一维光子晶体的研究得到了越来越多的重视<sup>[8,9]</sup>.将一维光子晶体用来实现这些器件,能够实现光子器件的集成.

为了充分利用这个特性,需要对它进行细致深入的分析.但以前研究一维光子晶体均未涉及反常折射方面的定量工作,只是对这个性质有个定性的认识.这对于设计合理有效的器件是远远不够的.因此本文着重对一维光子晶体的这一性质进行数值分析.以有助于对这个性质的深入理解.

## 1 一维光子晶体中的反常折射

在光子晶体中,光以 Bloch 波的形式存在.一维光子晶体中光波电场可以表示成如下的形式

$$E_K(x, z) = E_K(x) e^{iKx} e^{i\beta z} \quad (1)$$

式中,  $K$  为 Bloch 波矢,  $\beta$  为平行入射界面的波矢量,此处沿着  $z$  轴.  $x$  轴为电介质常数周期变化的方向.由于对称性,将入射光波限定在  $x-z$  平面内.根据 Bloch 波理论,电场可以表示为

$$E_K(x, z) = e^{iKx} e^{i\beta z} \sum_G A_G e^{iGx} \quad (2)$$

式中  $A_G$  为  $E_K(x)$  的傅里叶展开系数,  $G$  为倒格矢.由式(2)可以看出:在光子晶体中,一个 Bloch 波可以表示为许多空间谐波的叠加.因此光在其中的传播不再是一般介质中的传输模式.通过引入相速度和群速度可以很好地描述光传播的方式.在一般介质中光的相速度总是等同于群速度.在各向异性的介质中,二者之间不再保持一致,从而产生了寻常光与非寻常光.在一维光子晶体中也存在类似的现象.已经证明在周期性结构中, Bloch 波的群速度与 Bloch 波的能量传播速度一致<sup>[10]</sup>,因此可以利用 Bloch 波的群速度表征一维光子晶体中光波的传播速度.群速度定义为

$$V_g = \nabla_k \omega(k) \quad (3)$$

式中  $k$  表示波矢量,在一维光子晶体中包括 Bloch 波矢量和平行入射界面的波矢量  $\beta$ .  $\omega(k)$  表示光子晶体中频率与波矢量的关系.因此,通过引入波向量图<sup>[2]</sup>,可以直观地理解光子晶体中的光波传播方式.图1为一维光子晶体中 TE 波的波向量图,图中

\*国家自然科学基金资助项目(60078001)

Email: htwoohbq@hotmail.com

收稿日期:2003-09-16

只描述了空气中入射角度为  $0 \sim 90^\circ$  的波向量图. 波向量图的描述是基于波向量坐标的等频线. 其中  $K$  为 Bloch 波矢量,  $K_x$  为平行于入射界面的波矢量. 高低介质材料取 ZnSe 与 MgF<sub>2</sub>. ZnSe 的填充比率为 1/3. 图 1 只描绘出第一光子能带下的波向量图, 波矢量已经用  $2\pi/T$  归一化 ( $T$  为一维光子晶体周期, 如无特别指明, 文中的所有波矢量都依此进行归一化, 频率以  $2\pi C/T$  进行归一化,  $C$  为光速). 可以看到当频率逐渐接近第一光子禁带时, 相应的等频线变化更加剧烈. 根据群速度的定义, 可以知道, 群速度为频率对波矢量的梯度, 其方向为等频线的法向指向频率增加的方向. 因此, 从图中可以容易看出, 一维光子晶体中的 Bloch 波的能量传播方向与波矢

量的方向是不一致的, 而且在不同位置, 二者之间的差别是不一样的, 特别是在光子禁带附近变化更加明显. 由于一维光子晶体只在一个方向引入了电介质常数的周期调制, 因此它不存在类似二维或者三维光子晶体中的负折射效应<sup>[3,4]</sup>. 它的光折射方向与入射方向仍然位于入射界面法线的两侧. 但是由于周期性电介质常数的调制使得光在一维光子晶体中能产生强烈的反常折射, 这种性质引起了在禁带附近光束的展宽、压缩等现象<sup>[11]</sup>. 特别有意义的是, 这种光波偏移现象可以用于各种分束, 分频器件<sup>[7]</sup>的设计, 因此对这种性质的深入分析有重要的意义.

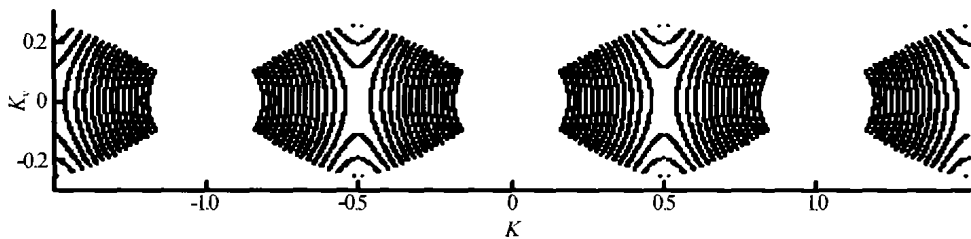


图 1 一维光子晶体 TE 模式的波向量图  
Fig. 1 The wave-vector diagram for TE modes in one dimensional photonic crystal

## 2 一维光子晶体中反常折射的数值分析

从波向量图只能定性地判断光波在一维光子晶体中的传播性质, 对具体的应用设计还缺乏有效的指导意义. 为了知道波向量图中任一位置光波的群速度, 需要求得波频率对波向量的梯度. 这意味着需要知道频率与波向量之间的具体关系. 在高维光子晶体中要获得这个关系是不太可能的. 基本上只能通过数值计算近似求得二者之间的关系, 从而获得群速度. 而一维光子晶体的情况相对要简单一些. 一维光子晶体中, 波频率与波向量之间的关系图可由式(4)获得

$$\cos KT = \cos(k_{1x}a) \cos(k_{2x}b) - M \sin(k_{1x}a) \sin(k_{2x}b) \quad (4)$$

$$M \equiv \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{k_{2x}}{k_{1x}} + \frac{k_{1x}}{k_{2x}} \right) & \text{TE} \\ \frac{1}{2} \left( \frac{n_1^2 k_{2x}}{n_2^2 k_{1x}} + \frac{n_2^2 k_{1x}}{n_1^2 k_{2x}} \right) & \text{TM} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $K$  为 Bloch 波矢量,  $k_{1x}$ 、 $k_{2x}$  为各层介质中波矢量的法向分量.  $a$ 、 $b$  以及  $n_1$ 、 $n_2$  分别为相应介质层的厚度及折射率,  $T$  为一维光子晶体的周期, TE, TM 分别表示电场和磁场垂直入射平面的电磁波.

根据这个公式可以简单地获得波向量图中任一位置的群速度. 因此可以方便地对一维光子晶体中的折射性质进行详尽的分析.

下面是根据这个方法进行的一些分析. 由于一维光子晶体在波分复用器件上的潜在用途, 我们着重分析在一定入射角度上光波的传播特性.

图 2 描述了一定角度下, 光波的群速度与入射界面法线之间夹角  $\theta$  随频率  $\omega$  变化的特性. 其中采用的高低介质折射率为 4.6, 1.6. 高折射介质的填充因子为 1/3. 这里只分析了 TE 模式第一能带中的一部分. 从图中可以看出随着光波频率的增大, 群速度越来越偏离法线. 而且这种偏离是越来越明显, 特别是在接近光子禁带附近时发生剧烈的变化. 其中虚线代表了  $60^\circ$  入射的光, 实线代表  $30^\circ$  入射. 可以看到在  $30^\circ$  入射时, 当达到一定频率以后这种偏离不存在, 而在  $60^\circ$  入射时, 却依然有偏离. 这是因为这些对应的频率只有在一定角度入射时才存在传播解. 这也可以由图 1 看出, 对应禁带附近的光波只能在某些角度下才能找到相应的波矢量与其对

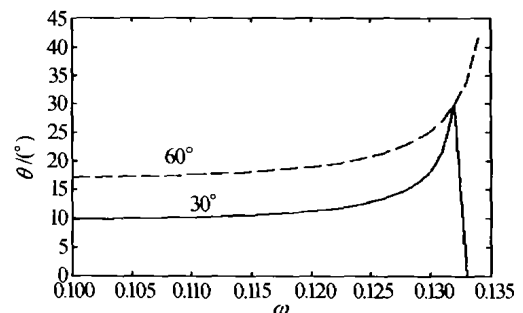


图 2 群速度与界面法线的夹角随频率的变化  
Fig. 2 Angle between group velocity and surface normal as the function of frequency of light

应,因此也只有在某些角度下才有传播解. 如果不存在传播解也就无所谓光的偏离了.

为了实现不同频率光波的分离,需要分析一维光子晶体中对同一角度入射而不同频率的光的分离能力. 同样以图2中的结构为例进行分析. 图3(a)描述了以 $60^\circ$ 入射时不同频率的光与它相邻频率的光群速度之间夹角随频率的变化. 图中横坐标代表相应的频率 $\omega$ ,纵坐标代表此频率与频率为 $\omega + 0.001$ (归一化)的光的群速度之间的夹角. 这个值的大小直接反映了这种结构充当分频器件的分辨能力. 从中可以看出,开始的时候角度的分离随频率变化平缓,随着频率越来越接近于禁带,则相邻频率的光分离得越明显,图3(b)给出了两种频率下的分辨能力随入射角度的变化. 虚线代表了频率为0.13的入射光,而实线则代表频率为0.133的入射光. 可以看出,对于0.133的入射光,由于接近禁

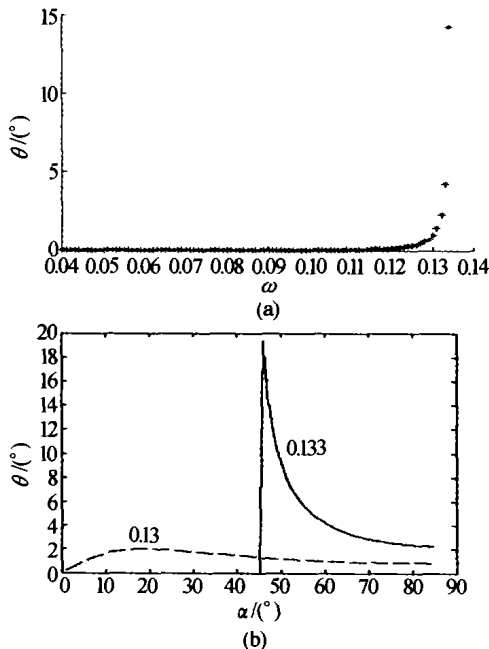


图3 (a)角度偏移随频率的变化,(b)某一频率下角度分辨率随入射角度的变化  
Fig.3 (a)The angle deflection as the function of frequency of light,(b)The angle resolution at some frequency as the function of incident angle of light, $\alpha$

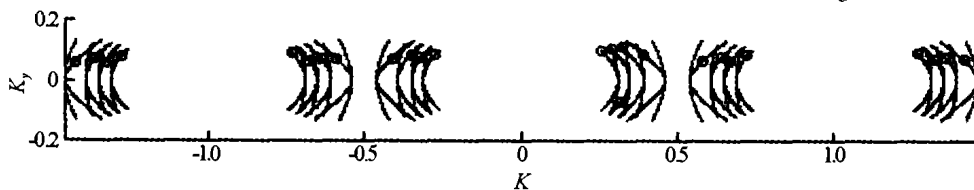


图5 TE与TM模波向量图,角频率为0.1到0.13  
Fig.5 The wave vector diagram for TE and TM modes,angular frequency is from 0.1 to 0.13

### 3 结论

由于一维光子晶体中波频率和波向量之间具有解析的表达式,可以很方便地分析光在其中的传播方式. 利用这种方法对一维光子晶体进行的分析表

带,只有在一定角度以后才具有频率分辨能力,这同样也是由于此结构的光子能带所决定的. 同时,越接近禁带,分辨能力也越高. 图3给出的光折射的性质对于设计良好性能的分频器件有重要的意义,为了获得最高的分辨能力,需要根据这些性质选择最佳的入射角度. 由于相邻频率光束之间分离的距离不仅取决于二者之间的夹角,还取决于这两个频率的光波相对入射界面法线的夹角,因此必须考虑图2描述的特性. 只有综合考虑这些因素才可能寻找到最佳的设计方案.

前述的方法不仅适用于分析单一偏振光的折射现象,将它同时用于TE、TM波可以分析一维光子晶体的偏振特性,从而有助于设计微小尺寸的偏振分束器件. 图4表示归一化频率0.13在各种角度下入射时,TE和TM波群速度夹角的变化情况. 这里采用的结构与前面所分析的是一样的. 从图中可以看出,随角度的增大,两种偏振模式波的群速的分离逐渐增大. 达到一定角度时趋于平缓. 达到最大时角度约为14度. 因此设计偏振分束器件的时候需要考虑选择最优的角度. 这个性质也可以从波向量图中得到定性的理解,如图5所示,实线代表TE模式的波,标有圆圈的实线代表TM波. 可以容易看出,在特定频率下随着入射角度的增大,两者之间的分离变得越来越明显. 在垂直入射的时候,二者是重合的.

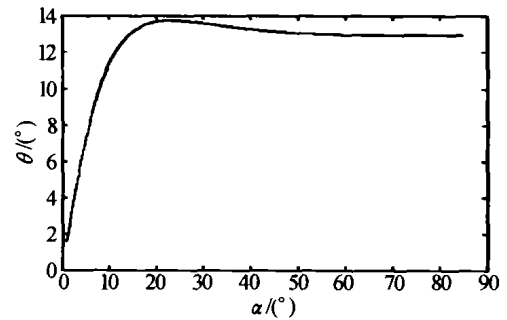


图4 TE与TM模间的角度偏移随入射角度的变化  
Fig.4 The angle deflection between TE and TM modes as the function of incident angle, $\alpha$

明一维光子晶体中光波的传播性质对角度有相当大的依赖性,同时选择一定的频率也是至关重要的. 通过这种方法可以对任意模式的光波进行分析,对于设计基于一维光子晶体光偏移性质的器件具有重要的意义. 由于高维的光子晶体不具有明确的频率

与波向量的关系,分析起来要复杂得多. 但是如果能够从数值上拟合相应的关系式则非常有助于分析.

#### 参考文献

- 1 Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 6 April, 2001, **292**:77 ~ 79
- 2 Notomi M. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals; refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Physical Review (B)*, 2000, **62**(16): 10696 ~ 10705
- 3 Luo Chiyang, Johnson S G, Joannopoulos J D, et al. All-angle negative refraction without negative effective index. *Physical Review (B)*, 2002, **65**(20):201104(R)
- 4 Luo Chiyang, Johnson S G, Joannopoulos J D. All-angle negative refraction in a three-dimensionally periodic photonic crystal. *Applied Physics Letters*, 2002, **81**(13):2352 ~ 2354
- 5 Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letter*, 2000, **85**(18):3966 ~ 3969
- 6 Nelson B E, Gerken M, Miller D A B, et al. Use of a dielectric stack as a one-dimensional photonic crystal for wavelength demultiplexing by beams shifting. *Optics Letters*, 2000, **25**(20):1502 ~ 1504
- 7 Chung K B, Hong S W. Wavelength demultiplexers based on the superprism phenomena in photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 2002, **81**(9):1549 ~ 1551
- 8 陈慰宗,郑新亮,付灵丽,等. 一维光子晶体中的电磁模密度. *光子学报*, 2003, **32**(2):17 ~ 21  
Chen W Z, Zheng X L, Fu L L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(2):17 ~ 21
- 9 陈慰宗,卜涛等,付灵丽,等. 一维光子晶体的有效折射率及色散特性. *光子学报*, 2002, **31**(9):1124 ~ 1127  
Chen W Z, Bu T D, Fu L L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **31**(9):1124 ~ 1127
- 10 Yariv A, Yeh P. *Optical waves in crystals*. New Jersey John Wiley & Sons. Inc., 1984
- 11 Felbacq D, Guizai B, Zolla F. Ultra-refraction phenomena in Bragg mirrors. *J Opt A: Pure Appl Opt*, 2000, **2**(5):L30 ~ L32

## Numerical Study about the Abnormal Refraction in One-dimensional Photonic Crystals

Huang Biqin, Gu Peifu

State Key Laboratory for Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027

Received date:2003-09-16

**Abstract** Based on the wave-vector diagram, the abnormal refraction in one dimensional photonic crystals is analysed. In order to get the quantitative analysis, the relation between frequency of light and wave vectors is used. Because the expression can be analytically acquired, the analysis for abnormal refraction in one dimension photonic crystals becomes very easy. By using this method, some properties about the abnormal refraction are analysed. The result shows that dependence of these properties on the incident angles and frequency of light is very strong.

**Keywords** One dimensional photonic crystal; Abnormal refraction; Wave-vector diagram

**Huang Biqin** Got his bachelor degree in Optical Engineering Department of Zhejiang University. Now he is a Master candidate at Optical Engineering Department. His research areas cover theory and application of photonic crystals and thin film technology.

