

用 SA - BIWP 混合算法设计三维圆环光束的 BOE*

吕俊峰^{1,2} 张静娟^{1,2} 张 艳^{1,2} 司徒国海²

(1 中国科技大学研究生院物理系,北京 100039)

(2 中国科学院研究生院物理系,北京 100039)

摘 要 提出用模拟退火—体迭代混合算法(SA-BIWP)设计二元光学元件(Binary Optical Element-BOE),实现了将入射平面波整形为圆环光束输出,并使该圆环光束在沿轴向一定距离的范围内保持光强分布不变.模拟计算表明,该混合算法对设计控制波前在三维空间传播的BOE具有良好的通用性.

关键词 衍射光学元件;圆环光束;模拟退火算法
中图分类号 O438 **文献标识码** A

0 引言

传统的衍射光学元件设计是解决由一个输入平面到单个输出平面的相位恢复问题,即使入射光波通过BOE调制后,在某预定的平面上得到满足特定要求的光场分布.然而,如何设计用一个BOE实现控制光波前在三维空间内传播,即输入光波经BOE调制后能同时满足多个输出平面的光场分布,在现实应用中有重要意义.这就加大了问题的规模,使衍射光学元件的设计变得很复杂.设计BOE的最佳量化相位分布,是一个寻找离散组合优化问题最优解的过程,常用的算法有GS算法、模拟退火法(Simulated Annealing-SA)、遗传算法(Genetic Algorithm-GA)等,目前人们用这些算法在单平面输出的传统衍射光学元件的设计中已解决了不少问题^[1-3],对于设计控制三维输出的非传统BOE,仍有待进一步的研究.

近几年来,用二元光学元件在光束整形、分束、长焦深器件等控制三维波前传播方面的研究已取得了不少进展.J. Rosen^[4]在1994年首次把图像处理领域的投影限制集算法(Projection onto Constrain Set-POCS)应用到光学元件设计领域,实现在光轴上某段距离内光强均匀分布.R. Piestun^[5,6]等人在此基础上提出一个输入面到多个输出面的光学变换系统,并采用体迭代加权投影算法(Block-Iterative weighted projections algorithm—BIWP)设计了无衍射光束.在国内,1996年中科院物理所的董和杨等采用杨·顾算法(Y-G)^[7,8],提出一个输入平面到多输出平面的相位恢复问题,并设计了衍射相位轴柱镜.

我们曾采用POCS算法设计了一个纯位相的BOE来控制波前在三维区域内传播,实现了将高斯光束变换为沿纵向调制的等光强 2×2 光束阵列^[9],还将模拟退火法(SA)成功应用到设计控制三维传播的BOE上,并实现了长焦深输出^[10].随着问题的复杂性不断增加,现有算法逐渐不能满足对非传统衍射光学元件的设计.因此,提出新的算法、改进现有算法或是采用混合算法已成为目前衍射光学设计中的发展趋势^[11-16].

由于BIWP算法在解决控制三维区域波前传播问题时具有良好的收敛性和普遍性,在本文,我们采用模拟退火法(SA)和BIWP算法的混合算法(SA-BIWP)设计了一个16台阶纯相位的BOE,在距该元件76~90mm的范围内,实现了将强度分布均匀的入射光波整形为圆环分布,而且在传播方向上的每个截面内,光场分布都达到设计要求.模拟计算结果证实了该算法具有收敛速度快、耗时短、抗局部干扰能力强、避免对初始条件选择依赖性的优点,在实现控制波前传播的非传统衍射光学元件中十分有效.

1 理论基础

如图1所示,控制三维区域波前传播的非传统BOE的设计,可以用菲涅耳光学变换系统描述.

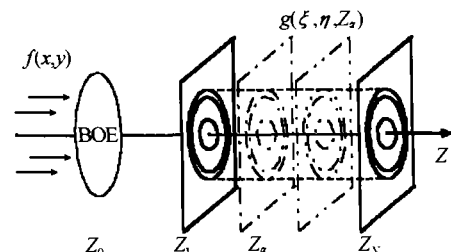


图1 菲涅耳变换系统示意图

Fig. 1 The sketch of the Fresnel transform system
在输入平面 Z_0 处放置BOE元件,要求输入光波 $f(x,y)$ 经BOE的调制后,能够在三维区域 D 内

*国家自然科学基金资助项目(69977018)(60277027)
Tel:010-88256136 Email:jjzhang@gscas.ac.cn
收稿日期:2002-02-08

均能满足特定的光场分布. 为了简化起见, 我们将区域 D 分成垂直于光轴的 Z_1, Z_2, \dots, Z_N 共 N 个输出平面, 这是从一个输入平面到多个输出平面的振幅-相位恢复问题. 用 (x, y) 和 (ξ, η, Z_α) 分别表示输入平面和第 α 个输出平面上点的坐标, 则

$$\text{输入平面上光波的复振幅分布为} \\ f(x, y) = |f(x, y)| e^{j\phi(x, y)} \quad (1)$$

$$\text{纯位相 BOE 元件的复振幅分布为} \\ h(x, y) = e^{j\Psi(x, y)} \quad (2)$$

定义

$F(x, y) = f(x, y)h(x, y) = |f(x, y)| e^{j\phi(x, y)}$, 式中 $\phi(x, y) = \varphi(x, y) + \Psi(x, y)$, 输入平面与区域 D 之间满足菲涅耳变换关系, 则在第 α 个输出平面上的复振幅为

$$g(\xi, \eta, z_\alpha) = FrT\{F(x, y)\}_{z_\alpha} = \frac{\exp(jkz_\alpha)}{j\lambda z_\alpha} \iint_{\Sigma} |f(x, y)| e^{j[\phi(x, y) + (k/2z_\alpha)[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]]} dx dy \quad (3)$$

式中 Σ 表示输入面的有效孔径, 波矢 $k = 2\pi/\lambda$, $FrT\{\}_{z_\alpha}$ 表示 Z_0 到 Z_α 面的菲涅耳变换. 当输入的复振幅和期待输出的复振幅的分布都具有旋转对称性, 则进行变换的光学系统也应具有旋转对称性. 这时式(3)可以用极坐标简化

$$g(\rho, z_\alpha) = 2\pi \frac{\exp(j2\pi z_\alpha/\lambda)}{j\lambda z_\alpha} \exp\left(j\frac{\pi\rho^2}{\lambda z_\alpha}\right) \int_0^{R_0} |f(r)| \exp\left\{j\left[\phi(r) + \frac{\pi r^2}{\lambda z_\alpha}\right]\right\} J_0\left(\frac{2\pi r\rho}{\lambda z_\alpha}\right) r dr \quad (4)$$

R_0 为输入面孔径, J_0 是零阶第一类贝塞尔函数. 假设目标函数的实振幅分布为 $|g_{obj}(\rho)|$, 整个系统所有输出面上的振幅和目标函数之间的差别可以用误差函数 $Err(g)$ 来衡量, 定义误差函数 $Err(g)$ 为

$$Err(g) = \sum_{\alpha=1}^N \sum_n (|g_{obj}(\rho)| - |g(\rho, z_\alpha)|)^2 \quad (5)$$

式中 n 表示输出面上的取样点数, N 为输出平面的个数. 由于 $\phi(r)$ 和 $\Psi(r)$ 很容易由一个算出另一个, 所以算法的最终目标就是寻找合适的 $\phi(r)$, 使 $Err(g)$ 达到最小, 从而使得经 BOE 调制后的光场分布尽可能符合所有输出面的要求.

2 算法描述

模拟退火算法(SA)是 S. Kirkpatrick 等人于 1983 年提出的模拟固体退火过程且具有全局搜索功能的优化算法, 适合解决大规模组合优化问题. 该算法的特点是描述简单、使用灵活、运行效率高, 而且不受初始条件限制, 是目前最受欢迎的算法之一. SA 算法可以具体描述为: 从任意初始状态 $\phi^{(0)}$ 开始, 在当前解 $\phi^{(i)}$ 的邻域 S_i 中随机产生新解 $\phi^{(j)}$,

$g^{(i)}$ 和 $g^{(j)}$ 分别对应相位为 $\phi^{(i)}$ 和 $\phi^{(j)}$ 时输出的复振幅, 依照 Metropolis 准则确定选取新解的概率 P_i , 即

$$P_i(\phi^{(i)} \Rightarrow \phi^{(j)}) = \begin{cases} 1 & (g^{(j)} \leq g^{(i)}) \\ \exp\left(\frac{g^{(i)} - g^{(j)}}{t}\right) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (6)$$

其中, 控制参量 t 的作用与固体退火过程中的温度相似, 对 t 的每一次取值进行的所有迭代过程构成一个 Markov 链. 开始让 $t = t_0$ 取较大的值, 此时接受恶化的次数较多, 在进行足够多的转移后, 缓慢减小 t 的值, 接受恶化的次数也随之减少, 直到满足停止准则时算法终止. 由此可见, 模拟退火算法中, Metropolis 接受准则引入了新的随机因素, 使算法进程方向呈现跳跃性而可能跳离局部最优的“陷阱”. 而且, 最终解对初始解的依赖也化解了, 最终解的质量趋于稳定. 模拟退火算法的渐进收敛性由一组控制算法进程的参数即冷却进度表来控制, 一个冷却进度表包含的参数有: 1) 控制参数 t 的初值 t_0 ; 2) t 的衰减函数; 3) t 的终值(停止准则); 4) Markov 链的链长 L_k .

体迭代加权投影算法 BIWP 的特点是并行、加权, 通过对不同的输出面赋予不同的权重因子, 然后进行迭代, 使算法达到设计要求. 具体过程可概括为: 把对每个输出面的要求分别以集合的形式描述出来, 作为约束集合 C_α ($\alpha = 1, 2, \dots, N$). 每个约束集合被赋予一个投影算子 \hat{P}_α , \hat{P}_α 作用于 $F(x, y)$, 写作 $\hat{P}_\alpha F$. 一次投影操作包含一次正菲涅耳变换 FrT 、 $g(\xi, \eta, z_\alpha)$ 到约束集合 C_α 上的投影 $\hat{P}'_\alpha g$ 和一次逆菲涅耳变换 $IFrT$. 在 BIWP 算法中, 对输出面的投影操作是根据同一个输入函数, 同时对 N 个输出面完成的, N 次投影操作是相对独立、并行处理. 由递归关系可以得出

$$F_{l+1} = \sum_{\alpha=1}^N \omega(\alpha) \hat{P}_\alpha F_l \quad (7)$$

式中 $l = 0, 1, 2, \dots$ 为循环数, $\omega(\alpha)$ 为针对 N 个不同输出面的一系列权重因子, $0 \leq \omega(\alpha) \leq 1$, 且具有归一化性质: $\sum_{\alpha=1}^N \omega(\alpha) = 1$.

SA 算法和 BIWP 算法在优化的执行过程中各有不足之处. SA 算法返回一个高质量近似解的时间花费较多, 不能使优化搜索过程迅速进入最有希望的区域; BIWP 算法在很大程度上依赖于迭代算法中初始相位的选取, 并且往往会使解落入局部极值, 而得不到全局最优解.

我们将 SA 算法和 BIWP 算法综合为一种混合算法(SA-BIWP), 以 SA 为外部框架, 使其冷却进度表控制整个程序的流程, 将 BIWP 算法嵌套于 SA 算

法的迭代内层, 加强局部搜索功能. 本文中, SA-BIWP 算法的参数选取如下: 每个输出面用同一目标函数, 具有相同的权重, 即 $\omega(\alpha) = 0.1, \alpha = 1, 2, \dots, 10$. 退火初始温度 t_0 的选取依照 Aarts 等人^[17] 提出的

$$t_0 = \frac{\overline{\Delta Err(g)^+}}{\ln \frac{m_2}{m_2 \chi_0 - m_1 (1 - \chi_0)}} \quad (8)$$

对某个确定值 t 做 m 次试验, m_1 和 m_2 分别是 $Err(g)$ 减小和增大的变换数, $\overline{\Delta Err(g)^+}$ 是 m_2 次增大变换的平均增量, χ_0 为初始接受率; t 的衰减函数依照式 $t_{k+1} = \delta t_k, \delta \in (0, 1)$; Mapkov 链的选取: $\bar{L} = cU, c$ 为常数, U 取决于采样点数和量化台阶数; 内嵌 BIWP 迭代次数为 3000; 算法终止准则采用当 Mapkov 链中解无任何变化时, 算法结束. 这样, 不仅可以加快纯 SA 算法的收敛速度, 提高 BIWP 算法的抗局部极值的能力, 而且消除了算法对初始相位的依赖程度.

3 模拟结果与分析

所设计 BOE 元件的半径为 $r = 1.0 \text{ mm}$, 强度均匀的平行光正入射, 波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 沿径向总采样点数为 128. 在三维区域 ($z = 76 \sim 90 \text{ mm}$) 范围内, 我们在垂直于光束传播方向上等间距截取 10 个平面, 间距为 1.5 mm .

目标函数表达式为: $g_{obj}(\rho) = \exp(-(\rho - 0.5)/0.04)^{20}$, 其强度分布如图 2 所示.

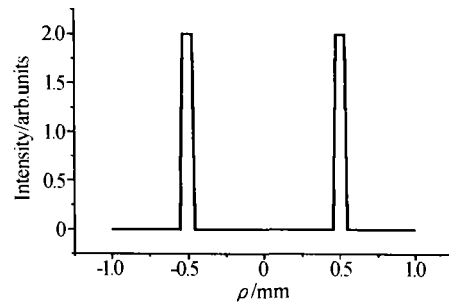


图 2 目标函数强度分布

Fig. 2 Intensity distribution of the object function

图 3 所示为采用 SA-BIWP 算法进行模拟计算所得 BOE 的相位分布, 量化台阶数为 16, 可以看出相位分布很复杂.

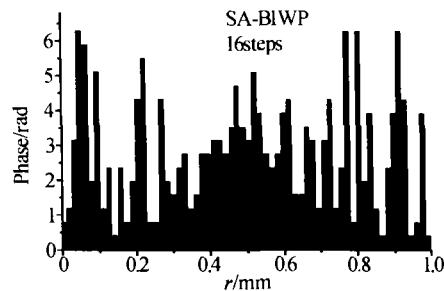


图 3 SA-BIWP 算法设计的 16 台阶 BOE 相位分布

Fig. 3 Quantized phase value distribution of the DOE

图 4(a)、(b)、(c) 分别给出了距离 BOE 元件 80 mm、83.5 mm 和 88 mm 处截面上的强度分布. 从图中可以看出, 各输出面上的光强分布均保持为环形, 而且输出圆环的中心位置都位于 $\rho = 0.5 \text{ mm}$ 处, 环的边缘也比较陡, 几乎没有旁瓣, 能量全部集中在环内, 达到了设计要求.

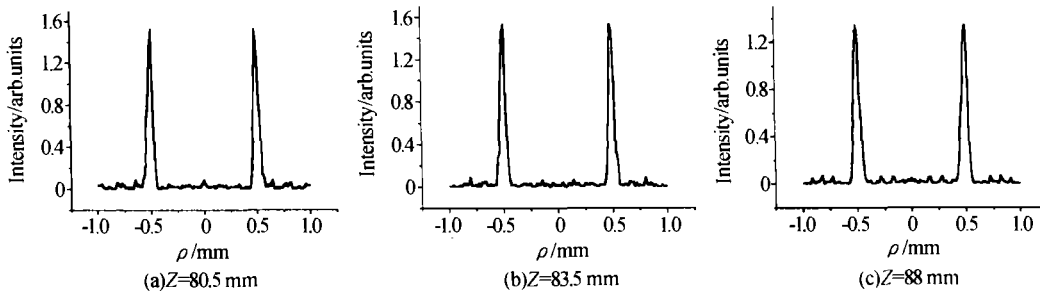


图 4 光束强度沿轴向分布图

Fig. 4 Intensity distribution along the axis with the distance

图 5 给出了在 76 ~ 90 mm 范围内所截取的全部 10 个平面上的强度分布. 如图所示, 所设计的 BOE 成功地将输入的统一平面波在距其 76 ~ 90 mm 的范围内变换为环形光束, 每个平面上输出的强度分布都与目标函数基本符合. 在图 5 中, 每个平面上环中间点 ($\rho = 0.5 \text{ mm}$) 的光强峰值沿光传播方向 (Z 轴) 仍存在一定的起伏, 输出圆环光束的环形宽度比目标函数环形宽度略大, 能量主要集中在 $\rho = 0.5 \text{ mm} \pm 0.06 \text{ mm}$ 的范围内, 为了衡量输出光束在整个三维空间内的分布是否均匀, 我们计算了每个

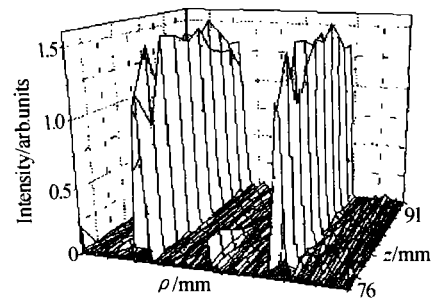


图 5 输出圆环光束的三维光场分布

Fig. 5 The 3D Intensity distribution of the ring out beam

输出平面上介于 $\rho = 0.5 \text{ mm} \pm 0.06 \text{ mm}$ 内的能量占总能量的百分比 σ_α , 其定义为

$$\sigma_\alpha = I_{\text{ring}}/I_{\text{total}} = \sum |g_{\text{ring}}(\xi_i)|^2 / \sum_{i=0}^N |g_{\text{total}}(\xi_i)|^2 \quad (9)$$

式中 $g_{\text{ring}}(\xi_i)$ 代表环形内部的复振幅分布, $g_{\text{total}}(\xi_i)$ 代表输出函数在整个平面上的复振幅分布.

图 6 所示为 σ_α 沿纵向的分布情况, 可以看出输出圆环在 z 轴 76 ~ 90 mm 范围内的环内能量占总能量的比例集中在 83% 左右, 比较均匀. 模拟计算的结果表明, 采用混合算法所设计的 BOE 成功地将光束进行了调制, 最终结果的波形达到设计要求.

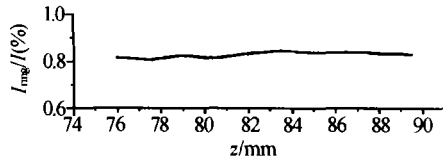


图 6 环内能量占总能量百分比沿 z 轴分布
Fig. 6 The diffractive efficient along the z axis

由于存在相位量化台阶的影响, 从图 5 还可以看到, 从 $z = 76 \text{ mm}$ 处开始的前三个截面内中心光强 ($\rho = 0 \text{ mm}$ 左右处) 还没有完全得到抑制. 输出环形的内部顶端较尖, 说明环内光束光强分布还不是很均匀, 在 $\rho = 0.5 \text{ mm}$ 处光强最大, 环边缘光强较弱, 与相位连续的理论结果明显有差距.

4 结论

采用 SA-BIWP 混合算法设计了二元光学元件, 成功实现了圆环光束输出, 并在一定距离的三维空间内满足了设计要求. 该算法对初始条件的依赖低, 有良好的抗局部极值能力, 尤其在控制三维波前传播方面性能十分优越, 是一种有效的全局优化算法.

参考文献

- Gerchberg R W, Saxton W A. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 1972, **35**(2): 237 ~ 246
- Ogura Yusuke, Tanida Jun, Ichioka Yoshiki, et al. Diffractive phase element for reducing the diameter of the main lobe of a focal spot. *Proc. SPIE*, 2000, **4081**: 226 ~ 235
- Ji Yang, Zhang Jingjuan, et al. Binary optics design with genetic algorithm. *Proc of SPIE*, 1996, **2866**: 116 ~ 119
- Rosen J. Synthesis of nondiffracting beams in free space. *Optics Letters*, 1994, **19**(6): 369 ~ 371
- Rafael Piestun, Joseph Shamir. Control of wave-front propagation with diffractive elements. *Optics Letters*, 1994, **19**(11): 771 ~ 773

- Rafael Piestun, Boris Spektor, Joseph Shamir. Unconventional light distributions in three-dimensional domains. *Journal of Modern Optics*, 1996, **43**(7): 1495 ~ 1507
- Dong Bizhen, Yang Guoguang, Gu Benyuan, et al. Iterative optimization approach for the design of axilens with long focal depth and high transverse resolution. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 1996, **13**(1): 97 ~ 103
- Li Qi, Gao Huide, Dong Yunhua, et al. Investigation of diffractive optical element for shaping a Gaussian beam into a ring-shaped pattern. *Optics & Laser Technology*, 1998, **30**(8): 511 ~ 514
- 王京从, 张静娟, 霍峻岭, 等. 实现控制播前传播的纯相位衍射光学元件. *光学学报*, 1998, **18**(12): 1735 ~ 1740
Wang J C, Zhang J J, Huo J L, et al. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(12): 1735 ~ 1740
- Liang Wenxi, Zhang Jingjuan, Lu Junfeng, et al. Designing a diffractive Optical element for controlling the beam profile in a three-dimensional space using the simulated annealing algorithm. *Chinese Physics*, 2001, **10**(12): 1129 ~ 1135
- Gonzalez Luis A, Arrizon V. Improved simulated annealing algorithm for optimization of symmetrical elements. *Proc of SPIE*, 2000, **3951**: 118 ~ 125
- Sven B, GmbH L T, Frank W, et al. Solving tolerancing and 3D beam shaping problems by multifunctional wave optical design. *Proc of SPIE*, 2000, **4092**: 48 ~ 59
- 金国藩, 谭峭峰, 严瑛白, 等. 二元光学在强激光波面整形中的应用. *中国工程科学*, 2000, **2**(6): 27
Jin G F, Tan Q F, Yan Y B, et al. *Engineering Science*, 2000, **2**(6): 27
- 鲁建业, 李琦, 董蕴华, 等. 采用混合遗传-模拟退火算法对 DOE 的直接设计. *光电子·激光*, 2001, **12**(4): 365 ~ 367
Lu J Y, Li Q, Dong Y H, et al. *J Optoelectronics · Laser*, 2001, **12**(4): 365 ~ 367
- Meister M, Winfield R J. Novel approaches to direct search algorithms for the design of diffractive optical elements. *Optics Communications*, 2002, **203**(1-2): 39 ~ 49
- Shabtay G, Zalevsky Z, Levy U, et al. Optimal synthesis of three-dimensional complex amplitude distributions. *Optics Letters*, 2000, **25**(6): 363 ~ 365
- 康立山, 谢云, 尤矢勇, 等. 非数值并行算法-模拟退火算法. 北京: 科学出版社, 1998, 86 ~ 93
Kang L S, Xie Y, You S Y, et al. Simulated annealing algorithm. Beijing: Science Press, 1998. 86 ~ 93