

双模压缩真空场与 Λ 型三能级原子非共振作用

谢芳森¹ 陈明玉^{1,2} 刘小青¹

(1 江西师范大学物理与通信电子学院, 南昌 330027)

(2 南昌陆军学院物理教研室, 南昌 330103)

摘要 研究了双模压缩真空场与 Λ 型三能级原子非共振相互作用系统中, 场模失谐量对原子布居概率和光场的双模互关联函数、二阶相干度的影响。结果表明: 失谐量使原子 Rabi 振荡呈现周期性崩塌与复苏现象; 当光场初始压缩因子 r 较小时, 失谐量将削弱光子的反聚束效应; 当 r 较大时, 失谐量又将增强光场两模相关的稳定性。

关键词 双模压缩真空场; Λ 型三能级原子; 双模互关联函数; 二阶相干度

中图分类号 0431.2 文献标识码 A

0 引言

关联双模辐射场及其与原子体系相互作用的研究是目前量子光学研究的热点之一。一些重要的非经典效应, 如原子布居的崩塌与复苏、光子的反聚束、光场的压缩等^[1~4], 不断地被揭示出来。双模压缩真空场两个模的光子数总是相等的, 两模之间存在很强的关联, 是一种典型的关联双模场, 在量子测量、光通讯等领域有着重要的应用前景。文献[5~7]对双模压缩真空场与二能级单原子、耦合二能级双原子共振相互作用以及与级联型三能级原子相互作用系统中原子的偶极压缩或光场的量子特性等各有研究。但关于双模压缩真空场与 Λ 型三能级原子非共振相互作用的研究尚未见报道。考虑场模失谐量的影响更能反映实际系统的特征, 因而, 研究它对原子与场相互作用的动力学很有必要。本文计及场模失谐量, 研究了双模压缩真空场与 Λ 型三能级原子非共振相互作用系统中原子布居概率和双模互关联函数、二阶相干度随时间的演化。

1 系统态函数

Λ 型三能级原子与双模场的非共振相互作用的能级图如图1所示。在旋波近似下, 其原子与双模

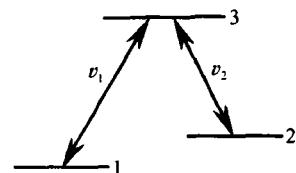


图1 Λ 型三能级系统能级结构

Fig. 1 Energy structure of a Λ -type three-level system

场非共振相互作用哈密顿量(取 $\hbar=1$)为

$$H_I = g_1(R_{31}a_1e^{i\delta_1t} + a_1^*R_{13}e^{-i\delta_1t}) +$$

$$g_2(R_{32}a_2e^{i\delta_2t} + a_2^*R_{23}e^{-i\delta_2t}) \quad (1)$$

式中 a_i^+ 和 a_i ($i=1,2$)分别为频率为 ν_i ($i=1,2$)的光场产生和湮没算符, g_1, g_2 为原子与场的耦合系数, $R_{ij}=|i\rangle\langle j|$ 为原子的上升和下降算符, ω_i ($i=1, 2, 3$)为原子的本征频率, $\delta_1=\omega_3-\omega_1-\nu_1$ 为模场1的失谐频率, $\delta_2=\omega_3-\omega_2-\nu_2$ 为模场2的失谐频率。

若初始时刻原子处于激发态 $|3\rangle$, 光场处于双模压缩真空态: $|\Psi(0)\rangle_f = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n, n\rangle$

$$F_n = \frac{(-e^{i\theta}\tanh r)^n}{\cosh r} \quad (0 \leq r < \infty, 0 \leq \theta < 2\pi) \quad (2)$$

式中 r 是表征压缩程度的压缩因子, θ 为压缩方向角。在时间 $t>0$ 的任何时刻, 系统在相互作用绘景中的态矢量可写为

$$|\Psi_I(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n [B_1(n, n, t)|1, n+1, n\rangle + B_3(n, n, t)|3, n, n\rangle + B_2(n, n, t)|2, n, n+1\rangle] \quad (3)$$

将上式代入薛定谔方程

$$i\hbar|\dot{\Psi}_I(t)\rangle/dt = H_I|\Psi_I(t)\rangle \quad (4)$$

利用态矢正交性, 可得方程组

$$\begin{aligned} i\dot{B}_1(t) &= g_1 \sqrt{n+1} e^{-i\delta_1 t} B_3(t) \\ i\dot{B}_3(t) &= g_1 \sqrt{n+1} e^{i\delta_1 t} B_1(t) + g_2 \sqrt{n+1} e^{i\delta_2 t} B_2(t) \\ i\dot{B}_2(t) &= g_2 \sqrt{n+1} e^{-i\delta_2 t} B_3(t) \end{aligned} \quad (5)$$

解上述方程组得到

$$\begin{aligned} B_1(n, n, t) &= \frac{1}{g_1 \sqrt{n+1}} \sum_{j=1}^3 [-g_2^2(n+1) + \lambda_j(\lambda_j + \delta_2)] A_j e^{i(\lambda_j + \delta_2 - \delta_1)t} \\ B_3(n, n, t) &= -\sum_{j=1}^3 \lambda_j A_j e^{i(\lambda_j + \delta_2)t} \\ B_2(n, n, t) &= g_2 \sqrt{n+1} \sum_{j=1}^3 A_j e^{i\lambda_j t} \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$A_1 = \frac{\delta_2 + \lambda_2 + \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)}, A_2 = \frac{\delta_2 + \lambda_1 + \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)},$$

$$\begin{aligned}
 A_3 &= \frac{\delta_2 + \lambda_1 + \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}, b = 2\delta_2 - \delta_1, d = g_2^2(n+1) \cdot \\
 &(\delta_1 - \delta_2), c = -g_1^2(n+1) - g_2^2(n+1) + \delta_2(\delta_2 - \delta_1), x = \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{9bc - 2b^3 - 27d}{2(b^2 - 3c)^{3/2}} \right], R = \frac{2}{3}(b^2 - 3c)^{1/2}, \lambda_i = \gamma_i - \frac{b}{3}, (i = 1, 2, 3), y_1 = R \cos x, y_2 = \\
 &R \cos(x + \frac{2}{3}\pi), y_3 = R \cos(x + \frac{4}{3}\pi) \quad (7)
 \end{aligned}$$

2 原子的粒子布居概率

由上节的态矢量 $|\Psi_i(t)\rangle$, 得到原子处在第 i 能级的概率为

$$P_i = \sum_n |F_n|^2 |B_i(n, n, t)|^2, (i = 1, 2, 3) \quad (8)$$

利用式(2)、(6)和(7), 可验证原子在各能级几率与时间的关系为

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \quad (9)$$

对式(8)的数值计算结果如图2所示. 由图2可知, 当原子与两个场模的耦合系数相等且两个场模失谐量也相同时, P_1 和 P_2 随时间演化的曲线基本相同, 表明场的两个模与原子相互作用特征相近. 由图

2(a)和(b)可知, 当原子与光场发生共振相互作用 ($\delta_1 = \delta_2 = 0$), 初始压缩因子 r 较小(图2(a))时, 原子布居概率随时间的演化作周期性等幅振荡, 随着 r 的增大(图2(b)), 该振荡不再具有等幅性和周期性; 当原子与光场非共振相互作用 ($\delta_1 = \delta_2 \neq 0$)时, 由图2(c)和(d)可知, 失谐量使原子Rabi振荡呈现出周期性崩塌与复苏现象. 当两模失谐量不等(图2(c))时, P_1 和 P_2 的振荡特征明显不同, 表明此时原子与光场两模相互作用不同; 增大场模1的失谐量, 使它与场模2的失谐量相等(图2(d)), 可以发现, P_1 、 P_2 、 P_3 崩塌与复苏的周期变短而趋于相同, 且 P_1 振荡的幅度有所变大, 而 P_2 振荡的幅度有所变小, 表明失谐量的改变会影响原子与场模的相互作用; 同时, 比较图2(b)与(c)、(d)还可发现, 当 r 较大时, 较大的失谐量使 P_3 的平均值趋向于1, 而 P_1 和 P_2 平均值趋向于0, 即原子处于 $|3\rangle$ 能级的布居几率趋向于1, 而处于 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 能级的布居几率趋向于初始时刻的状态, 表明初始压缩因子 r 增大, 场与原子的相互作用减弱.

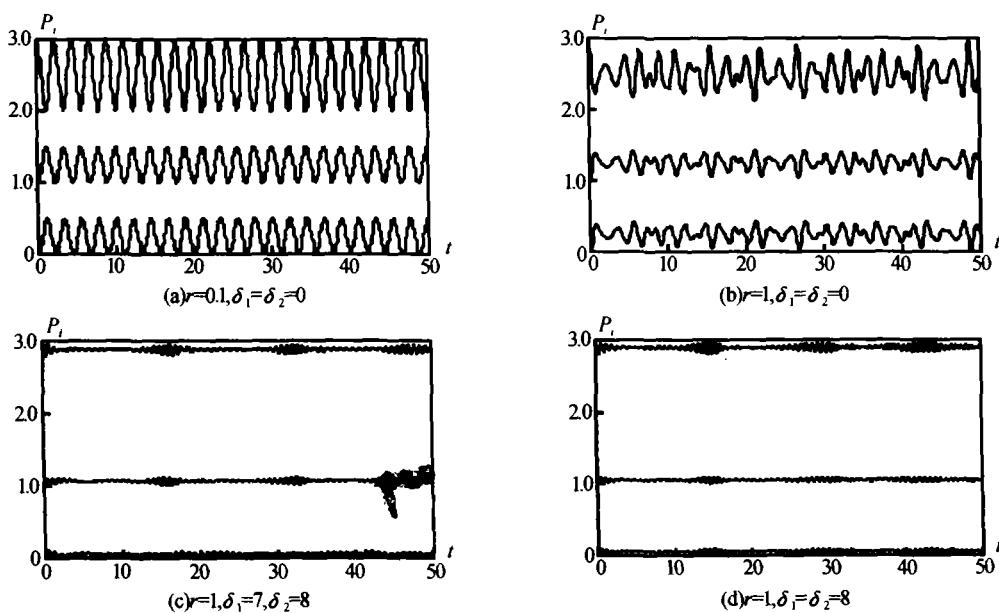


图2 $P_3 + 2, P_2 + 1, P_1$ 的时间
Fig. 2 Evolution curve of $P_3 + 2, P_2 + 1, P_1$

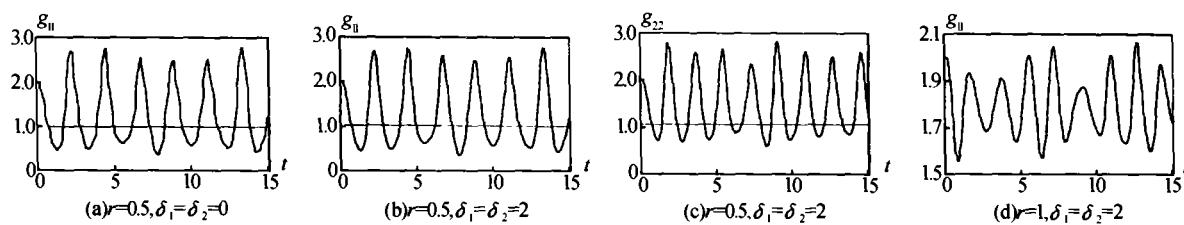
3 光子的聚束和反聚束效应

光场第 i 模的二阶相干度为

$$g_{ii}^{(2)} = \frac{\langle a_i^{+2} a_i^2 \rangle}{\langle a_i^+ a_i \rangle^2} \quad (i = 1, 2) \quad (10)$$

若 $g_{ii}^{(2)} > 1$, 则光场第 i 模处于泊松分布, 光子呈现聚束效应; 若 $g_{ii}^{(2)} < 1$, 则光场第 i 模处于亚泊松分布, 光子呈现反聚束效应. 当原子与两个场模的耦合系数相等且两个场模失谐量也相同时, $g_{11}^{(2)}$ 和 $g_{22}^{(2)}$

随时间演化特征总相同(如图3(b)和(c)), 这是由于双模真空态的两个模光子数总是相等所导致, 因而仅讨论 $g_{11}^{(2)}$ 随时间的演化. 图3表明, r 较小(图3(a)和(b))时, $g_{11}^{(2)}$ 的振荡较为剧烈, 光子的聚束效应与反聚束效应交替出现, 失谐量将削弱光子的反聚束效应(比较图3(a)和(b)); 当 r 较大(图3(d))时, $g_{11}^{(2)} > 1$, 光场第一模处于泊松分布, 光子始终呈现聚束效应.

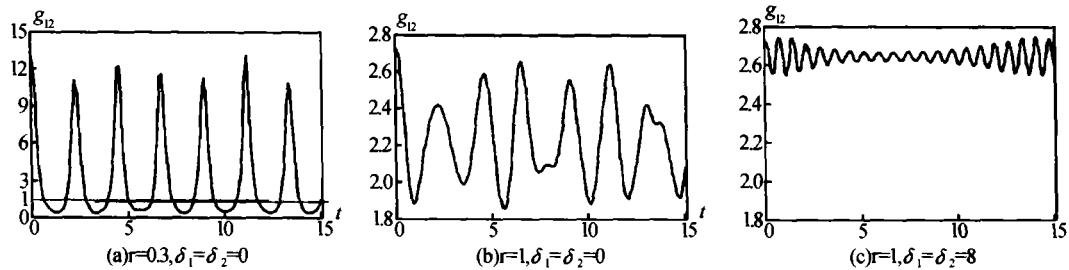
图3 $g_{ii}^{(2)}(t)$ 的时间演化Fig. 3 Evolution curve of $g_{ii}^{(2)}(t)$

4 双模互关联函数

双模互关联函数描述了光场两模的关联程度，它定义为

$$g_{12}^{(2)}(t) = \frac{\langle a_1^\dagger a_1 a_2^\dagger a_2 \rangle}{\langle a_1^\dagger a_1 \rangle \langle a_2^\dagger a_2 \rangle} \quad (13)$$

利用式(3)、(6)和(7)可求出上式的平均值。若 $g_{12}^{(2)}(t) > 1$, 称两模间是正关联的；若 $g_{12}^{(2)}(t) < 1$, 则说是反关联的。对式(13)的数值计算结果如图4

图4 $g_{12}^{(2)}(t)$ 的时间演化Fig. 4 Evolution curve of $g_{12}^{(2)}(t)$

5 结论

导出了双模压缩真空场与A型三能级原子非共振相互作用系统的态函数，研究了该系统中场模失谐量对原子布居概率和光场双模互关联函数、二阶相干度的影响。数值计算结果表明：当光场初始压缩因子 r 较小时，原子布居概率随时间作周期性振荡，光子的聚束效应与反聚束效应交替出现，光场两模的正关联性与反关联性交替出现，失谐量将削弱光子的反聚束效应；在初始压缩因子 r 较大时，光子呈现恒定的聚束效应，光场两模始终呈现正关联性，失谐量使原子布居概率随着时间的演化出现明显的周期性崩塌与复苏现象，且将增强光场两模相关的稳定性。

参考文献

- 1 Lai W K, Buzek V, Knight P L. Interaction of a three-level atom with an SU(2) coherent state. *Phys Rev*, 1991, **A44**(3): 2003~2012
- 2 Cohen D, Aryeh Y B, Mann A. Transfer of correlations from squeezed states of radiation to atoms in a generalized Jaynes-Cummings model. *Phys Rev*, 1991, **A49**(3): 2040~2048
- 3 郭红, 彭金生. 与双原子相互作用的双模关联场的相位性
- 质. 光学学报, 2001, **21**(5): 530~533
Guo H, Peng J S. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(5): 530~533
- 4 黄春佳, 厉江帆, 周明. 双模压缩真空场与二能级原子相互作用系统中光场的压缩特性. 光学学报, 2001, **21**(8): 923~928
Huang C J, Li J F, Zhong M. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(8): 923~928
- 5 田永红, 彭金生. 双模压缩真空场作用下二能级原子的偶极压缩与相干俘获. 物理学报, 1999, **48**(11): 2060~2069
Tian Y H, Peng J S. *Acta Physica Sinica*, 1999, **48**(11): 2060~2069
- 6 黄春佳, 周明, 厉江帆, 等. 双模压缩真空场与耦合双原子相互作用系统中光场的量子特性. 物理学报, 2000, **49**(11): 2159~2163
Huang C J, Zhou M, Li J F, et al. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(11): 2159~2163
- 7 田永红, 徐大海, 彭金生. 级联三能级原子的偶极振幅平方压缩. 量子电子学报, 2001, **18**(4): 334~339
Tian Y H, Xu D H, Peng J S. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2001, **18**(4): 334~339

Two-mode Squeezed Vacuum Field Interacting Non-resonantly with a Λ -type Three-level Atom

Xie Fangseng¹, Chen Mingyu^{1,2}, Liu Xiaoqing¹

1 Institute of Physics and Communication & Electronics, Jiangxi Normal University, Nanchang, Jiangxi 330027, China

2 Physics Teaching and Research Section, Nanchang Army College, Nanchang, Jiangxi 330103, China

Received date: 2003-01-02

Abstract The influences of detuning on the atomic population, two-mode intensity correlation function and second-order correlation function in the system of two-mode squeezing vacuum field interacting non-resonantly with a Λ -type three-level atom are investigated. The results show that the collapse-and-revival of the atomic Rabi oscillation appears under the detuning. When the initial squeezed light-field factor r is weak, the detuning leads to the reduction of photon antibunching; while the factor r is strong, the detuning makes two-mode correlation properties steady.

Keywords Two-mode squeezing vacuum field; Λ -type three-level atom; Two-mode intensity correlation function; Second-order correlation function

 **Xie Fangseng** was born in November 1961. He graduated from Department of Physics, East China Normal University in 1983. More than 20 of his research papers have been published on journals. His research interests include quantum optics, mesoscopic physics etc.