

耦合双原子与单模压缩相干态光场的相互作用*

刘素梅

(南京理工大学理学院应用物理系, 南京 210094)

摘要 利用全量子理论,在相互作用绘景中研究了两个耦合二能级原子与单模压缩相干态光场相互作用系统粒子布居几率的时间演化规律;分别讨论了光场的相干振幅分量模平方 $|\alpha|^2$ 、光场的压缩因子 γ 、原子间的耦合系数 g 和原子-场的耦合系数 λ 对系统粒子布居几率的影响.

关键词 偶极-偶极相互作用;压缩相干态光场;粒子布居几率

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A

0 引言

压缩光的发现及其实验观测的实现是量子光学领域最重大的进展之一. 由于压缩态光场具有低于最小量子极限的噪声,因而在光通信、弱信号检测及量子非破坏性测量等研究领域有着广阔的应用前景^[1,2]. 特别是,自1976年 Yuen 从理论上发现了一种广义的光子湮灭算符的本征态(即双光子相干态)并揭示出这种光场的压缩性质^[3-7],以及1985年 Slusher 首次在实验上获得了压缩态光场以来,人们对压缩态光场与物质的相互作用问题又产生了极大兴趣.

众所周知,在量子光学领域中,严格可解的全量子模型为数不多, Jaynes-Cummings 模型就是这些严格精确可解模型中最具代表性的一个. 研究 Jaynes-Cummings 模型的意义在于从中可得到原子与辐射场在相互作用过程中各自的量子动力学特性的物理本质. 当然,该模型经稍加推广后还能用于处理其它光学过程,如激光. 鉴于无法得到解析解的限制,大多数研究者只在单原子与压缩光场相互作用体系进行研究,具有一定的局限性. 而实际的量子系统往往具有多个原子, Tavis 和 Cummings^[8] 等人又将系统推广至两原子和多原子的体系^[9]. 但至今仍未见有人将压缩光场引入双原子体系. 本文利用全量子理论,在相互作用绘景中研究了两个耦合二能级原子与单模压缩相干态光场的相互作用,得出许多新的结果.

1 理论模型及态矢量

考虑原子 I 和原子 II 的上、下能级分别为 $|a\rangle$, $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$, $|d\rangle$. 初始时刻原子 I 和原子 II 分别处于

激发态 $|a\rangle|c\rangle$. 在旋转波近似下(RWA),描写压缩相干光场与该双原子相互作用系统在相互作用绘景中的有效相互作用的 Hamiltonian 可表示为

$$\hat{H}_I^R = \lambda_1(\hat{a}^+\hat{\sigma}_{ab}^- + \hat{a}\hat{\sigma}_{ba}^+) + \lambda_2(\hat{a}^+\hat{\sigma}_{cd}^- + \hat{a}\hat{\sigma}_{dc}^+) + g(\hat{\sigma}_{ba}^+\hat{\sigma}_{cd}^- + \hat{\sigma}_{dc}^+\hat{\sigma}_{ab}^-) \quad (1)$$

式中 $\hat{\sigma}_{ij}$ ($i, j = a, b, c, d, i \neq j$) 表示原子能级的占居态算子, \hat{a}^+ , \hat{a} 表示光场的产生和湮没算符, λ_i ($i = 1, 2$) 表示原子与光场的耦合系数, g 为两原子间的耦合系数,其中 λ_i 和 g 均为无量纲的正常数. 上式中采用自然单位 ($\hbar = 1$).

若在初始时刻,辐射场为压缩相干光场^[10-12]

$$|R(0)\rangle = |\alpha, \gamma\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} F(m) |m\rangle \quad (2)$$

式中

$$F(m) = (m! \mu)^{-1/2} (v/2\mu)^{m/2} H_m[\beta(2v\mu)^{-1/2}] \cdot \exp[-(\beta^2/2)(1-v/\mu)] \quad (3)$$

式(3)中 γ 为光场的压缩因子(无量纲的参量), $\mu = \cosh \gamma$; $v = \sinh \gamma$; $\beta = \alpha(\mu + v)$; $H_m(x)$ 为第 m 阶 Hermitian 多项式,假设相干振幅分量 α 为实数(无量纲),压缩角 θ 为零,显然初始时刻光场平均光子数为

$$\bar{n} = \langle n \rangle = |\alpha|^2 + \sinh^2(\gamma) \quad (4)$$

若在初始时刻,两原子分别处于激发态 $|a\rangle$, $|c\rangle$,则在相互作用绘景中,系统在初始时刻的态矢量可表示为

$$|\Psi(0)\rangle = |a, c, R(0)\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} F(m) |a, c, m\rangle \quad (5)$$

在 $t > 0$ 以后,由于原子与光场的相互作用,上述态矢量演变为

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} F(m) [A_m(t) |a, c, m\rangle + B_{m+1}(t) |a, d, m+1\rangle + C_{m+1}(t) |b, c, m+1\rangle + D_{m+2}(t) |b, d, m+2\rangle] \quad (6)$$

该态矢量满足 Schrödinger 方程

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H_I |\Psi(t)\rangle \quad (7)$$

将式(1)、(6)代入式(7)得

*南京理工大学科研发展基金资助项目

Tel: 025-4304409 Email: susan_uei@eyou.com

收稿日期: 2003-02-08

$$\begin{cases} i\dot{A}_m(t) = \lambda_1 \sqrt{m+1}C_{m+1}(t) + \lambda_2 \sqrt{m+1}B_{m+1}(t) \\ i\dot{B}_{m+1}(t) = \lambda_1 \sqrt{m+2}D_{m+2}(t) + \lambda_2 \sqrt{m+1}A_m(t) + gC_{m+1}(t) \\ i\dot{C}_{m+1}(t) = \lambda_1 \sqrt{m+1}A_m(t) + \lambda_2 \sqrt{m+2}D_{m+2}(t) + gB_{m+1}(t) \\ i\dot{D}_{m+2}(t) = \lambda_1 \sqrt{m+2}B_{m+1}(t) + \lambda_2 \sqrt{m+2}C_{m+1}(t) \end{cases} \quad (8)$$

初始条件为

$$A_m(0) = 1, B_{m+1}(0) = C_{m+1}(0) = D_{m+2}(0) = 0 \quad (9)$$

解方程组(8)得其在旋转波近似(RWA)下的解为

$$\begin{cases} A_m^R(t) = \frac{e^{-i(g+k_2)t/2}}{2(3+2m)k_2^2} \{ (-1 + e^{ik_2t})gk_2(1+m) + g^2[1+m + e^{ik_2t}(1+m) + 2e^{i(g+k_2)t/2}(2+m)] + 8(3+2m)[1+m + e^{ik_2t}(1+m) + 2e^{i(g+k_2)t/2}(2+m)]\lambda^2 \} \\ B_{m+1}^R(t) = C_{m+1}^R(t) = \frac{e^{-i(g+k_2)t/2}(-1 + e^{ik_2t})\sqrt{1+m}\lambda}{k_2} \\ D_{m+2}^R(t) = [2(3+2m)k_2^2]^{-1} \{ e^{-i(g+k_2)t/2}\sqrt{1+m} \cdot \sqrt{2+m}[(1 + e^{ik_2t} - 2e^{i(g+k_2)t/2})g^2 + (-1 + e^{ik_2t})gk_2 + 8(1 + e^{ik_2t} - 2e^{i(g+k_2)t/2})(3+2m)\lambda^2] \} \end{cases} \quad (10)$$

式中 $k_2 = \sqrt{g^2 + 8(3+2m)\lambda^2}$, 将以上诸式代入式

(6)便可得到系统在任意时刻的态矢量. 若 $\gamma = 0$, 则由方程组(10)便可得 $\mu = \pi/6$, 本模型退化为相干态作用下的单模光场与两个耦合二能级原子共振相互作用模型, 容易验证.

2 粒子布居几率的时间演化及结果分析

假设两个原子为全同粒子, 所以两个原子与光场的耦合程度相同, 即取 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, 则由系统任意时刻的态矢量 $|\Psi_i^R(t)\rangle$ 及方程组(10)可得原子处于各个能级的概率为

$$\begin{aligned} W_a(t) &= \sum_{m=0}^{\infty} |F(m)|^2 |A_m(t)|^2; W_b(t) = \sum_{m=0}^{\infty} |F(m)|^2 |B_{m+1}(t)|^2; \\ W_c(t) &= \sum_{m=0}^{\infty} |F(m)|^2 |C_{m+1}(t)|^2; W_d(t) = \sum_{m=0}^{\infty} |F(m)|^2 |D_{m+2}(t)|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

且 $W_a(t) + W_b(t) + W_c(t) + W_d(t) = 1$ 满足归一化条件. 对式(11)进行数值计算得到 $W_a(t) + 3; W_b(t) + 2; W_c(t) + 1; W_d(t)$ 的演化曲线, 结果如图1、图2、图3、图4所示.

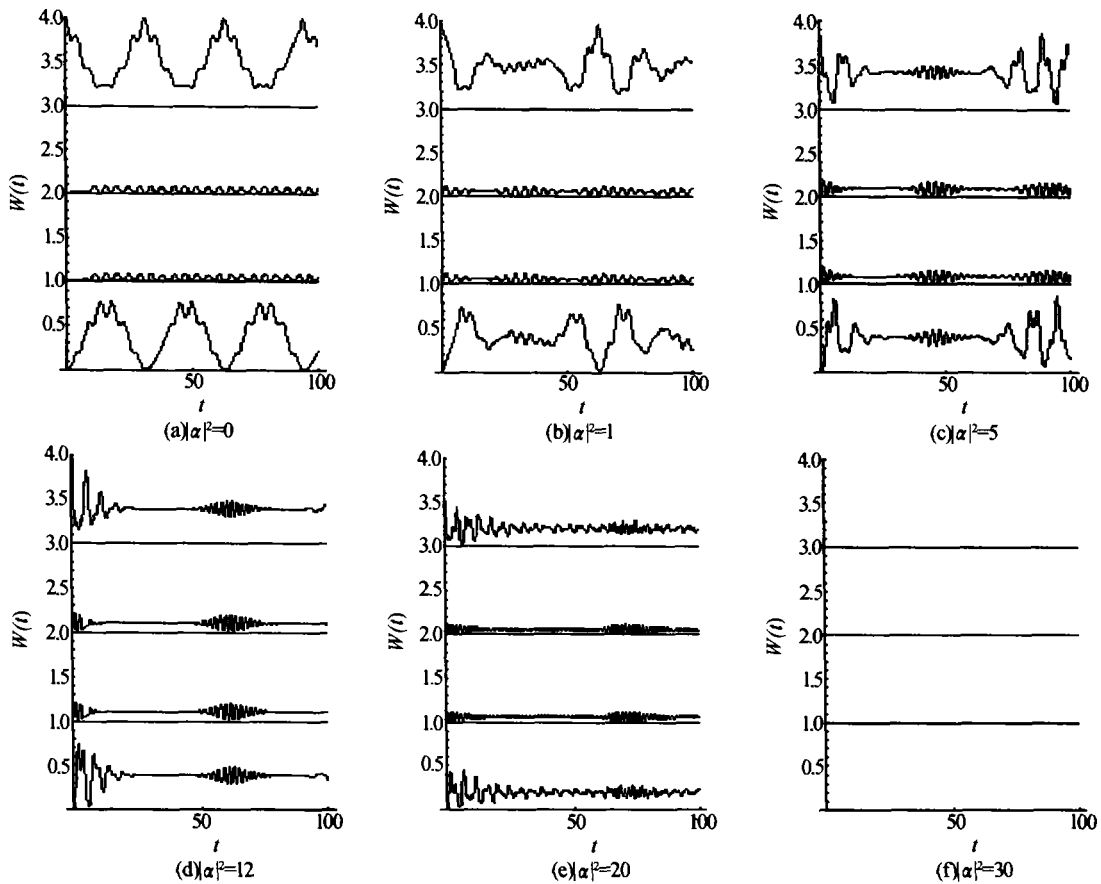


图1 当 $\lambda = 0.2; g = 1.0; \gamma = 0.5$ 时, 粒子布居几率随时间的演化曲线

Fig. 1 The evolution curves of atomic population vs. time for $\lambda = 0.2; g = 1.0; \gamma = 0.5$

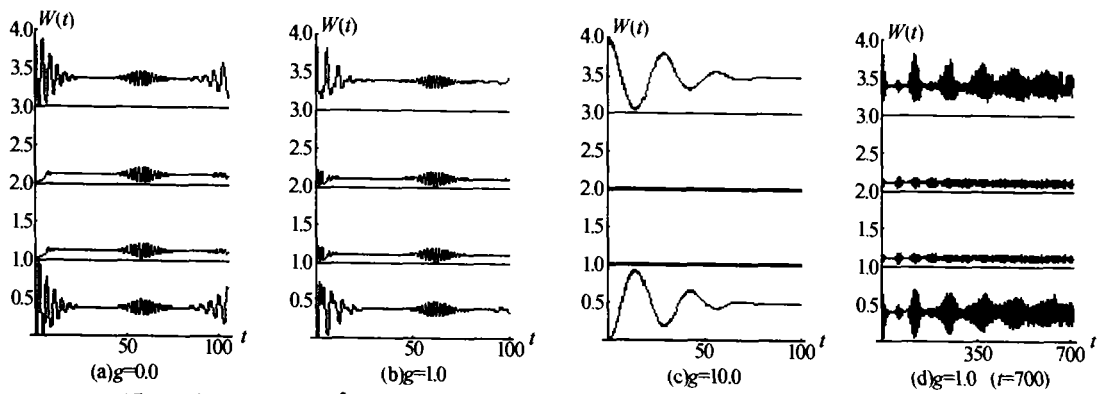


图 2 当 $\lambda = 0.2; |\alpha|^2 = 12; \gamma = 0.5$ 时, 粒子布居几率随时间的演化曲线

Fig. 2 The evolution curves of atomic population vs. time for $\lambda = 0.2; |\alpha|^2 = 12; \gamma = 0.5$

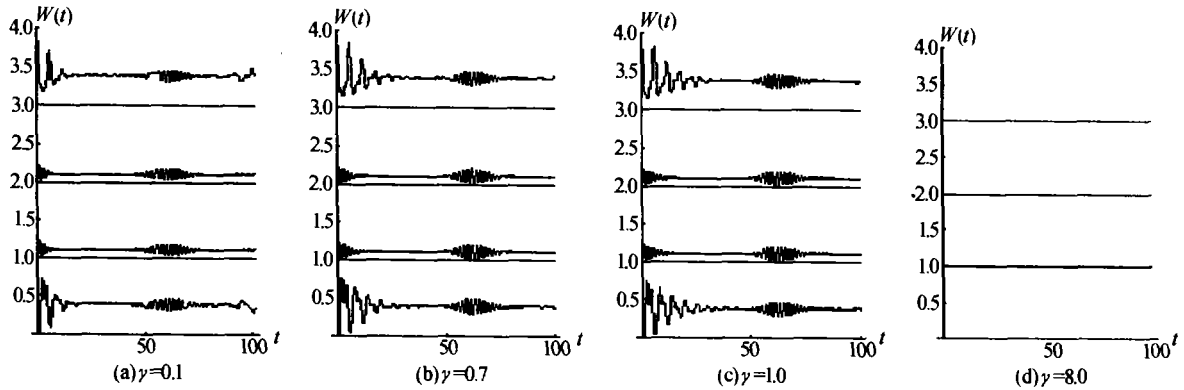


图 3 当 $\lambda = 0.2; |\alpha|^2 = 12; g = 1.0$ 时, 粒子布居几率随时间的演化曲线

Fig. 3 The evolution curves of atomic population vs. time for $\lambda = 0.2; |\alpha|^2 = 12; g = 1.0$

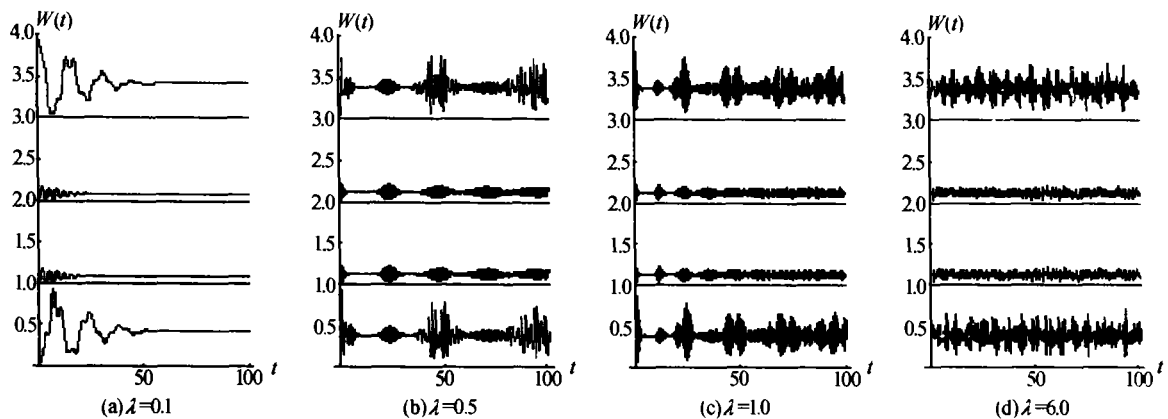


图 4 当 $g = 1.0; |\alpha|^2 = 12; \gamma = 0.5$ 时, 粒子布居几率随时间的演化曲线

Fig. 4 The evolution curves of atomic population vs. time for $g = 1.0; |\alpha|^2 = 12; \gamma = 0.5$

图 1 给出了当 $\lambda = 0.2; g = 1.0; \gamma = 0.5$, 相干场的振幅分量模平方 $|\alpha|^2$ 取不同值时, 粒子布居几率随时间的演化规律. 从图中可以看出: 当 $|\alpha|^2 = 0$ 时(如图 1(a)), $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 的演化曲线呈现规则的振荡, 且 $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 呈现非常明显的完全规则的反相振荡. 此时, $W_b(t)$ 与 $W_c(t)$ 的振荡非常微弱, 但两演化曲线为同相的规则等幅振荡. 此时体系体现着原子间近自由的而非完全的能量交换(因为体系的其它参量还调制着). 随着 $|\alpha|^2$ 的增大, 首先 $W_b(t)$ 与 $W_c(t)$ 的演化曲线呈现了量子崩塌-复苏现象(此时 $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 仍为明显的反相振荡)(如图 1(b)); 继续增大 $|\alpha|^2$ (如图 1(c)),

$W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 也呈现了量子崩塌-复苏现象(此时 $W_b(t)$ 与 $W_c(t)$ 的量子崩塌-复苏现象更加明显, 并呈现一定的周期性). 当 $|\alpha|^2$ 增大到一定值时(如图 1(d)), 各个演化曲线都呈现了明显的周期性的量子崩塌-复苏现象. 比较图 1(c) 和 (d) 可以看出, 随着 $|\alpha|^2$ 的不断增大, 量子复苏宽度变小, 而崩塌时间变长, 而整体的演化曲线的量子崩塌-复苏呈现长周期的调制; 与此同时, 演化曲线的 Rabi 振荡幅度逐渐减小, Rabi 振荡频率不断加快; $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 两演化曲线的均值下移, $W_b(t)$ 与 $W_c(t)$ 两演化曲线的均值上移, 同时满足 $W_a(t) + W_b(t) + W_c(t) + W_d(t) = 1$ 的归一化条件. 此时再继续增大

$|\alpha|^2$ (如图 1(e)), 演化曲线的量子崩塌-复苏现象再次消失, 各演化曲线全部呈现量子复苏振荡, 从而呈现明显的量子混沌状态. 整个演化曲线的均值都向下移, 已不再满足归一化条件. 当 $|\alpha|^2 = 30$ 时, 各个演化曲线都演化为 0, 系统趋于量子沉寂状态. 从整个演化过程可以明显看出: $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 始终是反相振荡, 反映了系统的能量交换转移状态.

图 2 给出了当 $\lambda = 0.2$; $|\alpha|^2 = 12$; $\gamma = 0.5$ 时, 粒子布居几率随偶极-偶极相互作用的变化所呈现的时间演化规律. 从图中可以看出: 当 $g = 0.0$ (如图 2(a)) 时, 各演化曲线呈现明显的量子崩塌-复苏现象. $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 呈现明显的反相振荡规律, $W_b(t)$ 与 $W_c(t)$ 则呈现同相振荡. 此时, 总是一个原子处于激发态, 而另一个原子处于基态, 在初始场强的作用下, 原子间存在有趣的跃迁合作效应和能量交换现象; 同时满足能量守恒定律. 随着原子间耦合系数 g 的存在并增大 (如图 2(b)), 我们可以明显看到各演化曲线的量子崩塌-复苏周期变长, 崩塌时间变长, 复苏时间也变长; 此时原子间的初始耦合作用使腔场能量变换复杂化, 从而削弱了原子与场之间的惯性作用. 但 Rabi 振荡的频率变小, Rabi 振荡的幅度也变小. 继续增大 g (如图 2(c)), 两原子之间的耦合增强, $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 两曲线振荡的量子崩塌-复苏趋于规则, 反相效应愈趋明显, 而 $W_b(t)$ 与 $W_c(t)$ 继续减小, 在 $g = 10.0$ 时, 已完全趋于 0. 这表明原子初始具有的能量完全封闭于体系内部, 仅用于两原子中量子状态的调整上, 这时原子间的能量交换不需通过腔场来完成. 比较图 2(b) 和 (d) 可以看出: 当 g 值较小时, 崩塌之后明显存在较长的平静区, 复苏的出现在开始阶段具有周期性, 而随着时间的推移, 复活区发生重叠并出现混沌现象^[13,14].

图 3 给出了当 $\lambda = 0.2$; $|\alpha|^2 = 12$; $g = 1.0$ 时, 对于不同的光场压缩因子 γ 值, 粒子布居几率随时间的演化规律. 从图中可以明显看出: $W(t)$ 的演化曲线存在明显的量子崩塌-复苏现象. 随着 γ 值的不断增加, 崩塌时间变短, 复苏时间变长, 演化曲线的 Rabi 振荡的频率增加, Rabi 振荡的幅度基本没有变化. 当 γ 值增大到一定值时, 所有的曲线都演化为 0, 因为初始场强 $\bar{n} = \langle n \rangle = |\alpha|^2 + \sinh^2(\gamma)$, 这表明初始的强场作用削弱了光场与原子的关联, 从而使得初始场强的行为完全掩盖了原子的行为.

图 4 给出了当 $g = 1.0$; $|\alpha|^2 = 12$; $\gamma = 0.5$ 时, 粒子布居几率随原子与场的耦合系数 λ 的变化所呈现的演化规律. 从图 4 中可以明显看出: 各演化曲线呈现明显的量子崩塌-复苏现象. 当 λ 较小时 (如

图 4(a)), 各演化曲线在初始时刻的复苏时间内振荡, $W_a(t)$ 与 $W_d(t)$ 反相振荡, $W_b(t)$ 与 $W_c(t)$ 同相振荡, 均值稳定在一条崩塌线上, 不同能级的粒子布居几率均值不同. 随着 λ 值的不断增加 [如图 4(b)、(c) 所示], 演化曲线的量子崩塌-复苏周期缩短, 演化曲线的 Rabi 振荡频率加快, 而 Rabi 振荡幅度逐渐减小. 当 $\lambda = 6.0$ 时, 量子崩塌-复苏的周期已消失, 全部呈现复苏状态 (如图 4(d)).

4 结论

利用全量子理论, 在相互作用绘景中, 研究了两个耦合二能级原子与单模压缩相干态光场相互作用系统粒子布居几率的时间演化规律; 讨论了光场的相干振幅分量模平方 $|\alpha|^2$, 光场的压缩因子 γ , 原子间的耦合系数 g 和原子-场的耦合系数 λ 对系统粒子布居几率的影响. 数值分析的结果表明:

1) 当场不太强 (约 $|\alpha|^2 < 12$) 时, $|\alpha|^2$ 直接影响了粒子布居几率演化曲线的量子崩塌-复苏现象的周期性和 Rabi 振荡频率及振幅. 随着 $|\alpha|^2$ 的增加, 各演化曲线呈现明显的周期性的量子崩塌-复苏现象, 量子复苏宽度变小, 而崩塌时间延长, 整个演化曲线的量子崩塌-复苏呈现长周期的调制; 同时, Rabi 振荡频率增加, 而 Rabi 振荡振幅减小. 当受强场作用 (约 $|\alpha|^2 > 12$) 时, 随着 $|\alpha|^2$ 的增加, 整个演化曲线全部复苏, 振荡幅度全部减小, 最后演化为 0, 这说明初始的强场作用使光场与原子的关联程度逐渐减弱, 从而初始强场行为掩盖了原子的行为, 视之为脱耦.

2) 原子间的偶极-偶极相互作用直接影响了各演化曲线的量子崩塌-复苏周期和 Rabi 振荡的频率及振幅. 原子间耦合作用的增强, 使得原子与腔场的惯性作用减弱, 从而削弱了原子与腔场间的相互作用. 当 g 值较小时, 崩塌之后明显存在较长的平静区, 复苏的出现在开始阶段具有周期性, 而随着时间的推移, 复活区发生重叠并出现混沌现象.

3) 随着光场压缩因子 γ 的不断增加, 崩塌时间变短, 而复苏时间变长, 演化曲线的 Rabi 振荡频率增加, 而 Rabi 振荡的幅度没有明显变化. 当 γ 值增大到一定值时, 所有的曲线都演化为 0, 因为初始场强 $\bar{n} = \langle n \rangle = |\alpha|^2 + \sinh^2(\gamma)$, 这表明初始的强场作用削弱了光场与原子的关联, 从而使得初始场强的行为掩盖了原子的行为.

4) 粒子布居几率敏感于原子-场的耦合系数 λ , λ 直接影响粒子布居几率的量子崩塌-复苏周期性和 Rabi 振荡频率及幅度. 当 λ 增大到一定值时, 量子崩塌-复苏的周期消失, 全部呈现复苏状态.

参考文献

- 1 Walls D F. Squeezed states of light. *Nature*, 1983, **36**(10): 141 ~ 146
- 2 张晓龙, 郭光灿, 等. 量子非破坏性测量. 物理学进展, 1994, **14**(2): 173 ~ 203
Zhang X L, Guo G C. *Progress in Physics*, 1994, **14**(2): 173 ~ 203
- 3 Yuen H P. Two-photon coherent states of the radiation field. *Phys Rev(A)*, 1976, **13**(6): 2226 ~ 2243
- 4 何林生. 双光子吸收过程中光场振幅平方压缩. 物理学报, 1991, **40**(6): 904 ~ 911
He L S. *Acta Physica Sinica*, 1991, **40**(6): 904 ~ 911
- 5 刘世炳. 腔内混合态原子系统中辐射场的压缩效应. 光子学报, 1994, **14**(3): 248 ~ 252
Liu S B. *Acta Photonica Sinica*, 1994, **14**(3): 248 ~ 252
- 6 李高翔, 彭金生. 论 Jaynes-Cummings 模型中原子偶极压缩和光场压缩间的关联. 物理学报, 1995, **44**(10): 1670 ~ 1677
Li G X, Peng J S. *Acta Physica Sinica*, 1995, **44**(10): 1670 ~ 1677
- 7 何德日. 类 Kerr 媒质中双光子 J-C 模型场的压缩效应. 量子电子学报, 1999, **16**(2): 122 ~ 129
He D R. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 1999, **16**(2): 122 ~ 129
- 8 Tavis M, Cummings F W. Exact Solution for an N-molecule-radiation-field Hamiltonian. *Phys Rev A*, 1968, **170**(2): 379 ~ 384
- 9 刘三秋, 刘正东, 李佛铨, 等. 两个级联型三能级原子受激辐射的非线性性质. 物理学报, 1991, **40**(7): 1049 ~ 1057
Liu S Q, Liu Z D, Li F Q. *Acta Physica Sinica*, 1991, **40**(7): 1049 ~ 1057
- 10 Buzek V, Jex I. Dynamics of a two-level atom in a Kerr-like medium. *Opt Commun*, 1990, **78**(6): 425 ~ 435
- 11 赖云忠, 梁九卿. Kerr 介质双模 $SU(1,1)$ 相干态场与“V”型三能级原子的相互作用. 物理学报, 1997, **46**(9): 1710 ~ 1717
Lai Y Z, Liang J Q. *Acta Physica Sinica*, 1997, **46**(9): 1710 ~ 1717
- 12 李高翔, 彭金生. 高 Q Kerr 介质腔中非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型中光场的性质. 物理学报, 1993, **42**(9): 1443 ~ 1451
Li G X, Peng J S. *Acta Physica Sinica*, 1993, **42**(9): 1443 ~ 1451
- 13 Li X S, Peng Y N. Quantum properties of a three-level atom interacting with two radiation fields. *Phys Rev(A)*, 1985, **32**(3): 1501 ~ 1504
- 14 顾樵. Jaynes-Cummings 模型的量子统计性质. 物理学报, 1989, **38**(5): 735 ~ 744
Gu Q. *Acta Physica Sinica*, 1989, **38**(5): 735 ~ 744

The Interaction of Two Coupling-atoms Between a Single-mode Squeezed Coherent State Light Field

Liu Sumei

Department of Applied Physics, School of Sciences, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094

Received date: 2003-02-08

Abstract The atomic population evolution vs. time in the system of two two-level coupling-atoms interacting with squeezed coherent light field is investigated. Meanwhile, the influence of the coherent vibration amplitude $|\alpha|^2$ of the light-field, the squeezed factor of light field γ , the coupling constant g of two atoms and the coupling constant λ of atom-field on the atomic population is also discussed.

Keywords Dipole-dipole interaction; Squeezed coherent state light field; The atomic population

Liu Sumei was born in 1968. She received M. S. degree from the Physics Department of Jiangxi Normal University in 2002. In recent years, she has been interested in scientific research in such field as quantum optics and laser physics.

