

# 基于小波概率估计的图像融合方法研究\*

刘卫光 周利华

(西安电子科技大学多媒体研究所,西安 710071)

**摘要** 在研究了已有的图像融合方法后,提出基于小波变换和最大似然概率估计(MLE)相综合的融合方法,利用概率估计融合模型,首先对不同的传感器图像进行小波分解,然后对相应的子带求解仿射变换参数,根据 Bayes 规则进行最大后验概率似然估计,得到估计子带系数,最后通过小波反变换得到融合图像.在仿射变换的假设条件下定义融合规则,更适合传感器图像具有局部相反对比度的情况,采用此方法对航空可见光图像和红外图像进行融合实验,其结果与采用其它方法进行了对比,表明该方法的有效性.

**关键词** Bayes 模型;小波分解;局部仿射变换;MLE 回归系数

**中图分类号** TN391.41

**文献标识码** A

## 0 引言

图像融合是将多传感器图像综合起来得到更高质量图像的过程,通过图像融合可以将各传感器的特点集中,得到更多的信息<sup>[1,4,5]</sup>.传统的融合方法可分成简单方法、塔式分解、小波方法等,简单方法包含最大、最小、平均、熵选择的方法<sup>[5]</sup>,基于简单选择的方法具有较低的算法复杂度和一定的去噪性能,但其缺点是减少了熵值和降低图像的对比度.塔式分解与重构在图像融合中具有比简单方法包含更多信息的优点,塔形分解的多传感器图像融合方法是一种多尺度、多分辨率的方法,其融合过程在各个分解层上分别进行,突出图像的重要特征和细节信息,从而可能达到更好的融合效果,融合后的图像也更有利于作进一步分析、理解、识别,如经典的基于拉普拉斯塔式分解的图像融合方法<sup>[2]</sup>.塔式分解的特点均是图像的冗余分解,分解的各个层间数据相关.而基于小波变换的方法也是一种多尺度、多分辨率的方法,其融合过程与塔式分解的方法相似,在各个分解层上分别进行,分解是非冗余的,有方向性的,并且具有时频分布特性,更符合人类的视觉特征,可以获得更好的融合效果<sup>[3]</sup>.

## 1 图像的小波变换

离散小波变换(DWT)是广泛使用的数字图像的多分辨率方法<sup>[3]</sup>,其原理是将图像分解成4个子带,即一个低频和三个高频分量,多级小波分解是对上一级的低频分量迭代进行的.多传感器图像经过小波分解,对每个子带分量,通过融合规则分别计算出

融合图像的各子带分量,然后小波逆变换(IDWT)后,得到融合结果.

在研究上述方法的基础上,借鉴小波变换融合方法的优点,提出基于小波分解最大似然概率估计(MLE)模型的方法.其原理为:认为各传感器图像是标准图像的加噪仿射变换图像,融合图像是各传感器图像的近似估计<sup>[7,8]</sup>,此模型建立在小波分解和重建的基础之上,利用小波分解和重建数字图像的优良特性,对原始各传感器图像进行二级分解,在每一个分解层对每个子带分量分别进行贝叶斯最大后验概率估计,求得概率估计的回归参数,然后,得到融合图像的各子带分量,再进行小波逆变换,实现多传感器的图像融合.

## 2 概率统计模型

图像融合的目的是从传感器图像中恢复期望图像.本文提出的模型是从传感器图像对期望图像的概率估计,以最大后验概率得到图像真实场景信息,所提出的统计模型借鉴了文献[7]、[8]统计分析方法.

其模型为, $x$ 表示期望图像,传感器图像对期望图像的近似程度,即传感器图像和期望图像的关系用一元线性回归模型来表示,矢量形式为

$$y = \alpha x + \beta + \epsilon, \epsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

式中  $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ ,  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]^T$ ,  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T$ ,  $\epsilon = [\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n]^T$ ,  $y$  是传感器图像(1, 2, ...,  $n$  传感器的序号),  $x$  是融合图像,  $\beta$  是互补信息部分,  $\alpha$  为传感器增益,包含了图像局部亮度相反特性,  $\epsilon$  表示传感器噪声,噪声假设具有零均值和方差  $\sigma^2$ . 这种仿射变换,只有当多传感器噪声与图像内容信息相关性较小时才能成立<sup>[8]</sup>.对期望图像的估计等效于由传感器观测图像  $y$  对  $x$  的参数

\*国防跨行业基金资助项目(3A.3.4.5)

Tel: 13032970619 Email: lwg@mti.xidian.edu.cn

收稿日期: 2003-01-16

和方差的估计,上述模型依赖于环境条件和观测点. 此公式需要期望图像的先验知识(图像) $x_0$ ,它可以在好的天气或照明条件下建立标准参考图像,或选择多传感器图像中质量好的一个作为参考图. 我们进行估计的方法是基于贝叶斯规则. 在已知先验概率 $P(x_0)$ 的条件下,求期望图像的最大后验概率

$$P(x/y) = \frac{P(y/x)P(x)}{P(y)} \quad (2)$$

式中 $y$ 是一组传感器图像,为推导简便,假设图像 $y_1, y_2$ 之间互相独立,并且 $x, \epsilon$ 均服从多维正态分布,传感图像对期望图像的条件概率是

$$P(y/x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (y - \alpha x - \beta)^T \Sigma^{-1} (y - \alpha x - \beta) \right] \quad (3)$$

具有均值 $\mu = \alpha x + \beta$ 和协方差 $\Sigma = \text{diag} [\sigma_{\epsilon_1}^2, \sigma_{\epsilon_2}^2, \dots, \sigma_{\epsilon_n}^2]$ , $y$ 边缘概率密度 $P(y)$ 是均值为 $\mu_i = \alpha x_0 + \beta$ 和协方差 $C = \Sigma + \sigma_x^2 \alpha \alpha^T$ ,所以 $x$ 后验密度函数 $P$

$(x/y)$ 均值为: $U^{-1} \left[ \alpha^T \Sigma^{-1} (y - \beta) + \frac{x_0}{\sigma_x^2} \right]$ ,协方差是

$U^{-1} = (\alpha^T \Sigma^{-1} \alpha + \frac{1}{\sigma_x^2})^{-1}$ ,关于 $x$ 的最大后验概率密度估计可表示为

$$\hat{x}_{\text{MP}} = U^{-1} \left[ \alpha^T \Sigma^{-1} (y - \beta) + \frac{x_0}{\sigma_x^2} \right] \quad (4)$$

### 3 参数估计

上述概率模型的参数 $\alpha, \beta$ 和噪声方差 $\sigma^2$ ,可以通过回归估计得到,即可求得期望融合图像.

#### 3.1 传感器噪声估计

每个传感器噪声协方差 $\Sigma$ 的计算是对所有像素点( $m \times n$ )按如下式求得

$$\sigma^2 = \Sigma (y_i^2) / mn - (\Sigma y_i)^2 / mn \quad (5)$$

#### 3.2 回归参数估计

为估计回归系数 $\alpha, \beta$ ,定义了邻域分析窗口 $W$ ,假设传感器图像分析窗是互相独立的,窗口的参数是不变的,令 $W = 5 \times 5$ ,在 $5 \times 5$ 的窗中, $a_n$ 是第 $n$ 个(1~25)传感器亮度值组成的矢量, $a_n = [a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{qn}]^T$ ,其中 $a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{qn}$ 是 $q$ 个传感器图像同一个分析窗中的第 $n$ 个像素点的亮度值,其均值矢量为

$$m_a \equiv \frac{1}{25} \sum_{n=1}^{25} a_n \quad (6)$$

协方差

$$\Sigma_a = \frac{1}{25} \sum_{n=1}^{25} (a_n - m_a)(a_n - m_a)^T \quad (7)$$

利用最大似然法(MLE)估计参数 $\alpha, \beta$ 方法如下,似然对数 $Z$ 为

$$Z = \sum_{n=1}^N \ln [p(a_n | w)] = -\frac{N}{2} \ln (2\pi) - \frac{N}{2} \ln |C(a | w)| - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \text{tr} \{ (C(a | w))^{-1} \cdot (a_n - \alpha x_0 - \beta)(a_n - \alpha x_0 - \beta)^T \} \quad (8)$$

首先估计参数 $\beta$ :通过似然比 $Z$ 关于 $\beta$ 求偏导,令偏导为零得到

$$\beta_{\text{ML}} = m_a - \alpha x_0 \quad (9)$$

将式(9)替换式(8)中的 $\beta$ ,似然对数 $Z$ 变为

$$Z = \sum_{n=1}^N \ln [p(a_n | w)] = -\frac{N}{2} \ln (2\pi) - \frac{N}{2} \ln |C(a | w)| - \frac{N}{2} \sum_{n=1}^N \text{tr} \{ (C(a | w))^{-1} \Sigma_a \} \quad (10)$$

然后,求解参数 $\alpha$ :通过似然比 $Z$ 关于 $\alpha$ 求偏导,令偏导为零得到

$$\alpha = \frac{(\lambda_a - \sigma_a^2)^{\frac{1}{2}} X_a}{\sigma_a^2 + \sigma_{x_0}^2} \quad (11)$$

式中 $\lambda_a$ 和 $X_a$ 为传感器噪声协方差矩阵( $\Sigma_a - \Sigma_a$ )的特征值和特征向量.

## 4 实验结果

本文对机载视频/红外系统所录取的航空可见光和红外图像进行了融合实验,采用了简单方法如图1(c),本文方法如图1(d),基于小波分解的方法如图1(e),拉普拉斯塔式分解的图像融合方法如图1(f),并融合结果进行对比验证,使用标准方差 $Q_F$ ,信息熵 $E$ 进行结果评价

$$Q_F = \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} (I_{ij}^f - p_{ij})^2, E = -\sum_{k=0}^{255} p_k \log_2 p_k$$

标准方差 $Q_F$ 表示融合图对原图的信息保留程度,其值越大信息保留越多,而信息熵 $E$ 反映了图像的信息量,大的熵表示图像信息量越大,融合质量越好<sup>[5,6]</sup>. 实验图像经过空间配准,源图是 $512 \times 512$ 像素,256级灰度,如图1. 从几种方法的对比可见,本文方法不仅较好地保留各传感器的特点而且突出了边缘信息.

表1给出了4种融合方法的图像标准方差和信息熵的数据.

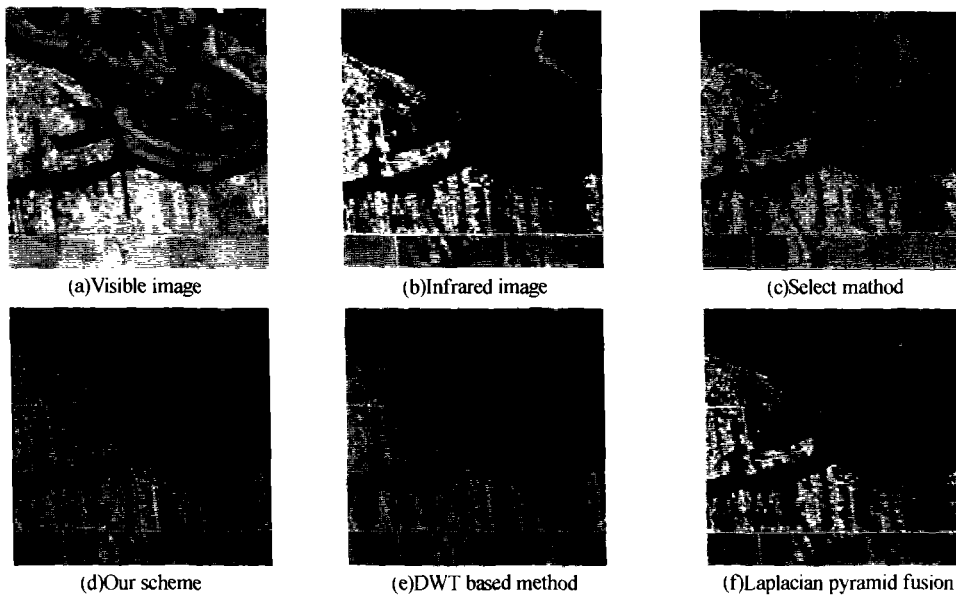


图 1 航空多源图像的几种融合方法的对比

Fig. 1 Comparison of several images fusion with our method on aerophotography

表 1 概率估计融合和其它融合方法比较数据

多源图像		$Q_F$	$E$
原始图像	可见光图 1(a)	57.780	7.608
	红外图像 1(b)	51.331	6.455
融合图像	平均值 1(c)	45.221	5.031
	本文方法 1(d)	58.087	7.556
	基于小波方法 1(e)	57.570	7.401
	拉普拉斯塔形方法 1(f)	57.490	7.220

参考文献

- 1 Burt P J, Kolczynski R J. Enhanced image capture through fusion. *Proceedings of the 4th International Conference on Computer Vision*, 1993, S: 173 ~ 182
- 2 Burt P J, Adelson E H. The laplacian pyramid as a compact code. *IEEE Transactions on Communications*, 1983, **31**(4): 532 ~ 540
- 3 Mallat S G. Multifrequency chanel decomposition of image and wavelet models. *IEEE Trans PAMI*, 1989, **37**(12): 2091 ~ 2110
- 4 Li H, Zhou Y. Automatic Visual/IR image registration. *Optical Engineering*, 1996, **35**(2): 391 ~ 400
- 5 Pavel M, Larimer J. Sensor fusion for synthetic vision. *SID Digest*, 1992, Society for Information Display, 475 ~ 478
- 6 Toet A. Hierarchical image fusion. *Machine Vision and Application*, 1990, **3**(3): 1 ~ 11
- 7 Blasilevsky A. *Statistical Factor Analysis and Related Methods*. 1994, Wiley, New York
- 8 Tipping M E, Bishop C M. Probabilistic principal component analysis. *Technical Report*, 1997, NCRG, 97, 010, Neural Computing Research Group, Aston University, UK

5 结论

提出多传感器小波分解重构与概率估计相结合的融合方法,给出了传感器图像与融合图像之间的关系. 此方法是建立在多传感器之间相互独立和高期噪声条件下,认为融合图像是传感器图像的局部线性变换,并且融合图像包含各传感器图像的特点. 传感图像的噪声较大,在融合后的图像噪声被减弱,一个传感器中没有的特性,可以通过融合后从另一个传感器图像得到补偿. 通过这种估计方法所得到的融合图像质量明显得到改善,噪声有效地被抑制. 通过与其他融合方法相比较,表明此方法是有效的.

## Image Fusion on Wavelet Probability Statistic

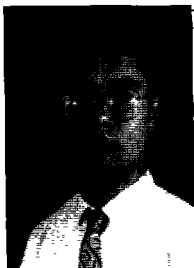
Liu Weiguang, Zho Lihua

*Institute of Multimedia Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China*

Received date: 2003-01-16

**Abstract** A probabilistic method for fusion based on wavelet is presented. A Bayesian framework provides for maximum likelihood or maximum a posterior estimates of the true scene from the sensor images. This estimate constitutes the rule for fusing the sensor images. Utilizing wavelet decomposition images into multiple levels, at which approximate the map between the true scene and the sensors by a local affine transformation is defined. A Maximum Likelihood Estimates (MLE) for the parameters of the local affine transformations is given. The merging rule is derived under the assumption of local affine transformation. The fusion results of visible image and infrared image obtained on aerophotography can be performed under local polarity reversals perfectly by our scheme. Experiments and performance show that the method is valid.

**Keywords** Bayesian framework; Wavelet decomposition; Local affine transform; Regression coefficients



**Liu Weiguang** was born in 1966, in Henan, China. He graduated from the Department of Computer in Xidian University, received the B. S. and M. S. degree in 1988 and 1994. Now he is a Ph. D. candidate in Xidian University. His research interests are focused on information fusion, image processing, computer vision and multimedia technology.