

## 基于1/6周期查找表的相移条纹非线性误差补偿法

王子龙<sup>1</sup>, 徐洪志<sup>1</sup>, 杨玲玲<sup>1</sup>, 侯文慧<sup>1</sup>, 刘路<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>安徽农业大学工学院, 安徽 合肥 230036;<sup>2</sup>安徽省智能农业机械装备工程实验室, 安徽 合肥 230036

**摘要** 在利用查找表(LUT)降低相位误差的同时,考虑到相位误差具有周期性和对称性,提出一种基于1/6周期LUT(sLUT)的误差补偿方法,极大地缩短了误差补偿的计算时间,实现了快速相位误差补偿。实验结果表明,在查找表的参数量降低83%的基础上,sLUT的误差补偿效果不受影响,同时sLUT的误差校正时间仅为LUT的1/8。

**关键词** 测量; 相移轮廓术; 伽马非线性; 查找表; 相位误差补偿; 三维测量

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231999

## 1 引言

结构光技术因其非接触式和全面成像的优势,已被广泛应用于工业检测、文物保护、生物医学等领域<sup>[1-4]</sup>。作为三维成像的主流方法之一,相移轮廓术(PSP)通过投影多个相移图案和采集对应的目标图案来测量目标表面形状信息。由于三维形状信息与相位分布密切相关,因此实现高精度的测量至关重要<sup>[5-8]</sup>。然而,大多数投影仪和相机都存在伽马非线性,捕捉条纹时会引入高阶谐波<sup>[9-11]</sup>,从而降低了测量的准确性<sup>[12-13]</sup>。

为了消除由非线性响应引起的误差,Liu等<sup>[9]</sup>提出一种数学模型,用于预测伽马非线性对相位测量轮廓的影响。Hoang等<sup>[14]</sup>利用多步相移算法计算出系统的伽马值,在条纹生成过程中使用预先计算的伽马值进行预编码。Yu等<sup>[15]</sup>模拟了不同伽马值的包裹相的概率分布函数(PDF)曲线,然后通过关联实验曲线和模拟的PDF曲线得到恒定的伽马值。模拟PDF曲线需要预先设定不同伽马值下的分布,如果实际系统的伽马值超出模拟范围,可能会影响检测精度。Liu等<sup>[16]</sup>没有估计伽马值,而是使用PDF曲线计算了相位误差的两个系数。随后,Yu等<sup>[17]</sup>仅通过PDF曲线的相关过程计算了一个系数。Feng等<sup>[18]</sup>利用深度学习训练了一个深度神经网络,该网络能够有效地抑制由各种非正弦模式引起的相位误差,但很难实现理想条纹图生成时间的实时检测。Je等<sup>[19]</sup>将直方图均衡化应用于畸变相位,有效地降低了非线性误差。Zhang等<sup>[20]</sup>根据事先测量的参考板构建了包裹相位,并通过查找表

(LUT)来获取理想相位值,该方法不需要校准投影仪,也不要投影仪的伽马非线性是单调的,适用于其他相移系统中难以获得投影仪非线性的情况。Xu等<sup>[21]</sup>利用最小二乘法建立了基于包裹相位的LUT。Zhang等<sup>[22]</sup>通过检测到的相位误差分布,生成了全场LUT来校正相位测量结果。Liu等<sup>[9]</sup>证明了使用大步长相移算法可显著降低由伽马非线性响应引起的相位误差,但对于动态3D测量,小步长相移算法才是更好的选择。此外,考虑到相位误差的周期性和对称性<sup>[23]</sup>,有必要研发一种既能有效减小误差,又能缩短误差补偿时间的相位校准方法。

本文提出一种考虑相位误差周期性和对称性的非线性误差减小方法。首先,通过直接对标定板成像采集条纹图像;然后,对图像中的相位误差进行分析,并根据分析结果将相位误差数据存储在LUT中,为后续相位误差补偿提供支持。此外,考虑到相位误差的周期性和对称性,本文提出了1/6周期LUT(sLUT)方法,该方法能够精确和高效地进行相位误差补偿,同时提供稳定的校正结果。鉴于相位误差的周期性,首先提出了1/3周期LUT方法;进一步考虑相位误差的对称性,提出了sLUT方法。仿真与实验结果表明,与全周期LUT方法相比,sLUT方法可以在保持一致的误差校正效果的同时,将校正时间缩短为原来的1/8。

## 2 1/6周期LUT的基本原理

### 2.1 相移算法

$N$ 步相移算法因具有测量速度快、精度高和非接触式等优点,被广泛应用于相位测量领域中。具体来

收稿日期: 2023-12-27; 修回日期: 2024-02-16; 录用日期: 2024-02-22; 网络首发日期: 2024-03-13

基金项目: 安徽省教育厅科研项目(2023AH040140)

通信作者: \*vliulu@ahau.edu.cn

说,在投影坐标系下, $N$ 步相移算法的条纹图案表达式为

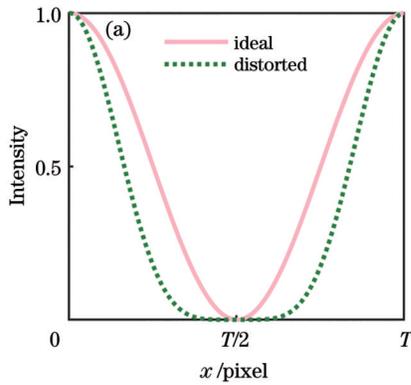
$$I_n^p(x^p, y^p) = a^p + b^p \cos(2\pi x^p/T + \delta_n), \quad (1)$$

式中: $n=1, 2, \dots, N$ ;  $(x^p, y^p)$ 表示投影仪的像素坐标; $a^p = b^p = 0.5$ ;  $T$ 表示每个条纹周期的像素数; $\delta_n = 2\pi n/N$ 表示条纹相移量。理想情况下,使用摄像机拍摄的条纹图像强度为

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_n], \quad (2)$$

式中: $(x, y)$ 表示摄像机的像素坐标; $A(x, y)$ 表示背景光强; $B(x, y)$ 表示调制强度; $\phi(x, y)$ 为物体理想的截断相位分布,计算公式为

$$\phi(x, y) = \arctan \left[ \frac{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \sin \delta_n}{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \cos \delta_n} \right]. \quad (3)$$



通过上述方程获得的相位存在截断,这是因为反正切函数的范围仅限于 $(-\pi, \pi)$ ,而相位本身作为一个周期性函数,其值域理论上应为 $(0, 2\pi]$ ,因此需要进行相位展开处理。恢复的绝对相位表达式为

$$\Phi(x, y) = \phi(x, y) + 2\pi k(x, y), \quad (4)$$

式中: $k(x, y)$ 表示条纹级次。

## 2.2 伽马非线性误差

实际测量过程中,摄像机和投影仪存在伽马非线性响应,导致相移条纹的图像强度发生畸变。由图1(a)可知,理想干涉条纹的截面曲线呈正弦波形,而畸变干涉条纹的截面曲线呈非正弦波形,具有谐波成分。

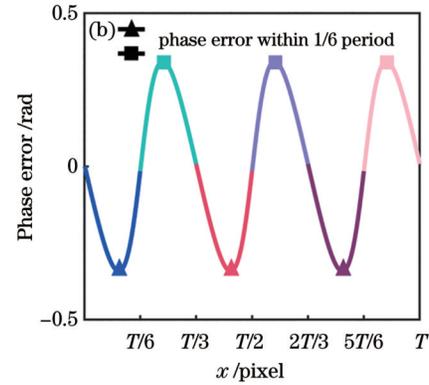


图1 理想与畸变条纹对比及其相位误差。(a)理想条纹和畸变条纹;(b)相位误差

Fig. 1 Comparison between ideal fringes and distorted fringes and phase error. (a) Ideal fringes and distorted fringes; (b) phase error

条纹的图像强度为

$$I_n^c(x, y) = (\alpha I_n)^{\gamma} = a_0(x, y) + \sum_{k=1}^{\infty} a_k(x, y) \cos[k\phi_n(x, y)], \quad (5)$$

式中: $\alpha$ 表示强度比例修正系数; $\gamma$ 表示系统的伽马值; $a_0$ 表示直流分量; $a_k$ 表示第 $k$ 次谐波的振幅。考虑相机和投影仪的非线性响应后, $N$ 步相移算法得到的真实相位 $\phi^c$ 可以表示为

$$\phi^c = -\arctan \left[ \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\phi_n) \sin \delta_n}{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\phi_n) \cos \delta_n} \right]. \quad (6)$$

进一步推导出非线性响应引起的相位误差为

$$\Delta\phi = \phi^c - \phi =$$

$$\arctan \left[ \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{k=2}^{\infty} (a_{k+1} - a_{k-1}) \sin(k\phi_n)}{Na_1 + \sum_{n=1}^N \sum_{k=2}^{\infty} (a_{k+1} + a_{k-1}) \cos(k\phi_n)} \right]. \quad (7)$$

由于 $\phi_n = \phi + 2\pi n/N$ ,因此

$$\sum_{n=1}^N \sin(k\phi_n) = \begin{cases} 0, & k \neq mN \\ N \sin(mN\phi), & k = mN \end{cases}, \quad (8)$$

$$\sum_{n=1}^N \cos(k\phi_n) = \begin{cases} 0, & k \neq mN \\ N \cos(mN\phi), & k = mN \end{cases}, \quad (9)$$

式中: $m$ 为正整数。相位误差 $\Delta\phi$ 可简化为

$$\Delta\phi = \arctan \left[ \frac{\sum_{m=1}^{\infty} (a_{mN+1} - a_{mN-1}) \sin(mN\phi)}{a_1 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_{mN+1} + a_{mN-1}) \cos(mN\phi)} \right]. \quad (10)$$

由于傅里叶变换中高阶谐波振幅快速衰减,可将式(10)的分母近似为 $a_1$ ,由此得到

$$\Delta\phi \cong \sum_{m=1}^{\infty} c_m \sin(mN\phi), \quad (11)$$

式中: $c_m$ 为谐波系数,其随着 $m$ 的增加而急剧减小。由于三步相移法仅关注强度比值而不涉及光强变量,因此三步相移法的相位计算最易受伽马非线性影响。本文以三步相移法为例进行原理阐述。在三步相移法中,非线性响应引起的相位误差如图1(b)所示,不同的线段表示不同 $1/6$ 周期内的相位误差。相位误差的计算公式为

$$\Delta\phi_3 \approx c_1 \sin(3\phi). \quad (12)$$

## 2.3 全周期 LUT 误差补偿法

使用小步幅相移法进行三维测量时,由伽马非线性响应引起的相位误差较大,所以要对相位进行补偿,以提高测量精度。研究表明,当相移步数足够大时,可以忽略由伽马非线性响应引起的相位误

差<sup>[9]</sup>。因此,可以使用大步长的相移算法帮助计算小步长相移算法中的相位误差。本文使用三步相移法进行三维测量,同时使用十二步相移法计算理论

相位,并对两种算法得到的相位结果进行分析,建立相位误差 LUT。构建相位误差 LUT 的流程如图 2 所示。

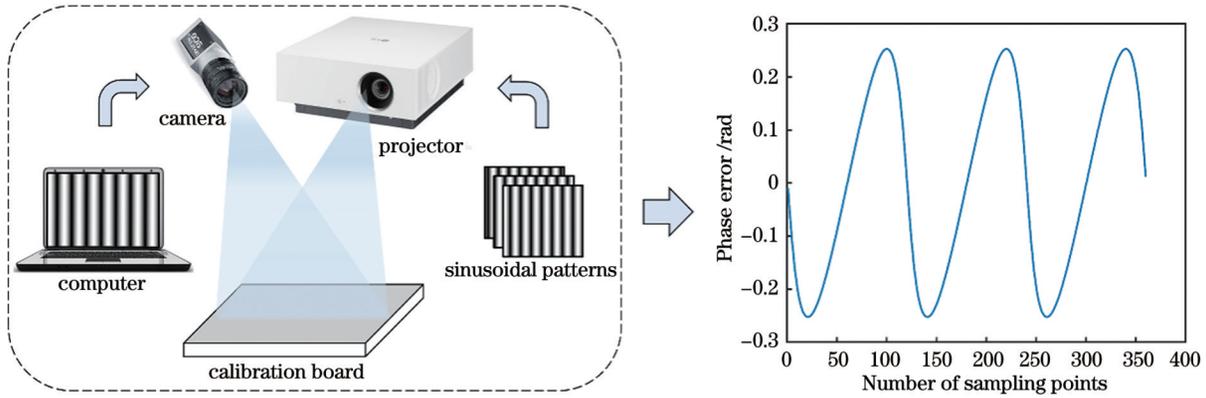


图 2 相位误差 LUT 的构建流程

Fig. 2 Construction process of phase error LUT

非线性效应引起的误差为

$$\Delta\phi(k) = \phi^{(3)}(k) - \phi^{(12)}(k), \quad (13)$$

式中: $k$ 表示像素点的序号; $\phi^{(3)}(k)$ 表示三步相移法计算的相位值; $\phi^{(12)}(k)$ 表示十二步相移法计算的相位值。

假设构建的相位误差 LUT 包含 360 个元素,可以将一个周期内的相位范围均匀地划分为 360 个区间,那么第  $i$  个区间的相位范围为: $\phi \in [2i\pi/360, 2(i+1)\pi/360]$ 。统计第  $i$  个区间的平均误差,即为所构建 LUT 的第  $i$  个元素值,计算公式为

$$C_{wLUT}(i) = \text{mean}(\Delta\phi), \quad (14)$$

式中: $C_{wLUT}$ 表示全周期 LUT; $\text{mean}(\cdot)$ 表示取平均值运算; $\Delta\phi$ 表示第  $i$  个区间的相位误差。

假设某个点的相位值为  $\phi$ ,它所在的区域  $i = \text{round}[256\phi/(2\pi)]$ ,则补偿后的相位值  $\phi'$ 为

$$\phi' = \phi - C_{wLUT}(i), \quad (15)$$

式中: $\text{round}(\cdot)$ 表示四舍五入的取整运算。

#### 2.4 1/6 周期 LUT 误差补偿法

由 2.2 节可知,在三步相移法计算过程中,由非线性响应引起的相位误差  $\Delta\phi_3 \approx c_1 \sin(3\phi)$ ,则

$$\Delta\phi_3 \approx c_1 \sin(3\phi) = c_1 \sin[3(\phi + 2\pi/3)]. \quad (16)$$

从式(16)可以看出,相位误差的周期为  $2\pi/3$ 。因此,在  $[0, 2\pi]$  周期内,  $[0, 2\pi/3]$ 、 $[2\pi/3, 4\pi/3]$  和  $[4\pi/3, 2\pi]$  这三个区间的相位误差是相同的,可以仅构建  $[0, 2\pi/3]$  周期内的相位 LUT,根据周期性,即可计算出  $[2\pi/3, 2\pi]$  内的相位误差值。

首先,1/3 周期内的相位通过式(17)计算:

$$\phi'_T = \text{mod}(\phi, 2\pi/3), \quad (17)$$

式中: $\phi'_T$ 表示原始相位映射到 1/3 周期内的相位值; $\text{mod}(\cdot)$ 表示取模运算。假设 1/3 周期的 LUT 有 120 个元素,那么第  $i$  个区间的相位范围为:

$\phi \in [2i\pi/360, 2(i+1)\pi/360]$ 。1/3 周期 LUT 的第  $i$  个元素值为

$$C_{iLUT}(i) = \text{mean}(\Delta\phi), \quad (18)$$

式中: $C_{iLUT}$ 表示 1/3 周期 LUT。1/3 周期内的相位补偿值为

$$\phi''_T = \phi'_T - C_{iLUT}(i). \quad (19)$$

全周期内的补偿相位值  $\phi_T$  的计算公式为

$$\phi_T = \phi''_T + 2\pi n/3, \quad (20)$$

式中: $n$ 表示第一个 1/3 周期、第二个 1/3 周期和第三个 1/3 周期的整数, $n = \text{floor}[3\phi/(2\pi)]$ ,其中  $\text{floor}(\cdot)$  表示向下取整函数。

根据式(12)还可以推导出

$$\Delta\phi_3 \approx c_1 \sin(3\phi) = -c_1 \sin[3(2\pi/3 - \phi)]. \quad (21)$$

由式(21)可知,非线性响应引起的相位误差在  $\phi = \pi/3$  处是对称的。因此,在 1/3 周期内,相位误差也关于  $\phi = \pi/3$  对称。基于上述理论分析,本文提出了 sLUT 相位误差补偿方法。1/6 周期内的相位值  $\phi'_S$  的计算公式为

$$\phi'_S = \begin{cases} \phi'_T, & \alpha \leq \pi/3 \\ 2\pi/3 - \text{mod}(\phi'_T, 2\pi/3), & \alpha \geq \pi/3 \end{cases} \quad (22)$$

确定  $[0, 2\pi]$  周期内的相位值  $\phi$  在 1/6 周期内的相位值  $\phi'_S$  后,假设构建的 sLUT 包含 60 个元素,相位值  $\phi'_S$  对应的区间  $i = \text{round}[60\phi'_S/(\pi/3)]$ 。1/3 周期内前 1/6 周期和后 1/6 周期用整数  $j = \text{floor}(3\phi'_S/\pi)$  表示。

搭建好 sLUT,补偿后的相位值计算公式为

$$\phi''_S = \begin{cases} \phi'_S - C_{sLUT}(i), & j = 0 \\ \phi'_S + C_{sLUT}(i), & j = 1 \end{cases}, \quad (23)$$

$$\phi_S = \phi''_S + 2\pi n/3, \quad (24)$$

式中: $\phi''_S$ 表示补偿后在 1/3 周期内的相位值; $C_{sLUT}(\cdot)$ 表示 1/6 周期的相位误差 LUT 函数。

### 3 仿真与模拟

本研究针对 3 种周期的 LUT 误差校正方法进行仿真分析。在仿真实验中,相机的分辨率为  $600 \text{ pixel} \times 600 \text{ pixel}$ ,条纹周期为  $100 \text{ pixel}$ ,伽马值设置为  $\gamma = 2.5$ 。仿真的对象是标准球和峰面。图 3 展示了标准球的仿真结果,其中:图 3(a)为畸变相位三维重建的结果,其波纹误差非常明显;图 3(b)~

(d)分别为使用全周期 LUT 法、1/3 周期 LUT 法和 sLUT 法校正伽马误差后的三维重建结果。在保证采样间隔相等的情况下,全周期 LUT 的采样点数为 360,1/3 周期 LUT 的采样点数为 120,sLUT 的采样点数为 60。图 3(e)~(h)为图 3(a)~(d)对应的相位误差,对应的标准差( $D_{ST}$ )分别为 0.2402、0.0070、0.0075、0.0076 rad, $N$  表示 LUT 的采样点数。

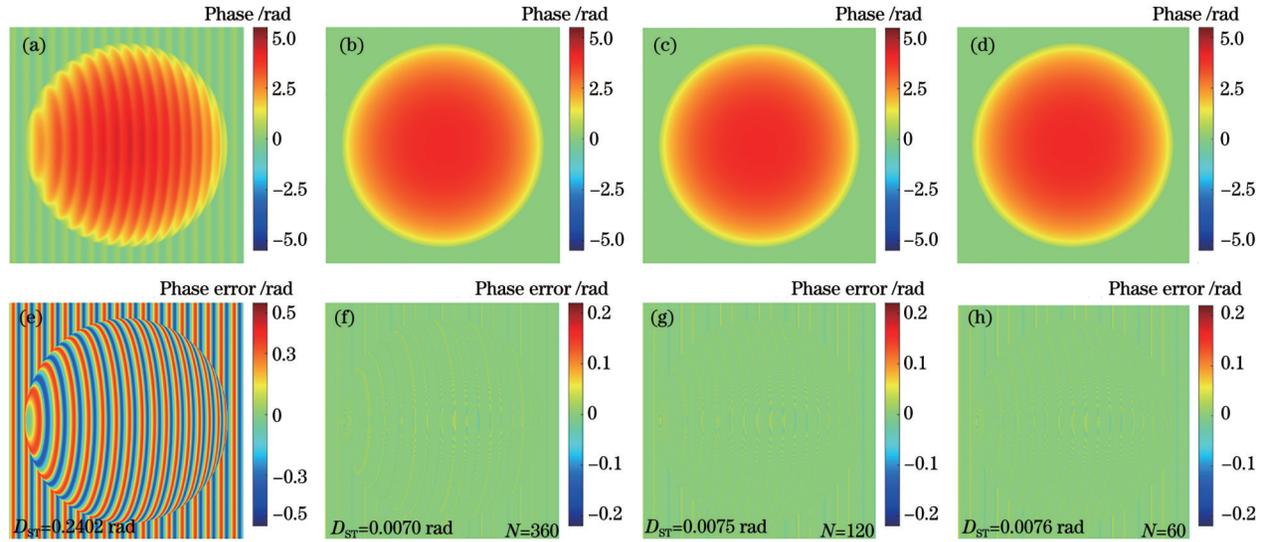


图 3 标准球仿真结果。(a)(e)畸变相位重建结果及误差;(b)(f)全周期 LUT 重建相位及相位误差;(c)(g)1/3 周期 LUT 重建相位及相位误差;(d)(h) sLUT 重建相位及相位误差

Fig. 3 Simulation results of the standard sphere. (a)(e) Reconstructed result and error of distorted phase; (b)(f) reconstructed phase and phase error by whole-period LUT; (c)(g) reconstructed phase and phase error by 1/3-period LUT; (d)(h) reconstructed phase and phase error by sLUT

图 4 展示了峰值表面的仿真结果,其中:图 4(a)~ (d)所示为误差校正前后的三维重建结果;图 4(e)~

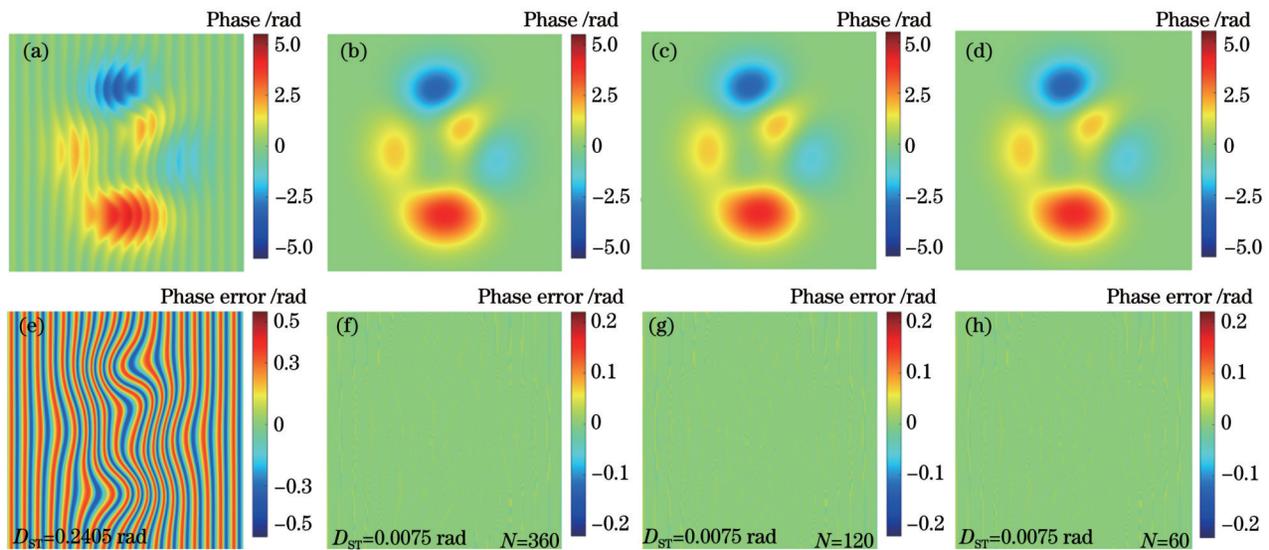


图 4 峰面仿真结果。(a)(e)畸变相位重建结果及误差;(b)(f)全周期 LUT 重建相位及相位误差;(c)(g)1/3 周期 LUT 重建相位及相位误差;(d)(h) sLUT 重建相位及相位误差

Fig. 4 Simulation results of peak surfaces. (a)(e) Reconstructed result and error of distorted phase; (b)(f) reconstructed phase and phase error by whole-period LUT; (c)(g) reconstructed phase and phase error by 1/3-period LUT; (d)(h) reconstructed phase and phase error by sLUT

(h)所示为相应的相位误差,对应的标准差分别为 0.2405、0.0075、0.0075、0.0075 rad。从仿真结果可以看出,尽管 sLUT 内的采样点数量相比全周期 LUT 采样点数量减少了 300,整体参数量降低了 83%,但是误差校正的效果并没有受到影响。

## 4 实验与分析

本研究搭建了一套包括工业相机(型号:Basler a2A1920-160ucBAS)和数字投影仪(型号:DLP Light-crafter 4500)的条纹投影系统。相机的分辨率为 1920 pixel $\times$ 1200 pixel,投影仪的分辨率为 912 pixel $\times$ 1140 pixel。处理设备的 CPU 为 AMD Ryzen 5 5600H, GPU 为 NVIDIA GeForce RTX 3050Ti Laptop,内存为 16 GB。采用三步相移法计算包裹相位,并使用双频相位解包裹算法来恢复绝对相位。高频和低频条纹图案的周期分别为 24 和 912。由于大步幅的相移算法可以忽略伽马非线性响应引起的相位误

差<sup>[7]</sup>,因此使用十二步算法计算的相位近似代替理想相位的真实值。

第一个实验对象为蝴蝶雕像,图 5(a)展示了从畸变相位重建的 3D 结果,其具有明显的波纹误差。为了校正这些波纹误差,分别采用全周期 LUT、1/3 周期 LUT 和 sLUT 方法对畸变相位进行校正。校正后相位的 3D 重建结果分别如图 5(b)~(d)所示。经过误差校正后,波纹误差几乎被完全消除,在 3D 形状中表示中呈现出更加平滑的效果。

为了直观评估测量精度,将畸变相位和 3 个校正后的相位值减去真实值得到相位误差。图 5(e)~(h)展示了图 5(a)~(d)对应的相位误差,它们的标准差分别为 0.1732、0.0104、0.0101、0.0105 rad。3 种周期 LUT 方法都能减小相位误差,但是 sLUT 的参数量仅为全周期 LUT 的 1/6。与其他两种方法相比,sLUT 方法在保持误差校正效果的同时,实现了更快的测量速度。

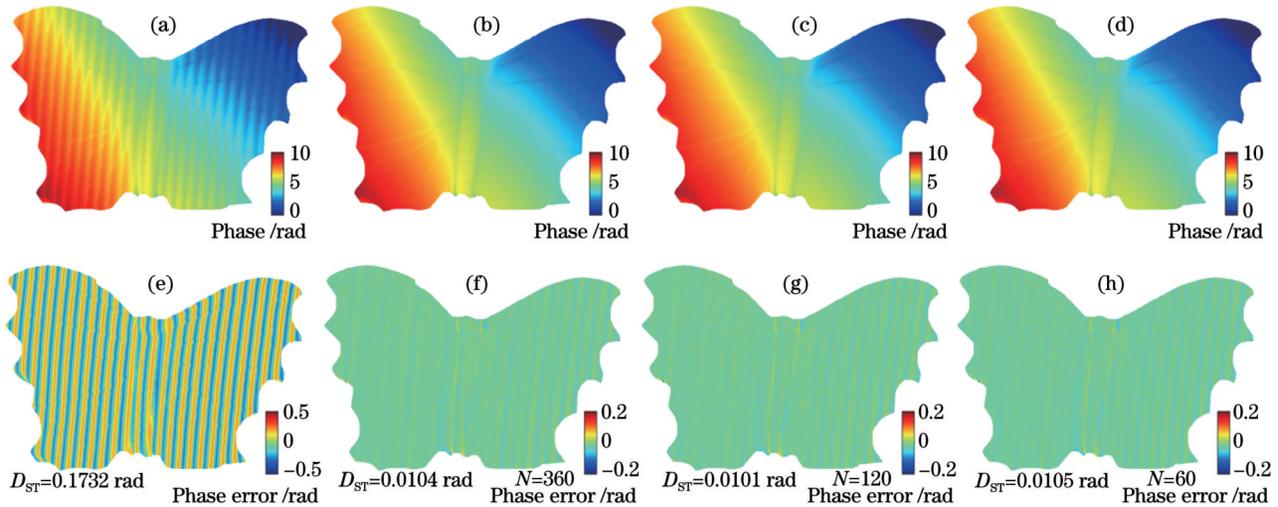


图 5 蝴蝶雕像实验结果。(a)(e)畸变相位重建结果及误差;(b)(f)全周期 LUT 重建相位及相位误差;(c)(g)1/3 周期 LUT 重建相位及相位误差;(d)(h) sLUT 重建相位及相位误差

Fig. 5 Experimental results of butterfly statue. (a)(e) Reconstructed result and error of distorted phase; (b)(f) reconstructed phase and phase error by whole-period LUT; (c)(g) reconstructed phase and phase error by 1/3-period LUT; (d)(h) reconstructed phase and phase error by sLUT

为了验证 sLUT 对非平整表面的误差补偿效果,对一尊章鱼雕像进行实验。图 6(a)展示了从畸变相位重建的 3D 结果,图 6(b)~(d)展示了 3 种方法校正后的重建结果。可以清楚地看到,图 6(b)~(d)相较于图 6(a)具有更小的波纹误差。图 6(e)~(h)展示了图 6(a)~(d)对应的相位误差,它们的标准差分别为 0.1682、0.0197、0.0196、0.0199 rad。使用 MATLAB 软件的 tic-toc 函数记录了 10 次误差校正时间,3 种方法的平均计算时间如表 1 所示。这些实验结果进一步验证了 sLUT 的测量效果优于其他两种方法。

为了验证 sLUT 方法对真实零件的有效性和优势,对一个轴进行相位误差校正实验。该实验将

表 1 3 种算法的平均计算时间

Algorithm	Whole-period LUT	1/3-period LUT	sLUT
Average time /s	0.97	0.25	0.12

sLUT 方法与直方图均衡化(PHE)法<sup>[19]</sup>和双三步相移法<sup>[24]</sup>进行比较。图 7(a)显示了从畸变相位重建的 3D 结果。图 7(b)~(f)分别展示了 3 种周期方法和 PHE 法、双三步相移法校正后的重建结果。表 2 记录了 5 种方法进行 10 次误差校正的平均时间。从实验结果可以看出,与其他 4 种方法相比,sLUT 方法在保持较高精度的同时,显著提高了校正效率。

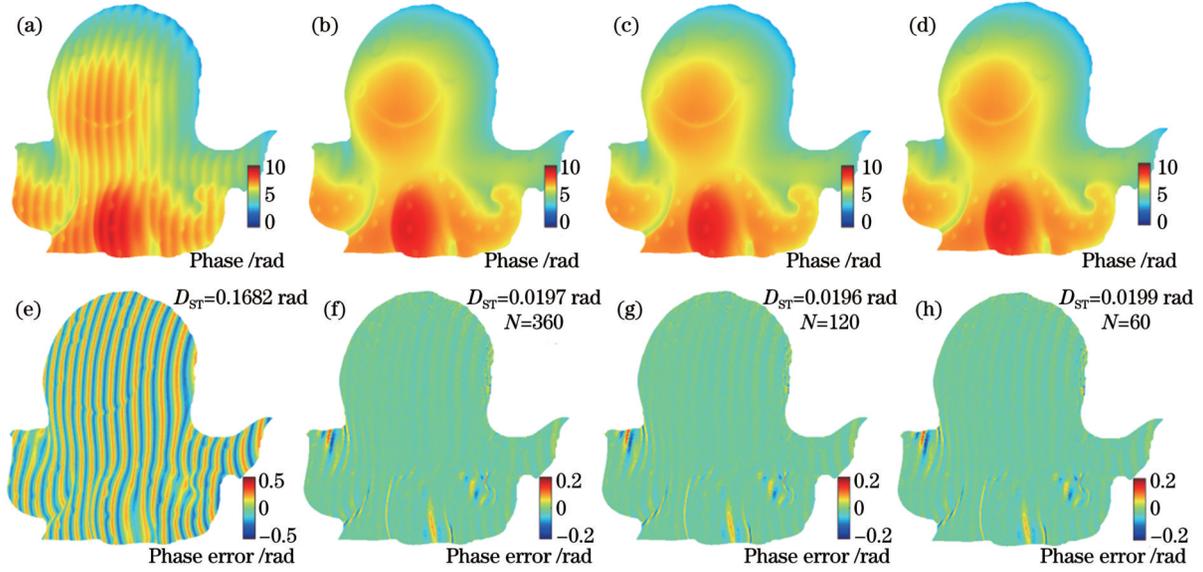


图 6 章鱼雕像实验结果。(a)(e)畸变相位重建结果及误差；(b)(f)全周期LUT重建相位及相位误差；(c)(g)1/3周期LUT重建相位及相位误差；(d)(h) sLUT重建相位及相位误差

Fig. 6 Experimental results of octopus statue. (a)(e) Reconstructed result and error of distorted phase; (b)(f) reconstructed phase and phase error by whole-period LUT; (c)(g) reconstructed phase and phase error by 1/3-period LUT; (d)(h) reconstructed phase and phase error by sLUT

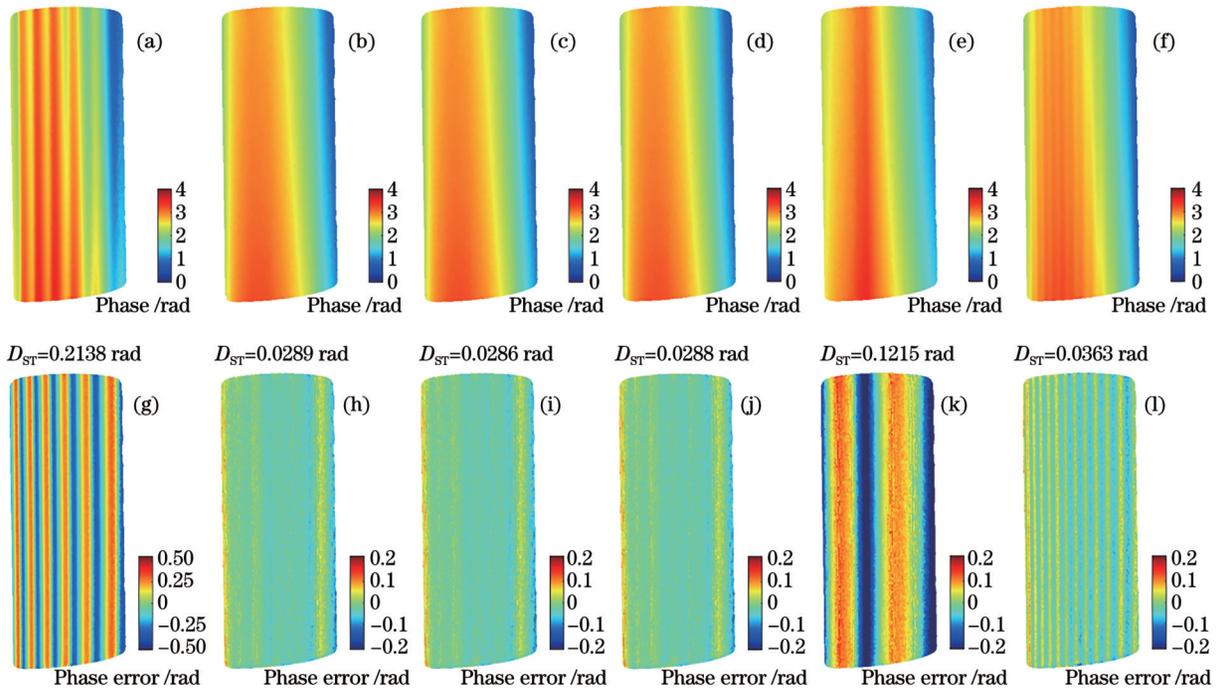


图 7 轴的实验结果。(a)(g)畸变相位重建结果及误差；(b)(h)全周期LUT重建相位及相位误差；(c)(i)1/3周期LUT重建相位及相位误差；(d)(j) sLUT重建相位及相位误差；(e)(k) PHE法重建相位及相位误差；(f)(l)双三步相移法重建相位及相位误差

表 2 5种算法的平均计算时间

Table 2 Average computation time of five algorithms

Method	Whole-period LUT	1/3-period LUT	sLUT	PHE	Double three-step PSA
Average time /s	1.05	0.25	0.13	0.02	0.18

## 5 结 论

提出一种用于解决相移算法中非线性相位误差的方法,即 sLUT 误差校正方法。该方法同时考虑了相位误差的周期性和对称性,在构建 LUT 时只关注 1/6 周期内的相位误差。实验结果表明,在保持相同采样间隔的条件下,相比于 LUT 方法,sLUT 方法实现了参数数量减少 83% 的同时,保持了与 LUT 方法相当的误差校正效果。此外,sLUT 的误差补偿时间仅为全周期 LUT 的 1/8。由实验结果可知,1/3 周期 LUT 方法在误差校正精度上表现最好,这是因为它在实际拍摄标准板过程中获得的相位误差与理想的正弦函数有差异。1/3 周期 LUT 采用的参数数量为 120,在校正过程中可以捕捉更精确的相位误差周期性特征。相比之下,全周期 LUT 和 sLUT 设置的参数值可能无法完全匹配特征,从而导致校正效果不如 1/3 周期 LUT。然而,随着实验条件的变化,最优的参数数量可能会不同。为了在精度和速度之间取得平衡,需要进一步研究 sLUT 方法的最佳参数数量设置。

### 参 考 文 献

- [1] 温豪, 孟召宗, 高楠, 等. 多光通道条纹投影系统误差测量与补偿[J]. 光子学报, 2020, 49(7): 0712004.  
Wen H, Meng Z Z, Gao N, et al. Error measurement and compensation of multi-channel fringe projection system[J]. Acta Photonica Sinica, 2020, 49(7): 0712004.
- [2] 郭文博, 张启灿, 吴周杰. 基于相移条纹分析的实时三维成像技术发展综述[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(8): 0800001.  
Guo W B, Zhang Q C, Wu Z J. Real-time three-dimensional imaging technique based on phase-shift fringe analysis: a review [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(8): 0800001.
- [3] 丁榆德, 杨斌. 三维数字化扫描及测量技术在下颌前突畸形诊治中的应用[J]. 中国组织工程研究, 2016, 20(20): 2992-2999.  
Ding Y D, Yang B. Application of three-dimensional scanning and measuring techniques in the diagnosis and treatment of mandibular prognathism[J]. Chinese Journal of Tissue Engineering Research, 2016, 20(20): 2992-2999.
- [4] 满天龙, 万玉红, 菅孟静, 等. 面向生物样品三维成像的光干涉显微技术研究进展[J]. 中国激光, 2022, 49(15): 1507202.  
Man T L, Wan Y H, Jian M J, et al. Research progress in optical interference microscopy toward three-dimensional imaging of biological samples[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(15): 1507202.
- [5] Yao P C, Gai S Y, Da F P. Toward real-world super-resolution technique for fringe projection profilometry[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 5011908.
- [6] Deng J, Li J, Feng H, et al. Efficient intensity-based fringe projection profilometry method resistant to global illumination [J]. Optics Express, 2020, 28(24): 36346-36360.
- [7] Duan M H, Jin Y, Chen H A, et al. Automatic 3-D measurement method for nonuniform moving objects[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70:

5015011.

- [8] 张凯龙, 钱莉, 朱春雷. 基于相位测量偏折法的类镜面缺陷检测[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(5): 0512004.  
Zhang K L, Qian L, Zhu C L. Defect detection in mirror-like surface based on phase measuring deflectometry[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(5): 0512004.
- [9] Liu K, Wang Y C, Lau D L, et al. Gamma model and its analysis for phase measuring profilometry[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2010, 27(3): 553-562.
- [10] Zhang S H, Yang Y X, Lu S, et al. Nonlinear error compensation method for 3D sensing system based on grating image projection[J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22(9): 8915-8923.
- [11] Babaei A, Saadateseresh M, Kofman J. Exponential fringe pattern projection approach to gamma-independent phase computation without calibration for gamma nonlinearity in 3D optical metrology[J]. Optics Express, 2017, 25(21): 24927-24938.
- [12] Wu H T, Cao Y P, An H H, et al. Fast and robust online three-dimensional measurement based on feature correspondence[J]. Optical Engineering, 2021, 60(7): 074101.
- [13] An H H, Cao Y P, Li H M, et al. An accuracy improving method for composite grating phase measuring profilometry[J]. Optics Communications, 2020, 477: 126343.
- [14] Hoang T, Pan B, Nguyen D, et al. Generic gamma correction for accuracy enhancement in fringe-projection profilometry[J]. Optics Letters, 2010, 35(12): 1992-1994.
- [15] Yu X, Liu Y K, Liu N Y, et al. Flexible gamma calculation algorithm based on probability distribution function in digital fringe projection system[J]. Optics Express, 2019, 27(22): 32047-32057.
- [16] Liu Y K, Yu X, Xue J P, et al. A flexible phase error compensation method based on probability distribution functions in phase measuring profilometry[J]. Optics & Laser Technology, 2020, 129: 106267.
- [17] Yu X, Lai S S, Liu Y K, et al. Generic nonlinear error compensation algorithm for phase measuring profilometry[J]. Chinese Optics Letters, 2021, 19(10): 101201.
- [18] Feng S J, Zuo C, Zhang L, et al. Generalized framework for non-sinusoidal fringe analysis using deep learning[J]. Photonics Research, 2021, 9(6): 1084-1098.
- [19] Je C, Park H M. Value probability analysis for linear phase estimation in sinusoidal structured-light range imaging[J]. Optics Letters, 2021, 46(3): 476-479.
- [20] Zhang S, Yau S T. Generic nonsinusoidal phase error correction for three-dimensional shape measurement using a digital video projector[J]. Applied Optics, 2007, 46(1): 36-43.
- [21] Xu C, Cao Y P, Cai W J, et al. Nonlinear error full-field compensation method for phase measuring profilometry[J]. Applied Optics, 2022, 61(32): 9360-9369.
- [22] Zhang C W, Zhao H, Zhang L, et al. Full-field phase error detection and compensation method for digital phase-shifting fringe projection profilometry[J]. Measurement Science and Technology, 2015, 26(3): 035201.
- [23] Xu H Z, Yang L L, Zhu H J, et al. Nonlinear error reduction for phase-shifting profilometry considering periodicity and symmetry of a phase histogram[J]. Applied Optics, 2023, 62(24): 6437-6446.
- [24] Huang P S, Hu Q J, Chiang F P. Double three-step phase-shifting algorithm[J]. Applied Optics, 2002, 41(22): 4503-4509.

# Nonlinear Error Compensation Method for Phase-Shifted Fringe Using 1/6-Period Lookup Table

Wang Zilong<sup>1</sup>, Xu Hongzhi<sup>1</sup>, Yang Lingling<sup>1</sup>, Hou Wenhui<sup>1</sup>, Liu Lu<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>College of Engineering, Anhui Agricultural University, Hefei 230036, Anhui, China;

<sup>2</sup>Anhui Province Engineering Laboratory of Intelligent Agricultural Machinery and Equipment, Hefei 230036, Anhui, China

## Abstract

**Objective** Structured light technology has been widely used in industrial inspection, cultural relic protection, biomedical, and other fields due to its non-contact and full-field imaging advantages. As one of the mainstream three-dimensional (3D) imaging methods, phase-shifting profilometry (PSP) measures the target surface shape information by projecting multiple phase-shifted patterns and capturing the corresponding target patterns. Since the 3D shape information is closely related to the phase distribution, it is crucial to achieve high-accuracy measurements. However, due to the gamma nonlinearity in both the projector and camera, the ideal sinusoidal fringe patterns are distorted, thereby introducing errors. This kind of non-sinusoidal fringe pattern results in phase errors, which are a major error source affecting the three-dimensional reconstruction accuracy and further degrading the measurement precision. Although the large-step PSP can reduce the nonlinear error, it takes a long time. Therefore, it is very meaningful to develop a phase error correction algorithm with both high accuracy and fast speed.

**Methods** The  $N$ -step PSP has the advantages of fast measurement speed, high accuracy, and a non-contact nature, making it widely used in the phase measurement field. Since the three-step PSP is most easily affected by gamma nonlinearity, we take the three-step PSP as an example to illustrate the principles. According to the calculation formula of nonlinear error in the three-step PSP, it can be deduced that the phase error has periodicity and symmetry within  $2\pi$  period. Given the periodic characteristic of phase error, we first propose a 1/3 period lookup table (LUT) method and then a 1/6 period lookup table (sLUT) method considering the symmetry of phase error. A standard whiteboard is imaged to calculate the actual phase values using the three-step PSP and theoretical phase values using the twelve-step PSP (Fig. 2). The number of elements for the constructed full-period LUT is 360. According to the periodicity of phase error, a 1/3 period LUT is constructed with 120 elements. Considering the symmetry of phase error, the sLUT with only 60 elements is constructed. The sLUT is simulated and tested on real objects to compare the error correction effects and correction times of the whole-period LUT, 1/3 period LUT, and sLUT methods.

**Results and Discussions** The proposed sLUT method is rigorously evaluated and compared against the conventional full-period LUT approach through simulation testing and experimental validation. The simulation is tested on a standard sphere and peaked surface. The standard deviations (STDs) of the results corrected by whole-period LUT, 1/3 period LUT, and sLUT are calculated. The results show that compared with whole-period LUT, sLUT achieves equivalent performance in terms of error correction. A fringe projection system based on an industrial camera (model: Basler a2A1920-160ucBAS) and digital projector (model: DLP Light-crafter 4500) is used. The camera resolution is 1920 pixel $\times$ 1200 pixel and the projector resolution is 912 pixel $\times$ 1140 pixel. Experimental validation is performed on a processing device with CPU (AMD Ryzen 5 5600H), GPU (NVIDIA GeForce RTX 3050Ti Laptop), and 16 GB memory system. The test results show that the maximum difference of STDs between the two methods is only 0.002 rad, indicating that the sLUT achieves equivalent error correction performance as whole-period LUT. A particularly notable aspect is that the sLUT achieved these results using only 60 table elements, representing an 83% reduction over the 360 elements comprising the whole-period LUT. This parameter efficiency allows for faster computation while still enabling high-fidelity nonlinear error modeling. Quantitative analysis shows the average error correction time is reduced from 0.97 s for the whole-period LUT to just 0.12 s for the sLUT (Table 1), showing an approximately 8-fold speed enhancement. In summary, both simulation and physical experimentation provide a strong validation that the proposed sLUT methodology offers correction accuracy on par with whole-period LUT while significantly improving computational efficiency and highlighting its significant advantages for practical phase metrology applications.

**Conclusions** We propose a new method for addressing nonlinear phase errors in PSPs, the error correction method based on the sLUT. This method takes into account both the periodicity and symmetry of the phase errors and constructs a

lookup table focusing only on the phase errors within a  $1/6$ -period range. Experimental results demonstrate that, while reducing the parameter size of the sLUT by 83%, the same error correction performance as the traditional LUT can be achieved. Additionally, the computation time for error compensation is reduced by a factor of  $1/8$ . The experimental results also indicate that the  $1/3$ -period LUT achieves the highest accuracy in phase correction. This may be attributed to the  $1/3$ -period LUT's ability to more accurately capture the periodic characteristics of the phase errors during the correction process. Compared to the full-period LUT and sLUT, the parameter values may not fully match the periodicity of the phase errors, resulting in inferior correction performance. However, the optimal parameter size for the sLUT may vary with changing experimental conditions. Therefore, further research is needed to achieve a balance between accuracy and speed by determining the most suitable parameter size for the sLUT.

**Key words** measurements; phase-shifting profilometry; gamma nonlinearity; lookup table; phase error compensation; three-dimensional measurements