

## 光学学报

## 渐进多焦点自由曲面镜片渐进通道优化设计

张欣<sup>1</sup>, 项华中<sup>1\*</sup>, 马乐飞<sup>1</sup>, 郑泽希<sup>2</sup>, 陈家璧<sup>3</sup>, 王成<sup>1,4</sup>, 张大伟<sup>3</sup>, 庄松林<sup>3</sup><sup>1</sup>上海理工大学健康科学与工程学院医学光学与视光学研究所, 上海 200093;<sup>2</sup>上海理工大学机械工程学院, 上海 200093;<sup>3</sup>上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093;<sup>4</sup>上海理工大学上海介入医疗器械工程技术研究中心, 上海 200093

**摘要** 渐进多焦点镜片子午线光焦度分布设计直接影响镜片像散分布,是优化设计的核心之一。提出了一种基于累积分布函数的子午线光焦度分布方法;针对渐进通道宽度过窄的问题,对子午线光焦度分布下的不同轮廓线求解对应的矢高进行加权叠加,同时推导新的子午线光焦度分布函数以降低子午线光焦度变化率;仿真及加工了3片镜片。研究表明:采用累积分布函数能够设计出满足光学性能要求的渐进镜片;使用矢高叠加扩展了渐进通道的宽度,保持了像散梯度的平滑过渡,且将最大像散分布在镜片鼻翼两侧;新的子午线光焦度分布函数在拓宽渐进通道宽度下会存在像散梯度变化堆积问题,所以需要将光焦度分布和面型等因素结合考虑,并进行优化。本研究方法为渐进多焦点镜片的子午线光焦度优化设计提供了新的理论。

**关键词** 光学设计; 子午线光焦度; 加宽渐进通道; 渐进多焦点镜片

中图分类号 TH74 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231811

## 1 引言

渐进多焦点自由曲面镜片是一种由不同光焦度组合而成的光学镜片,其曲率不是恒定的,在远视区呈较低的平均光焦度,在视近区则呈较高的平均光焦度,同时在加光通道区域提供平滑的光焦度变化<sup>[1-2]</sup>。镜片能够从远距离到近距离的各种焦距范围内实现平稳对焦,以满足用户在不同距离(远、中、近)下的视觉需求<sup>[3-6]</sup>。因此,这种镜片能充分满足人们的生理和心理需求,越来越受到中老年老花人群的青睐。

子午线光焦度分布的设计在整个镜片设计中具有关键性作用,对像散分布产生直接影响,同时对镜片的远近视区和通道宽度等方面产生显著影响,也影响像散梯度的变化,对镜片佩戴者的舒适性至关重要。因此,合理确定子午线光焦度分布,并结合特定轮廓线分布,获得适应不同使用需求的渐进多焦点自由曲面镜片表面形状,是当前渐进自由曲面镜片优化设计的关键因素之一<sup>[7]</sup>。对于子午线光焦度的设计,目前常用的是Winthrop<sup>[8]</sup>提出的基于多项式系数确定子午线上光焦度变化函数的方法及Steele等<sup>[9]</sup>提出的利用三角函数设计子午线光焦度分布的方法。近年来研究者对子午线光焦度设计也进行了一些研究,

2015年,Qiu等<sup>[10]</sup>通过引入双曲正切函数来描述渐进多焦点自由曲面镜上子午线的光焦度分布;2017年,卢宏炎等<sup>[11]</sup>提出了一种采用渐开线作为渐进多焦点自由曲面镜片子午线光焦度的设计思路;2022年,张慧星等<sup>[12]</sup>提出了一种基于双向拟合设计渐进多焦点镜片子午线的方法,采用两条多项式曲线从镜片视远点和视近点进行双向拟合,获得满足设计要求的子午线光焦度。

镜片的通道宽度与子午线光焦度设计、轮廓线分布以及矢高密切相关<sup>[13-15]</sup>。宽通道设计的镜片表现出更小的像畸变、色差和球差,而且具备更平滑的过渡区域,能够缩短适应期,提供更为准确和自然的视觉体验,减少眼睛疲劳和晕眩感<sup>[15-17]</sup>。因此,寻找合适的子午线光焦度分布以实现渐进多焦点镜片的通道宽度和梯度变化的优化至关重要。现有的子午线光焦度分布设计并未充分考虑其对渐进通道宽度的影响,也没有实现渐进通道宽度的拓宽,使得镜片在一个瞳孔大小内存在较大的像散,影响佩戴的舒适度。本研究基于累积分布函数设计了一种新的子午线光焦度分布,并分析了光焦度的变化率对渐进通道中心宽度的影响。同时,通过整体矢高叠加和子午线光焦度曲率的减小,增加渐进多焦点镜片的通道宽度。最后,设计了三片

收稿日期: 2023-11-21; 修回日期: 2024-01-23; 录用日期: 2024-01-29; 网络首发日期: 2024-02-09

基金项目: 国家自然科学基金(61605114, 52206102)

通信作者: \*xiang3845242@163.com

镜片,通过仿真软件对这些镜片的光焦度和像散分布进行仿真,采用加工机床进行了实际加工和检测,以验证实验结果。

## 2 基本原理

渐进多焦点自由曲面镜片的直接设计方法首先是

对镜片的子午线光焦度分布进行设计,使得子午线上视远区到视近区的光焦度平滑变化,如图 1(a)所示,其中, $h$ 表示两个定焦点之间的距离, $L$ 表示远视区的定焦点到坐标原点的距离,点  $F$  代表视远区的参考点,点  $N$  代表视近区的参考点,点  $O$  为坐标原点, $x$  为横向坐标轴, $P$  为子午线光焦度。

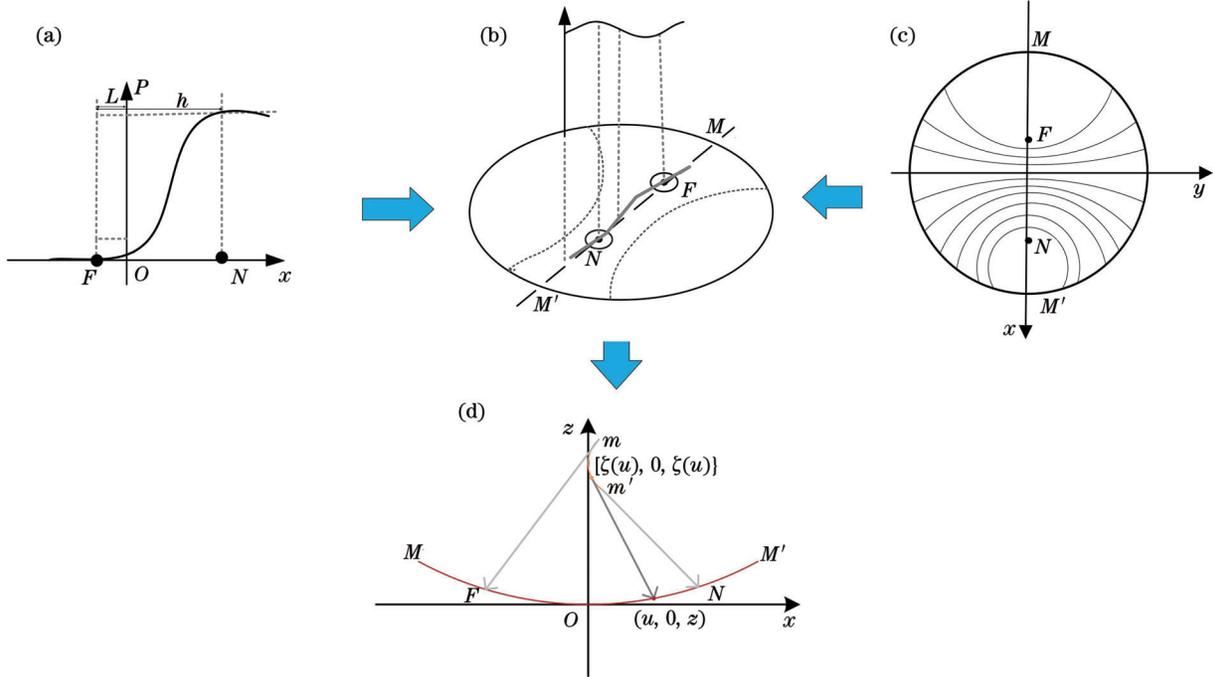


图 1 渐进多焦点镜片的直接法计算过程。(a)子午线光焦度分布;(b)沿着轮廓线分布向两侧扩展后整个镜片表面的子午线光焦度的设计结果;(c)整个曲面的轮廓线分布;(d)整个表面上的矢高

Fig. 1 Calculation process of direct method for progressive addition lenses. (a) Meridional power distribution; (b) design results of meridional power distribution obtained by extending along contour lines on both sides of entire lens surface; (c) contour line distribution of entire surface; (d) vector height on entire surface

定义了子午线光焦度的变化曲线后,采用一系列不重叠的等值线来定义整个曲面的轮廓线分布,如图 1(c)所示, $y$  为纵向坐标轴, $MM'$  为镜片的子午线。这些轮廓线必须表现出平滑的渐变,同时每个轮廓线分布都需要与其相应的子午线交点的光焦度一致。然后,将子午线光焦度的变化沿着轮廓线向两侧扩展,从而获得整个镜片表面的光焦度分布,如图 1(b)所示。子午线上的每个点  $(u, 0, z)$  都对应着一个曲率中心  $(\xi, 0, \zeta)$ , 其中视野的远参考点  $F$  对应的曲率半径为  $r_D$ , 视野的近参考点  $N$  对应的曲率半径为  $r_N$ 。而子午线  $MM'$  的渐屈线  $mm'$  上各点的曲率半径变化函数为  $r(u)^{[8,18]}$ , 满足

$$\frac{1}{r(u)} = \frac{1}{r_D} + \left( \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_D} \right) P(u), \quad (1)$$

式中: $P(u)$  代表子午线光焦度分布,子午线的两个端点分别对应于最大光焦度点和最小光焦度点。最后,将相同等值线上的点分配到具有相同曲率中心的球面上,计算出整个表面上的矢高,如图 1(d)所示。

根据 Minkwitz<sup>[19-20]</sup> 定理,镜片子午线两侧的像散  $C$

与子午线光焦度  $P$  呈现正比例的关系。如果用光焦度和像散的增量除以距离增量,则有

$$\frac{dC}{dy} = 2 \frac{dP}{dx}. \quad (2)$$

当光焦度沿  $x$  轴增加到  $P$  时,相应地,在  $y$  轴同等距离上,像散将变为  $C = 2P$ 。所以,轮廓线和通道宽度的关系式为

$$C(y) \simeq 2|P'(x)|y, \quad (3)$$

式中: $P'(x)$  为子午线光焦度变化率。通过式(3)来确定像散的某个阈值  $C_{th}$  到子午线带的距离,所以方程变化为

$$y_{th} = \frac{C_{th}}{2|P'(x)|}, \quad (4)$$

式中: $y_{th}$  为像散的阈值到子午线带的距离。对于给定的像散阈值,通道的宽度  $w(x)$  将是  $y_{th}$  的两倍,可以表示为

$$w(x) = \frac{C_{th}}{|P'(x)|}. \quad (5)$$

如图 2 所示,  $P(x)$  为子午线光焦度, 此时根据像散的第一个阈值  $C_{th}$  以及曲面子午线上该点处的曲率的绝对值  $P'(x)$ , 就可以得到镜片像散通道的宽度  $w(x)$ 。

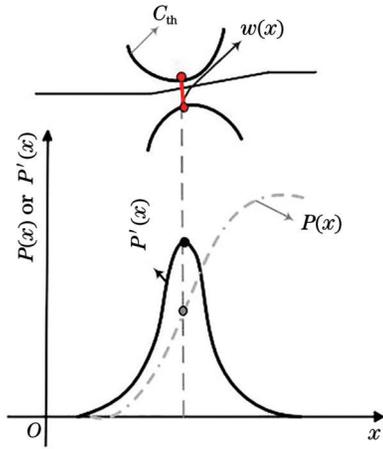


图 2 渐进多焦点镜片通道宽度

Fig. 2 Channel width of progressive addition lens

### 3 子午线光焦度设计及优化通道宽度

#### 3.1 基于累积分布函数的子午线光焦度设计

目前对于子午线光焦度的设计最常用的是高次多项式<sup>[8]</sup>[式(6)]与余弦曲线<sup>[9]</sup>[式(7)], 但存在着周边像散大、像散集中在鼻侧区域、加光通道宽度在一个瞳孔大小内存在较大像散的问题。

$$\begin{cases} P_2(x) = \sum_{n=1}^8 H_n (x+L)^n \\ H_n \in \left\{ 0, 0, 0, 0, \frac{56}{h^5}, \frac{-140}{h^6}, \frac{120}{h^7}, \frac{-35}{h^8} \right\}, \end{cases} \quad (6)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \pi \frac{-L-x}{-h} \right) \right], \quad (7)$$

式中:  $P_2(x)$  为基于 8 次多项式设计的子午线光焦度;  $P_3(x)$  为基于余弦函数设计的子午线;  $n$  为多项式的次数;  $H_n$  为多项式系数值。

本文提出了一种采用累积分布函数(CDF)<sup>[21]</sup>来设计子午线光焦度分布的方法, 从镜片视远区到视近区使用 CDF 公式, 可得

$$\begin{cases} P_1(x) = P_d + \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] dt \\ \mu = -L + h/2 \\ \sigma = h/6 \end{cases}, \quad (8)$$

式中:  $P_1(x)$  为基于累积分布函数设计的子午线光焦度;  $t$  为积分变量;  $P_d$  表示视远区的光焦度。根据累积分布函数的性质,  $\mu$  决定了分布的中心位置,  $\sigma$  决定了分布的幅度。

由式(5)可知, 基于第一个阈值  $C_{th}$  以及曲面子午

线上该点处的变化率的绝对值  $P'(x)$ , 就可以得到面型像散通道的宽度, 此时通道宽度为

$$w_1 = \frac{C_{th}}{d \left\{ \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{(t+L-h/2)^2}{2(h/6)^2} \right] dt \right\} / dt}. \quad (9)$$

对于上述提出的基于累积分布函数的子午线光焦度设计方法, 设定参数值  $L=5 \text{ mm}$ ,  $h=14 \text{ mm}$ ,  $P_d=0$ , 结合常用的 8 次多项式函数及余弦函数, 得到子午线光焦度及曲率变化如图 3 所示。

图 3(a) 为基于累积分布函数、8 次多项式函数与余弦函数设计的子午线光焦度对比图, 从图中看到三者都连续平滑, 符合设计要求; 图 3(b) 为基于三种函数得到的光焦度的曲率变化图, 累积分布函数、8 次多项式函数及余弦函数在加光通道中心处的曲率绝对值  $P'(x)$  分别为 0.190、0.212 和 0.162, 在最窄处的曲率绝对值分别为 0.276、0.320 和 0.220。设像散的阈值  $C_{th}$  为 0.5, 所以根据式(9)计算得到的基于累积分布函数设计的镜片通道中心处及最窄处的宽度值分别为 5.18 mm 和 3.62 mm, 基于 8 次多项式函数得到的宽度值分别为 4.72 mm 和 3.1 mm, 基于余弦函数得到的宽度值分别为 6.17 mm 和 4.54 mm。所以, 无论是通道中心还是最窄处, 镜片的面型宽度从大到小依次为余弦函数、累积分布函数、8 次多项式。

#### 3.2 加宽渐进通道——采用矢高叠加

为了获得更宽的通道, 本节根据式(8)中不同的光学参数值设计出两种累积分布函数的子午线光焦度, 同时基于两种不同的轮廓线(椭圆/双曲线)<sup>[22]</sup>分布求解得到两个不同的矢高, 对其赋予不同的权重值并进行叠加, 获得了两种不同的光焦度面型, 从而达到拓宽通道的目的。根据微分几何原理<sup>[8,18]</sup>, 具体推导为

$$\begin{cases} Z = az_1 + bz_2 \\ a + b = 1 \\ \frac{1}{r_1(u_1)} = \frac{1}{r_D} + \left( \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_D} \right) P_1(u_1) \\ z_1 = \zeta(u_1) - \sqrt{r_1(u_1)^2 - [x - \xi(u_1)]^2 - y^2}, \\ \frac{1}{r_1(u_2)} = \frac{1}{r_D} + \left( \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_D} \right) P_1(u_2) \\ z_2 = \zeta(u_2) - \sqrt{r_1(u_2)^2 - [x - \xi(u_2)]^2 - y^2} \end{cases}, \quad (10)$$

式中:  $Z$  为叠加后的矢高;  $a$ 、 $b$  分别为矢高叠加的权重值;  $\frac{1}{r_1(u_1)}$ 、 $\frac{1}{r_1(u_2)}$  和  $z_1$ 、 $z_2$  分别对应两组不同的曲率半径及对应矢高;  $[\zeta(u_1), 0, \xi(u_1)]$ 、 $r_1(u_1)$  分别为第一个矢高的曲率中心及曲率,  $[\zeta(u_2), 0, \xi(u_2)]$ 、 $r_1(u_2)$  分别

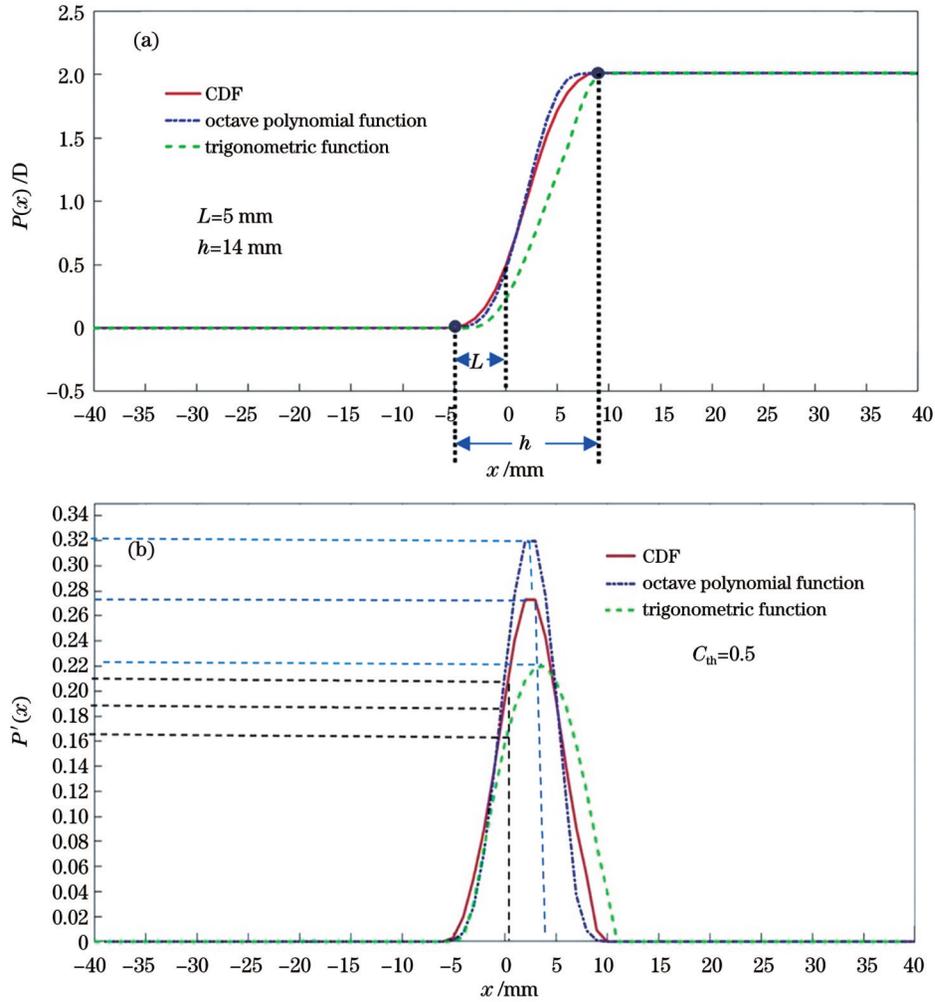


图3 子午线光焦度及曲率变化。(a)基于三种函数设计的子午线光焦度图;(b)子午线光焦度曲率的绝对值  $P'(x)$   
 Fig. 3 Variations in meridional power and curvature. (a) Meridional power designed by three types of functions; (b) absolute value  $P'(x)$  of meridional power curvature

为第二个矢高的曲率中心及曲率。根据叠加后的矢高求出镜片的光焦度:

$$\begin{cases} P_p = 1000H(1 - f) \\ H = \frac{(1 + Z_x^2)Z_{yy} - 2Z_x Z_y Z_{xy} + (1 + Z_y^2)Z_{xx}}{2(1 + Z_x^2 + Z_y^2)^{\frac{3}{2}}} \end{cases}, (11)$$

式中:  $P_p$  为叠加后镜片的光焦度;  $f$  为镜片的毛坯材料折射率;  $H$  为镜片面型的平均曲率;  $Z_x, Z_y, Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yy}$  为式(10)中镜片矢高  $Z$  的各阶偏导。

图4展示了通过不同子午线光焦度和轮廓线解算的两种矢高叠加后的光焦度三维面型及投影像散面型变化图。如图4(a)所示,叠加后的光焦度三维面型显示在渐进通道中光焦度的曲率变化整体上减小。从图4(b)可以看出,与直接解算得到的像散面型相

比,通道宽度显著增大,通道宽度整体上得到了优化。

### 3.3 加宽渐进通道——降低子午线光焦度曲率

在子午线光焦度曲线某一点上获得更宽通道的方法是在同一点上降低子午线光焦度变化率的绝对值,增加通道长度。3.2节是从光焦度整体面型考虑,通过两个矢高叠加来加宽渐进通道。本节提出新的求解方法,即直接对子午线光焦度进行平滑处理,降低加光通道处的变化率的绝对值  $P'(x)$ 。

根据3.1节提出的采用累积分布函数设计子午线光焦度的方法,结合Steele等<sup>[9]</sup>提出的基于余弦函数设计子午线光焦度的方法,赋予不同的权重值,采用两个不同的两定焦点长度  $L_1, L_2$ , 对远视区定焦点到坐标原点的长度  $h_1, h_2$  进行线性叠加,可获得一个计算新的子午线光焦度的函数:

$$P(x) = A_1 \left\{ P_d + \int_{-\infty}^x \frac{6}{h_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(t + L_1 - h_1/2)^2}{2(h_1/6)^2} \right] dt \right\} + B_1 \left[ \sin^2 \left( \frac{\pi - L_2 - x}{2 - h_2} \right) \right], \quad (12)$$

式中:  $A_1, B_1$  为赋予的权重值,  $A_1 + B_1 = 1$ 。

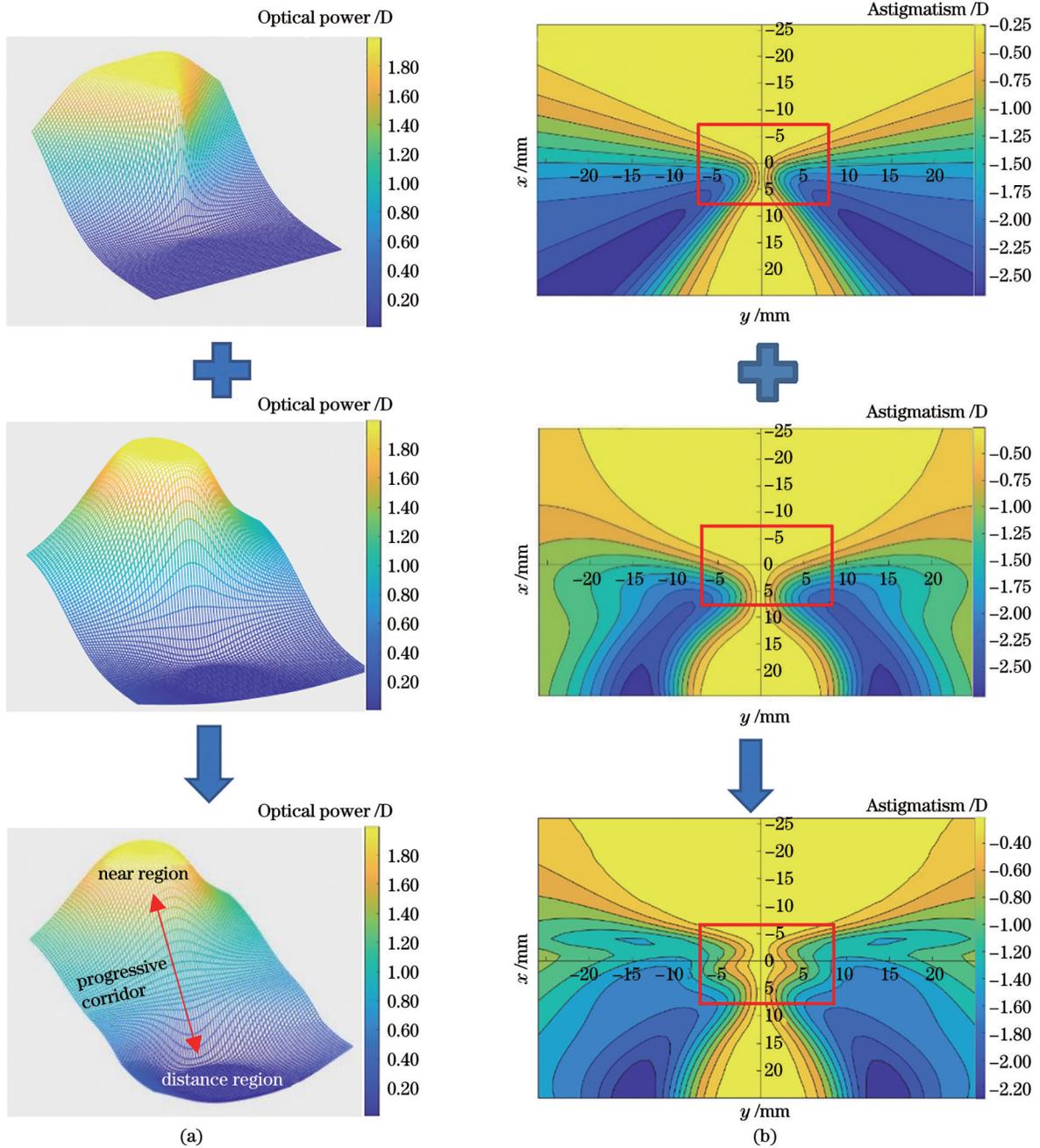


图 4 光焦度三维面型及投影散面型变化图。(a)加宽通道后光焦度面型变化图;(b)像散面型变化图

Fig. 4 Diagrams of changes in three-dimensional surface shape of optical power and projected astigmatism surface shape. (a) Graph of change in power surface shape after widening corridor; (b) graph of change in astigmatism

同时根据式(5),新变形的函数的宽度计算式可以变形为

$$w(x) = \frac{C_{th}}{d \left\{ A_1 \left[ P_d + \int_{-\infty}^x \frac{6}{h_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(t+L_1-h_1/2)^2}{2(h_1/6)^2} \right] dt \right\} + B_1 \left[ \sin^2 \left( \frac{\pi - L_2 - x}{2 - h_2} \right) \right] \right\} / dt} \quad (13)$$

如图 5(a)所示,通过采用两种具有不同  $h$  和  $L$  的函数来设计子午线光焦度,设定远用区光焦度  $P_d$  为 0,为其赋予不同的权重值 ( $A_1 = 0.5, B_1 = 0.5$ ) 并进行线性叠加,实现了子午线光焦度在加光通道处的平滑过渡,以及曲率的降低。图 5(b)展示了叠加后新函数的曲率变化图,其中通道中心处、通道最宽处和

通道最窄处的曲率分别为 0.135、0.066 和 0.162。同时,设像散的阈值  $C_{th}$  为 0.5,根据式(13)计算得到镜片通道三处的宽度值分别为 7.410、15.150、6.173 mm。相对于第 3.1 节基于累积分布函数、8 次多项式函数及余弦函数的设计方法,线性叠加的方法明显增大了通道宽度。

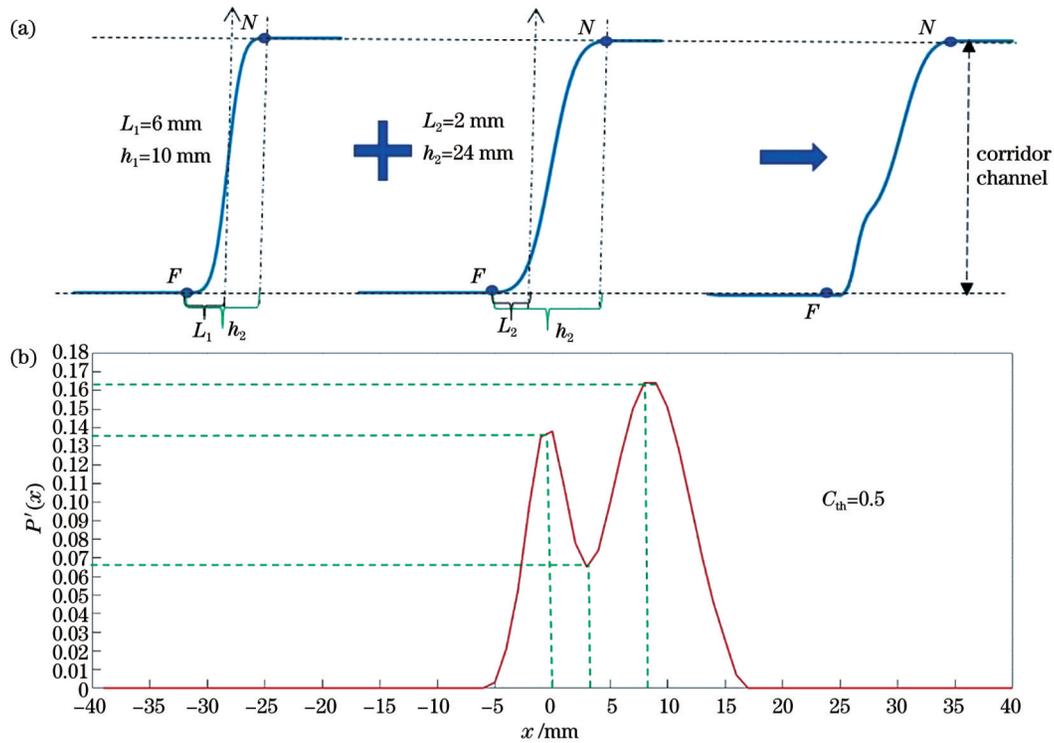


图 5 光焦度线性叠加图及曲率变化图。(a)两种函数的光焦度线性叠加图;(b)叠加后函数光焦度曲率变化图

Fig. 5 Graphs of linear superposition of power and curvature change. (a) Graph of linear superposition of power of two functions; (b) graph of change in power curvature after superposition of functions

## 4 设计实例及分析

### 4.1 仿真实例

针对 3.1 节提出的基于累积分布函数设计子午线

光焦度的方法,将求解出的镜片设为镜片 1。此时设计实例的镜片参数,它们的取值如表 1 所示,其中,  $D_{SPH}$  为远用区光焦度,  $A_{DD}$  为镜片渐进增加度数,  $D_{CYL}$  代表远用区像散,  $C_T$  为镜片中心厚度。

表 1 渐进多焦点镜片 1 的设计参数

Table 1 Design parameters of progressive addition lens 1

Parameter	$D_{SPH}/D$	$A_{DD}/D$	$D_{CYL}/D$	Refractive index	$C_T/\text{mm}$	$h/\text{mm}$	$L/\text{mm}$
Lens 1	0	2	0	1.556	2.3	14	5

根据表 1 的参数值,求解出具体的光焦度、像散,其仿真图如图 6 所示。

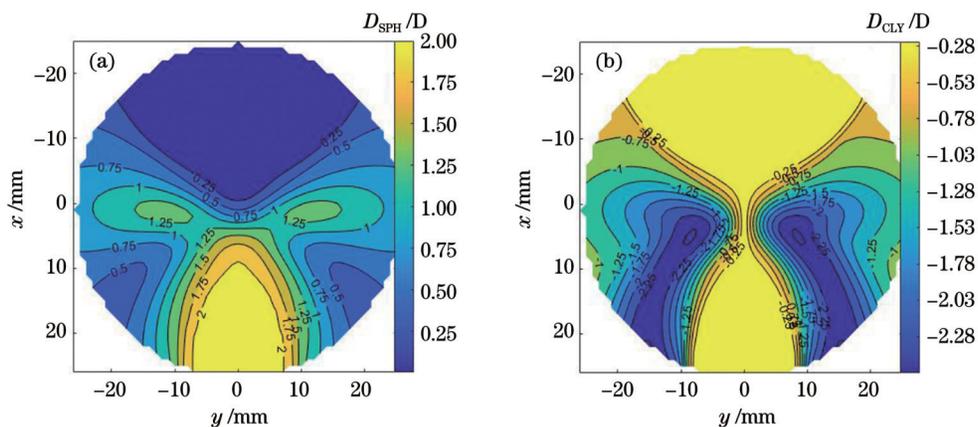


图 6 基于累积分布函数的仿真图。(a)光焦度;(b)像散

Fig. 6 Simulation results based on CDF. (a) Power; (b) astigmatism

从光焦度像散仿真结果可以看到, 镜片 1 远用区的度数及  $A_{DD}$  都符合国家标准 GB 10810.1—2005 《眼镜镜片第 1 部分: 单光和多焦点镜片》<sup>[23]</sup> 的要求, 因此, 基于累积分布函数可以求出渐进多焦点自由曲面镜片的子午线光焦度分布。但是, 从通道的宽

度来看, 这种面型存在着宽度过窄的问题。

针对第 3.2 节提出的方法, 利用面型叠加的方法设计宽通道渐进镜, 此时镜片设为镜片 2。设计实例选取镜片的参数值如表 2 所示。拓宽通道镜片仿真图如图 7 所示。

表 2 渐进多焦点镜片 2 的设计参数

Table 2 Design parameters of progressive addition lens 2

Parameter	Meridional power	Contour	$D_{SPH}/D$	$A_{DD}/D$	$D_{CYL}/D$	Refractive index	$C_T/mm$	$h_1/h_2/mm$	$L_1/L_2/mm$
Lens 2	CDF/CDF	Ellipse/hyperbola	0	2	0	1.556	2.3	10/20	6/2

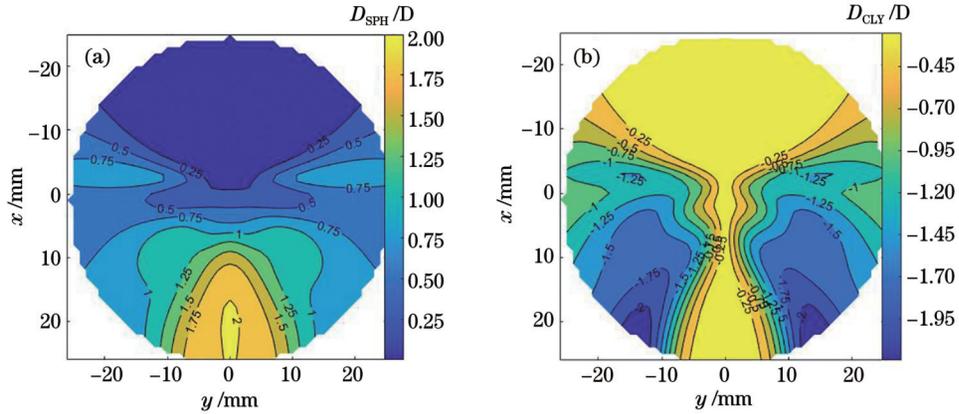


图 7 拓宽通道镜片仿真图。(a)光焦度; (b)像散

Fig. 7 Simulation diagrams of lens with widened channel. (a) Power; (b) astigmatism

根据仿真结果, 采用两种不同轮廓线以及两个不同通道长度的累积分布函数计算所得的两种矢高, 经过线性叠加得到新的光焦度面型, 成功扩大了镜片加光通道的宽度。此外, 光焦度梯度得到了平缓过渡, 使得像散分布集中于镜片边缘的两侧。

针对第 3.3 节提出的方法, 从设计子午线光焦度函数出发, 通过累积分布函数及三角函数线性叠加一种新函数, 此时镜片设计为镜片 3。渐进多焦点镜片 3 的设计参数如表 3 所示。叠加新函数镜片的仿真图如图 8 所示。

表 3 渐进多焦点镜片 3 的设计参数

Table 3 Design parameters of progressive addition lens 3

Parameter	Meridional power	Contour	$D_{SPH}/D$	$A_{DD}/D$	$D_{CYL}/D$	Refractive index	$C_T/mm$	$h_1/h_2/mm$	$L_1/L_2/mm$
Lens 3	CDF + trigonometric function	Ellipse	0	2	0	1.556	2.3	10/24	6/2

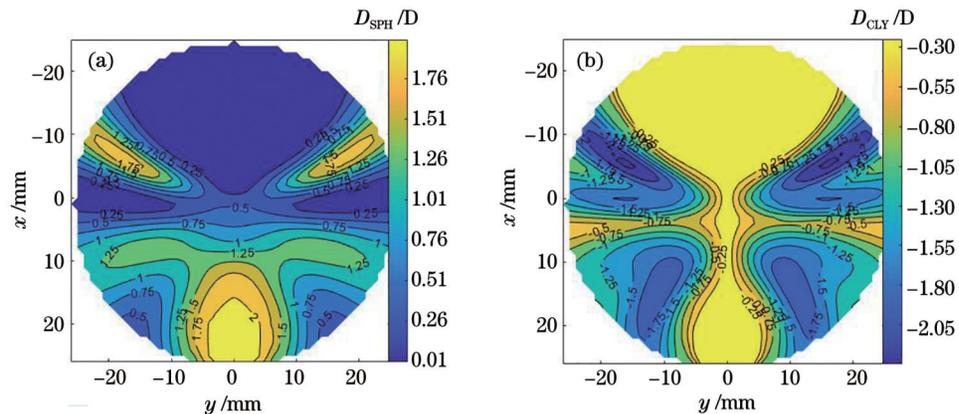


图 8 叠加新函数镜片仿真图。(a)光焦度; (b)像散

Fig. 8 Simulation diagrams of overlaying new function lens. (a) Power; (b) astigmatism

从仿真结果来看,直接对子午线光焦度进行中间区域的平滑处理,采用将两种函数进行线性叠加获得新子午线光焦度后重新计算的面型,可以实现通道宽度的扩展。然而,像散分布未能有效地集中于镜片的鼻翼两侧,而且像散梯度变化出现了堆积现象。

#### 4.2 加工实例

为了更好地说明子午线光焦度分布对渐进镜片光学性能的影响,使用自由曲面机床对镜片进行加工,得到镜片实物,如图 9 所示。

使用 VM2000 自由曲面检测仪器对这 3 个镜片进行测量<sup>[24]</sup>,得到镜片的光焦度分布与像散分布如

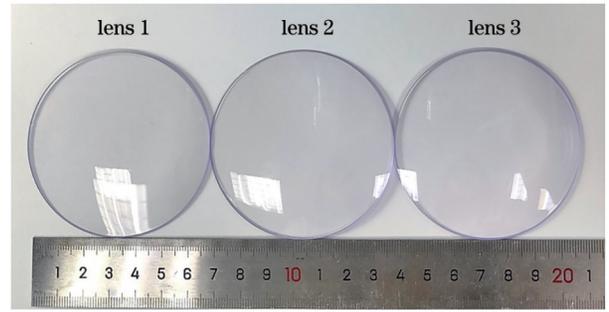


图 9 三个镜片实物

Fig. 9 Physical pictures of three lenses

图 10~12 所示。

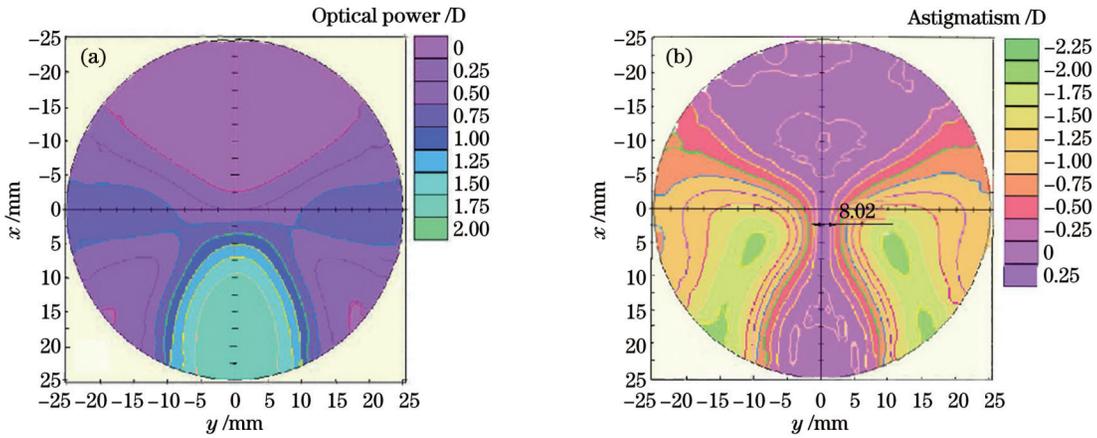


图 10 镜片 1 的实际测量图。(a)光焦度;(b)像散

Fig. 10 Actual measurement diagrams of lens 1. (a) Power; (b) astigmatism

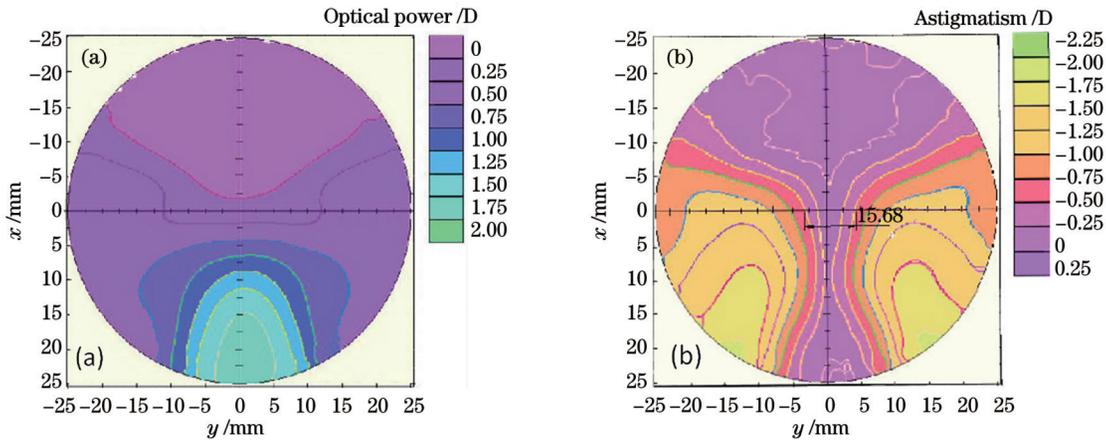


图 11 镜片 2 的实际测量图。(a)光焦度;(b)像散

Fig. 11 Actual measurement diagrams of lens 2. (a) Power; (b) astigmatism

使用焦度计对实物镜片进行测量,  $D_{SPH}$ 、 $D_{CYL}$ 、近用区光焦度( $N_{SPH}$ )、最大像散值及通道宽度如表 4 所示。宽度测量位置以 0.5 D 的散光线为基准,综合表 4 数据和图 10~12 可以发现所有面型  $A_{DD}$  的误差均小于 0.08 D,远用区的像散小于 0.03 D,都符合标准。基于累积分布函数的子午线光焦度可以设计出多焦点自由曲面镜片,但是镜片中心通道宽度较窄,最大像散大于

$A_{DD}$ ;基于累积分布函数、不同  $h$  和  $L$  的子午线光焦度,将采用不同轮廓线计算出的矢高进行叠加求解的镜片显著加宽了中心的宽度,而且像散梯度平滑渐变,最大像散值也小于  $A_{DD}$ ;使用两种函数叠加出新的子午线光焦度的设计能够有效降低最大像散并增加中心通道的宽度,但仍存在整体面型中像散梯度堆积且最大像散分布不趋于集中的问题,需要继续优化。

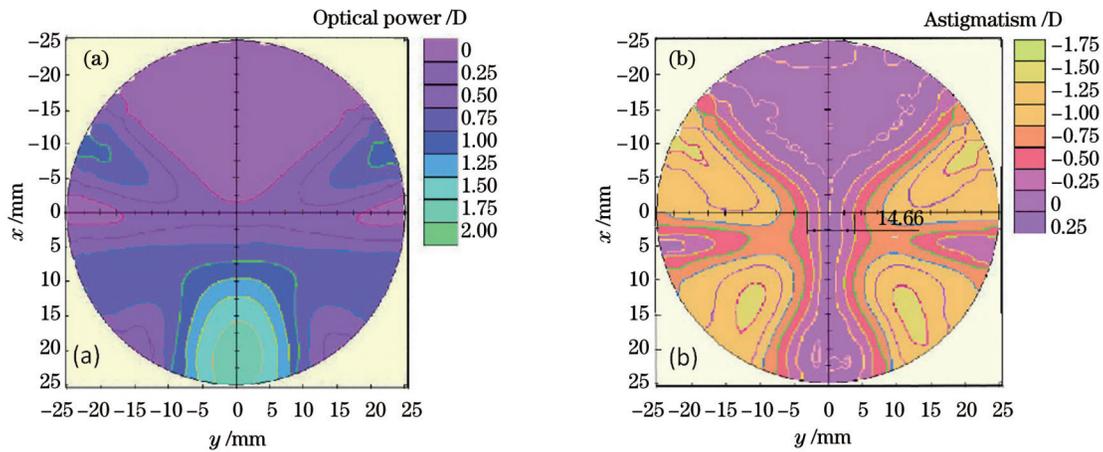


图 12 镜片 3 实际测量图。(a)光焦度;(b)像散

Fig. 12 Actual measurement diagrams of lens 3. (a) Power; (b) astigmatism

表 4 渐进多焦点镜片测量的光焦度值及通道宽度值

Table 4 Optical power and channel width values measured by progressive addition lenses

Parameter	Actual $D_{SPH}$ /D	Actual $N_{SPH}$ /D	Actual $D_{CYL}$ /D	Maximum astigmatism /D	Width of intermediate zone /mm
Lens 1	-0.04	1.93	0.01	2.12	8.02
Lens 2	-0.02	1.91	0.03	1.82	15.68
Lens 3	-0.08	1.90	0.02	1.66	14.66

## 5 结 论

本研究以累积分布函数为基础,设计了一种新的子午线光焦度分布,研究了此函数的变化率绝对值对中间像散宽度的影响。对于加光通道宽度窄的问题,运用不同通道长度的累积分布函数和两种轮廓线分布进行矢高计算,随后对其赋予权重值并进行矢高加权叠加,从而构建新的面型,实现通道宽度拓宽。同时,基于累积分布函数及余弦函数进行线性组合,形成了一种新的函数,实现了中间子午线光焦度的平滑过渡,降低了光焦度变化率值。最后进行镜片光焦度的仿真,使用光学仿真软件进行模拟分析,并且采用自由曲面加工机床对三片设计的镜片进行制造与质量检测,以验证实验结果的准确性。在这个研究成果的基础上,未来的研究可以继续专注于优化子午线光焦度的设计方法,以找到更为有效的数学函数或技术方法,从而更有效地增加整体镜片的宽度,实现光学性能更为出色的渐进多焦点镜片设计。

### 参 考 文 献

- [1] Jalie M. Modern spectacle lens design[J]. *Clinical & Experimental Optometry*, 2020, 103(1): 3-10.
- [2] Kochan N S, Schmidt G R, Moore D T. Freeform gradient index progressive addition lens raytrace performance evaluation [J]. *Applied Optics*, 2022, 61(3): A28-A36.
- [3] Charman W N. Developments in the correction of presbyopia I: spectacle and contact lenses[J]. *Ophthalmic & Physiological Optics*, 2014, 34(1): 8-29.
- [4] Legras R, Vincent M, Marin G. Does visual acuity predict

visual preference in progressive addition lenses? [J]. *Journal of Optometry*, 2023, 16(2): 91-99.

- [5] Ferrer-Altobás S, Picazo-Bueno J Á, Granero-Montagud L, et al. Shadowfocimetry: adapting the holographic principle to a manual focimeter for visualization/marketing of permanent engravings in progressive addition lenses[J]. *Optics Letters*, 2022, 47(9): 2298-2301.
- [6] 张海平, 唐运海, 张慧星, 等. 基于非球面方程的渐进多焦点眼镜片优化设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(3): 0322001.  
Zhang H P, Tang Y H, Zhang H X, et al. Optimal design of progressive addition lenses based on aspherical formula[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(3): 0322001.
- [7] 唐运海, 吴泉英, 陈晓翌, 等. 基于遗传算法的渐进多焦点镜片子午线优化设计[J]. *光学学报*, 2014, 34(9): 0922005.  
Tang Y H, Wu Q Y, Chen X Y, et al. Optimization design of the meridian line of progressive addition lenses based on genetic algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(9): 0922005.
- [8] Winthrop J T. Progressive addition spectacle lens: US4861153 [P]. 1989-08-29.
- [9] Steele T, McLoughlin H, Payne D. Progressive addition power lens: US6776486[P]. 2004-08-17.
- [10] Qiu G F, Cui X D. Hyperbolic tangential function-based progressive addition lens design[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(35): 10404-10408.
- [11] 卢宏炎, 白东峰, 马建文. 渐进多焦点镜片表面初始矢高模型的设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(3): 032201.  
Lu H Y, Bai D F, Ma J W. Design for initial vector height model of progressive addition lenses surface[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(3): 032201.
- [12] 张慧星, 吴泉英, 唐运海, 等. 渐进多焦点眼镜片子午线的双向拟合设计[J]. *红外与激光工程*, 2022, 51(6): 20210630.  
Zhang H X, Wu Q Y, Tang Y H, et al. Bi-directional fitting design of meridian lines for progressive addition lenses[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(6): 20210630.
- [13] Esser G, Becken W, Altheimer H, et al. Generalization of the Minkwitz theorem to nonumbilical lines of symmetrical surfaces

- [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2017, 34(3): 441-448.
- [14] Barbero S, González M D M. Admissible surfaces in progressive addition lenses[J]. Optics Letters, 2020, 45(20): 5656-5659.
- [15] Alonso J, Gómez-Pedrero J A, Quiroga J A. Modern ophthalmic optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2019.
- [16] Jaschinski W. The proximity-fixation-disparity curve and the preferred viewing distance at a visual display as an indicator of near vision fatigue[J]. Optometry and Vision Science: Official Publication of the American Academy of Optometry, 2002, 79(3): 158-169.
- [17] Sheedy J E. Progressive addition lenses: matching the specific lens to patient needs[J]. Optometry-journal of the American Optometric Association, 2004, 75(2): 83-102.
- [18] Xiang H Z, Chen J B, Zhu T F, et al. Theoretical and experimental investigation of design for multi-optical-axis freeform progressive addition lenses[J]. Optical Engineering, 2015, 54(11): 115110.
- [19] Minkwitz G. On the surface astigmatism of a fixed symmetrical aspheric surface[J]. Optica Acta, 1963, 10: 223-227.
- [20] Rubinstein J. On the relation between power and astigmatism near an umbilic line[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2011, 28(5): 734-737.
- [21] Tolentino G C A, Leite J V, Rossi M, et al. Modeling of magnetic anisotropy in electrical steel sheet by means of cumulative distribution functions of Gaussians[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(8): 7300605.
- [22] 詹小蝶, 项华中, 王亚琼, 等. 基于圆锥曲线参数方程的渐进多焦点镜片设计[J]. 光学学报, 2023, 43(7): 0722001.
- Zhan X D, Xiang H Z, Wang Y Q, et al. Design of progressive addition lenses based on conic parametric equations[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(7): 0722001.
- [23] 国家质量监督检验检疫总局, 中国标准化管理委员会. 眼镜镜片 第 1 部分: 单光和多焦点镜片: GB 10810.1—2005[S]. 北京: 中国标准出版社, 2006.
- General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Uncut finished spectacle lenses: part 1: single-vision and multifocal lenses: GB 10810.1—2005[S]. Beijing: Standards Press of China, 2006.
- [24] 朱日宏, 孙越, 沈华. 光学自由曲面面形检测方法进展与展望[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0112001.
- Zhu R H, Sun Y, Shen H. Progress and prospect of optical freeform surface measurement[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 0112001.

## Optimization Design of Progressive Corridor of Freeform Progressive Addition Lenses

Zhang Xin<sup>1</sup>, Xiang Huazhong<sup>1\*</sup>, Ma Lefei<sup>1</sup>, Zheng Zexi<sup>2</sup>, Chen Jiabi<sup>3</sup>, Wang Cheng<sup>1,4</sup>,  
Zhang Dawei<sup>3</sup>, Zhuang Songlin<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Medical Optics and Optometry, School of Health Science and Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

<sup>2</sup>*School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

<sup>3</sup>*School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

<sup>4</sup>*Shanghai Engineering Research Center of Interventional Medical Device, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*

### Abstract

**Objective** A freeform progressive addition lens (PAL) is an optical lens composed of different optical powers, with a curvature that is not constant. It can achieve smooth focusing within a range of focal distances, from distant to near, providing a more natural adjustment for users. This type of lens fully meets both physiological and psychological needs, making it increasingly favored by the middle-aged and presbyopic population. The design of the meridional power distribution plays a crucial role in the astigmatic distribution, the lens' distance and near vision area, the width of the corridor, and the astigmatic gradient, all of which are essential for the wearer's comfort. The channel width of the lens is closely related to the design of meridional power, contour line distribution, and sagittal height surface profile. Lenses with a wide channel design exhibit lower image distortion, chromatic aberration, and spherical aberration. Moreover, they also feature smoother transition zones, reducing the adaptation period, and offering a more accurate and natural visual experience while minimizing eye fatigue and dizziness. The current design of meridional power does not adequately consider its impact on the overall channel width, and there is a lack of efforts to broaden the channel width. This results in lenses having a relatively high level of astigmatism within a single pupil size. Therefore, we propose a new meridional power distribution based on cumulative distribution functions and analyze the curvature of the function's impact on the width of the image dispersion center. Additionally, the overall sagittal surface shape overlay and the reduction of

meridional power distribution curvature are employed to increase the channel width of progressive addition lenses.

**Methods** To widen the progressive channel of progressive addition lenses, we propose a novel approach. Firstly, a method utilizing the cumulative distribution function is introduced for designing the meridional power distribution, and a comparative analysis is conducted with the commonly used octave polynomial function and trigonometric function. Subsequently, we superimpose sagittal height surface profiles calculated from different channel lengths of meridional power and contour lines to achieve the optimization of channel width, facilitating a smooth transition in gradient changes. Then, we superimpose two functions to derive a new function, thereby altering the curvature of the meridional power function to optimize the channel width. Finally, we fabricate and evaluate three sets of lenses using a freeform machining tool and measure instruments to analyze the impact of this optimization method on the meridional power, astigmatic distribution, astigmatic gradient, and other optical performance aspects of progressive addition lenses.

**Results and Discussions** The proposed meridional power distribution based on the cumulative distribution function is feasible. Compared to the octave polynomial function, the curvature values of the cumulative distribution function decrease, leading to an increased width of astigmatism. However, the channel width is smaller than that of the trigonometric function (Fig. 3). Sagittal height surface profiles are calculated by cumulative distribution functions with different channel lengths and two types of contour line distributions, weighted and superimposed, resulting in a new surface profile (Fig. 4). This significantly widens the progressive channel width, achieves a smooth transition in astigmatic gradient changes, and results in maximum astigmatism distributed on both sides of the nasal area of the lens (Fig. 11). From the perspective of meridional power, a linear combination of two functions forms a new function (Fig. 5), achieving a smooth transition in the central meridional power, widening the progressive channel width, reducing the rate of focal power change, and minimizing peripheral maximum astigmatism (Fig. 12, Table 4). The machining results align closely with simulation results, demonstrating that this optimization method effectively achieves the optical performance enhancement of freeform progressive addition lenses.

**Conclusions** We propose a new meridional power distribution based on the cumulative distribution function. We conduct a comparative analysis to assess the impact of this function, as opposed to an octave polynomial function and a trigonometric function, on the absolute curvature values affecting the width of intermediate astigmatism. To address the issue of narrow channel width, we employ different channel lengths of the cumulative distribution function and two types of contour line distributions for sagittal height surface profile calculations. Weight values are assigned for weighted superimposition, leading to the creation of a new surface profile and a significant widening of the channel width. Additionally, from the perspective of meridional power, a linear combination of two functions is employed to form a new function, facilitating a smooth transition in the central meridional power and reducing the rate of focal power change. Finally, we conduct optical simulations to analyze lens focal power and manufacture and quality-test three designed lenses using a freeform machining tool to validate the accuracy of experimental results. Building on our findings, future research can further focus on optimizing the design methods for meridional power, aiming to discover more effective mathematical functions or technical approaches to enhance overall lens width, thus achieving superior optical performance in the design of progressive addition lenses.

**Key words** optical design; meridional power; widening progressive corridor; progressive addition lenses