

## 基于误差扩散的计算全息显示方法

魏平平<sup>1,2</sup>, 韩超<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>安徽工程大学电气工程学院, 安徽 芜湖 241000;<sup>2</sup>安徽工程大学高端装备先进感知与智能控制教育部重点实验室, 安徽 芜湖 241000

**摘要** 以双向误差扩散算法为基础,通过分析图像振幅分布与生成全息图的关系,建立了全息图误差补偿模型,提出了一种新的纯相位全息图生成方法。首先通过误差扩散模型,计算出复振幅全息图与振幅置1的纯相位全息图的误差,通过对该误差进行误差扩散生成新的纯相位全息图。利用新的纯相位全息图与复振幅全息图计算新的误差,进行第二次的误差扩散,得到最终的纯相位全息图。采用定性和定量的指标来评价仿真成像质量,仿真及光学实验结果表明,改进后的方法能够有效提升再现像的质量,为纯相位全息图制作提供一种新的方法。

**关键词** 全息; 全息显示; 误差扩散; 纯相位全息图

中图分类号 O438

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231792

## 1 引言

计算机生成全息图(CGH)技术是一种将传统光学全息理论与现代计算机强大的数值计算能力相结合的前沿技术,开启了全息术的一个新阶段<sup>[1]</sup>。相比于传统的光学全息术,CGH技术的记录内容更为丰富,可以对自然界的物体乃至现实世界中不存在的虚拟物体进行记录,记录方法更为灵活,通过计算机计算即可获得计算全息图,几乎不受外界因素的影响,可以最大程度地避免实验环境带来的干扰。此外,CGH还具有便于存储和传输等特点<sup>[2]</sup>,CGH技术具有光全息术无可比拟的优越性<sup>[3]</sup>,是实现动态全息三维显示的重要基础<sup>[4]</sup>。

目前市场上尚无显示设备能够同时调制入射光场的振幅和相位,复振幅全息图需要转换为振幅型全息图或纯相位型全息图进行显示<sup>[5-6]</sup>。振幅型全息图的光能利用率低,故研究人员对振幅型全息图的关注度较低。纯相位型全息图具有更高的光能利用率并能抑制共轭图像,因此广受关注<sup>[7]</sup>。然而,在纯相位全息图的制作过程中,物光波相位信息的丢失会导致全息图再现像严重失真,从而影响了全息显示的质量。为了解决这一问题,人们通常采用迭代的方法计算纯相位全息图,以提高重建图像与目标平面图像的相似度。1971年 Gerchberg 等提出了 Gerchberg-Saxton(GS)相位恢复算法<sup>[8]</sup>,此后,出现了诸多针对GS迭代算法的

改进算法,这些方法被用来制作高质量的纯相位全息图。胡驰等<sup>[9]</sup>提出的加权迭代多平面全息图生成方法,使用权值约束来减少各平面之间的相互影响,使多平面结构的再现像的质量分布更均匀。Jiang等<sup>[10]</sup>基于改进的GS算法提出了一种全息细胞图像重建技术,采用局部收敛定理对初始相位进行优化,利用对位相位信息重构全息图像。Guo等<sup>[11]</sup>基于GS迭代算法,提出了一种多区域迭代算法,进一步发展了零填充运算,扩展了区域迭代算法。王化宾等<sup>[12]</sup>提出了基于改进GS算法的全息双面光刻方法,该方法在目标空间内实现双面图形再现并极大地简化了实验步骤。

然而,上述算法的计算负担较大,迭代流程复杂繁琐,再现图质量仍不能满足全息高质量显示需求。为解决上述迭代算法产生的问题,Buckley<sup>[13]</sup>使用误差扩散算法对全息图进行量化,使全息图的计算速度大大提高,但成像质量不佳。后来,Tsang和Poon<sup>[14]</sup>基于传统的误差扩散算法提出一种双向误差扩散(BERD)算法,并使用该方法将菲涅耳全息图转换为纯相位全息图,不同于传统的误差扩散算法将复全息图中的像素进行逐行扫描,BERD算法针对复全息图的奇数行和偶数行,分别从相反的方向扫描,并进行双向误差扩散,生成的全息图再现像相比于传统误差扩散算法,具有更高的保真度。

为进一步提高纯相位全息图的计算速度,提升全息图再现质量,本文采用双向误差扩散算法,在误差计

收稿日期: 2023-11-15; 修回日期: 2024-01-31; 录用日期: 2024-02-05; 网络首发日期: 2024-02-20

基金项目: 国家自然科学基金区域创新发展联合基金(U22A2079)、安徽工程大学检测技术与节能装置安徽省重点实验室开放基金(DTESD2020A06)、2021年度安徽高校研究生科学研究项目(YJS20210447)、芜湖市科技计划(2021cg21)

通信作者: hanchao@ahpu.edu.cn

算过程中引入了可变参数,在物光波传播时采用角谱衍射传播,从而加快了全息图生成速度,提高了全息图再现像质量。在第一次误差扩散后,进行了第二次误差扩散以进一步提升全息图再现像质量。采用归一化相关系数(NC)和结构相似度(SSIM)作为再现像质量定量评价标准。仿真与实验结果表明,所提方法能得到高质量的再现像,减少再现像噪声,为计算全息显示提供了一种有效方案。

## 2 基于误差扩散算法获取纯相位全息图

### 2.1 角谱衍射原理

在  $xyz$  三维坐标系中,物面位于  $z=0$  平面,像面位于  $z=z_0$  平面( $z_0>0$ )。依据角谱衍射理论,物面和像面上的复振幅分布  $U_1(x, y)$  和  $U_2(x, y)$  经傅里叶变换得到对应的角谱分布  $A_1(u, v)$  和  $A_2(u, v)$ :

$$A_1(u, v) = \iint U_1(x, y) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy, \quad (1)$$

$$A_2(u, v) = \iint U_2(x, y) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy, \quad (2)$$

式中: $u, v$  分别对应  $x, y$  轴的空间频率,将式(2)代入亥姆霍兹方程,可以得到

$$(\nabla^2 + k^2) \{A_2(u, v) \exp[i2\pi(ux + vy)]\} = 0, \quad (3)$$

式中: $\nabla^2$  为拉普拉斯运算符; $k$  为波数。

根据微分方程理论,将式(3)运算整理后得到

$$A_2(u, v) = A_1(u, v) \cdot G(u, v), \quad (4)$$

$$G(u, v) = \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda} z_0 \sqrt{1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2}\right], \quad (5)$$

式中: $G(u, v)$  是沿  $z$  轴正方向、传播距离为  $z_0$ 、波长为  $\lambda$  的角谱传递函数。式(4)说明,沿  $z$  轴传播的光波在像面上的角谱函数是在物面上的角谱函数乘以一个与传播距离  $z_0$  相关的传递函数的结果。根据光传播的角谱理论,只要能求出物面上  $U_1(x, y)$  的角谱分布,按照式(4)求得像面上的角谱,再通过傅里叶逆变换,就可以求出垂直于  $z$  轴上任意像面的光波复振幅分布,引入傅里叶变换符号  $F$ ,可以得到  $U_2(x, y)$  的表达式为

$$U_2(x, y) = F^{-1}\{F[U_1(x, y)] \cdot G(u, v)\}. \quad (6)$$

### 2.2 双向误差扩散算法及其改进

双向误差扩散算法在全息领域中最初用于将菲涅耳复振幅全息图转化为纯相位全息图。在成像过程中,坐标系的垂直轴和水平轴分别为  $x$  方向和  $y$  方向,如图 1(a)所示。

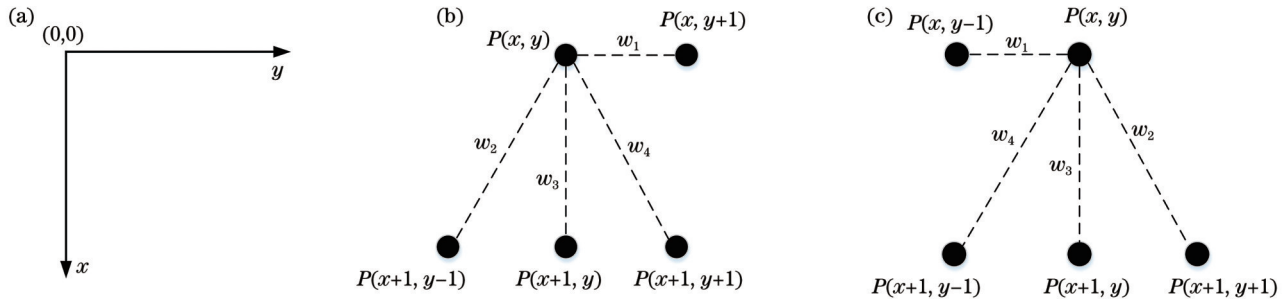


图 1 平面坐标系以及误差扩散中像素点之间的空间关系。(a)坐标系的水平轴和垂直轴;(b)误差从当前像素扩散到其邻域,从左到右扫描;(c)误差从当前像素扩散到其邻域,从右到左扫描

Fig. 1 Planar coordinate system and spatial relation between pixels in error diffusion. (a) Horizontal and vertical axes of coordinate system; (b) error spreads from current pixel to its neighborhood, scanning from left to right; (c) error spreads from current pixel to its neighborhood, scanning from right to left

首先使用式(6)来计算原图的复振幅全息图  $H(x, y)$ :

$$H(x, y) = A(x, y) \exp[i\varphi(x, y)], \quad (7)$$

式中: $A(x, y)$  为复振幅全息图的振幅值; $\varphi(x, y)$  为复振幅全息图的相位。将  $H(x, y)$  的振幅值置为 1,保留其相位,将复振幅全息图转化为纯相位全息图  $H_0(x, y)$ :

$$H_0(x, y) = \exp[i\varphi(x, y)]. \quad (8)$$

全息图  $H_0(x, y)$  的再现像质量会非常差,其丢失了全部振幅信息,使重建图像严重失真。复振幅全息图  $H(x, y)$  与全息图  $H_0(x, y)$  之间的误差  $E(x, y)$  可表示为

$$E(x, y) = H(x, y) - H_0(x, y). \quad (9)$$

使用 Floyd-Steinberg 误差扩散技术补偿全息图上

造成的误差。全息图上任意像素点的误差  $E(x, y)$  会被扩散到其邻域像素点<sup>[15]</sup>,该邻域上的像素值将根据式(10)~(13)进行更新,公式中的“ $\leftarrow$ ”表示用式子右边的变量表示的值更新左边的变量表示的值。

$$H(x, y+1) \leftarrow H(x, y+1) + w_1 E(x, y), \quad (10)$$

$$H(x+1, y-1) \leftarrow H(x+1, y-1) + w_2 E(x, y), \quad (11)$$

$$H(x+1, y) \leftarrow H(x+1, y) + w_3 E(x, y), \quad (12)$$

$$H(x+1, y+1) \leftarrow H(x+1, y+1) + w_4 E(x, y), \quad (13)$$

式中:系数  $w_1 \sim w_4$  通常被设置为  $w_1=7/16, w_2=3/16, w_3=5/16, w_4=1/16$ 。该扩散过程中,像素  $P$  之间的空间关系如图 1(b)所示。

上述方式为单向误差扩散。每一次都从固定的方向得到全息图上每个像素扩散的误差,将得到的误差相叠加<sup>[16]</sup>。误差扩散后得到的图像与原图之间的误差对应产生了重建图像上的噪声信号。这种单向的误差扩散方法虽然有效,但仍会在一定程度上导致再现受噪声污染。为解决这一问题,本文以双向误差扩散方法为基础进行改进。奇数行上的误差以式(10)~(13)中给出的方式扩散到相邻像素,而偶数行则从相反方向(从右到左)进行扩散,扩散方式如下:

$$H(x, y-1) \leftarrow H(x, y-1) + w_1 E(x, y), \quad (14)$$

$$H(x+1, y+1) \leftarrow H(x+1, y+1) + w_2 E(x, y), \quad (15)$$

$$H(x+1, y) \leftarrow H(x+1, y) + w_3 E(x, y), \quad (16)$$

$$H(x+1, y-1) \leftarrow H(x+1, y-1) + w_4 E(x, y). \quad (17)$$

像素  $P$  之间的空间关系如图 1(c) 所示。此方法使对每一奇数行从左到右扫描产生了噪声误差后,对下一行从右到左扫描便中断了噪声误差的累积。

奇数行和偶数行按不同方向扩散后产生的纯相位全息图称为双向误差扩散纯相位全息图。设该纯相位全息图为  $H_1(x, y)$ , 将其角谱逆衍射传播即可实现再现过程。 $H_1(x, y)$  经过傅里叶变换后除以角谱传播函数  $G(u, v)$ , 两者的商经过傅里叶逆变换后即可得到再现像  $N_1(x, y)$ :

$$N_1(x, y) = F^{-1} \left\{ \frac{F[H_1(x, y)]}{G(u, v)} \right\}. \quad (18)$$

对于误差扩散全息图再现像与原图相比失真过大的问题,很多研究者曾提出在误差扩散方法中加入自适应反馈机制<sup>[17-18]</sup>,在误差扩散中将像素点的扫描路径改为跳跃扫描路径<sup>[19]</sup>,以及基于邻域像素灰度值相

关性改进误差扩散系数<sup>[20]</sup>等方法。文献[17]中叶玉芬等提出的自适应反馈方法是:先提出视觉感知差的概念,然后根据原图像区域的灰度特征自适应地计算反馈系数,将视觉感知差反馈给原图像,以补偿误差扩散所引起的不同区域的灰度损失。本文误差扩散算法计算生成纯相位全息图的基本原理是:用全息图中任意像素点上产生的误差扩散到其邻域的像素点,对这些像素点进行补偿和校正,最终得到需要的纯相位全息图。复振幅全息图  $H(x, y)$  和纯相位全息图  $H_0(x, y)$  之间的误差  $E(x, y)$  与丢弃的振幅信息  $A(x, y)$  直接相关,误差  $E(x, y)$  将丢弃的振幅信息编码为纯相位全息图  $H_1(x, y)$  的相位信息。不同的原始图像具有不同的振幅分布,因此每一幅图像的振幅均值也与  $A(x, y)$  编码为相位信息的程度有关。另一方面,原图振幅与纯相位全息图振幅(即全 1 矩阵)之间的相关程度也与  $A(x, y)$  的转化程度有很大的关联性。因此,本文在计算误差的过程中引入了可变参数  $a$  来调节误差。调整后的误差  $E_a(x, y)$  和可变参数  $a$  可分别表示为

$$E_a(x, y) = H(x, y) - aH_0(x, y), \quad (19)$$

$$a = R \times M, \quad (20)$$

式中:  $R$  是原图振幅与纯相位全息图振幅(即全 1 矩阵)之间的皮尔逊相关系数<sup>[21]</sup>,此系数是分析图像矩阵相似性的度量标准,可以衡量这两个振幅矩阵之间的相关程度;  $M$  是原图振幅的元素均值。针对不同原图计算得出的参数  $a$  如表 1 所示。

经过改进后的误差扩散流程如图 2 所示。经由该

表 1 针对不同图片计算出的参数  $a$  值

Table 1 Parameter  $a$  calculated from different pictures

Picture	Peppers	Resolution test chart	Lake	Pirate	Goldhill
$a$	0.4195	0.1014	0.4166	0.2800	0.3925

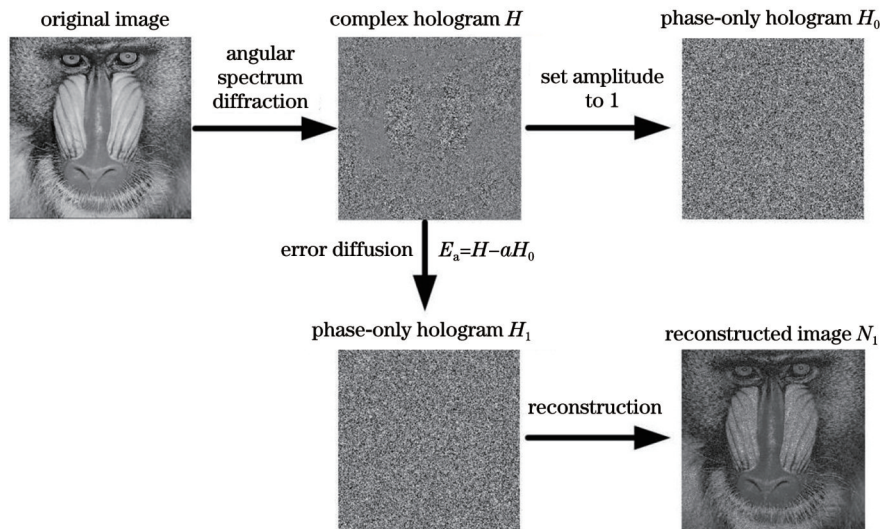


图 2 引入参数  $a$  后的误差扩散过程示意图

Fig. 2 Error diffusion process diagram after introducing parameter  $a$

次误差扩散产生的全息图再现像质量较传统方法有所提升,但与原图相比仍然存在噪声。因为邻域像素之间不仅存在位置相关性,还存在灰度相关性<sup>[22]</sup>。在误差扩散过程中,若图像中某一点处像素值与其邻域像素值的差值较大,说明该点在邻域中较为突出,是图像中的极值点。为了保持再现图像与原图的整体相似度,需要最大程度地保证该点的像素值不会有较大变动<sup>[23]</sup>。此时,该位置处的像素应分配较小的误差扩散系数,以减小其他位置处的像素值对该点像素值的影响,避免被分配过大的误差扩散系数,反之亦然。传统的误差扩散算法按照固定的误差扩散系数分配误差,导致误差在同一个方向不断累积形成视觉上的干扰噪声以及滞后性纹理等现象。事实上,无论误差扩散算法遵循什么样的系数分配原则,都无法

彻底消除最终再现像边界模糊、结构性纹理效应等问题<sup>[24]</sup>。

因此,本文在第一次误差扩散之后,利用纯相位全息图  $H_1(x, y)$  计算新的误差并进行第二次误差扩散。新的误差  $E_b(x, y)$  可表示为

$$E_b(x, y) = H(x, y) - H_1(x, y)。 \quad (21)$$

用  $E_b(x, y)$  在复全息图  $H(x, y)$  上进行误差扩散的过程也如式(10)~(17)所示。设误差扩散得到的纯相位全息图为  $H_2(x, y)$ , 通过角谱逆衍射传播可以得到再现像  $N_2(x, y)$ :

$$N_2(x, y) = F^{-1} \left\{ \frac{F[H_2(x, y)]}{G(u, v)} \right\}。 \quad (22)$$

第二次误差扩散流程如图 3 所示。

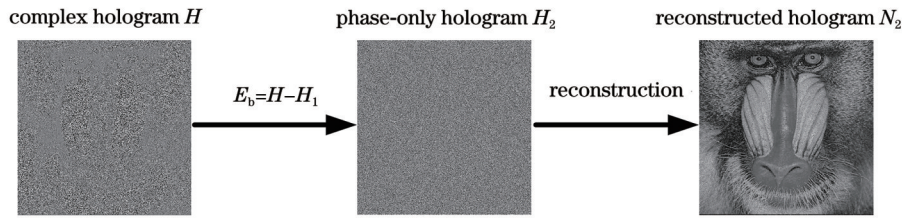


图 3 第二次误差扩散过程示意图

Fig. 3 Diagram of second error diffusion process

在双向误差扩散的过程中,像素点上的能量会被分散到图像以外,这会产生大量的环境背景噪声,导致光能利用率降低。例如在本文所提出的第一步误差扩散过程中,误差  $E_a(x, y)$  在全息图  $H(x, y)$  上扩散时,  $E_a(x, y)$  上每个像素点的灰度值按文中指定方向被传递给  $H(x, y)$  上对应邻域像素点,最终传递给全息图边缘上的像素点。边缘像素点的一部分灰度值在指定方向扩散到全息图外,造成了灰度值以及信息的损失并降低了生成全息图  $H_1(x, y)$  的光能利用率。本文中,第二次误差扩散的误差  $E_b(x, y)$  是将复振幅全息图  $H(x, y)$  和纯相位全息图  $H_1(x, y)$  求差值得到,仍然按照“复振幅全息图减去纯相位全息图得到误差”的

规律进行计算。然后对误差  $E_b(x, y)$  在  $H(x, y)$  上再一次进行扩散,严格来说是使用了一个新的误差在原本的复振幅全息图上重新进行扩散。所以第二次误差扩散过程中能量的损失仍然存在,但不会导致光能利用率进一步降低。

### 3 仿真与实验分析

#### 3.1 再现图像的质量评价标准

本文用归一化相关系数(NC)和结构相似度(SSIM)评价再现图像的质量。NC可以线性描述两个图像之间的相似程度<sup>[25]</sup>。设两幅图像分别为  $K, L$ , 两者大小均为  $m \text{ pixel} \times n \text{ pixel}$ 。NC系数的计算公式<sup>[26]</sup>为

$$\alpha = \frac{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [K(i, j) - \bar{K}][L(i, j) - \bar{L}]}{\sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [K(i, j) - \bar{K}]^2} \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [L(i, j) - \bar{L}]^2}}, \quad (23)$$

式中:  $i$  为图像矩阵中  $x$  方向的坐标;  $j$  为图像矩阵中  $y$  方向的坐标;  $\alpha$  为 NC 系数的计算值;  $\bar{K}$  和  $\bar{L}$  分别为图像矩阵  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{L}$  所有元素的均值。整个计算公式

中的分子  $\sigma_1 = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [K(i, j) - \bar{K}][L(i, j) - \bar{L}]$

是  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{L}$  的协方差,  $\sigma_2 = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [K(i, j) - \bar{K}]^2$  和

$\sigma_3 = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [L(i, j) - \bar{L}]^2$  分别为  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{L}$  的方差。

计算出来的 NC 值的范围是 (0, 1), 根据相关系数的值判断两幅图像是否相关: NC 值越接近 1, 表示两个图像越接近于呈线性关系, 相关程度也就越高; NC 值偏离 1 越远, 与 0 越接近, 表示相关程度越低。

图像结构信息能够反映图像之间的差异<sup>[27]</sup>, SSIM 可以从图像亮度、结构和对比度三个方面综合评价两

幅图像的相似程度,这符合人的主观视觉感受,其计算公式<sup>[28]</sup>为

$$\beta = \frac{(2\bar{K}\bar{L} + C_1)(2\sigma_1 + C_2)}{(\bar{K}^2 + \bar{L}^2 + C_1)(\sigma_2^2 + \sigma_3^2 + C_2)}, \quad (24)$$

式中: $\beta$ 为SSIM的计算值, $\bar{K}$ 、 $\bar{L}$ 、 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ 的含义都与NC计算公式中的相同, $C_1$ 和 $C_2$ 为常数, $C_1 = (s_1 q)^2$ , $C_2 = (s_2 q)^2$ , $q$ 为像素的动态值范围, $s_1$ 和 $s_2$ 是远小于1的常数<sup>[29]</sup>。SSIM的取值范围为(0,1),且该值越接近1,图像的失真程度越低。

### 3.2 误差扩散不同改进方式的仿真对比

本文采用如图4所示的辣椒(peppers)、海盗(pirate)、分辨率板(resolution test chart)、湖泊(lake)、

金山(goldhill)作为测试图,分别使用传统的误差扩散方法和本文所改进的方法进行仿真模拟。衍射距离为230 mm,波长为532 nm,原图分辨率为1024 pixel×1024 pixel,像素尺寸为6.4 μm。在进行误差扩散前,对原图周围补零,将其分辨率扩大至2048 pixel×2048 pixel,扩大后图片的中心区域是原图。得到再现像后,再重新截取图像部分,该过程如图5所示。最终获取的再现像如图6所示,其中图6(a)~(c)、图6(d)~(f)、图6(g)~(i)、图6(j)~(l)、图6(m)~(o)为5幅不同图像的再现结果。图6的第一列是采用传统误差扩散方法得到的原图的再现像,第二列为本文方法第一次误差扩散得到的再现像,第三列为本文方法第二次误差扩散得到的再现像。



图4 不同原始图片。(a)辣椒;(b)分辨率板;(c)湖泊;(d)海盗;(e)金山

Fig. 4 Different original images. (a) Peppers; (b) resolution test chart; (c) lake; (d) pirate; (e) goldhill

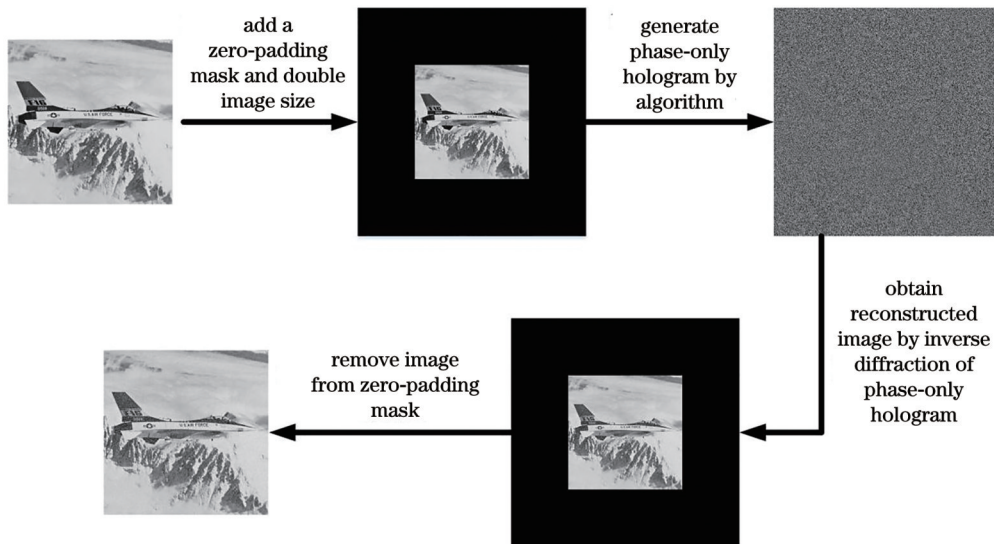


图5 原图补零后得到再现图像的流程

Fig. 5 Process of obtaining reconstructed image after original image is zeroed out

从图6中第一列可以看出:传统误差扩散方法得到的再现像含有明显的散斑噪声,其中图6(d)还含有横向的白色条纹,相比原图失真程度较大;相比于第一列图像,第二列图像的噪声大大减少;第三列的图像清晰度最高,噪声相比于第二列进一步减少。对比图6中图像的细节可看出:第二列的图像由于噪声的干扰,成像质量比第三列差;第三列图像的细节部分呈现得更加清晰,例如图6(c)相较于图6(b),辣椒梗上呈现

的细节信息更多;图6(l)相较于图6(k)而言,男子的发丝显示得更加清晰。

针对每一种误差扩散方式得出的全息图再现像计算出的NC和SSIM值分别由表2、表3给出。

在表2中,经过第一次误差扩散后,图像NC值提升了0.05~0.14。经过第二次误差扩散以后,NC值普遍又提升了0.01~0.026。在表3中,传统误差扩散算法得出的再现图的SSIM值均在0.80以下,经过第一

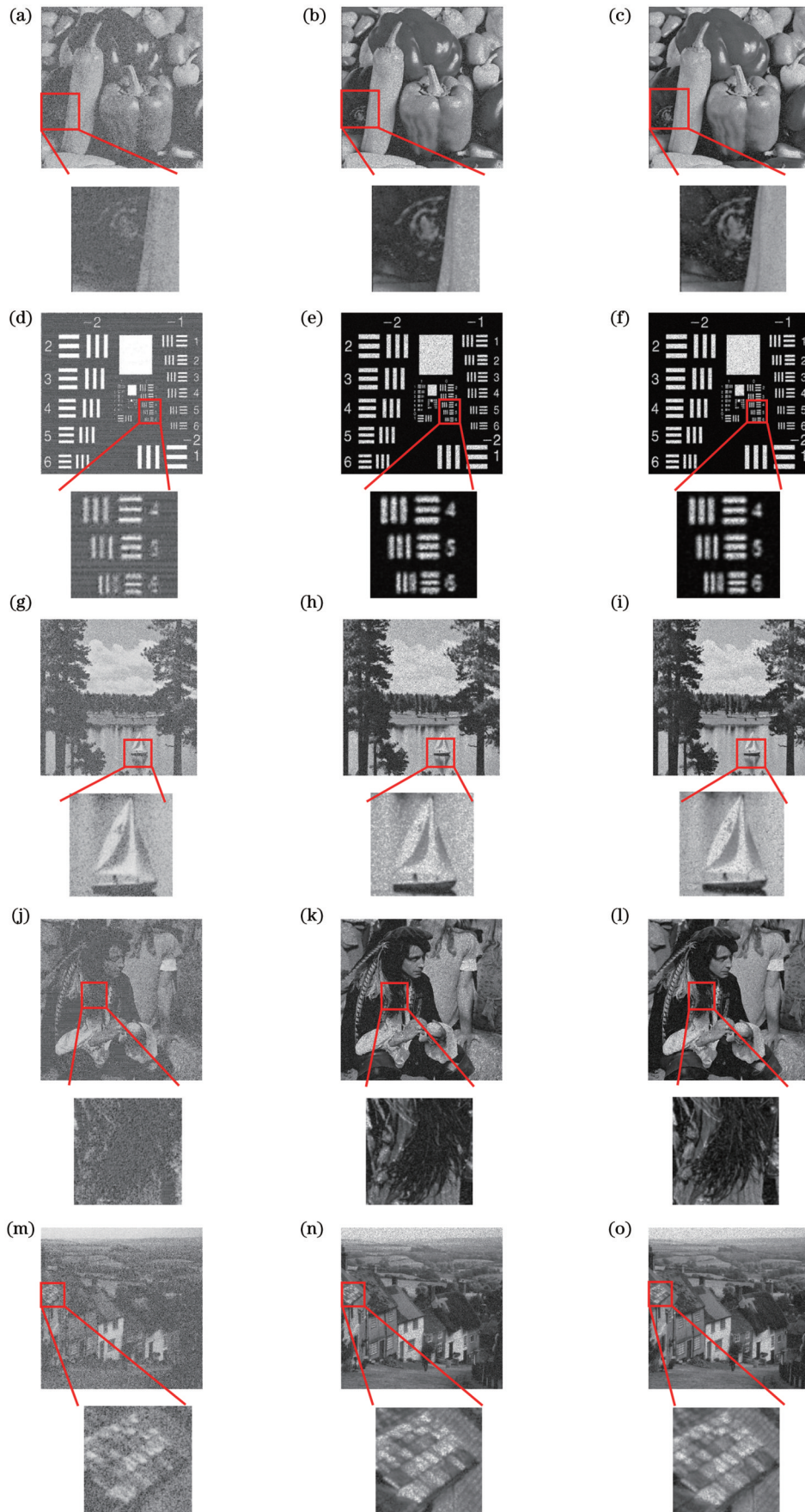


图 6 不同算法的全息图再现像的仿真结果对比。(a)~(c)辣椒;(d)~(f)分辨率板;(g)~(i)湖泊;(j)~(l)海盜;(m)~(o)金山  
 Fig. 6 Comparison of simulation results of hologram reconstructions with different algorithms. (a)~(c) Peppers; (d)~(f) resolution test chart; (g)~(i) lake; (j)~(l) pirate; (m)~(o) goldhill

表 2 误差扩散流程中的 NC 比较  
Table 2 NC comparison in error diffusion process

Image	Peppers	Resolution test chart	Lake	Pirate	Goldhill
Traditional error diffusion	0.9207	0.7861	0.9338	0.8516	0.9156
First error diffusion (including parameter $a$ )	0.9702	0.9243	0.9655	0.9478	0.9736
Second error diffusion	0.9840	0.9504	0.9807	0.9710	0.9853

表 3 误差扩散流程中的 SSIM 比较  
Table 3 SSIM comparison in error diffusion process

Image	Peppers	Resolution test chart	Lake	Pirate	Goldhill
Traditional error diffusion	0.7673	0.8003	0.7798	0.7730	0.7707
First error diffusion (including parameter $a$ )	0.8290	0.8396	0.8160	0.8363	0.8605
Second error diffusion	0.8535	0.8755	0.8377	0.8622	0.8859

次误差扩散后提升了 0.036~0.09, 经过第二次误差扩散后提升 0.025~0.036。经过两次误差扩散生成的全息图再现像的 NC 和 SSIM 均值分别为 0.9743 和 0.8630, 相较传统的误差扩散方法分别提高了 0.0927 和 0.0848。由 NC 和 SSIM 可看出, 本文所提出方法的再现像质量比传统方法更好, 再现像与原图的相似度更高, 图像细节更清晰, 更符合人眼视觉需求。

### 3.3 光学实验验证

本文搭建了如图 7 所示的实验光路, 采用波长为

532 nm 的激光器 (laser), 激光器发射的光束透过衰减片、空间滤波器、偏振片、透镜和光阑后, 入射在分束器上。整个光路通过分束器将光波分为两路, 一路光波照射到载有纯相位全息图的空间光调制器 (SLM) 上。该 SLM 是纯相位型 SLM, 其像素尺寸是  $6.4 \mu\text{m} \times 6.4 \mu\text{m}$ , 像素数为  $1920 \times 1080$ , 可提供 93% 的填充因子和高达 75% 的高反射率。加载到 SLM 上的纯相位全息图, 经过激光调制, 再经过  $4-f$  ( $f$  代表焦距) 系统, 最后由电荷耦合器件 (CCD) 相机采集重建图像。

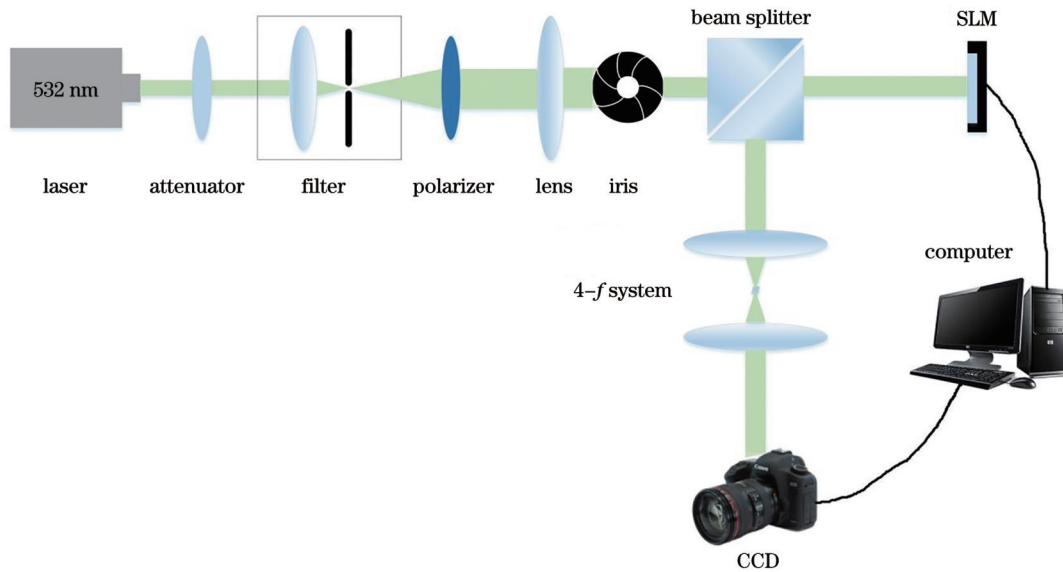


图 7 光学实验光路图

Fig. 7 Light path diagram of optical experiment

将经过本文的两次误差扩散计算生成的纯相位全息图, 和传统误差扩散算法计算生成的纯相位全息图分别加载在 SLM 上, 采集得到的再现像如图 8 所示。图 8(a)、(c)、(e)、(g)、(i) 为本文两次误差扩散得出的全息图再现像, 图 8(b)、(d)、(f)、(h)、(j) 为传统误差扩散算法得出的全息图再现像。从图 8 中可以看出, 对于不同目标图像, 本文提出的算法生成的全息图再

现像质量更高。而传统误差扩散算法的全息图再现像有明显的噪声, 图像更加模糊。对照两种方法的再现像的细节部分: 图 8(c) 中分辨率表上的刻度数字呈现得更清晰, 而图 8(d) 中分辨率表上的刻度数字不清晰; 图 8(e) 中湖泊水面上的帆船及倒影显示得很清晰, 而图 8(f) 中湖泊上的帆船呈现得很模糊; 图 8(g) 中男子帽子后的长穗上的花纹很清楚, 而图 8(h) 中长穗

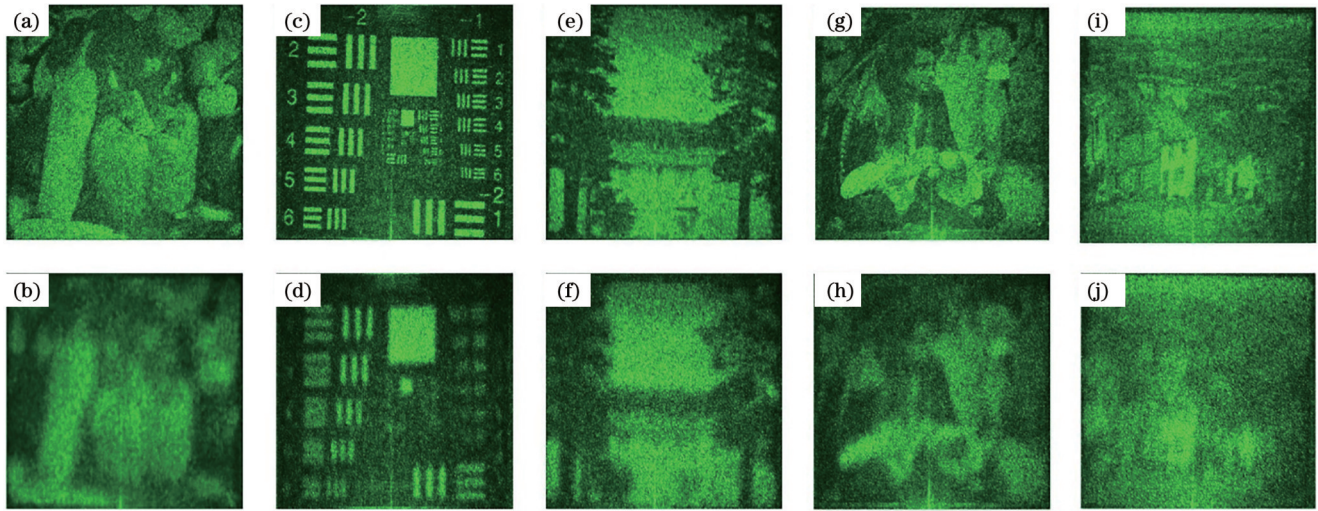


图 8 不同算法的全息图再现像的光学实验结果对比。(a)(b)辣椒;(c)(d)分辨率表;(e)(f)湖泊;(g)(h)海盗;(i)(j)金山

Fig. 8 Comparison of optical experimental results of hologram reconstructions with different algorithms. (a)(b) Peppers; (c)(d) resolution test chart; (e)(f) lake; (g)(h) pirate; (i)(j) goldhill

上的花纹无法看清。光学实验再现像的对比结果与仿真对比结果相似,对比结果可以说明本文基于误差扩散算法的改进对提升全息图再现像的质量是有效的,验证了所提方法的可行性及优越性。

## 4 结 论

本文通过计算物体全息图与纯相位全息图的误差,建立了双向误差扩散补偿模型,在传统误差扩散算法的基础上进行改进,改进算法生成的全息图包含更多的物光波信息。此外,采用两次误差扩散进一步改善了全息显示质量。仿真结果表明,本文误差扩散算法的 NC、SSIM 分别平均提高了 0.0927 和 0.0848,重建图像具有更高的清晰度和更少的散斑噪声。光学实验与仿真结果均表明,改进算法生成的全息图再现像具有更高的成像质量,这证明了改进算法的有效性和可行性。为进一步提高全息图再现像质量,将来考虑将深度学习算法与误差扩散相结合,以探索新的纯相位全息图生成方法。

## 参 考 文 献

- [1] 吴晴晴, 蒋世磊, 张锦, 等. 基于空间光调制器的动态全息再现技术研究[J]. 光学与光电技术, 2023, 21(2): 65-71.  
Wu Q Q, Jiang S L, Zhang J, et al. Research on dynamic holographic representation technology based on space light modulator[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2023, 21(2): 65-71.
- [2] 徐潇, 马峻, 莫凡珣, 等. 基于计算全息和 Arnold-混沌技术的三维信息分级加密[J]. 激光杂志, 2018, 39(11): 66-70.  
Xu X, Ma J, Mo F X, et al. Three-dimensional information hierarchical encryption based on computer generated hologram and Arnold-Chaos technology[J]. Laser Journal, 2018, 39(11): 66-70.
- [3] 杨上供, 甘亮勤. 计算机一步彩色彩虹全息的研究[J]. 激光杂志, 2023, 44(6): 99-102.  
Yang S G, Gan L Q. One-step color rainbow holography based

on computer-generated hologram[J]. Laser Journal, 2023, 44(6): 99-102.

- [4] 马宁涛. 计算全息再现像质量提升技术的研究[D]. 郑州: 郑州轻工业大学, 2023: 1-10.  
Ma N T. Research on improving the quality of computational holographic image reproduction[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University of Light Industry, 2023: 1-10.
- [5] 隋晓萌, 何泽浩, 曹良才, 等. 基于液晶空间光调制器的计算全息波前编码方法[J]. 液晶与显示, 2022, 37(5): 613-624.  
Sui X M, He Z H, Cao L C, et al. Wave-front encoding method of computer-generated holography based on liquid-crystal spatial light modulator[J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2022, 37(5): 613-624.
- [6] Wang X T, He Z H, Cao L C. Analysis of reconstruction quality for computer-generated holograms using a model free of circular-convolution error[J]. Optics Express, 2023, 31(12): 19021-19035.
- [7] 王晓诗, 桂进斌, 李俊昌, 等. 基于迭代的纯相位全息图生成算法比较研究[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(6): 0609001.  
Wang X S, Gui J B, Li J C, et al. Comparative study of phase-only hologram generation algorithms based on iteration[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(6): 0609001.
- [8] Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. Optik, 1971, 35: 237-250.
- [9] 胡驰, 孙国斌, 蒋世磊, 等. 改进的加权迭代多平面全息显示方法[J]. 光学学报, 2023, 43(23): 2309001.  
Hu C, Sun G B, Jiang S L, et al. Improved weighted iterative multi-plane holographic display method[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(23): 2309001.
- [10] Jiang Y H, Li H Z, Pang Y, et al. Cell image reconstruction using digital holography with an improved GS algorithm[J]. Frontiers in Physiology, 2022, 13: 1040777.
- [11] Guo M, Cai J H, Feng Q B, et al. P-3.23: multiple regional-iteration algorithm for holographic projection with suppressed speckle noise[J]. SID Symposium Digest of Technical Papers, 2022, 53(S1): 744-746.
- [12] 王化宾, 何渝, 赵立新. 基于改进 Gerchberg-Saxton 算法的全息双面光刻方法[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(16): 1609001.  
Wang H B, He Y, Zhao L X. Holographic double-sided photolithography based on improved Gerchberg-Saxton algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(16): 1609001.



- [13] Buckley E. Real-time error diffusion for signal-to-noise ratio improvement in a holographic projection system[J]. *Journal of Display Technology*, 2011, 7(2): 70-76.
- [14] Tsang P W M, Poon T C. Novel method for converting digital Fresnel hologram to phase-only hologram based on bidirectional error diffusion[J]. *Optics Express*, 2013, 21(20): 23680-23686.
- [15] 李移隆, 王迪, 李楠楠, 等. 大尺寸全息 3D 显示系统[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(20): 2011013.  
Li Y L, Wang D, Li N N, et al. Holographic 3D display system with large size[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(20): 2011013.
- [16] 付莉娜, 杨静雯, 李雁玲, 等. 二值条纹离焦投影技术综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(14): 1415011.  
Fu L N, Yang J W, Li Y L, et al. Binary fringe defocused projection technology: a review[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(14): 1415011.
- [17] 叶玉芬, 郭宝龙, 马佳. 自适应反馈视觉感知差的误差扩散半色调算法[J]. *微电子学与计算机*, 2006, 23(6): 155-159.  
Ye Y F, Guo B L, Ma J. Adaptive error diffusion with perceived error feedback[J]. *Microelectronics & Computer*, 2006, 23(6): 155-159.
- [18] Liu K X, He Z H, Cao L C. Pattern-adaptive error diffusion algorithm for improved phase-only hologram generation[J]. *Chinese Optics Letters*, 2021, 19(5): 050501.
- [19] 陈超辉, 文志强, 胡俊飞. 基于跳跃扫描误差扩散半色调算法研究[J]. *微型机与应用*, 2016, 35(18): 48-51.  
Chen C H, Wen Z Q, Hu J F. Study on halftone algorithm of error diffusion based on jump-scanning[J]. *Microcomputer & Its Applications*, 2016, 35(18): 48-51.
- [20] 王晓红, 刘丽丽, 肖颖, 等. 一种改进误差扩散系数的半色调算法[J]. *包装工程*, 2018, 39(1): 179-183.  
Wang X H, Liu L L, Xiao Y, et al. A halftone algorithm improving the error diffusion coefficient[J]. *Packaging Engineering*, 2018, 39(1): 179-183.
- [21] Ciric D G, Peric Z H, Milenkovic M, et al. Evaluating similarity of spectrogram-like images of DC motor sounds by Pearson correlation coefficient[J]. *Elektronika Ir Elektrotechnika*, 2022, 28(3): 37-44.
- [22] Chermikhin P A, Kurbatova E A, Evtikhiev N N, et al. Adaptive digital hologram binarization method based on local thresholding, block division and error diffusion[J]. *Journal of Imaging*, 2022, 8(2): 15.
- [23] Evtikhiev N N, Rodin V G, Savchenkova E A, et al. Adaptive iterative method of selecting weight coefficients for digital hologram binarization using error diffusion[J]. *Measurement Techniques*, 2022, 65(6): 432-437.
- [24] 张会雨. 基于图像内容的自适应半色调加网算法研究[D]. 北京: 北京印刷学院, 2023: 10-17.  
Zhang H Y. Research on adaptive half-tone screening algorithm based on image content[D]. Beijing: Beijing Institute of Graphic Communication, 2023: 10-17.
- [25] 向磊, 陈纯毅, 姚海峰, 等. 双向大气湍流信道衰落相关特性测量[J]. *中国光学*, 2019, 12(5): 1100-1108.  
Xiang L, Chen C Y, Yao H F, et al. Measurement of instantaneous-fading correlation in bidirectional optical channels through atmospheric turbulence[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(5): 1100-1108.
- [26] Yang Z H, Zhang L J, Wu Y J, et al. Hierarchically adaptive image block matching under complicated illumination conditions [J]. *Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering*, 2021, 21(5): 1455-1468.
- [27] 张帆, 张伯言, 史潇婉, 等. 焊缝 X 射线探伤图像自动搭接检测方法[J]. *中国机械工程*, 2020, 31(16): 1912-1916, 1930.  
Zhang F, Zhang B Y, Shi X W, et al. Automatic overlap detection method for weld seam images of X-ray inspection[J]. *China Mechanical Engineering*, 2020, 31(16): 1912-1916, 1930.
- [28] Punga M V, Moldovanu S, Moraru L. Structural similarity analysis for brain MR image quality assessment[C]. *AIP Conference Proceedings*, 2015, 1634: 137-143.
- [29] Zhang H P, Yuan B, Dong B, et al. No-reference blurred image quality assessment by structural similarity index[J]. *Applied Sciences*, 2018, 8(10): 2003.

## Computational Holographic Display Method Based on Error Diffusion

Wei Pingping<sup>1,2</sup>, Han Chao<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>*School of Electrical Engineering, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, Anhui, China;*

<sup>2</sup>*Key Laboratory of Advanced Perception and Intelligent Control of High-End Equipment, Ministry of Education, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, Anhui, China*

### Abstract

**Objective** Phase-only hologram (POH) is favored by many researchers in holographic display technology due to its high diffraction efficiency and zero twin image. Common POH generation algorithms can be divided into iterative and non-iterative methods. The iterative methods require a lot of iterative optimization to obtain the required POH, which needs a large number of iterations and is time-consuming. The error diffusion algorithm does not require iteration and greatly improves the computational speed of POHs. In the traditional error diffusion method, the amplitude of all pixels on the complex amplitude hologram (CAH) is set to 1, and this hologram and its CAH are adopted to compute the error which will be diffused on the CAH to generate the POH. However, since different target images have various amplitude distributions, directly setting the CAH amplitude to 1 is not suitable for all images. Therefore, the quality of the generated POH is not high and the reconstruction image of the hologram cannot obtain a satisfactory display effect. Therefore, we call for a new error diffusion algorithm to improve the reconstructed image quality.

**Methods** To improve the quality of the hologram reconstructed image generated by the error diffusion algorithm, we build a hologram error compensation model based on the bidirectional error diffusion algorithm by analyzing the relationship between the amplitude distribution of the target image and the generated hologram, and propose a new POH generation method. Firstly, the CAH of the target image is computed and its amplitude is set to 1. Secondly, the error between the POH and the original CAH is calculated by the error compensation model. Thirdly, the new error is adopted to generate a new POH by bidirectional error diffusion. Finally, a new error between this new POH and the original CAH is computed and the second error diffusion is carried out to obtain the final POH. Numerical simulations are conducted to compare the hologram reconstruction effect of the two methods. Additionally, the normalized correlation (NC) coefficient and the structural similarity index measure (SSIM) are employed to quantitatively compare and analyze the hologram reconstruction results. Meanwhile, the experimental schematic diagram is drawn and the optical imaging system is built, with the proposed method verified by optical experiments.

**Results and Discussions** By carrying out numerical simulation and optical experiments, the quality of hologram reconstructed images generated by different error diffusion methods is verified. The simulation results of the two error diffusion methods are shown in Fig. 6. The images of the first column in Fig. 6 are reconstructed ones by the traditional method, and contain obvious speckle noise. The images of the second column and third column in Fig. 6 are the reconstructed images of the holograms generated by the first improved error diffusion and second error diffusion respectively. Compared with the first column, the definition of the reconstructed images in the latter two columns is higher. The detail section of the images in the third column contains more information than the second column. For example, the detail part of Fig. 6(c) shows more information on the pepper stalk than that of Fig. 6(b). Additionally, for the detail part of the pirate, the hair of the man in Fig. 6(l) is more clear than that in Fig. 6(k), and the lines of the hair are more obvious. The NC coefficient and the SSIM are respectively adopted in Tables 2 and 3 to evaluate the quality of numerical simulation results of hologram reconstruction images quantitatively. After the first error diffusion, the NC coefficient and the SSIM increase by 0.05–0.14 and 0.036–0.09 respectively. After the second error diffusion, the NC coefficient and the SSIM increase by 0.01–0.026 and 0.025–0.036 respectively. Simulation results reveal that the reconstructed image quality of the proposed method is better than that of the original method. The similarity of the proposed method with the original image is higher, and reconstructed images of the proposed method are more in line with the visual quality requirements of human eyes. The comparison results of optical experiments on hologram reconstructed images by the traditional error diffusion method and the proposed error diffusion method are shown in Fig. 8. Fig. 8 indicates that for different target images, the hologram reconstructed images of the proposed algorithm can be displayed more clearly, but the hologram reconstructed images of the traditional error diffusion algorithm are obviously noisy and blurred. Comparison of the details of the two methods displays the sailboat in Fig. 8(e) and its reflection on the surface of the lake, while the sailboat in Fig. 8(e) is blurred. The pattern on the long spike behind the man's hat in Fig. 8(g) is clear, while the pattern on the long spike in Fig. 8(h) is not clearly seen. The optical experiment results are consistent with those of simulations. The simulation and experimental results show that the proposed error diffusion algorithm is effective in improving the quality of hologram reconstructed images, with the feasibility and superiority of the proposed method verified.

**Conclusions** A bidirectional error diffusion compensation model is built by calculating the new error between CAH and POH. The hologram reconstructed images generated by the model contain more object light wave information. Additionally, the twice error diffusion algorithm is adopted to further improve the holographic display quality. Simulation results show that the reconstructed images generated by the improved method have higher resolution and more detailed information. The NC coefficient and SSIM serve as quantitative evaluation criteria for the simulation results. In Tables 2 and 3, the mean NC and SSIM values of the proposed method are 0.9743 and 0.8630 respectively, 0.0927 and 0.0848 higher than those of the traditional error diffusion method. The optical experiment results show that the reconstructed images generated by the improved algorithm have higher image quality and resolution in detail. Simulations and experimental results prove the effectiveness and feasibility of the improved algorithm, and this algorithm has application significance for computational holographic display.

**Key words** holography; holographic display; error diffusion; phase-only hologram