

基于高阶准离散汉克尔变换的光束整形算法

余惠^{1,2}, 丁新辉^{1,2}, 李大为¹, 周琼¹, 吕凤年¹, 卢兴强^{1*}¹中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理联合实验室, 上海 201800;²中国科学院大学材料与光电研究中心, 北京 100049

摘要 针对具有圆对称结构特征的光束,提出了一种基于高阶准离散汉克尔变换的光束整形算法。与传统 Gerchberg-Saxton 算法相比,相同条件下,该算法能够在较少的迭代次数内实现快速收敛,并大幅节省计算时间(约 100 倍),利用该算法设计的衍射光学元件呈圆对称分布,结构简单、更易于加工;此外,设计实验对目标光束整形,验证了该算法的可行性,实验结果光强分布较好,为衍射光学元件的设计和加工提供了重要的指导意义。

关键词 物理光学; 汉克尔变换; 光束整形算法; Gerchberg-Saxton 算法; 衍射光学元件

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231988

1 引言

目前,激光整形技术已经在制造业、医疗保健和惯性约束聚变等领域中得到了广泛应用,如飞秒激光加工微材料^[1]、聚焦光束(即光镊)的动态阵列操纵软物质和生物系统^[2],以及惯性约束实验中的激光束整形^[3-6]等方面。在整形技术中,研究者可以利用微结构改变光波相位来控制激光场的强度分布,具有这种功能的光学元件被称为衍射光学元件(DOEs)。将 DOEs 与透镜组合使用,能在透镜焦平面处产生所需的光强分布。DOEs 设计算法(也称为光束整形算法)作为整形技术的难点之一,该技术的发展对整形过程也具有举足轻重的作用。

近来,DOEs 设计算法引起了国内外研究人员的广泛关注。其中,最具代表性的就是 R.W.Gerchberg 和 W.O.Saxton 提出的 Gerchberg-Saxton(GS)算法^[7],文献中也将此算法称为迭代傅里叶变换算法^[8](IFTA),该算法在输入平面和输出平面来回迭代并进行傅里叶变换,且在输入平面和输出平面上施加已知的限制条件。GS 算法在最初的几次迭代中收敛速度较快,但是随着迭代次数增加,“反馈”逐渐趋于稳定,GS 算法将会陷入停滞,算法不再收敛。为增强算法的收敛效果,在 GS 算法的基础上发展了输入输出算法^[9-10]和相位混合算法^[11],以及近年来在信号区域收敛效果最好的混合区域幅度自由算法^[12]和抵消混合区域幅度自由算法^[13],与全局优化算法结合的反馈 GSGA(Gerchberg-Saxton genetic algorithm)算法^[14]和末位淘

汰制 GSGA 算法^[15]。上述的 DOEs 设计算法都是由 GS 算法发展而来的,所设计的相位分布通常是不规则的,这给 DOEs 的物理加工带来了巨大的挑战。此外,随着限制条件的增加,计算的时间成本也在不断增长,特别是反馈 GSGA 和末位淘汰制 GSGA 算法。为了节省时间成本和降低相位复杂度,当入射光束与目标光束都具有圆对称性时,可在常规激光应用中运用汉克尔变换(HT)这一数值方法,该方法比傅里叶变换更加有效,汉克尔变换可以对相位分布坐标施加一种强约束,使最终的 DOEs 相位呈圆对称分布,从而使得衍射光学元件更易于加工。在汉克尔变换算法^[16-22]中,Guizar-Sicairos 和 Gutiérrez-Vega^[19]提出了高阶 $p(p>0)$ 准离散汉克尔变换(p QDHT),该变换算法保留了帕赛瓦尔定理的离散形式,使其适用于场传播,并具有计算高效且结果准确的优点。

本文基于 GS 算法提出了一种针对圆对称光束系统的光束整形算法: p QDHT-GS 算法。利用汉克尔变换式只与径向坐标相关的特性,替换傅里叶变换,在输入平面与输出平面之间来回迭代并进行汉克尔变换,设计结果的整形光束强度分布较为平滑,DOEs 相位呈圆对称分布。此外,与 GS 算法相比,该算法还具有收敛速度快、计算复杂度低的优点。其次,计算评价算法精度与能量利用效率的指标。然后,采用数值仿真的方法分析算法的性能,利用 p QDHT-GS 算法和 GS 算法对圆形艾里(CA)光束、贝塞尔(Bessel)光束和拉盖尔-高斯(LG)光束这三种目标光束整形并进行对比,接着以 LG 光

收稿日期: 2023-12-26; 修回日期: 2024-01-19; 录用日期: 2024-01-22; 网络首发日期: 2024-02-20

基金项目: 国家自然科学基金(62175245)

通信作者: *xingqianglu@siom.ac.cn

束作为目标光束,研究分析了两种算法的计算性能。最后,设计相关实验对 CA 光束进行验证并总结。

2 基本原理

图 1 为系统光束整形示意图,由入射光束、输入平面、透镜和输出平面组成的 $2f$ 系统,其中 f 为透镜焦

距, E_{in} 为入射光场。其中,入射光束呈高斯分布,输入平面(也称为相位平面)位于透镜的前焦面,输出平面位于透镜的后焦面,用于接收整形光束。考虑到圆对称的特性与应用,右侧目标光束从上至下分别设定为 CA 光束^[23]、Bessel 光束^[19]和 LG 光束^[24]。基于菲涅耳衍射理论可知:输出平面上的复振幅函数是输入平面复振幅函数的准确傅里叶变换。

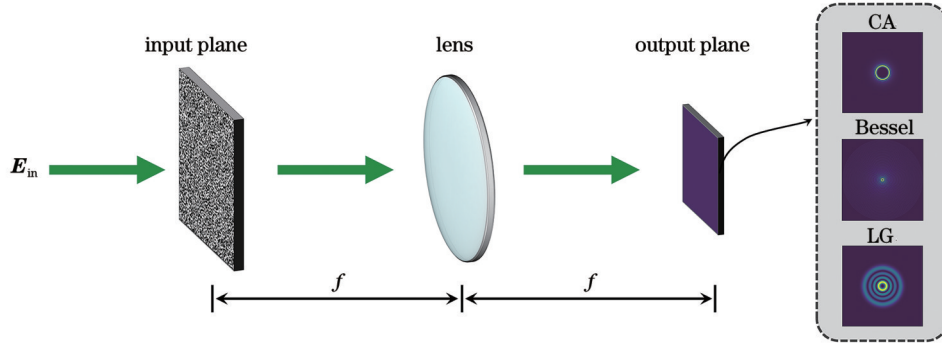


图 1 $2f$ 系统光束整形示意图

Fig. 1 Schematic diagram of beam shaping of $2f$ system

所选择的目标光束均为圆对称光束。极坐标系下 CA 光束的初始电场可以表示为 $E_A(r) = A_0 \cdot \text{Ai}[(r_0 - r)/w] \exp[\alpha(r_0 - r)/w]$, 其中 r 表示空间径向坐标, $\text{Ai}(\cdot)$ 表示艾里函数, r_0 和 w 分别表示初始环半径和缩放因子, A_0 和 α 分别表示电场的振幅常数和衰减因子, 设置 $r_0 = 1 \text{ mm}$, $w = 0.1 \text{ mm}$, $A_0 = 1$, $\alpha = 0.1$; Bessel 光束的初始电场可以表示为 $E_B(r) = J_4(kr)$, 其中 $k = 19858.32 \text{ m}^{-1}$, J_4 表示四阶 Bessel 函数; LG 光束的初始电场可以表示为 $E_L(r) = (\sqrt{2} r/w_0)^m L_n^m(2r^2/w_0^2) \exp(-r^2/w_0^2)$, 其中 w_0 为束腰半径, L_n^m 为广义拉盖尔多项式, n 和 m 分别为径向模数和角向模数, 设置 $w_0 = 1 \text{ mm}$, n 和 m 均为 3。

2.1 GS 算法

在介绍 p QDHT-GS 算法之前,先回顾一下 GS 算法的流程,GS 算法基本流程如图 2 所示,首先在输入端口输入已知的初始相位 Φ_{in} , 确定入射光束振幅 E_0 和目标光束振幅 E_{tar} , 并输入当前循环次数 i 和总循环次数 N , 当前循环次数 i 初始值设置为 1。在输入平面,入射光束振幅 E_0 和初始相位 Φ_{in} 组成复振幅函数 \tilde{E}_{in} 。对 \tilde{E}_{in} 做正向傅里叶变换 (FFT), 在输出平面得到输出光束复振幅函数 \tilde{E}_{out} , 将复振幅函数 \tilde{E}_{out} 分解为振幅 E_{out} 和相位 Φ_{out} 。对比当前迭代次数 i 与总迭代次数 N 的大小,若 $i > N$, 则输出相位 Φ_{in} 和振幅 E_{out} , 即最终的 DOE 相位分布和整形光束电场振幅;若 $i \leq N$, 则当前循环次数加 1, 以期望的目标光束振幅 E_{tar} 取代输

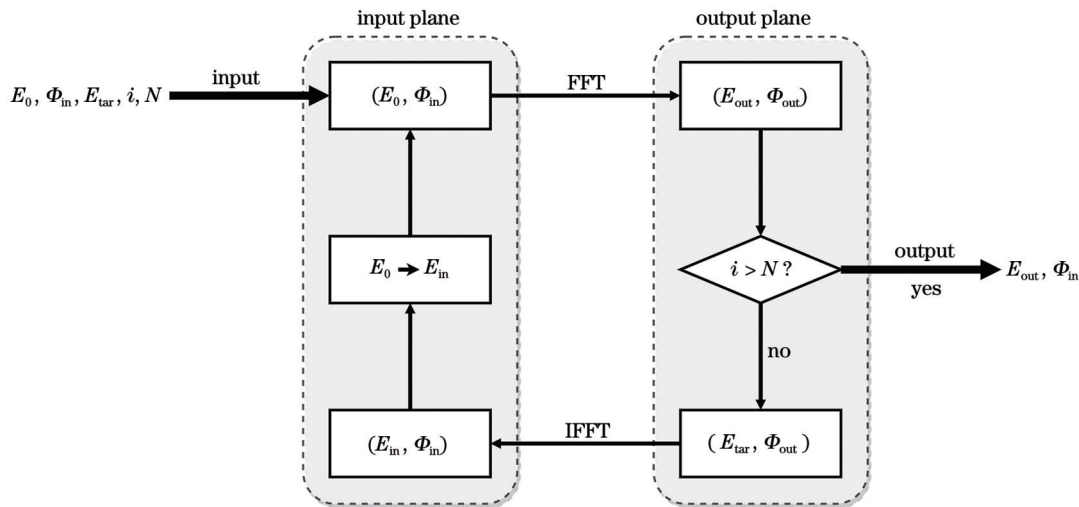


图 2 GS 算法流程图

Fig. 2 Flow diagram of GS algorithm

出振幅 E_{out} , 与相位 Φ_{out} 组成新的复振幅函数 \tilde{E}'_{out} 。对 \tilde{E}'_{out} 做逆向傅里叶变换 (IFFT), 在输入平面得到复振幅函数 \tilde{E}_{in} , 将复振幅函数 \tilde{E}_{in} 分解为振幅 E_{in} 和相位 Φ_{in} , 以给定的人射光束振幅 E_0 替换振幅 E_{in} , 与相位 Φ_{in} 组成新的复振幅函数 \tilde{E}'_{in} , 它将作为下一次迭代运算的输入平面复振幅函数, 开始新一轮的迭代运算, 如此循环下去, 直至当前迭代次数 i 大于总循环次数 N 。

2.2 p QDHT-GS 算法

由 GS 算法的原理得知, GS 算法的循环迭代过程主要是在输入平面与输出平面之间, 分别进行对应的正向傅里叶变换和逆向傅里叶变换, 当入射光束与目标光束都具有圆对称性时, 可以进行圆对称形式的傅里叶变换。把傅里叶变换中直角坐标表示的变量替换为极坐标表示的变量, 并代入傅里叶变换中进行推导, 这种傅里叶变换的特殊形式称为汉克尔变换, 而 p 阶汉克尔变换和 p 阶汉克尔逆变换 (IHT)^[18] 可以表示为

$$\begin{cases} f_2(v) = 2\pi \int_0^{\infty} f_1(r) J_p(2\pi vr) r dr \\ f_1(r) = 2\pi \int_0^{\infty} f_2(v) J_p(2\pi rv) v dv \end{cases}, \quad (1)$$

式中: J_p 为第一类 p 阶 Bessel 函数; v 为空间频率径向坐标。由式 (1) 可以得知, p 阶汉克尔变换将二维积分转换为二维积分, 简化了计算过程。光束的强度分布与角度无关, 而仅仅是径向坐标的函数。

需要注意的是, 输入端口的入射光束振幅 E_0 并不是等间距采样的, 为避免混叠误差和提高计算精度, 在 p QDHT 算法中采用的是非等间距采样, 径向半径向量 $\mathbf{r} = \alpha R / \alpha_{S+1}$, 其中 S 为采样数目, α 为 p 阶 Bessel 函数的 S 个根向量 $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_S]$, R 为入射窗口最大物理半径 (入射窗口为正方形时, 最大物理半径指内切圆半径), α_{S+1} 为 p 阶贝塞尔函数的第 $S+1$ 个根。

2.3 评价函数

为了衡量 DOEs 设计效果, 从算法精度与能量利用效率两个方面对 DOEs 进行评价, 用计算得到的整形光束光强与目标光束光强的均方根误差 (RMSE)^[25] 来表征算法精度, 均方根误差 δ 表达式为

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{N_{OP}} \sum_{(x,y) \in OP} \frac{[\tilde{I}_{\text{out}}(x,y) - \tilde{I}_0(x,y)]^2}{\tilde{I}_0(x,y)^2}}, \quad (2)$$

式中: \tilde{I}_{out} 和 \tilde{I}_0 分别为计算得到的输出光强与目标光强; OP 和 N_{OP} 分别为输出平面和输出平面的像素数目。

能量利用效率 ξ ^[12] 是输出光束在信号区域光强与输出平面光强的比值, 其表达式为

$$\xi = \frac{\sum_{(x,y) \in SR} \tilde{I}_{\text{out}}(x,y)}{\sum_{(x,y) \in SR+NR} \tilde{I}_{\text{out}}(x,y)} \times 100\%, \quad (3)$$

式中: SR 为信号区域; NR 为噪声区域。输出平面被划分为信号区域 SR 与噪声区域 NR , 信号区域是指输出平面上目标光束电场强度非零部分, 噪声区域是指输出平面上目标光束电场强度等于零的部分。

3 算法的测试与验证

选择二次面型相位作为初始相位^[12], 令 $\Phi_{\text{in}}(r) = 4R_0(r_{\text{max}}^2/2 - r^2)/(r_{\text{max}}^2/2)$, 其中 R_0 为曲率, r_{max} 为径向坐标的最大值。在下面的仿真计算中, 波长 $\lambda = 632.8$ nm, 透镜焦距 $f = 0.6$ m, 采样数目为 512×512 , 取输出平面的物理尺寸为 12.0 mm, 经计算对应的输入平面物理尺寸为 16.2 mm, 输入光源选择半峰全宽 (FMHM) 为 2 mm 的高斯光束, 初始相位曲率 $R_0 = 25$ 。在 p QDHT 算法中, p 值应大于或等于输入数组中径向坐标的最大值。一方面, 如果 p 值太小, 则会降低变换的精度; 另一方面, 如果 p 值太大, 则会增加变换的计算成本。因此 p 值选择 8 。

3.1 验证结果对比

设置迭代次数为 500 , 分别使用 GS 算法和 p QDHT-GS 算法对上述三种目标光束进行整形。与 GS 算法不同的是, p QDHT-GS 算法中用目标光束半径上的一维数组来表征空间域或频率域的强度分布, 因此采样数目为 1×256 , 需对计算结果进行旋转才能得到径向分布结果。仿真结果如图 3 所示, DOEs 相位分布的范围是 $[-\pi, \pi]$, 而强度分布是归一化的结果。如图 3(a1)~(c1) 所示, 就 DOEs 相位分布而言, 基于 GS 算法计算得到的 DOEs 相位分布具有旋转对称特点, 但是其高频成分较多且未解决结构复杂这一问题。根据式 (1) 基于 p QDHT-GS 算法计算得到的 DOEs 相位分布呈圆对称。如图 3(a2)~(c2) 所示, 与 GS 算法相比, p QDHT-GS 算法减少了一个自变量, 简化了 DOEs 结构, 降低了加工难度。从焦面 (输出平面) 强度分布来看, 虽然两种算法都得到了较好的强度轮廓, 但是与基于 GS 算法得到计算结果相比, 如图 3(d2)~(f2) 所示, 基于 p QDHT-GS 算法得到的整形光束输出更加平滑。

对基于两种算法得到的光束整形性能量化研究, 将 p QDHT-GS 算法转换为二维后, 分别用均方根误差和能量利用效率对焦面强度分布进行描述。关于图 3 中焦面强度与目标光强度的对比结果如图 4 所示, 为了方便与焦面光束轮廓进行比较, 将对目标光束轮廓进行归一化, 计算得到的焦面光束轮廓与目标光束轮廓之间保持总功率相等。由图 4(a)~(c) 可知, CA 光束、Bessel 光束和 LG 光束基于 GS 算法计算得到的焦面强度的均方根误差分别为 0.162 、 0.191 和 0.238 ; 由

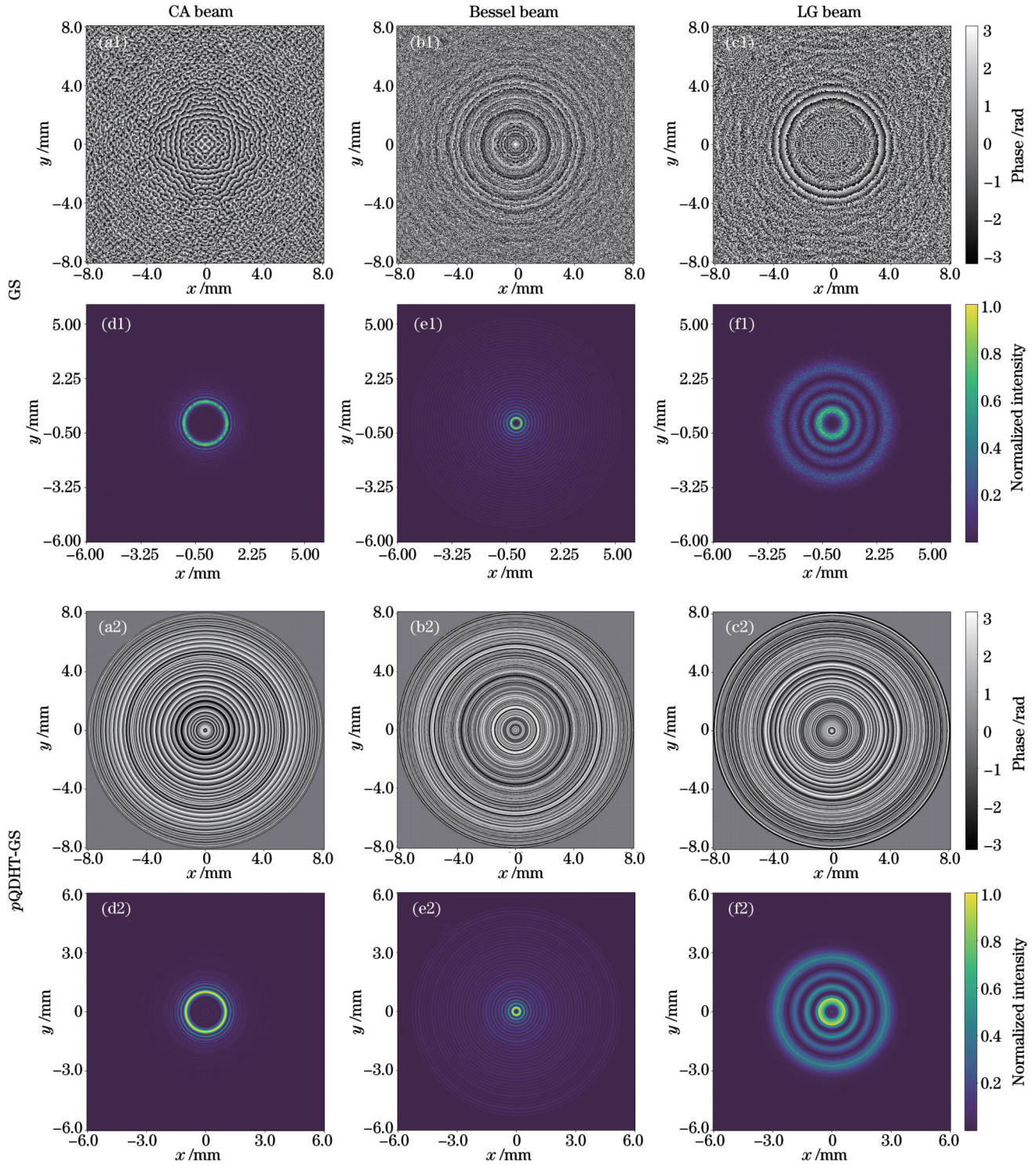


图3 基于GS算法和 p QDHT-GS算法计算得到CA光束、Bessel光束和LG光束的仿真结果。(a1)~(c1)基于GS算法得到的DOEs相位分布;(d1)~(f1)基于GS算法得到的焦面强度分布;(a2)~(c2)基于 p QDHT-GS算法得到的DOEs相位分布;(d2)~(f2)基于 p QDHT-GS算法得到的焦面强度分布

Fig. 3 Simulation results of CA beam, Bessel beam, and LG beam calculated based on GS algorithm and p QDHT-GS algorithm. (a1)–(c1) Phase distributions of DOEs based on GS algorithm; (d1)–(f1) intensity distributions of focal plane based on GS algorithm; (a2)–(c2) phase distributions of DOEs based on p QDHT-GS algorithm; (d2)–(f2) intensity distributions of focal plane based on p QDHT-GS algorithm

图4(d)~(f)可知,CA光束、Bessel光束和LG光束基于 p QDHT-GS算法计算得到的焦面强度的均方根误差分别为0.162、0.154和0.196。因此,在算法

精度方面, p QDHT-GS算法略优于GS算法。由图4可知, p QDHT-GS算法设计得到的焦面光束的能量利用效率更低。GS算法是等间距采样,而 p QDHT-

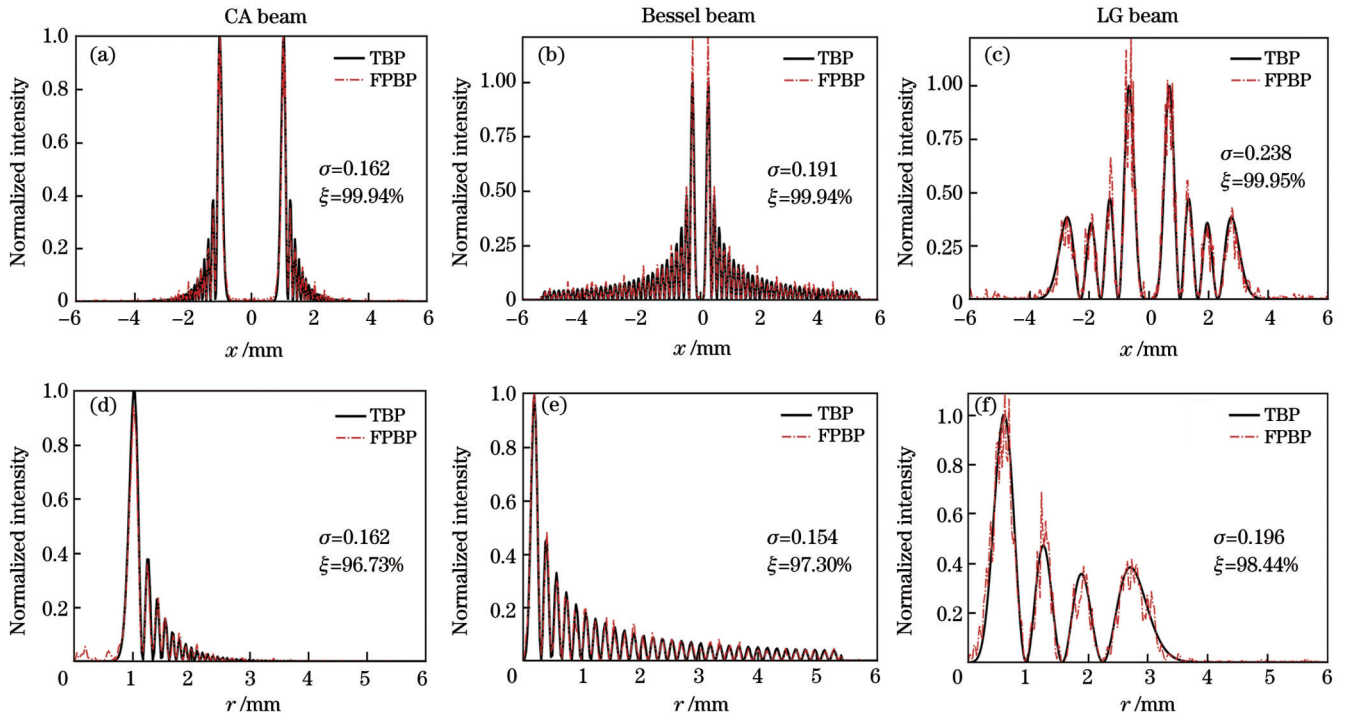


图 4 焦面光束轮廓(FPBP)与目标光束轮廓(TBP)对比。(a)~(c)基于GS算法的计算结果;(d)~(f)基于pQDHT-GS算法的计算结果

Fig. 4 Comparison between focal plane beam profile (FTBP) and target beam profile (TBP). (a)–(c) Calculation results based on GS algorithm; (d)–(f) calculation results based on pQDHT-GS algorithm

GS算法是非等间距采样,如图4(d)~(f)所示,随着径向坐标 r 的增大,相邻采样点之间的间距逐渐减小,可能会导致信号频谱的不完整采样或采样间隔过大,无法正确地捕捉信号信息,能量利用效率降低。可以通过提高分辨率来改善能量利用效率,在相同的物理尺寸下增加采样数目,从而减小采样间距。

3.2 计算性能对比

一般来说,在不对算法进行改动的情况下,有两种可以提高算法精度或能量利用效率的手段:一种是提高网格的分辨率,即在相同物理尺寸上增加采样数目,如果网格的分辨率不足,会导致图案细节上的捕捉不够精确;另一种是增加迭代次数,如果迭代不够充分,会导致收敛不彻底,从而不能得到最理想的整形效果。选择以LG光束作为目标光束,设置迭代次数分别为

500和1000、采样数目分别为 512×512 和 1024×1024 ,通过控制变量的方式计算均方根误差和能量利用效率,并以中央处理器(CPU)计算时间来比较两种算法的计算速度。需要注意的是,提高输出平面的分辨率后,输入平面的物理尺寸将会变小,这是由菲涅耳衍射中的抽样定理所决定的。为保证输入平面的物理尺寸不变,当采样数目为 1024×1024 时,取透镜焦距为0.15 mm。本程序以Python语言编写,所有数值计算均在2.20 GHz、16 GB随机存取器(RAM)的个人计算机上完成。

仿真对比结果如表1所示,可以看出:首先,随着迭代次数的增加,GS算法收敛性逐渐增强,当采样数目为 512×512 时,均方根误差 δ 从0.238降至0.232;当采样数目为 1024×1024 时,均方根误差 δ 从0.263降至0.259。pQDHT-GS算法在第500次迭代之前就已

表1 仿真对比结果

Table 1 Simulation comparison results

Number of iteration	Sampling number	GS algorithm			pQDHT-GS algorithm		
		δ	$\xi / \%$	CPU time / s	δ	$\xi / \%$	CPU time / s
500	512×512	0.238	99.95	32.79	0.196	98.44	0.43
1000	512×512	0.232	99.95	60.45	0.196	98.44	0.79
500	1024×1024	0.263	99.89	143.61	0.219	99.27	1.85
1000	1024×1024	0.259	99.88	307.31	0.219	99.27	3.48

经完成收敛,陷入停滞,因此均方根误差不再变化。为了解决该问题,可以在输入平面对入射光束电场振幅或对相位增加相应的扰动,从而实现进一步收敛。其次,得到的能量利用效率都极高。随着采样数目的增加, p QDHT-GS算法整形光束能量利用效率由 98.44% 提升至 99.27%,与 GS 算法整形光束能量利用率相当。最后,在这四种不同情况下,GS 算法所耗费 CPU 计算时间分别是 p QDHT-GS 算法的 76.26 倍、76.51 倍、77.62 倍和 88.31 倍, p QDHT-GS 算法可大幅节省 CPU 计算时间。 p QDHT-GS 算法的计算矩阵大小为 $1 \times N/2$,而 GS 算法的计算矩阵大小为 $N \times N$,矩阵的运算时间不同,所以导致两种算法耗费的 CPU 时间存在明显差异。相比于 GS 算法, p QDHT-GS 算法耗费的 CPU 计算时间大约降低了 2 个数量级,随着采样数目的增大,它们之间的差异会更加显著。

4 实验结果

通过搭建实验验证 p QDHT-GS 算法,实验光路图如图 5 所示。激光器发出波长为 1053 nm 的高斯光束,经过扩束器(BE)后,高斯光束的半峰全宽扩展为 2.1 mm,再依次经过半波片 1(HWP 1)、反射式偏振片(Polarizer)及半波片 2。由相位型空间光调制器(LCOS-SLM, X13138-03)对光场进行相位调制,使用焦距为 300 mm 的透镜对相位调制后的光束进行聚焦。最后,在透镜的焦点处放置电荷耦合器件 CCD(WinCamD-LCM)记录光强分布。在实验中,半波片 1 可用于调节光强,半波片 2 可调节激光偏振方向,CCD 前不透明掩模(Opaque mask)块可阻挡干

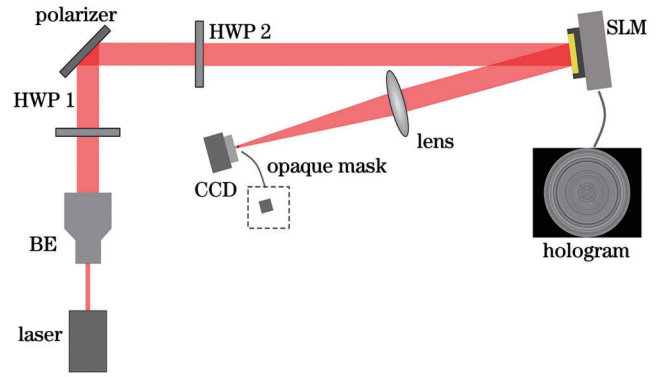


图 5 实验光路图

Fig. 5 Experimental light path diagram

扰的零级光强。

目标光束与实验测试结果如图 6 所示,各分图上的曲线图代表二维图中 $y=0$ 处的光强分布,同理,右侧的曲线图代表二维图中 $x=0$ 处的光强分布。选择如图 6(a)所示 CA 光束的光斑作为目标光束轮廓,其参数: $r_0=1$ mm, $w=2.5$ mm, $A_0=0.2$, $\alpha=0.1$ 。使用 p QDHT-GS 算法计算相位图,依据空间光调制器的液晶尺寸对相位图填零并将其加载至空间光调制器。使用 CCD 接收激光光斑的光强分布,其分布结果如图 6(b)所示,整形光束与目标光束强度分布基本相符,光强曲线趋势一致。图 6(b)的光强分布图存在明显毛刺,整形光束均方根误差为 0.545,能量利用效率为 78.07%。可考虑设置滤波器滤除高频成分,在 CCD 中设置滤波器等于 0.1% 满量程,激光光斑强度分布如图 6(c)所示,经过滤波后噪声明显减少,光强曲线分布更加平滑,此时均方根误差为 0.491,能量利用效率为 78.14%。

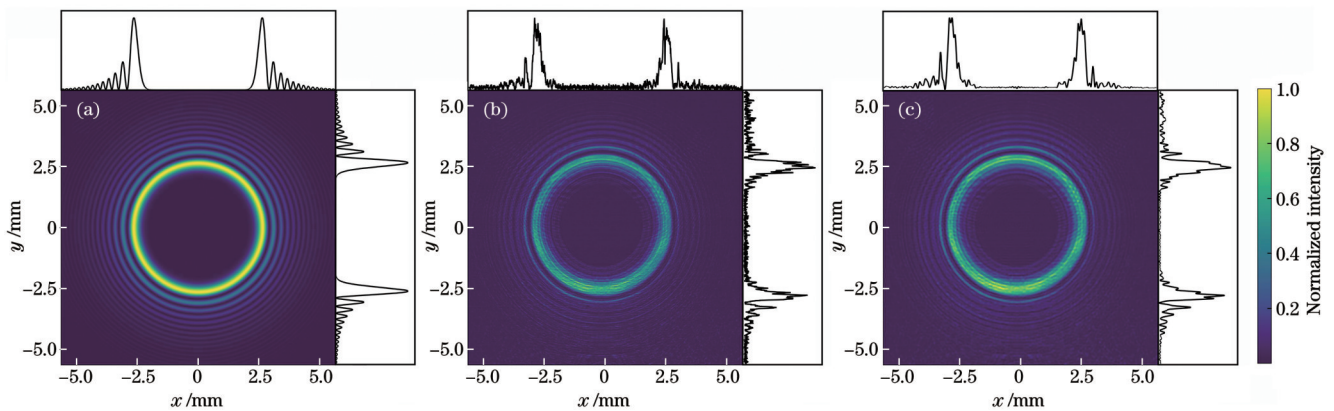


图 6 目标光束与实验结果。(a)CA 光束;(b)实验测试结果;(c)滤波后实验结果

Fig. 6 Target beam and experimental results. (a) CA beam; (b) experimental result; (c) filtered experimental result after filtering

尽管实验证明了 p QDHT-GS 算法可对目标光束进行整形,但是实验得到的均方根误差与能量利用效率的计算结果相差较大。空间光调制器通过调节上下电极的电压差来控制液晶的偏转方向,从而对相位进行调制。其中,像素间的间隔部分不能对相位进行调

制,导致整形光束受到衍射光的干扰。此外,空间光调制器中存在的非线性相位响应和静态误差会降低整形精度。在实验中,入射光并不是理想的平面波,尽管提前对光路进行标定,仍然存在像差的影响,因此整形光束存在不均匀、毛刺的现象。

5 结 论

针对圆对称光束系统提出了一种基于 p QDHT 的光束整形算法,该算法使用汉克尔变换替代传统 GS 算法中的傅里叶变换,以实现 DOEs 结构的圆对称化。选取了 CA 光束、Bessel 光束和 LG 光作为目标光束,并利用数值模拟方法,对 GS 算法和 p QDHT-GS 算法的整形结果和性能进行了比较和评估。计算结果表明,与 GS 算法相比, p QDHT-GS 算法可以在更少的迭代次数内快速收敛,还能够平滑输出整形光束的强度,此时 DOEs 相位呈圆对称分布,降低了加工难度。由于 p QDHT-GS 算法所需的采样数目远小于 GS 算法,可以节省大量的矩阵运算时间,因此该算法 CPU 计算时间比 GS 算法降低了近 2 个数量级。最后设计相关实验对 CA 光束完成整形,验证了该方法的可行性。

总之, p QDHT-GS 算法在圆对称光束整形方面具有快速和准确的优点,对 DOEs 的设计和加工具有重要的指导意义,可在光束整形领域中发挥重要作用,如结合全局搜索、深度学习或神经网络等智能算法确定初始相位值或在大口径激光器领域中设计相位板,相关研究工作有待继续。

参 考 文 献

- [1] 杨顺华, 丁晨良, 朱大钊, 等. 基于飞秒激光的高速双光子刻写技术[J]. 光电工程, 2023, 50(3): 220133.
Yang S H, Ding C L, Zhu D Z, et al. High-speed two-photon lithography based on femtosecond laser[J]. Opto-Electronic Engineering, 2023, 50(3): 220133.
- [2] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424(6950): 810-816.
- [3] Kato Y, Mima K, Miyanaga N, et al. Random phasing of high-power lasers for uniform target acceleration and plasma-instability suppression[J]. Physical Review Letters, 1984, 53(11): 1057-1060.
- [4] Dixit S N, Lawson J K, Manes K R, et al. Kinoform phase plates for focal plane irradiance profile control[J]. Optics Letters, 1994, 19(6): 417-419.
- [5] 李平, 马驰, 粟敬钦, 等. 基于焦斑空间频谱控制的连续相位板设计[J]. 强激光与粒子束, 2008, 20(7): 1114-1118.
Li P, Ma C, Su J Q, et al. Design of continuous phase plates for controlling spatial spectrum of focal spot[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2008, 20(7): 1114-1118.
- [6] 高妍琦, 李福建, 季来林, 等. 高功率激光驱动器光束匀滑技术研究(特邀)[J]. 红外与激光工程, 2020, 49(12): 20201074.
Gao Y Q, Li F J, Ji L L, et al. Research of beam smoothing technology in high power laser driver (Invited)[J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(12): 20201074.
- [7] Gerchberg R. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. Optik, 1972, 35: 237-246.
- [8] Vijayakumar A, Bhattacharya S. Design and fabrication of diffractive optical elements with MATLAB[M]. Bellingham: SPIE, 2017.
- [9] Fienup J R. Iterative method applied to image reconstruction and to computer-generated holograms[J]. Optical Engineering, 1980, 19(3): 297-305.
- [10] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. Applied Optics, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [11] Deng X G, Li Y P, Qiu Y, et al. Phase-mixture algorithm applied to design of pure phase elements[J]. Chinese Journal of Lasers, 1995, 4(5): 447-454.
- [12] Pasienski M, Demarco B. A high-accuracy algorithm for designing arbitrary holographic atom traps[J]. Optics Express, 2008, 16(3): 2176-2190.
- [13] Gaunt A L, Hadzibabic Z. Robust digital holography for ultracold atom trapping[J]. Scientific Reports, 2012, 2: 721.
- [14] 杨磊, 徐新宇, 王建磊, 等. 基于混合算法的高均匀度超快激光分束及精密加工研究[J]. 中国激光, 2023, 50(16): 1602401.
Yang L, Xu X Y, Wang J L, et al. High-uniformity ultra-fast laser beam splitting and precision machining based on hybrid algorithm[J]. Chinese Journal of Lasers, 2023, 50(16): 1602401.
- [15] 张昱冬, 赵秋焯, 方振, 等. 基于末位淘汰 GSGA 算法的平顶光束整形研究[J]. 中国激光, 2024, 51(6): 0605002.
Zhang Y D, Zhao Q Y, Fang Z, et al. Research on flat top beam shaping based on lowliest place elimination GSGA algorithm[J]. Chinese Journal of Lasers, 2024, 51(6): 0605002.
- [16] Siegman A E. Quasi fast Hankel transform[J]. Optics Letters, 1977, 1(1): 13-15.
- [17] Magni V, Cerullo G, de Silvestri S. High-accuracy fast Hankel transform for optical beam propagation[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1992, 9(11): 2031-2033.
- [18] Yu L, Huang M, Chen M, et al. Quasi-discrete Hankel transform[J]. Optics Letters, 1998, 23(6): 409-411.
- [19] Guizar-Sicairos M, Gutiérrez-Vega J C. Computation of quasi-discrete Hankel transforms of integer order for propagating optical wave fields[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2004, 21(1): 53-58.
- [20] Baddour N, Chouinard U. Theory and operational rules for the discrete Hankel transform[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2015, 32(4): 611-622.
- [21] Ruelas A, Lopez-Aguayo S, Gutiérrez-Vega J C. A Hankel transform distribution algorithm for paraxial wavefields with an application to free-space optical beam propagation[J]. Journal of Optics, 2016, 18(9): 095605.
- [22] Baddour N, Chouinard U. Matlab code for the discrete Hankel transform[J]. Journal of Open Research Software, 2017, 5(1): 4.
- [23] Geng T, Zhang X X. Propagation properties of the circular Airy beam with a Gaussian envelope in Fourier space[J]. Optics Express, 2020, 28(2): 2447-2455.
- [24] 周国泉. 拉盖尔-高斯光束的近场矢量结构特征[J]. 强激光与粒子束, 2010, 22(6): 1187-1191.
Zhou G Q. Analytical vectorial structure of a Laguerre-Gaussian beam in the near field[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2010, 22(6): 1187-1191.
- [25] Rothenberg J E. Comparison of beam-smoothing methods for direct-drive inertial confinement fusion[J]. Journal of the Optical Society of America B, 1997, 14(7): 1664-1671.

Beam Shaping Algorithm Based on High-Order Quasi-Discrete Hankel Transform

Yu Hui^{1,2}, Ding Xinhui^{1,2}, Li Dawei¹, Zhou Qiong¹, Lü Fengnian¹, Lu Xingqiang^{1*}

¹Key Laboratory of High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²Center of Materials Science and Optoelectronics Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract

Objective In the realm of beam shaping, diffractive optical elements (DOEs) can manipulate the laser intensity distribution by altering the laser phase through microstructures. Beam shaping algorithms play a significant role in the design of diffractive optical elements. Specifically, the most representative is the Gerchberg-Saxton (GS) algorithm proposed by R.W. Gerchberg and W.O. Saxton. It involves an iterative process of performing a Fourier transform between the input plane and output plane, while simultaneously imposing known constraints on both planes. To enhance the convergence effect of the algorithm, an input-output algorithm and the phase-mixture algorithm have been developed based on the GS algorithm. In recent years, there have been advancements in mixed-region amplitude freedom algorithms, particularly those demonstrating superior convergence effects in the signal region, as well as offset mixed-region amplitude-freedom algorithms. Global optimization algorithms, such as the feedback GSGA (Gerchberg-Saxton genetic algorithm) and the last place elimination GSGA, have also gained attraction. These algorithms are derived from the GS algorithm. However, the phase complexity of these designs is high, presenting significant challenges to the physical processing of DOEs. Furthermore, as the number of limiting conditions increases, the computational time required also escalates, especially for the feedback GSGA and last place elimination GSGA.

Methods To optimize time efficiency and reduce phase complexity, we discover that in conventional laser applications, the use of the Hankel transform is more effective than the Fourier transform in numerical calculations when both the incident beam and target beam exhibit circular symmetry. We introduce a beam shaping algorithm, the p QDHT-GS algorithm, for a circularly symmetric beam system based on the GS algorithm. The implementation process is based on the characteristic that the Hankel transform is solely related to the radial coordinate. This is achieved by iteratively alternating between the input plane and output plane to perform the Hankel transform. We employ a quadratic surface type phase as the initial phase, select a Gaussian beam with a full width at half maximum of 2 mm as the input light source, set an iteration time of 500, and use sample numbers of 512×512 (where the sample number in the p QDHT-GS algorithm is 1×256). We then apply this algorithm and the traditional GS algorithm to shape the incident beam into a circular Airy (CA) beam, Bessel beam, and Laguerre-Gaussian (LG) beam respectively. We compare the root mean square error and energy utilization efficiency of these two algorithms. Subsequently, we set the LG beam as the target beam, adjust the iteration times to 500 and 1000, and sample numbers to 512×512 and 1024×1024 respectively, to further analyze the computational performance of both algorithms. Furthermore, we evaluate the shaping performance of the p QDHT-GS algorithm by using the CA beam as the target beam in our experimental system.

Results and Discussions In terms of the phase distribution of DOEs, the phase calculated by the GS algorithm exhibits rotational symmetry, and it contains some high-frequency components. In contrast, the phase of DOEs computed by the p QDHT-GS algorithm displays circular symmetry, simplifying the DOEs structure and reducing processing complexity. When examining the intensity distribution at the focal plane (output plane), both algorithms exhibit superior intensity profiles. However, compared to the results obtained from the GS algorithm, the shaping beam output calculated by the p QDHT-GS algorithm is smoother (Fig. 3). In identical conditions, the p QDHT-GS algorithm achieves rapid convergence within fewer iterations and saves computational time (approximately 100 times) (Table 2). Furthermore, experimental results indicate that the shaping beam intensity distribution aligns closely with the target beam intensity distribution, with consistent light intensity curve trends. The shaping beam exhibits noticeable burrs, with a root mean square error of 0.545 and an energy utilization efficiency of 78.07%. After being filtered, these burrs are substantially reduced, and the light intensity curve distribution becomes smoother, exhibiting a root mean square error of 0.491 and an energy utilization efficiency of 78.14% (Fig. 6).

Conclusions In this study, we introduce a beam-shaping algorithm based on the p QDHT proposed for the circularly symmetric beam system. This approach achieves the circular symmetry of the DOEs structure by substituting the Fourier

transform in the conventional GS algorithm with the Hankel transform. We select the CA beam, the Bessel beam, and the LG beam as target beams. A numerical simulation method is employed to juxtapose and assess the performance of both the GS algorithm and the p QDHT-GS algorithm in terms of shaping outcomes. Our findings indicate that, in comparison to the GS algorithm, the p QDHT-GS algorithm converges rapidly with fewer iterations. Moreover, it refines the intensity of the output-shaped beam, ensuring that the DOEs phase exhibit a circular symmetry distribution and thereby simplifying processing. Given that the p QDHT-GS algorithm requires significantly fewer sampling points than the GS algorithm, it significantly reduces matrix operation time, leading to nearly two orders of magnitude reduced computational time. Conclusive experiments on the CA beam validate the efficacy of this method. In conclusion, the p QDHT-GS algorithm exhibits rapid and precise capabilities in circular symmetric beam shaping, holding significant implications for the design and processing of DOEs. Its potential applications extend to various areas of beam shaping, including the choice of initial phase values through the integration of global search algorithms, deep learning, neural networks, and other intelligent algorithms. Furthermore, its utility is evident in designing phase plates within large aperture lasers. Future research will further explore this area.

Key words physical optics; Hankel transform; beam shaping algorithm; Gerchberg-Saxton algorithm; diffractive optical elements