

# 基于非均匀快速傅里叶变换的抗振动白光干涉测量方法

薛亮, 郭仁慧\*, 刘杨, 钱宇, 蒋金威, 李建欣

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094

**摘要** 由于白光干涉测量技术易受环境振动而产生干扰,提出了一种基于非均匀快速傅里叶变换(NUFFT)的抗振动白光干涉测量方法。该方法将白光干涉测量光路分为两个成像通道,首先通过准单色光干涉图求解移相间隔,通过移相间隔以及NUFFT算法对白光干涉图进行校正,最后利用校正的白光干涉图和七步移相算法复原出待测物体的三维形貌,实验结果表明,所提方法具有良好的抗振动性能。

**关键词** 测量; 形貌测量; 白光干涉; 抗振动; 非均匀快速傅里叶变换

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231628

## 1 引言

激光惯性约束核聚变对于爆炸模拟、天体物理等研究具有重要意义,而靶丸作为聚变燃料容器,其表面形貌的精度要求极高,表面任何微小的形貌缺陷都有可能引发不对称性压缩,从而导致实验失败,因此靶丸表面形貌的测量工作非常重要<sup>[1-4]</sup>。然而在实际测量靶丸表面形貌的过程中,其测量结果极易受到振动的影响,比如环境光的变化以及光学平台的振动等都会引入随机误差,从而使得测量结果不准确。因此校正测量过程中出现的随机误差、提高靶丸测量的抗振动性能<sup>[5-11]</sup>具有重要的现实意义。

为解决上述问题,研究人员提出了一系列的振动补偿方法,可以分为主动补偿和被动补偿两类。其中主动补偿方法是在测量过程中通过增减硬件进行主动补偿的一种有效方法,但基于该方法的系统成本高、体积大、结构复杂<sup>[12-14]</sup>,不容易实现。例如Schmit等<sup>[15-16]</sup>提出了一种低相干系统,该系统加入了压电换能器,可单独改变扫描路径上物体的位置。但该系统需要增加额外的设备以提供坐标系,且频繁地校准系统以及光程差的变化也会引入误差,并不适合实际的应用。Veeco公司提出了一种带参考信号的白光干涉(RSWLI)测量系统。该系统在传统白光干涉仪的基础上,增加了一个嵌入式参考信号干涉仪,有效减弱了环境振动的影响。但其增加了成本且无法适用于较大的振动环境,仍存在着较大的限制<sup>[17]</sup>。除了主动补偿方法外,还有一种被动补

偿方法。被动补偿方法是指在系统进行测量后,通过算法对扫描误差以及干涉信号进行补偿<sup>[9]</sup>,并利用校正后的干涉信号还原物体的三维表面的方法。例如Cui等<sup>[13,15]</sup>假设相邻六帧之间的扫描步长保持不变并用移相算法计算步长,该方法能够有效补偿低频扫描误差,但是步长局部恒定使得该方法只能补偿低频误差。Bruker公司提出了一种用于白光干涉测量的扫描误差校正方法,该方法结合了包络及相位信息,有效避免了不连续表面相位测量所固有的模糊性,但在较大的振动环境下仍会存在较大的波纹误差<sup>[18-19]</sup>。

非均匀快速傅里叶变换(NUFFT)算法可以有效校正非均匀的干涉信号,具有精度高、硬件成本低等特点。因此,本文基于NUFFT算法,提出了一种抗振动的白光干涉测量方法,白光干涉测量光路采用双成像通道,主通道采集白光干涉图,副通道采集准单色光干涉图,根据准单色光干涉图计算出振动的移相间隔,并根据求出的移相间隔结合NUFFT算法对振动环境下采集的白光干涉信号进行校正,得到较为精确的白光干涉信号,将校正后的白光干涉信号与七步相移法相结合并复原出待测物体的三维形貌信息,该算法可用于随机振动条件下带有随机移相间隔的非均匀干涉信号的校正处理。

## 2 系统测量原理及算法

### 2.1 双通道干涉测量光路与原理

测量靶丸表面形貌缺陷通常会采用白光显微干涉

收稿日期: 2023-10-09; 修回日期: 2023-11-14; 录用日期: 2023-12-13; 网络首发日期: 2023-12-23

基金项目: 国家自然科学基金(62171225, U2031131, 61975079)、中国博士后基金(2023M731684, 2023M731752)

通信作者: \*grh@njjust.edu.cn

测量技术。白光干涉测量技术使用宽带光作为光源,但该光源相干长度短,因此容易受到外界环境振动的影响,进而使得测得靶丸的形貌信息存在较大的误差。为解决这个问题,不少学者就双通道抗振动测量开展了大量的研究工作。双通道干涉抗振动测量的原理在原有的白光干涉光路的基础上增加一个副通道,以此作为白光干涉信号的校正参考。本文所提算法使用了偏振干涉系统,通过控制光的偏振态,以减少回溯光,提高系统中白光的能量利用率,使其利用率近乎达到 100%,减少能量损失。

所提干涉测量部分光路采用 Linnik 型干涉光路,整体系统如图 1 所示。光路中采用白光光源为发光光源,出射光束经聚光镜 1 会聚至光阑中心,再经聚光镜 2 变为平行光,通过偏振片 1 后变为线偏振光进入光程匹配模块,线偏振光以与偏振分光棱镜 1 (PBS 1) 分光面夹角为 45° 方向入射至 PBS 1,在其分光面分成偏振方向相互垂直的平行偏振光 (P 光) 与垂直偏振光 (S 光),其中 P 光作为测试光通过 1/4 波片 1 (QWP 1),变为圆偏振光入射至平面反射镜 1,经平面反射镜 1 反射的光再次通过 QWP 1 变为振 S 光,再经 PBS 1 反射后进入显微干涉模块;PBS 1 反射的 S 光作为参考光通

过 QWP 2 变为圆偏振光入射至平面反射镜 2,经平面反射镜 2 反射的光再次通过 QWP 2 变为 P 光,再经 PBS 2 透射后进入显微干涉模块;偏振方向相互正交的 P 光与 S 光入射至 PBS 2,且与 PBS 2 的分光面呈 45° 方向入射,P 光作为测试光,S 光作为参考光,P 光经 PBS 2 透射通过 QWP 4 变为圆偏振光,然后经过显微物镜 2 到达球面反射镜表面,经球面反射镜反射后再经过显微物镜 2、QWP 4 变为第二束 S 光入射至 PBS 2;S 光经 PBS 2 反射后通过 QWP 3 变为圆偏振光,然后经过显微物镜 1 到达中空的待测微球表面,经待测微球反射后再经过显微物镜 1、QWP 3 变为第二束 P 光入射至 PBS 2,两束偏振光会聚后形成的干涉光束通过偏振片 2、管镜,然后经由分束棱镜 BS 被分为两路,其中一路干涉光束到达 CMOS 1 (Complementary metal oxide semiconductor) 并获取到白光干涉信号,另一路干涉光束经窄带滤光片后到达 CMOS 2 并获取到准单色光干涉信号。通过压电陶瓷 (PZT) 进行移相,并由两个相机对干涉图进行同步采集。其中准单色光干涉信号用于计算移相间隔,白光干涉信号将结合 NUFFT 算法和移相间隔对非均匀的白光干涉信号进行校正。

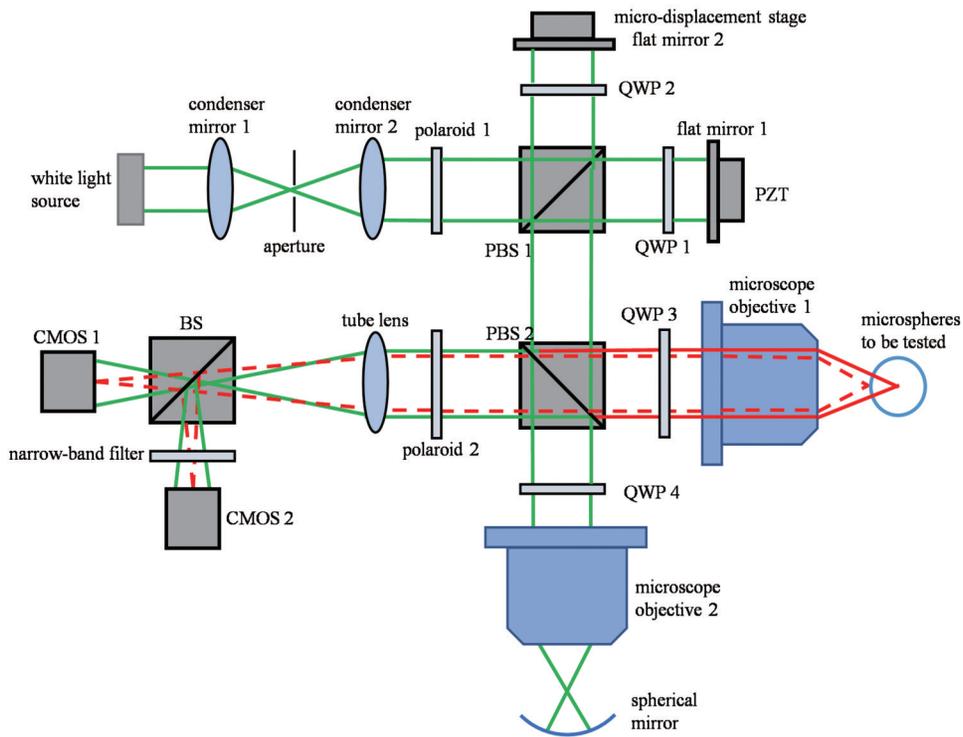


图 1 双通道成像显微干涉测量光路

Fig. 1 Dual-channel imaging micro-interference measurement optical path

所提白光干涉信号的校正算法原理如图 2 所示。首先利用傅里叶变换算法提取准单色光干涉信号的相位信息,通过解包裹将相位信息展开为连续相位,得到干涉图中每个像素位置的非均匀移相间隔,再通过

NUFFT 算法对白光干涉信号和非均匀移相间隔进行处理,得到均匀平滑后的白光干涉信号。最后将得到的均匀白光干涉信号通过移相干涉算法复原出被测物体准确的形貌信息,所提算法具有一定的普适性。

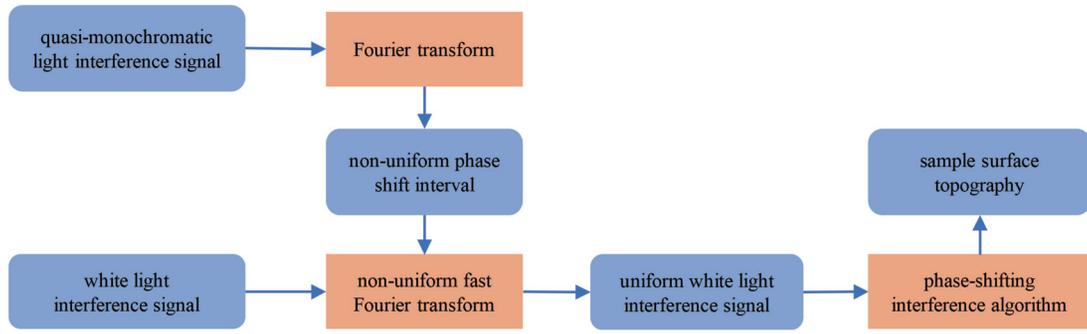


图 2 干涉信号校正算法流程图

Fig. 2 Flow diagram of interference signal correction algorithm

## 2.2 NUFFT 算法

由于环境振动的影响,在实验时上述光路采集到的干涉信号通常为非均匀的干涉信号,计算所得移相间隔同样为非等间隔。然而,移相干涉法通常需要运用等间隔采样的干涉信号才能较好地恢复待测物体形貌信息<sup>[19-27]</sup>。为解决上述问题,以下采用NUFFT算法对非均匀的干涉信号进行校正处理,从而将其校正为均匀的干涉信号。

NUFFT算法是一种对非均匀采样间隔数据进行均匀化处理的方法,在非均匀分布网格的处理上具有非常强的适用性。通常NUFFT算法均有过采样的过程,即首先将非均匀的采样数据进行均匀化网格采样,将其转换为较为均匀的数据,再应用常规快速傅里叶变换(FFT; $f_{\text{FFT}}$ )算法对其进行计算。当运用过采样技术进行插值处理时,往往需要选择在频域和时域上都较为集中的窗函数进行卷积,因此要求窗函数的主瓣宽度窄且衰减快,而高斯窗函数就非常合适<sup>[28-29]</sup>。

### 1) 基于高斯窗函数卷积的NUFFT算法

选取高斯窗函数作为卷积平滑的核函数,其表达式为

$$g_{\tau}(y_j) = \exp\left[-y_j^2/(4\tau)\right], \quad (1)$$

式中: $\tau$ 为陡度参数,可对高斯核函数的幅值下降速度进行控制, $y_j$ 为移相量( $j=0, \dots, N-1$ )。将连续移相得到的原始非均匀干涉光强数据 $I(x)$ 与核函数进行卷积可得卷积后的干涉光强 $I_{\tau}(y)$ ,因此连续信号过采样的过程可表示为

$$I_{\tau}(y) = \int_0^{2\pi} I(x) g_{\tau}(y-x) dx. \quad (2)$$

对于离散干涉信号,其移相次数为 $N$ ,非均匀移相间隔为 $x_j(j=0, \dots, N-1)$ ,过采样率为 $R$ ,可以得到 $M_r = R \times N$ 个均匀网格采样点。由于卷积后的白光干涉光强为采样点 $x_j$ 在 $[0, 2\pi]$ 范围内的积分函数,因此将 $[0, 2\pi]$ 等分得到 $M_r$ 个均匀网格坐标。设均匀网格坐标间距为 $\Delta x$ , $\Delta x = 2\pi/M_r$ ,均匀网格坐标即为 $m\Delta x(m=0, 1, \dots, M_r-1)$ 。将高斯核函数在每个均匀网格坐标上的离散强度值与原始非均匀干涉信号

$I(x_j)$ 进行卷积可得

$$I_{\tau}(m\Delta x) = \sum_{j=0}^{N-1} I(x_j) \exp\left[-(m\Delta x - x_j)^2/(4\tau)\right], m = 0, 1, \dots, M_r - 1, \quad (3)$$

式中: $I_{\tau}(m\Delta x)$ 为经过卷积平滑后所得到的均匀数据。对均匀后的数据进行离散傅里叶变换(DFT)可得到其频谱分布,具体表达式为

$$F_{\tau}(f) = \sum_{m=0}^{M_r-1} I_{\tau}(m\Delta x) \exp(-ifm\Delta x), f = 0, 1, \dots, M_r - 1, \quad (4)$$

式中: $f$ 为频率。上述可采用FFT来提高计算效率。但是式(4)中携带了高斯核函数的信息,因此需要消除其对白光干涉信号的影响。基于卷积特性,只需要将 $F_{\tau}(f)$ 与 $g_{\tau}(y_{\tau})$ 的频谱分布函数直接相除,即可得到校正后的干涉光强数据的频谱分布,具体过程为

$$F(f) = F_{\tau}(f)/G(f), \quad (5)$$

式中: $G(f)$ 为 $g_{\tau}(y_j)$ 的频谱分布。

最后通过傅里叶逆变换得到校正后的白光干涉信号 $I'(x)$ ,具体表达式为

$$I'(x) = f_{\text{FFT}}^{-1}[F(f)]. \quad (6)$$

因此,基于高斯窗函数卷积的NUFFT算法的实现过程主要包括过采样插值处理和离散傅里叶变换两个步骤。然而,在第一步的过采样插值处理过程中,对于均匀网格中的所有坐标点都要将 $N$ 个非均匀移相间隔 $x_j$ 代入核函数中进行乘积累加,再加上实际测量过程中需要对干涉图上每个像素点的干涉信号进行处理,因此过采样部分的运算量仍然很大。针对该问题可对过采样过程进行优化,以提高计算速度。

### 2) 快速高斯网格(FGG)法原理

由上述内容可知,过采样技术的卷积限制了NUFFT算法的计算效率。实际上,对于式(3),无需遍历所有的非均匀移相间隔 $x_j$ ,可通过分解指数项,即只考虑高斯核函数中能量集中的部分干涉光强数据来提高计算速度,这种方法被称为快速高斯网格法<sup>[28,30]</sup>。

高斯核函数的主瓣宽度窄、幅值下降速度快,在卷积时只有窗口范围内的数据会对均匀网格数据的计算

产生影响,因此只需考虑以  $m\Delta x$  为中心、高斯函数窗口内的干涉光强数据。此外,在进行卷积计算时,存在

一些重复运算部分,因此可对高斯核函数指数部分进行分解,以提高运算速度,具体计算表达式为

$$\exp\left[-(m\Delta x - x_j)^2/(4\tau)\right] = \exp\left[-x_j^2/(4\tau)\right] \cdot \exp\left[mx_j\Delta x/(2\tau)\right] \cdot \exp\left[-(m\Delta x)^2/(4\tau)\right], \quad (7)$$

式中:  $\exp\left[-(m\Delta x)^2/(4\tau)\right]$  为常数项,只需一次计算并将结果进行储存,就可以避免重复性的计算过程。

综上所述,运用快速高斯网格对 NUFFT 算法进行加速的具体过程如下:

首先,找到距离非均匀移相间隔  $x_j$  最近的过采样均匀网格点,设为  $\xi_j = m_0\Delta x$ ,  $\xi_j \leq x_j$ , 其中  $m_0$  为对应均匀网格坐标的序号。计算  $x_j$  和  $\xi_j$  的偏移量并将偏移量代替  $x_j$  进行计算。以  $m_0$  为中心,对其附近的  $2p$  个数据进行卷积计算,其中  $p$  为单边窗口的计算个数, $p$  值取决于窗函数的幅值下降速度和计算精度,可根据实

际情况选取合适的值。

其次,分别计算高斯核函数的各指数项,具体计算过程为

$$E_0 = \exp\left[-(x_j - \xi_j)^2/(4\tau)\right], j = 0, 1, \dots, N-1, \quad (8)$$

$$E_1 = \exp\left[(x_j - \xi_j)\Delta x/(2\tau)\right], j = 0, 1, \dots, N-1, \quad (9)$$

$$E_2(m') = \exp\left[-(m'\Delta x)^2/(4\tau)\right], -p < m' < p. \quad (10)$$

对于任意一个非均匀移相间隔  $x_j$ , 计算  $m' = -p+1, -p+2, \dots, p$  时坐标点的光强,具体计算表达式为

$$I_i[(m+m')\Delta x] = \sum_{j=0}^{N-1} I(x_j) \exp\left\{-\left[(m+m')\Delta x - x_j\right]^2/(4\tau)\right\} = \sum_{j=0}^{N-1} I(x_j) E_0 E_1^{m'} E_2(m'), m' = -p+1, -p+2, \dots, p. \quad (11)$$

最后,在遍历所有的  $x_j$  之后,将每个序号  $m$  所对应的过采样均匀网格坐标上的离散强度值进行累加,便可以得到最终所需要的  $I_i(m\Delta x)$ , 此后的步骤和基于高斯窗函数卷积的 NUFFT 算法一致,根据公式(4)~(6)即可得到均匀的白光干涉信号  $I'(x)$ 。

基于快速高斯网格原理的 NUFFT 算法减少了计算成本,在保留相同计算精度的同时提高了计算速度。

### 2.3 移相干涉算法

由上述 NUFFT 算法对白光干涉信号进行校正处理后,得到均匀平滑后的白光干涉信号,再利用移相干涉算法对均匀的白光干涉信号进行计算,最终得到待测物体精确的表面形貌信息<sup>[1,13]</sup>。

由双光束干涉理论可知,白光干涉光强可以表示为

$$I' = A + B \cos(\varphi + \Delta\varphi), \quad (12)$$

式中:  $A$  为背景光强;  $B$  为受扫描位置调制的对比度,呈高斯分布;  $\varphi$  为被测物体的相位信息;  $\Delta\varphi$  为相移变化量。相位信息  $\varphi$  的表达式为

$$\varphi = 4\pi(x_j - h)/\lambda_0, \quad (13)$$

式中:  $\lambda_0$  为白光光源的中心波长;  $h$  为被测物体表面每个像素点的相对高度。

设置扫描步长为  $\lambda_0/8$ , 即移相间隔为  $\pi/2$ , 可计算出相邻七帧白光干涉图像中每个像素点受扫描位置调制的对比度,具体表达式为

$$B = \sqrt{(I_{-1} + I_3 - I_{-3} - I_1)^2 + (2I_0 - I_{-2} - I_2)^2}, \quad (14)$$

式中:  $I_i, i = -3, \dots, 3$  为移相前后相邻的七帧干涉图的光强分布。接着,寻找白光干涉条纹调制对比度最大的位置,并记录下该位置所对应的帧数  $N'$ 。

再求解条纹调制对比度峰值位置与零光程差位置之间的相移变化量  $\Delta\varphi$ , 具体计算过程为

$$\Delta\varphi(x) = \arctan \frac{I_{-1} + I_3 - I_{-3} - I_1}{2I_0 - I_{-2} - I_2}. \quad (15)$$

最后,根据干涉图像中每个像素点的调制对比度峰值位置所对应的帧数  $N'$  以及相移变化量  $\Delta\varphi(N')$ , 即可解算出被测物体表面每个像素点的相对高度,从而恢复出待测物体的形貌信息,具体计算过程为

$$h = N'(\lambda_0/8) + \Delta\varphi(N')\lambda_0/(4\pi). \quad (16)$$

## 3 仿真与分析

为了验证该算法的有效性,将上述光路中的球面参考镜换为平面参考镜并仿真了理想台阶面在振动环境下的实验。设置理想台阶面的高度为 700 nm, 光源的中心波长  $\lambda_0$  为 576 nm, 半峰全宽为 90 nm。扫描步长为 72 nm ( $\lambda_0/8$ ), 主通道生成 150 幅白光干涉图, 同时副通道生成 150 幅准单色光干涉图, 干涉图尺寸为 256 pixel  $\times$  256 pixel。

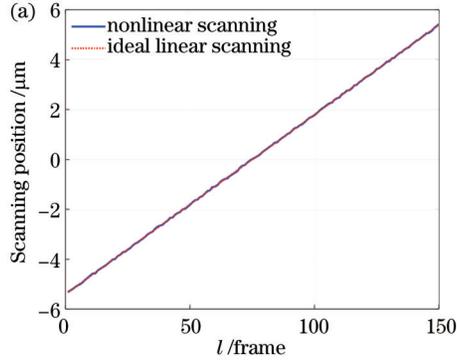
在干涉图中引入的随机振动量, 振幅振动范围为  $[-\lambda_0/16, \lambda_0/16]$ , 干涉图之间的最大振动幅度大约为  $\lambda_0/8$ , 振动频率范围为 0~30 Hz。随机振动的模型: 首先生成均匀移相间隔  $u_j$ , 然后在上述给出的振动幅度

以及频率范围内,通过生成随机数的方式生成与移相间隔长度相同的随机振幅序列  $A_j$  和随机振动频率序列  $P_k, k=0, 1, \dots, N-1$ , 然后计算随机振动的相位  $S_d$ , 具体表达式为

$$S_d(t) = \sum_{k=0}^t \frac{2\pi \times P_k}{\overline{P_k}}, t=0, 1, \dots, N-1, \quad (17)$$

式中:  $t$  为时间索引序列;  $\overline{P_k}$  为随机振动频率序列的平均值。

然后根据随机振幅和随机振动相位生成振动值, 并与均匀移相间隔叠加生成非均匀的移相间隔序列



$x_j$ , 具体表达式为

$$x_j = u_j + A_j \odot \sin S_d, \quad (18)$$

式中:  $\odot$  运算符为两个矩阵中对应位置的元素相乘从而组成新矩阵。

计算第  $l$  幅干涉图的相关数据, 其中  $l=1, 2, \dots, 150$ , 得到干涉图中某一像素点的相关数据曲线, 如图 3 所示。从图 3(a) 可以看出, 带有随机振动的移相间隔偏离了理想线性分布的移相间隔。从图 3(b) 中可以看出, 在振动的条件下白光干涉信号的干涉光强发生了较大的畸变。

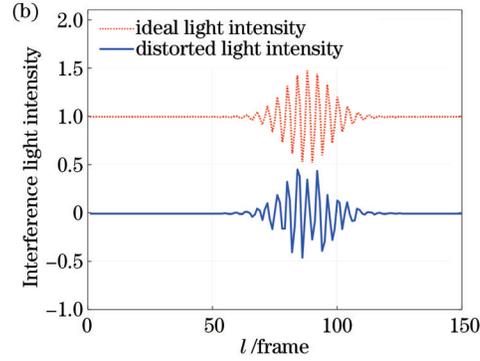


图 3 理想条件与振动条件下干涉数据对比图。(a) 移相间隔; (b) 白光干涉信号的干涉光强

Fig. 3 Comparison of interference data under ideal and vibration conditions. (a) Phase shift interval; (b) interference light intensity of white light interference signal

对准单色光干涉图进行处理, 将得到的非均匀移相间隔由小到大进行排序, 然后对非均匀移相间隔所对应的干涉图也进行相应的排序处理。将采样区间归一化并经过采样过程生成均匀的网格坐标, 利用 NUFFT 算法对排序后的白光干涉信号进行卷积处理, 对卷积后的干涉信号进行傅里叶变换并去除频谱

中高斯核函数的影响, 通过傅里叶逆变换得到均匀的干涉信号。图 4(a)、(b) 分别为校正前后白光干涉光强的曲线图。由图 4(a) 和图 4(b) 对比可知, 原本的白光干涉光强由于受到随机振动的影响, 明显产生了畸变, 而经过算法校正处理后带有畸变的白光光强曲线有了明显的改善, 变得更为均匀。

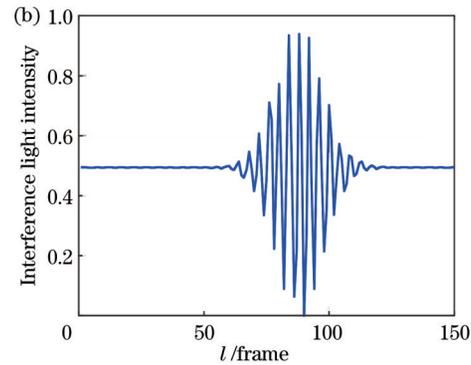
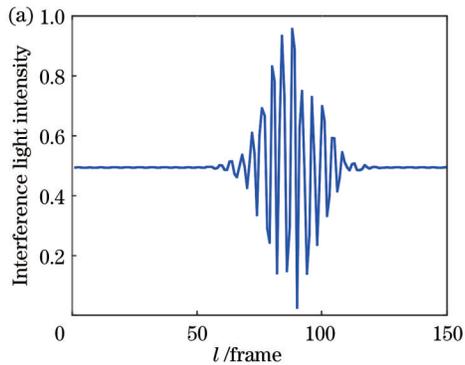


图 4 校正前后白光干涉光强曲线图。(a) 校正前; (b) 校正后

Fig. 4 White light interference light intensity curve before and after correction. (a) Before correction; (b) after correction

如图 5 所示, 通过计算均匀干涉信号的相位及调制度峰值位置得到台阶面的形貌分布图。图 5(a) 为直接使用带有振动的白光干涉图复原的台阶面的形貌分布, 图 5(b) 为利用 NUFFT 算法对干涉信号进行校正处理后复原的台阶面的形貌分布, 图 5(c) 为理想台阶面与校正后复原台阶面的一维轮廓截面对比图, 此

处为了方便观察, 对基本重合的两条轮廓曲线进行了平移, 图 5(d) 为两个一维轮廓截面之间的误差值。

此外, 本仿真对台阶面一维轮廓的平均误差  $E_{ME}$  和均方根  $R_{RMS}$  进行了计算, 具体表达式为

$$E_{ME} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} |Z_i - Z_{mean}|, \quad (19)$$

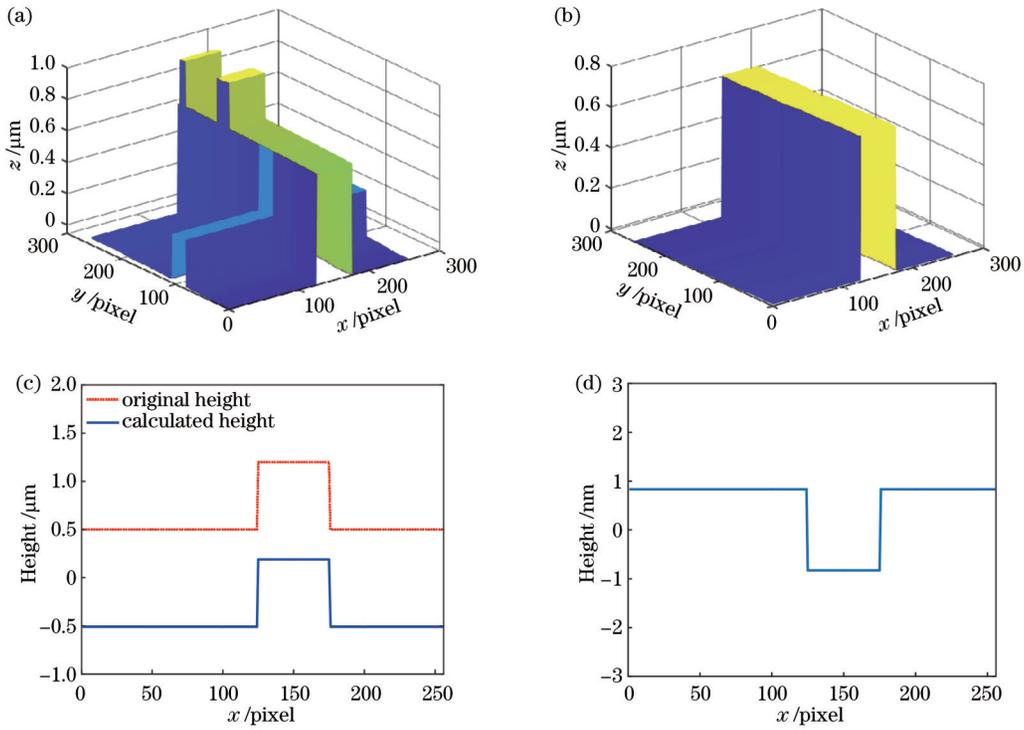


图 5 仿真台阶面的复原结果。(a)带有振动的台阶面复原结果;(b)NUFFT算法校正后台阶面复原结果;(c)台阶面一维轮廓;(d)台阶面一维轮廓的误差

Fig. 5 Simulate results of step surface restoration. (a) Restoration result of step surface with vibration; (b) result of step surface restoration after correction by NUFFT algorithm; (c) one-dimensional contour of step faces; (d) deviation from one-dimensional contour of step face

$$R_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} |Z_i - Z_{mean}|^2}, \quad (20)$$

式中:  $N_0$  为所取轮廓的像素数量, 此处所选轮廓的像素数量为 256;  $Z_i$  为第  $i$  个像素点对应表面形貌的高度;  $Z_{mean}$  为复原台阶的平均高度。计算得到复原台阶面一维轮廓的  $E_{ME}$  和  $R_{RMS}$  分别为  $4.01 \times 10^{-3} \mu\text{m}$  和  $4.21 \times$

$10^{-3} \mu\text{m}$ , 复原出的台阶面的平均高度为  $0.696 \mu\text{m}$ , 与理想台阶面高度之间的相对误差仅为  $0.57\%$ 。

为进一步验证系统所能测量的振动范围, 其余条件均保持不变, 将上述随机振动范围改为  $[-\lambda_0/8, \lambda_0/8]$ , 干涉图之间的最大振幅约为  $\lambda_0/4$ , 再次进行仿真, 仿真结果如图 6 所示。

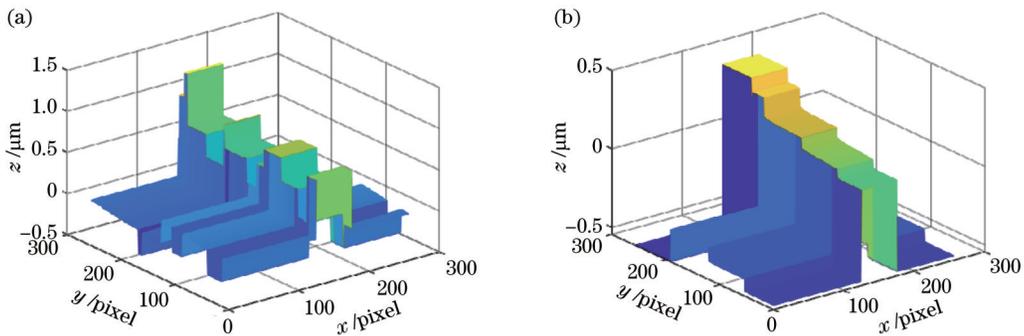


图 6 仿真台阶面的复原结果。(a)带有振动的台阶面复原结果;(b)NUFFT算法校正后台阶面复原结果

Fig. 6 Simulate results of step surface restoration. (a) Restoration result of step surface with vibration; (b) result of step surface restoration after correction by NUFFT algorithm

图 6 为更改振动范围之后仿真得到的台阶面复原结果。图 6(a) 为直接使用带有振动的白光干涉图得到的台阶面复原结果, 图 6(b) 为使用 NUFFT 算法校正后得到的台阶面复原结果。与最大振幅设置为  $\lambda_0/8$

得到的结果相比, 将随机振动的最大振幅改为  $\lambda_0/4$  后, 台阶面复原结果无法得到有效校正。综上所述, 所提算法在随机振动最大振幅不超过  $\lambda_0/8$ 、振动频率范围为  $0 \sim 30 \text{ Hz}$  的条件下具有良好的抗振动性能, 且计

算结果精度较高。

## 4 实验与分析

为了验证所提算法在实际的测量过程中的性能,进行了对比实验,将球面镜换为平面镜,并在振动条件下测量标称值为 139 nm 的台阶板,振动为实验环境中的随机振动。实验中采用的相机分辨率为 2048 pixel $\times$ 2048 pixel、帧率为 50 frame/s,该相机帧率满足采集要求且不会对测量产生影响。白光

光源的中心波长为 545 nm,宽光谱半峰全宽为 110 nm。副通道采用窄带滤光片,其中心波长为 545 nm,光谱半峰全宽为 10 nm,系统参考光路和测试光路均采用放大倍率为 20、数值孔径为 0.4 的显微物镜。PZT 推动参考镜进行移相,然后采集干涉图像,设置扫描步长为 68.1 nm( $\lambda_0/8$ ),共扫描 600 次,扫描范围为 40.86  $\mu\text{m}$ 。为提高计算速度,此处仅选取台阶面附近的部分区域进行计算,结果如图 7 所示。

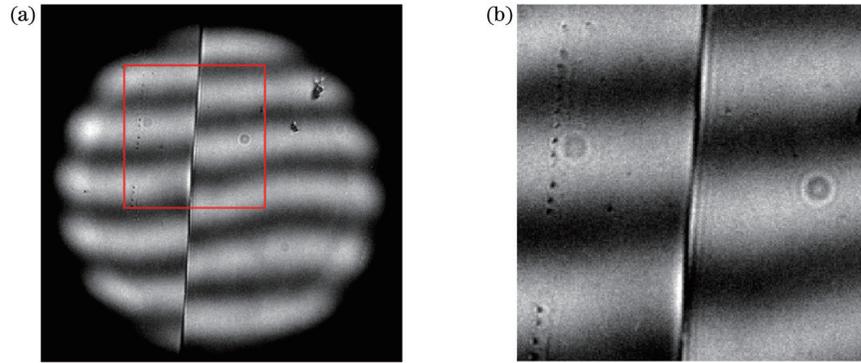


图 7 白光干涉图。(a)完整白光干涉图;(b)台阶面附近区域的白光干涉图

Fig. 7 White light interferogram. (a) Complete white light interferogram; (b) white light interferogram of area near step face

为提高计算速度,选取采集到的 600 幅干涉图中包络峰值位置附近的 80 幅干涉图进行计算,使用处理器为 intel i7 的计算机,版本为 MATLAB R2021b 的编译器,得到最终结果所需计算时间约为 16 s。对准单色光干涉图进行处理,获取移相间隔,所得结果如图 8

所示。图 8(a)为实际移相间隔和理想移相间隔曲线,由于受到环境振动影响,实际移相间隔与理想的移相间隔之间有着明显的偏差。图 8(b)为实际移相间隔与理想的移相间隔之间的偏差曲线,其中扫描偏差的最大值为 26.7 nm。

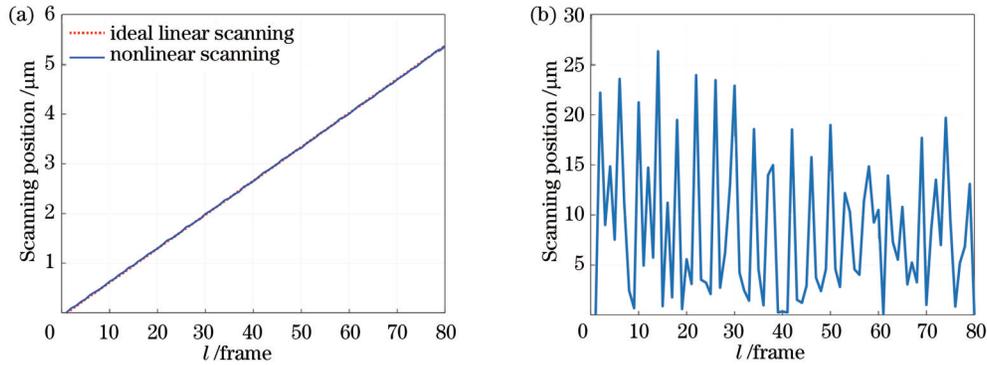


图 8 准单色光干涉图处理结果。(a)移相间隔;(b)移相间隔偏差

Fig. 8 Quasi-monochromatic light interferogram processing results. (a) Phase shift interval; (b) phase shift interval deviation

利用 NUFFT 算法对白光干涉信号进行校正处理,校正前后白光干涉光强曲线如图 9 所示。图 9(a)为校正前的白光干涉光强曲线,可以看出白光干涉信号产生了一定量的畸变,图 9(b)为校正后的白光干涉光强曲线,与校正前的白光干涉光强曲线相比,校正后得到的结果更加均匀。

为了进一步对测量结果进行验证,本实验采用 Veeco 干涉测量仪测量结果作为对比,在实验中将 Veeco 干涉测量仪置于隔振平台,且采用与所提实验

中相同倍率的显微物镜。利用 NUFFT 算法对计算所得到的实际移相间隔和白光干涉信号进行校正处理,并根据处理结果复原台阶面的形貌。解算结果如图 10 所示,图 10(a)为 Veeco 干涉测量仪的测量结果。图 10(b)为校正前台阶面的形貌分布信息。图 10(c)为利用 NUFFT 算法校正后得到的台阶面形貌分布信息。图 10(d)为 Veeco 干涉测量仪得到测量得到的台阶面一维轮廓。图 10(e)为利用 NUFFT 算法校正后得到的台阶面一维轮廓。此外,本研究对整个台阶面

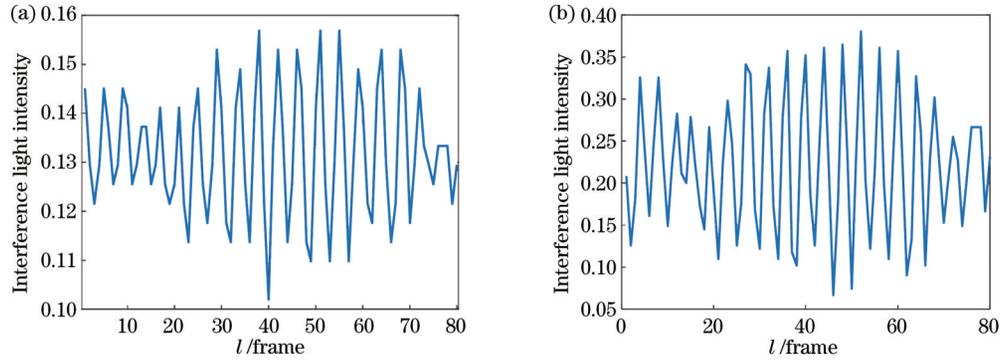


图 9 校正前后白光干涉光强曲线。(a)校正前;(b)校正后

Fig. 9 White light interference light intensity curve before and after correction. (a) Before correction; (b) after correction

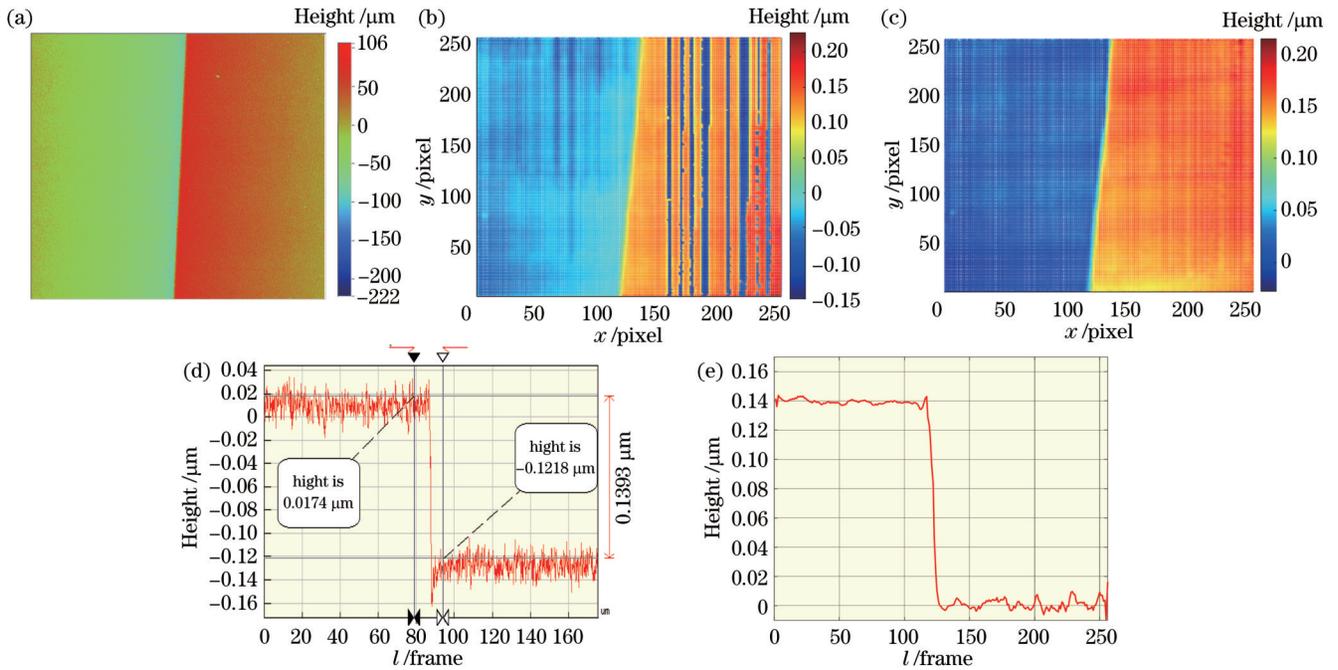


图 10 参考结果以及 NUFFT 算法校正结果。(a)Veeco 干涉测量仪测量结果;(b)校正前解算出的台阶形貌;(c)NUFFT 算法校正后解算出的台阶形貌;(d)Veeco 干涉测量仪得到的台阶面一维轮廓;(e)NUFFT 算法校正后得到的台阶面一维轮廓

Fig. 10 Reference results and NUFFT algorithm correction results. (a) Measurement result of Veeco interferometer; (b) step morphology calculated before correction; (c) step morphology calculated by NUFFT algorithm after correction; (d) one-dimensional contour of step surface obtained by Veeco interferometer; (e) one-dimensional contour of step surface obtained after NUFFT algorithm correction

的平均高度、Rt 值 ( $R_{Rt}$ )、Sq 值 ( $S_{Sq}$ ) 以及平均高度误差进行了计算。Rt 为台阶面最高点及最低点的差值, Sq 为台阶面高度值的均方根偏差, 计算公式为

$$S_{Sq} = \sqrt{\frac{1}{M} \iint_M Z^2(x, y) dx dy}, \quad (21)$$

式中:  $Z(x, y)$  为上表面  $(x, y)$  点的高度值;  $M$  为总像素点数。具体计算结果如表 1 所示。

从上述测量结果可以看出, 在振动环境下, 若使用校正前的白光干涉图直接复原, 则台阶面形貌产生了较大的畸变, 不能精确复原待测物体的形貌信息。利用 NUFFT 算法对白光干涉信号进行校正后, 可以较好地复原台阶面的形貌分布信息, 测得平均高度为

表 1 校正前后台阶面的测量结果

Table 1 Measurement results of front and rear step surfaces before and after correction

Whether to correct	Average			Height
	height / $\mu\text{m}$	$R_{Rt} / \mu\text{m}$	$S_{Sq} / \mu\text{m}$	deviation / %
Veeco reference	0.1393	0.2544	0.0358	0.21
After correction	0.1419	0.2420	0.0381	2.08
Before correction	0.1546	0.3803	0.1049	11.22

0.1419  $\mu\text{m}$ , 与台阶板标称值 0.1393  $\mu\text{m}$  之间的相对误差为 2.08%, 且复原的台阶面面形与 Veeco 干涉测量仪所测量的参考面形较为接近。校正后的台阶面  $R_{Rt}$

为 0.2420  $\mu\text{m}$ ,  $S_{\text{sq}}$  为 0.0381  $\mu\text{m}$ , 与校正前的 0.3803  $\mu\text{m}$  和 0.1049  $\mu\text{m}$  相比, 数据有了明显的提高且与 VEECO 参考值较为接近。该结果表明所提方法测量得到的台阶面形与实际测得面形具有较好的一致性, 测量精度较高。

为了验证该算法在实际测量中的重复性, 在随机振动环境下对台阶面相同区域进行 10 次重复测试, 并计算校正后台阶面的 Rt 和 Sq 值, 结果如表 2 所示。

表 2 校正后台阶面重复性实验的测量结果

Table 2 Measurement results of repeatability experiment on post-correction step surface

No.	Average height / $\mu\text{m}$	$R_{\text{rt}}$ / $\mu\text{m}$	$S_{\text{sq}}$ / $\mu\text{m}$
1	0.1419	0.2420	0.0381
2	0.1408	0.2400	0.0378
3	0.1403	0.2391	0.0377
4	0.1428	0.2434	0.0385
5	0.1422	0.2425	0.0382
6	0.1399	0.2385	0.0376
7	0.1416	0.2414	0.0380
8	0.1411	0.2407	0.0379
9	0.1401	0.2389	0.0377
10	0.1396	0.2380	0.0375

器件的形貌结构参数的重复性一般采用参数的均方根偏差进行评价, 均方根偏差的定义为

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} |V_i - V_{\text{mean}}|^2}, \quad (22)$$

式中:  $V_i$  为第  $i$  组参数的值;  $V_{\text{mean}}$  为所测参数的平均值;  $N_m$  为所测数据组数。计算得出 10 组数据中台阶面平均高度的均方根偏差为 1.02 nm, Rt 值的均方根偏差为 1.75 nm, Sq 值的均方根偏差为 0.29 nm, 该结果满足一般的高精度测量要求, 由此表明所提算法的重复性精度较好。

## 5 结 论

研究了一种基于 NUFFT 算法的白光干涉抗振动测量方法, 旨在解决振动环境下白光干涉的测量问题。采用双通道光路系统, 利用副通道相机所采集的准单色光干涉图计算实际移相间隔, 根据得到的移相间隔对主通道相机所采集的白光干涉图进行校正处理。仿真以及实验测量的结果表明, NUFFT 算法能够精确校正非均匀的白光干涉信号, 并由校正后的均匀白光干涉信号恢复出待测物体的形貌信息。研究结果表明, 该研究方法在随机振动最大振幅不超过  $\lambda_0/8$  且振动频率范围为 0~30 Hz 的环境下仍可以有效复原出被测物体的表面形貌。

## 参 考 文 献

[1] 尹智瑶, 郭仁慧, 杨鑫, 等. 基于白光干涉的 ICF 靶丸表面缺

陷测量方法[J]. 光学学报, 2022, 42(10): 1012004.

Yin Z Y, Guo R H, Yang X, et al. Measurement method for surface defects on ICF capsules based on white light interferometry[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(10): 1012004.

- [2] 高莎莎, 吴小军, 何智兵, 等. 激光惯性约束聚变靶制备技术研究进展[J]. 强激光与粒子束, 2020, 32(3): 032001.  
Gao S S, Wu X J, He Z B, et al. Research progress of fabrication techniques for laser inertial confinement fusion target [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2020, 32(3): 032001.
- [3] Wang L X, Zhao W Q, Qiu L R, et al. Laser differential confocal measurement of the outer surface profile of a laser inertial confinement fusion capsule[J]. Measurement, 2019, 135: 333-340.
- [4] Wang L X, Qiu L R, Zhao W Q, et al. Laser differential confocal inner-surface profile measurement method for an ICF capsule[J]. Optics Express, 2017, 25(23): 28510-28523.
- [5] 王润昊, 孙影茹, 甘茵露, 等. 空间外差连续光的非均匀误差校正[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(19): 1930002.  
Wang R H, Sun Y R, Gan Y L, et al. Nonuniformity distortion correction of spatial heterodyne continuous light[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(19): 1930002.
- [6] 张超, 袁群, 张佳乐, 等. 白光显微干涉三维形貌测量中的移相误差校正方法[J]. 红外与激光工程, 2022, 51(7): 20220050.  
Zhang C, Yuan Q, Zhang J L, et al. Calibration method of the phase-shifting error for the topography measurement utilizing white light interferometric microscopy[J]. Infrared and Laser Engineering, 2022, 51(7): 20220050.
- [7] 王素琴, 陈太钦, 张峰, 等. 面向复杂机械零件形貌测量的高精度三维重建方法[J]. 红外与激光工程, 2022, 51(7): 20210730.  
Wang S Q, Chen T Q, Zhang F, et al. High-precision 3D reconstruction method for topography measurement of complex mechanical parts[J]. Infrared and Laser Engineering, 2022, 51(7): 20210730.
- [8] 张力伟, 陈浩博, 孙文卿, 等. 移相干涉测量中的抗振技术综述[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(19): 1900005.  
Zhang L W, Chen H B, Sun W Q, et al. Review of anti-vibration technology in phase-shifting interferometry[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(19): 1900005.
- [9] 罗松杰, 陈子阳, 丁攀峰, 等. 基于波数域相位补偿的白光干涉测量[J]. 中国激光, 2022, 49(11): 1104002.  
Luo S J, Chen Z Y, Ding P F, et al. White-light interferometry based on phase compensation in wavenumber domain[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(11): 1104002.
- [10] 苏榕, 刘嘉宇, 乔潇悦, 等. 用于表面形貌测量的扫描白光干涉技术进展[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(3): 0312005.  
Su R, Liu J Y, Qiao X Y, et al. Advances in scanning white light interferometry for surface topography measurement[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(3): 0312005.
- [11] Zhu Y L, Li Z R, Lu X, et al. White light interferometry with spectral-temporal demodulation for large-range thickness measurement[J]. Chinese Optics Letters, 2022, 20(9): 091201.
- [12] Tereschenko S, Lehmann P, Zellmer L, et al. Passive vibration compensation in scanning white-light interferometry[J]. Applied Optics, 2016, 55(23): 6172-6182.
- [13] Cui K H, Liu Q, Huang X J, et al. Scanning error detection and compensation algorithm for white-light interferometry[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2022, 148: 106768.
- [14] Olszak A G, Schmit J. High-stability white-light interferometry with reference signal for real-time correction of scanning errors [J]. Optical Engineering, 2003, 42(1): 54-59.
- [15] Schmit J, Olszak A. High-precision shape measurement by white-light interferometry with real-time scanner error correction[J]. Applied Optics, 2002, 41(28): 5943-5950.
- [16] Kiyono S, Gao W, Zhang S Z, et al. Self-calibration of a scanning white light interference microscope[J]. Optical Engineering, 2000, 39(10): 2720-2725.

- [17] Chim S S, Kino G S. Three-dimensional image realization in interference microscopy[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(14): 2550-2553.
- [18] Chen D, Schmit J, Novak M. Real-time scanner error correction in white light interferometry[J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9276: 92760I.
- [19] 毕书贤, 段明亮, 宗毅, 等. 高精度动态白光干涉测量方法[J]. *光学学报*, 2022, 42(5): 0512002.  
Bi S X, Duan M L, Zong Y, et al. High-precision dynamic white-light interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(5): 0512002.
- [20] de Groot P, Deck L. Surface profiling by analysis of white-light interferograms in the spatial frequency domain[J]. *Journal of Modern Optics*, 1995, 42(2): 389-401.
- [21] Sandoz P. An algorithm for profilometry by white-light phase-shifting interferometry[J]. *Journal of Modern Optics*, 1996, 43(8): 1545-1554.
- [22] Larkin K G. Efficient nonlinear algorithm for envelope detection in white light interferometry[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1996, 13(4): 832-843.
- [23] Sandoz P, Devillers R, Plata A. Unambiguous profilometry by fringe-order identification in white-light phase-shifting interferometry[J]. *Journal of Modern Optics*, 1997, 44(3): 519-534.
- [24] Ai C, Novak E L. Centroid approach for estimating modulation peak in broad-bandwidth interferometry: US5633715[P]. 1997-05-27.
- [25] Harasaki A, Schmit J, Wyant J C. Improved vertical-scanning interferometry[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(13): 2107-2115.
- [26] Shen M H, Hwang C H, Wang W C. Using higher steps phase-shifting algorithms and linear least-squares fitting in white-light scanning interferometry[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 66: 165-173.
- [27] Caber P J. Interferometric profiler for rough surfaces[J]. *Applied Optics*, 1993, 32(19): 3438-3441.
- [28] 廖之山. 基于非均匀傅里叶变换的平行平板光学均匀性的干涉测量技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2020.  
Liao Z S. Research on interferometry technique of optical uniformity of parallel flat plate based on non-uniform Fourier transform[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2020.
- [29] 罗颯, 徐晓敏, 杨彬. 基于不同卷积函数 NuFFT 算法的误差对比[J]. *电子信息对抗技术*, 2020, 35(5): 42-45, 53.  
Luo K, Xu X M, Yang B. Error comparison of NuFFT algorithm with different convolution functions[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2020, 35(5): 42-45, 53.
- [30] Greengard L, Lee J Y. Accelerating the nonuniform fast Fourier transform[J]. *SIAM Review*, 2004, 46(3): 443-454.

## Anti-Vibration White Light Interferometry Based on Non-Uniform Fast Fourier Transform

Xue Liang, Guo Renhui\*, Liu Yang, Qian Yu, Jiang Jinwei, Li Jianxin

*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China*

### Abstract

**Objective** Laser inertial confinement nuclear fusion is significant for explosion simulation, astrophysics, and other research. Meanwhile, the target pellet as a fuel container in fusion requires extremely high precision in surface morphology, and since any small morphological defect on its surface may cause asymmetric compression and experimental failure, the measurement of target surface morphology is essential. However, during the actual measurement of the surface morphology of the target pellet, the measurement results are susceptible to vibration, such as ambient light changes and optical platform vibration, which will introduce random errors to cause inaccurate measurement results. Therefore, it is of practical significance to correct the random errors during the measurement and improve the vibration resistance of the target shot. The non-uniform fast Fourier transform (NUFFT) algorithm can correct non-uniform interference signals, which is characterized by high accuracy and low hardware cost. Thus, based on the NUFFT algorithm, we propose an anti-vibration white light interferometry method. Specifically, the white light interferometry optical path adopts dual imaging channels and the main channel collects the white light interferogram. The secondary channel collects the quasi-monochromatic optical interferogram, calculates the phase shift interval of the vibration according to the quasi-monochromatic light interferogram, and corrects the white light interference signals collected in the vibration environment according to the obtained phase-shifting interval combined with the NUFFT algorithm to obtain a more accurate white light interference signal. According to the corrected white light interference signal combined with the seven-step phase-shifting method, the three-dimensional topography information of the object to be measured is restored. Additionally, the algorithm can be adopted for correcting non-uniform interference signals with random phase shift interval in random vibration conditions.

**Methods** First, the Fourier transform algorithm is employed to extract the phase information of the quasi-monochromatic light interference signal, and the phase information is expanded into continuous phases by unwrapping to obtain the non-uniform phase-shifting interval of each pixel position in the interferogram. Meanwhile, the non-uniform phase-shifting

interval is sorted from small to large, and then the interferogram corresponding to the non-uniform phase-shifting interval is also sorted accordingly. The sampling interval is normalized and oversampled into uniform grid coordinates, and the NUFFT algorithm is utilized to convolute the sorted white light interference signal according to the phase-shifting interval after sorting. The convoluted interference signal is transformed by the Fourier transform, the influence of the Gaussian kernel function in the spectrum is removed, and the uniform interference signal is obtained by the inverse Fourier transform. Finally, the topographic distribution of the step surface is acquired by calculating the phase of the uniform interference signal and the peak position of the modulation system.

**Results and Discussions** Figure 7 shows that in the vibration environment, the step surface morphology directly restored by the white light interferogram before correction has a large distortion, and its morphology information cannot be restored correctly. The average height measured in Table 1 is  $0.1419\ \mu\text{m}$ , the relative error between the nominal value of  $0.139\ \mu\text{m}$  and the step plate is  $2.13\%$ , and the restored step surface shape is close to the reference surface shape measured by the Veeco interferometer. In Table 1, the corrected peak-to-veally (PV) and root-mean-square (RMS) values of the corrected step surface are  $0.2011\ \mu\text{m}$ , which are significantly higher than those of  $0.3417\ \mu\text{m}$  and  $0.0735\ \mu\text{m}$  before correction, and are close to the Veeco reference value. The results show that the surface shape of the step measured by this method is in good agreement with the actual measured surface shape, with high measurement accuracy.

**Conclusions** A white light interferometry anti-vibration measurement method based on a non-uniform fast Fourier transform algorithm is studied to solve the problem of white light interferometry in a vibrating environment. We employ a dual-channel optical path system to calculate the actual phase-shifting interval by adopting the quasi-monochromatic optical interferogram collected by the secondary channel camera and correcting the white light interferogram collected by the main channel camera according to the obtained phase-shifting interferogram. The simulation and experimental measurement results show that the NUFFT algorithm can accurately correct the non-uniform white light interference signal, and the morphological information of the object to be measured can be well recovered from the corrected uniform white light interference signal. The results show that our method can restore the surface morphology of the measured object in the vibration environment.

**Key words** measurement; topography measurement; white light interferometry; vibration-resistant; non-uniform fast Fourier transform