

低空间频率干涉条纹的载频计算方法

张喆¹, 郑东晖^{1*}, 陈磊¹, 李金鹏²¹南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;²中科院南京耐尔思光电仪器有限公司, 江苏 南京 211300

摘要 提出了一种可用于低空间频率干涉条纹的载频计算方法。该方法构建了载频干涉条纹的近似模型,实现了载频参数的线性迭代求解方法。仿真表明,该方法适用于多种情况,即使干涉图背景分布不均,也可准确计算载频,误差最大优于 0.01λ ,最小可达 0.002λ , λ 为 632.8 nm 。将所提方法求得的载频参数用于移相干涉中,相位均方根误差可达 0.0002λ 。实验中,所提方法与移相法相比,载频误差小于 0.007λ ,将求得的载频用于移相干涉时,相位无明显纹波。为低空间频率的干涉条纹提供了一种新的载频计算方法,可广泛用于干涉测量领域的各个方面。

关键词 测量; 干涉测量; 载频计算; 相位提取; 迭代法

中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231718

1 引言

在干涉测量中,干涉条纹的载频求解具有十分重要的意义。干涉条纹的载频,即相位分布中的倾斜系数与常数项,它可用于干涉仪中移相器件的标定,也可用于移相干涉图中的相位提取^[1-11]。另外,在干涉仪的回程误差校正^[12]中,甚至在进行两平面的绝对检验^[13]时,干涉条纹的载频参数也会被使用。可见,干涉条纹的载频参数可用于干涉测量领域的方方面面。目前,干涉条纹的载频参数求解可分为两类,一类是绝对参数求解方法,如图像处理法、傅里叶变换法^[14]等,此类方法仅使用单帧干涉图来计算载频的绝对值。但此类方法存在诸多局限:图像处理法的计算精度不高,且易出现奇异解;而傅里叶变换法仅适用于高载频的情况,针对低空间频率干涉条纹,其频谱会与零频耦合,难以分离,求解误差大。针对单帧方法所存在的局限性,开展了移相方法的研究,这是一类相对参数的求解方法。其本质是随机倾斜移相算法,主要用于相位的求解,但也可求得干涉图间的移相,即载频参数的相对值。

首先,Chen等^[15]对干涉图作一阶泰勒展开,并利用最小二乘迭代,实现小幅值的倾斜移相误差补偿。而Xu等^[16]在AIA(Advanced iterative algorithm)算法的基础上进行改进,将干涉图分块并计算其移相量,构建平面拟合,从而实现倾斜移相量的计算。该方法在

干涉图背景与对比度均匀时误差较小,但当两者分布不均时,会对倾斜系数的计算产生耦合作用^[17]。2009年,美国Zygo公司的Deck^[18]提出了一种MPSI(Model-based phase shifting interferometry)经典方法,至今仍被用于该公司的商用化产品。该方法基于多参数的物理模型,在小幅值倾斜移相下作出了近似,由此将背景和调制度作为与时间无关的量来补偿倾斜移相,实现相位提取。2013年,Li等^[19]基于霍夫变换探测直线的思想^[20]求解倾斜移相参数,实现随机倾斜移相的相位求解。2021年,Duan等^[21]提出了一种迭代方法,该方法构建了一个关于干涉图倾斜参数的线性方程组,用于求解移相,并利用最小二乘拟合相位分布,再将其迭代至移相的求解中。该方法精度高,但计算耗时长,是一种通过牺牲时间来换取精度的方法。2022年,Hu等^[22]针对空间同步移相中干涉图对比度时间变化的问题,提出了一种迭代方法来实现相位提取,该方法对迭代的初始值要求较高,否则容易出现不收敛的现象。

综上,现有的干涉条纹载频计算仍主要采用随机移相算法,而该方法仍存在诸多局限,如无法应对干涉图背景分布不均的情况、仅适用于小幅值的载频变化、运行效率低等。因此,本文提出了一种干涉条纹载频参数的计算方法,该方法是一种基于单帧干涉图的绝对参数求解方法,本质上解决了随机移相算法中仅适用于小幅值载频变化的问题,同时,该方法收敛迅速,

收稿日期: 2023-10-31; 修回日期: 2023-11-20; 录用日期: 2023-11-30; 网络首发日期: 2023-12-12

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(30923010934)、江苏省重点研发计划(BE2022072)、国家自然科学基金(62005122)、江苏省自然科学基金(BK20200458)

通信作者: *zdonghui@njust.edu.cn

运行效率高,适用于低空间频率的干涉条纹,且在干涉图的背景分布不均时仍可精确计算。

2 原理

空间载频干涉条纹的光强可表示为

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + f_x \cdot x + f_y \cdot y + f_z], \quad (1)$$

式中: a 与 b 分别为干涉图的背景与调制度; φ 为相位分布; f_x 与 f_y 分别为 x 与 y 方向的空间频率; f_z 为 z 方向的平移量, 为常数项; (x, y) 为干涉条纹的位置坐标。

对于空间载频干涉图而言, f_x 、 f_y 、 f_z 均为载频参数。 x 方向与 y 方向的空间频率 f_x 与 f_y 被关注更多, 但某些情况下, f_z 也是一个重要参数。对于式(1)所描述的干涉图, 不妨考虑 $\varphi \ll f_x$ 和 $\varphi \ll f_y$ 的情况, 如此可以得到

$$I(x, y) \approx a(x, y) + b(x, y) \cos[f_x \cdot x + f_y \cdot y + f_z]. \quad (2)$$

式(2)所描述的近似是十分常见的, 表现为“直条纹”的情况。对于低空间频率的干涉条纹, 其 ± 1 级频谱与零频重叠, 基于傅里叶变换求解 f_x 与 f_y 的精度降低, 将傅里叶变换求得的 f_x 与 f_y 作为初始值, 用 f_{x0} 与 f_{y0} 表示。改写式(2), 可得

$$\begin{cases} I(x, y) = A_z(x, y) + B_z(x, y) \cos(f_x \cdot x + f_y \cdot y) + C_z(x, y) \sin(f_x \cdot x + f_y \cdot y) \\ A_z(x, y) = a(x, y) \\ B_z(x, y) = b(x, y) \cos f_z \\ C_z = -b(x, y) \sin f_z \end{cases} \quad (3)$$

假设干涉图的背景与调制度在二维空间分布均匀, 即

$$\begin{cases} A_z(x, y) = a(x, y) = a_0 \\ B_z(x, y) = b(x, y) \cos f_z = b_0 \cos f_z \\ C_z(x, y) = -b(x, y) \sin f_z = -b_0 \sin f_z \end{cases} \quad (4)$$

如此, 式(3)中描述的参数 A_z 、 B_z 、 C_z 对任意 (x, y) 均为常数, 根据初始值 f_{x0} 与 f_{y0} , 可构建如下优化

$$\min \sum [A_z + B_z \cos(f_{x0} \cdot x + f_{y0} \cdot y) + C_z \sin(f_{x0} \cdot x + f_{y0} \cdot y) - I(x, y)]^2, \quad (5)$$

可求得

$$\begin{cases} [A_z \quad B_z \quad C_z]^T = P^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{ij} & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{ij} \cos \alpha & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{ij} \sin \alpha \end{bmatrix}^T \\ P = \begin{bmatrix} M \cdot N & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \cos \alpha & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sin \alpha \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \cos \alpha & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \cos^2 \alpha & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sin \alpha \cos \alpha \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sin \alpha & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sin \alpha \cos \alpha & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (6)$$

式中: $\alpha = mi + nj$, 其中 m 为载频参数 f_y , n 为载频参数 f_x 。 M 和 N 分别是干涉图的行数和列数; I_{ij} 是干涉图中第 i 行、 j 列的光强。

求得参数 A_z 、 B_z 、 C_z 后, 常数项 f_z 可表示为

$$f_z = \arctan(-C_z/B_z), \quad (7)$$

得到常数项 f_z 后, 改写式(2), 得到

$$\begin{cases} I(x, y) = A_x(x, y) + B_x(x, y) \cos(f_y \cdot y) + C_x(x, y) \sin(f_y \cdot y) \\ A_x(x, y) = a(x, y) \\ B_x(x, y) = b(x, y) \cos(f_x \cdot x + f_z) \\ C_x(x, y) = -b(x, y) \sin(f_x \cdot x + f_z) \end{cases} \quad (8)$$

假设干涉图的背景与调制度沿 y 轴方向分布均匀, 换言之, 干涉图的背景与调制度在某一列是常数, 即

$$\begin{cases} A_x(x_0, y) = a(x_0, y) = a_0 \\ B_x(x_0, y) = b(x_0, y) \cos(f_x \cdot x_0 + f_z) = b_0 \cos(f_x \cdot x_0 + f_z) \\ C_x(x_0, y) = -b(x_0, y) \sin(f_x \cdot x_0 + f_z) = -b_0 \sin(f_x \cdot x_0 + f_z) \end{cases} \quad (9)$$

如此,式(8)中描述的参数 A_x 、 B_x 、 C_x 在 $x=x_0$ 时对任意 y 均为常数,根据初始值 f_{y_0} 与求得的 f_z ,可构建优化,并解得

$$\begin{bmatrix} M & \sum_{i=1}^M \cos(ni) & \sum_{i=1}^M \sin(ni) \\ \sum_{i=1}^M \cos(ni) & \sum_{i=1}^M \cos^2(ni) & \sum_{i=1}^M \sin(ni) \cos(ni) \\ \sum_{i=1}^M \sin(ni) & \sum_{i=1}^M \sin(ni) \cos(ni) & \sum_{i=1}^M \sin^2(ni) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ B_x \\ C_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M I_{ij} \\ \sum_{i=1}^M I_{ij} \cos(ni) \\ \sum_{i=1}^M I_{ij} \sin(ni) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

求得参数 A_x 、 B_x 、 C_x 后, x 方向载频 f_x 可表示为

$$f_x \cdot x_0 + f_z = \arctan(-C_x/B_x), \quad (11)$$

y 方向载频 f_y 的求解与 x 方向类似,改写式(2),可得

$$\begin{cases} I(x, y) = A_y(x, y) + B_y(x, y) \cos(f_x \cdot x) + C_y(x, y) \sin(f_x \cdot x) \\ A_y(x, y) = a(x, y) \\ B_y(x, y) = b(x, y) \cos(f_y \cdot y + f_z) \\ C_y(x, y) = -b(x, y) \sin(f_y \cdot y + f_z) \end{cases} \quad (12)$$

假设干涉图的背景与调制度沿 x 轴方向分布均匀,换言之,干涉图的背景与调制度在某一行是常数,即

$$\begin{cases} A_y(x, y_0) = a(x, y_0) = a_0 \\ B_y(x, y_0) = b(x, y_0) \cos(f_y \cdot y_0 + f_z) = b_0 \cos(f_y \cdot y_0 + f_z) \\ C_y(x, y_0) = -b(x, y_0) \sin(f_y \cdot y_0 + f_z) = -b_0 \sin(f_y \cdot y_0 + f_z) \end{cases} \quad (13)$$

如此,式(12)中描述的参数 A_y 、 B_y 、 C_y 在 $y=y_0$ 时对任意 x 均为常数,根据求得的 f_x 与 f_z ,可构建类似的优化,并解得

$$\begin{bmatrix} N & \sum_{j=1}^N \cos(mj) & \sum_{j=1}^N \sin(mj) \\ \sum_{j=1}^N \cos(mj) & \sum_{j=1}^N \cos^2(mj) & \sum_{j=1}^N \sin(mj) \cos(mj) \\ \sum_{j=1}^N \sin(mj) & \sum_{j=1}^N \sin(mj) \cos(mj) & \sum_{j=1}^N \sin^2(mj) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_y \\ B_y \\ C_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N I_{ij} \\ \sum_{j=1}^N I_{ij} \cos(mj) \\ \sum_{j=1}^N I_{ij} \sin(mj) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

求得参数 A_y 、 B_y 、 C_y 后, y 方向载频 f_y 可表示为

$$f_y \cdot y_0 + f_z = \arctan(-C_y/B_y). \quad (15)$$

综上,对于任意空间频率的干涉条纹,载频参数 f_x 、 f_y 与 f_z 中若已知任意两项,那么可以通过上述优化求得第三个参数。因此,根据现有的一些方法(如傅里叶变换方法)估计载频参数中的任意两项,即可代入上述的优化中,求得剩余的载频参数,后续可反复迭代以提高精度。

3 仿 真

在干涉图背景与调制度均匀的条件下,生成式(1)所示的干涉图,其中相位 φ 由36项Zernike多项式生成,峰谷(PV)值为 0.1λ ,其中 λ 为632.8 nm。使用所

提方法求解载频参数 f_x 、 f_y 、 f_z ,不同载频下的求解误差如图1所示。

如图1所示,当干涉条纹数小于1时, f_x 与 f_y 的误差较大,随着载频的增大,误差呈螺旋式下降,最终趋近于一个常数。整体而言,当干涉条纹数大于1时, f_x 与 f_y 的误差最大优于 0.01λ ,最小可达 0.004λ 。对于载频参数中的常数项 f_z ,在一个周期内,误差呈余弦函数变化,整体而言,误差优于 0.0005λ 。

在干涉图背景分布不均的条件下,生成式(1)对应的干涉图,其中相位 φ 由36项Zernike多项式生成,PV值为 0.1λ ,干涉图的背景满足高斯函数分布(方差 $\sigma=1$)。使用所提方法求解载频参数 f_x 、 f_y 、 f_z ,不同载频下的求解误差如图2所示。

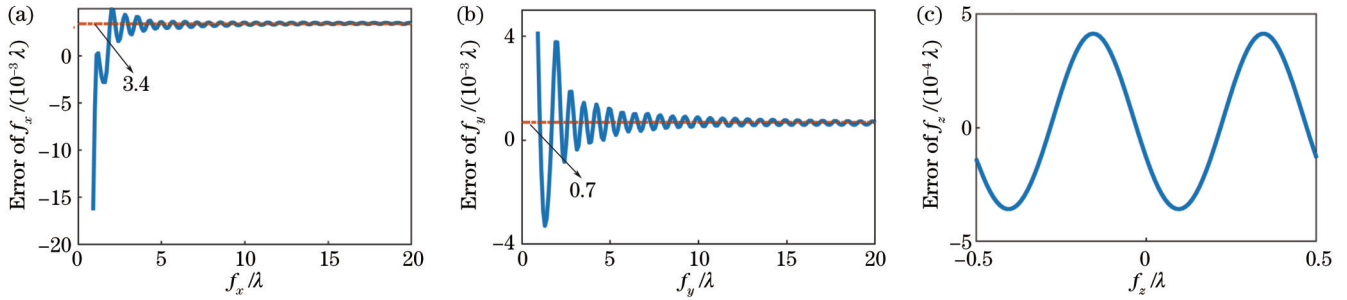


图 1 干涉图背景均匀时不同载频的求解误差。(a) f_x 的误差; (b) f_y 的误差; (c) f_z 的误差

Fig. 1 Errors for different carrier frequencies when interferogram background is homogeneous. (a) Error of f_x ; (b) error of f_y ; (c) error of f_z

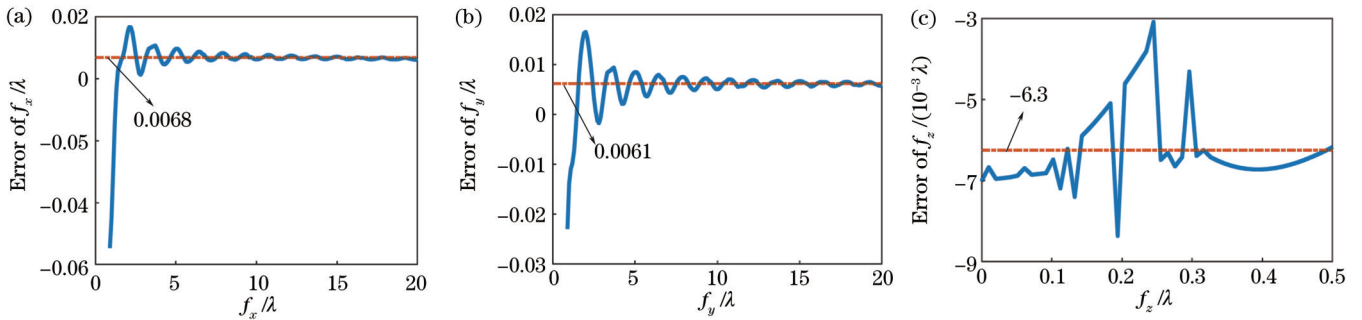


图 2 干涉图背景不均匀时不同载频的求解误差。(a) f_x 的误差; (b) f_y 的误差; (c) f_z 的误差

Fig. 2 Errors for different carrier frequencies when interferogram background is not homogeneous. (a) Error of f_x ; (b) error of f_y ; (c) error of f_z

如图 2 所示,与干涉图背景均匀的情况类似,当干涉条纹数小于 1 时, f_x 与 f_y 的误差较大,随着载频的增大,误差呈螺旋式下降,最终趋近于一个常数,该常数略大于干涉图背景均匀的情况。但整体而言,当干涉条纹数大于 1 时, f_x 与 f_y 的误差最大仍可优于 0.01λ ,最小可达 0.007λ 。对于载频参数中的常数项 f_z ,在一个周期内,误差随机变化,整体而言,误差优于 0.0002λ 。

干涉条纹载频参数的求解具有十分广泛的应用,

比较典型的应用是移相干涉图的相位提取,对于多帧移相干涉图,若能求得每一帧干涉图的载频参数,即可得到干涉图间的移相参数,那么结合最小二乘移相算法即可轻易求得相位分布。针对此应用,使用 36 项 Zernike 多项式生成相位分布,并分别添加不同的载频,得到随机倾斜移相干涉图,基于所提方法求得每一帧干涉图的载频参数,进而获得移相参数,结合最小二乘移相算法恢复相位分布,结果如图 3 所示。

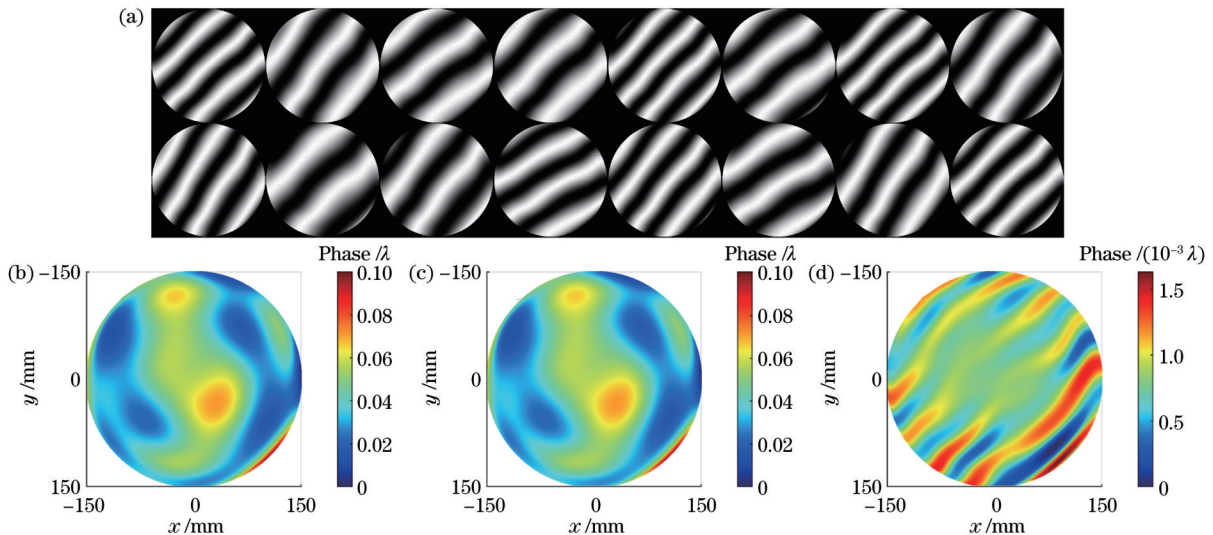


图 3 载频参数在移相干涉中应用的仿真。(a) 移相干涉图; (b) 实际相位; (c) 计算相位; (d) 残差

Fig. 3 Simulation of application for carrier frequency parameters in phase-shift interferometry. (a) Phase-shift interferograms; (b) actual phase; (c) calculated phase; (d) residual

当所提方法求解的载频参数被用于移相干涉时,求解得到的相位与原始相位基本一致,误差表现为“纹波”,“纹波”的 PV 值优于 0.002λ ,均方根(RMS)值可达 0.0002λ 。移相干涉对移相误差十分敏感,图 3 的结果也从侧面证明了所提方法的正确性。

4 实验

在 Zygo GPI XP 4" Fizeau 干涉仪上采集干涉图,一方面,使用所提方法计算其载频参数,另一方面,使用

移相法求得相位分布,并拟合得到载频参数。一般可认为移相法得到的相位精度最高,忽略拟合误差,将移相法获得的载频参数作为标准值,所提方法与移相法的对比结果如图 4 所示,所提方法求得的载频参数与移相法的基本一致,最大为 0.007λ ,最小可达 0.002λ 。

保持参考镜与测试镜不变,连续采集 10 幅干涉图,使用所提方法计算载频参数,以验证其重复性,结果如表 1 所示。10 次重复计算结果的标准差最大为 0.0075λ ,最小可达 0.0012λ 。

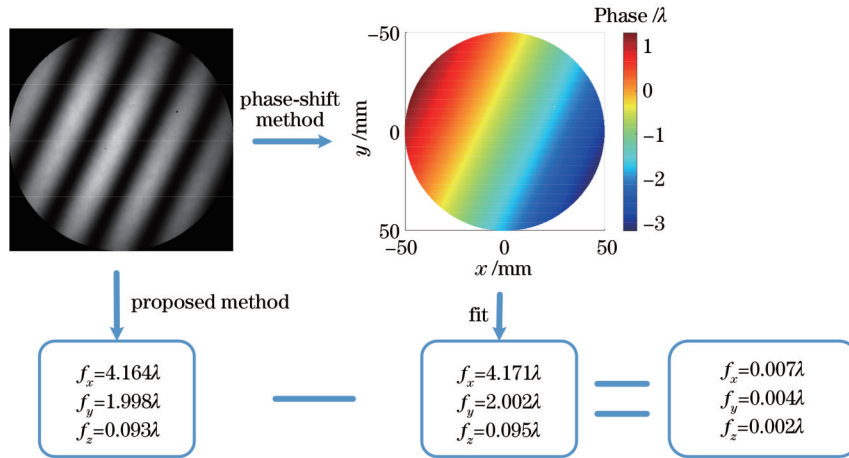


图 4 所提方法与移相法的对比

Fig. 4 Comparison between proposed method and phase-shift method

表 1 重复性结果

Table 1 Repeatability results

No.	f_x/λ	f_y/λ	f_z/λ
1	2.9646	3.0132	0.4522
2	2.9588	3.0149	0.4519
3	2.9651	3.0049	0.4530
4	2.9679	3.0128	0.4530
5	2.9703	3.0142	0.4507
6	2.9698	3.0023	0.4523
7	2.9639	2.9999	0.4521
8	2.9614	3.0015	0.4536
9	2.9657	2.9945	0.4546
10	2.9705	3.0143	0.4546
Standard deviation	0.0039	0.0075	0.0012

为了验证所提方法在不同载频下的性能,采集了 10 幅不同载频的干涉条纹图,一方面,使用移相法分别计算其载频参数,并作为标准值对比;另一方面,使用所提方法计算载频参数,结果如表 2 所示。所提方法计算的 f_x 与 f_y 在不同载频时相较移相法的误差最大可达 0.0087λ ,所提方法计算的 f_z 相较移相法的误差更小,最大可达 0.0028λ 。

针对于载频参数在移相干涉术中的应用,采集 16 幅随机倾斜移相干涉图,使用所提方法依次计算每一幅干涉图的载频参数,进而得到干涉图间的移相,根据

最小二乘移相算法求得相位分布,结果如图 5 所示,相位分布无明显“纹波”。

5 讨论

5.1 估计值的影响

由原理可知,所提方法需要预先估计载频参数中的 f_x 与 f_y ,显然,估计值与名义值存在一定误差,会对所提方法产生影响。给定载频参数,由式(1)生成相应的干涉图,其中相位 φ 由 36 项 Zernike 多项式生成,相位的 PV 值为 0.1λ 。在使用所提方法求解前,给定 f_x 与 f_y 的估计值,当估计值的误差在 λ 之内时,所提方法的求解误差随估计值的误差的变化如图 6 所示。

由图 6 可知,当估计值的误差在 λ 以内时,所提方法计算的载频参数误差优于 0.003λ ,其中常数项的误差甚至可优于 0.0004λ 。对于 f_x 与 f_y 而言,当估计值无误差时,求解误差不趋近于 0,而是趋近于某一常数 ($<0.003\lambda$),随着估计值误差的增大,求解误差在该常数附近波动,波动范围小于 $2 \times 10^{-6}\lambda$ 。对于 f_z 而言,当估计值无误差时,求解误差趋近于 0,随着估计值误差的增大,求解误差在 0 附近波动,波动范围小于 $5 \times 10^{-4}\lambda$ 。估计值的精度要求不高,因此采取一些简单的方法即可得到满足要求的估计值。

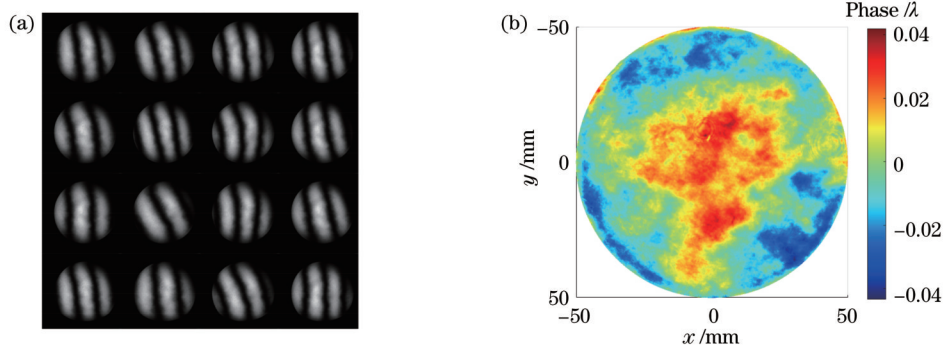


图 5 载频参数在移相干涉中应用的实验。(a) 移相干涉图;(b) 相位

Fig. 5 Experiment of the application for carrier frequency parameters in phase-shift interferometry. (a) Phase-shift interferograms; (b) phase

表 2 不同载频下的性能

Table 2 Performance at different carrier frequencies

No.	Phase-shift method			Proposed method		
	f_x/λ	f_y/λ	f_z/λ	f_x/λ	f_y/λ	f_z/λ
1	1.0501	0.8769	1.1125	1.0579	0.8845	1.1153
2	1.5827	1.8756	0.1324	1.5871	1.8703	0.1327
3	3.1110	2.9978	0.4441	3.1071	3.0011	0.4419
4	5.5648	4.5229	0.1005	5.5738	4.5272	0.0984
5	6.7845	7.7789	0.9908	6.7758	7.7836	0.9893
6	8.0125	8.6665	0.7825	8.0114	8.6628	0.7845
7	9.5425	9.1127	0.8456	9.5406	9.1153	0.8441
8	11.2306	10.5848	0.5429	11.2345	10.5868	0.5448
9	13.4976	12.0800	0.4945	13.5015	12.0763	0.4930
10	15.6867	14.1349	0.7878	15.6829	14.1315	0.7904

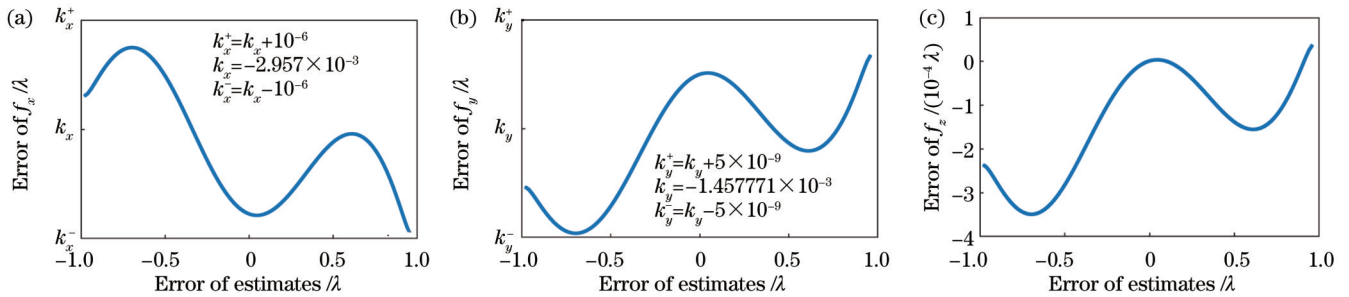


图 6 估计值的影响。(a) 估计值对 f_x 的影响;(b) 估计值对 f_y 的影响;(c) 估计值对 f_z 的影响

Fig. 6 Effect of estimates. (a) Effect of estimates on f_x ; (b) effect of estimates on f_y ; (c) effect of estimates on f_z

5.2 相位的影响

原理中,为了方便地构建一种线性拟合,略去了相位,因此相位的“大小”也必然影响本文方法的精度。针对于平滑相位,可用 PV 来定量描述其大小。同样地,给定载频参数($f_x=f_y=2\lambda$)并生成相应的干涉图,其中相位 φ 由 36 项 Zernike 多项式生成,通过线性放缩,可在保证面形不变的前提下,改变相位的 PV, PV 从 0 变化至 λ 。使用所提方法求解载频参数 f_x, f_y, f_z , 求解误差随相位 PV 的变化如图 7 所示。

图 7 表明随着相位 PV 的增大,载频参数的求解误

差逐渐增大,其中 f_x 与 f_y 的误差最大小于 0.025λ , f_z 的误差最大小于 0.0025λ 。可以预见的是,当干涉条纹载频固定后,存在一个相位大小(PV)的阈值,当相位小于该阈值时,求解精度满足要求。而根据仿真部分的内容可知,当相位大小(PV)固定后,也存在一个条纹载频的阈值,当条纹载频大于该阈值时,求解精度满足要求。综上,定义相位大小(PV)与载频参数的比值为 c ,当 $c < 0.5$ 时,即可近似满足相位“远小于”载频的前提条件,此时所提方法的误差优于 0.025λ ;当 $c < 0.25$ 时,精度可进一步提高至 0.01λ 。

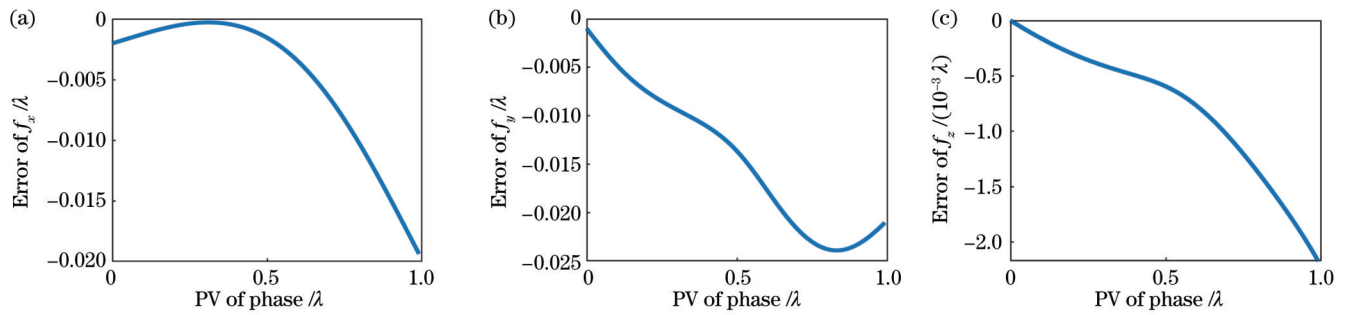


图 7 相位 PV 的影响。(a) 相位对 f_x 的影响；(b) 相位对 f_y 的影响；(c) 相位对 f_z 的影响

Fig. 7 Effect of PV of phase. (a) Effect of phase on f_x ; (b) Effect of phase on f_y ; (c) Effect of phase on f_z

6 结 论

提出了一种新的干涉条纹载频计算方法,仿真与实验表明,所提方法适用范围广泛,计算的载频误差几乎在任何情况下均优于 0.01λ 。但使用所提方法时须满足一个前提条件,即干涉条纹中的高阶相位远小于载频。一般情况下,干涉图中只要有 2~3 根条纹即可实现载频的精确求解,甚至对于一些高精度的平面相位,只需 1 根条纹。所提方法也具有广泛的应用,在移相干涉测量中,该方法求解的载频完全可以满足相位求解所需精度,相位无明显纹波。与现有方法相比,所提方法具有以下优势:1)迭代简单,运行效率高;2)适用于干涉图背景不均匀的情况;3)是一种单帧干涉图的载频绝对参数计算方法;4)几乎可正确计算任意空间频率的干涉条纹的载频。

参 考 文 献

- [1] Carré P. Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du bureau international des poids et mesures[J]. Metrologia, 1966, 2(1): 13-23.
- [2] Crane R. Interference phase measurement[J]. SPIE Milestone Series, 1991, 28: 284-288.
- [3] Bruning J H, Herriott D R, Gallagher J E, et al. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. Applied Optics, 1974, 13(11): 2693-2703.
- [4] Wyant J C. Use of an ac heterodyne lateral shear interferometer with real-time wavefront correction systems[J]. Applied Optics, 1975, 14(11): 2622-2626.
- [5] Johnson G W, Moore D. Design and construction of a phase-locked interference microscope[J]. Proceedings of SPIE, 1977, 0104: 38-47.
- [6] Hardy J W, Lefebvre J E, Koliopoulos C L. Real-time atmospheric compensation[J]. Journal of the Optical Society of America, 1977, 67(3): 360-369.
- [7] Stumpf K D. Real-time interferometer[J]. Optical Engineering, 1979, 18(6): 648-653.
- [8] Massie N A, Nelson R D, Holly S. High-performance real-time heterodyne interferometry[J]. Applied Optics, 1979, 18(11): 1797-1803.
- [9] 胡晨辉, 陈磊, 黄晨, 等. 抑制移相干涉仪中相干噪声的多模光纤扩展光源研究[J]. 光学学报, 2022, 42(19): 1906001. Hu C H, Chen L, Huang C, et al. Extended light source of multimode fibers for suppressing coherent noise in phase-shifting interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(19): 1906001.
- [10] 张力伟, 陈浩博, 孙文卿, 等. 移相干涉测量中的抗振技术综述[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(19): 1900005. Zhang L W, Chen H B, Sun W Q, et al. Review of anti-vibration technology in phase-shifting interferometry[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(19): 1900005.
- [11] 冯鹏, 李中梁, 王向朝, 等. 偏振相移衍射干涉波像差检测技术研究[J]. 中国激光, 2022, 49(21): 2104001. Feng P, Li Z L, Wang X Z, et al. Polarization phase-shifting point diffraction interferometry for measuring wavefront aberration[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(21): 2104001.
- [12] Hu C H, Chen L, Zheng D H, et al. Iterative correction method of a retrace error in interferometry[J]. Optics Express, 2022, 30(21): 37619-37636.
- [13] Zhai D D, Chen S Y, Shi F, et al. Exact multi-shear reconstruction method with different tilts in spatial domain[J]. Optics Communications, 2017, 402: 453-461.
- [14] 卢文倩, 李建欣, 段明亮, 等. 基于倾斜相位的抗振动干涉图形测量[J]. 光学学报, 2021, 41(2): 0212005. Lu W Q, Li J X, Duan M L, et al. Anti-vibration interferometric shape measurement based on tilt phase[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(2): 0212005.
- [15] Chen M Y, Guo H W, Wei C L. Algorithm immune to tilt phase-shifting error for phase-shifting interferometers[J]. Applied Optics, 2000, 39(22): 3894-3898.
- [16] Xu J C, Xu Q, Chai L Q. Iterative algorithm for phase extraction from interferograms with random and spatially nonuniform phase shifts[J]. Applied Optics, 2008, 47(3): 480-485.
- [17] Guo H W. Blind self-calibrating algorithm for phase-shifting interferometry by use of cross-bispectrum[J]. Optics Express, 2011, 19(8): 7807-7815.
- [18] Deck L L. Suppressing phase errors from vibration in phase-shifting interferometry[J]. Applied Optics, 2009, 48(20): 3948-3960.
- [19] Li J X, Zhu R H, Chen L, et al. Phase-tilting interferometry for optical testing[J]. Optics Letters, 2013, 38(15): 2838-2841.
- [20] Soloviev O, Vdovin G. Phase extraction from three and more interferograms registered with different unknown wavefront tilts [J]. Optics Express, 2005, 13(10): 3743-3753.
- [21] Duan M L, Zong Y, Zhu R H, et al. Phase-tilt iteration: accurate and robust phase extraction from random tilt-shift interferograms[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2021, 142: 106595.
- [22] Hu C H, Chen L, Zheng D H, et al. Parameter mismatch phase extraction method for spatial phase-shifting interferograms[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2022, 154: 107002.

Carrier Frequency Calculation of Interference Fringes at Low Spatial Frequencies

Zhang Zhe¹, Zheng Donghui^{1*}, Chen Lei¹, Li Jinpeng²

¹*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China;*

²*Nanjing NAIRC Photoelectric Instruments Co., Ltd., Chinese Academy of Sciences, Nanjing 211300, Jiangsu, China*

Abstract

Objective The carrier frequency of the fringes corresponds to is the tilt and constant terms of the phase distribution. Meanwhile, in interferometry, the carrier frequency solution of fringes is significant. It can be adopted for the calibration of phase-shift devices in interferometers and for phase extraction. Second, the carrier frequency parameter is required to correct the retrace errors in interferometers. Additionally, even in the absolute measurement of the two flats, the carrier frequency parameters of the fringes are also employed. Thus, the carrier frequency parameters of the fringes can be utilized in all aspects of interferometry. At present, the carrier frequency parameter solution of fringes can be divided into two categories, with one being the absolute parameter solution method, such as the image processing and Fourier transform methods. This kind of method only employs a single-frame interferogram to compute the absolute value of the carrier frequency, but it has many limitations, including the low computational accuracy of the image processing method and proneness to the singular solution. Meanwhile, the Fourier transform method is only applicable in the case of the high carrier frequency, and cannot be applied to the low spatial frequency interferometric fringes. The Fourier transform method is only applicable to the case of high carrier frequency, and for low spatial frequency interference fringes, its spectrum is coupled with the zero frequency, which is difficult to separate with the large solving error. In response to the limitations of the single-frame method, we carry out the research on the phase-shift method, which is a class of relative parametric solution methods. Its essence is a random tilt phase-shift algorithm, which is mainly adopted for phase solution, but incidentally, the phase-shift between the interferograms or the relative value of the carrier frequency parameter can also be obtained.

Methods First, the carrier frequency parameters (f_x , f_y and f_z) are estimated. Then, the interference model is approximated by omitting the higher-order terms of the phase. In such conditions, we can construct a linear fit to solve f_z . After obtaining f_z , we can obtain parameter f_x by selecting a row of elements and constructing a new fit. Similarly, we can select a column of elements and obtain the parameter f_y . Finally, considering that the estimated carrier frequency parameters have errors, the above process is iterated repeatedly to find the accurate parameter values.

Results and Discussions Simulations show that the method is applicable to many cases, and despite the even background distribution of the interferogram, the carrier frequency can be accurately calculated. The maximum error can be better than 0.01λ , and the minimum can be up to 0.002λ , λ is 632.8 nm. The obtained carrier frequency is employed in phase-shift interferometry, and the root mean square error of the phase can be up to 0.0002λ . In the experiments, the proposed method has a carrier frequency error of less than 0.007λ , compared with the phase-shift interferometry. When the calculated carrier frequency is adopted for phase-shift interferometry, there is no significant ripple in the phase. Finally, this method has an error in principle because of the phase omission. In principle, the phase should be satisfied to be much smaller than the carrier frequency. With the ratio of the peak to valley (PV) of the phase to the carrier frequency parameter defined as c , the discussion shows that when $c < 0.5$, the prerequisite that the phase is "much smaller than" the carrier frequency can be approximately satisfied, and the error of this method is better than 0.025λ . When $c < 0.25$, the accuracy can be further improved to 0.01λ .

Conclusions A new carrier frequency calculation method of fringes is proposed, and the simulation and experiments show that the method is widely applicable, with the error of the calculated carrier frequency better than 0.01λ in almost any case. It is worth noting that in adopting the proposed method, it is necessary to satisfy the prerequisite that the higher-order phases in the interferometric fringes are much smaller than the carrier frequency. Additionally, the discussion shows that for the general case, only 2-3 fringes in the interferogram are needed to realize the accurate carrier frequency solution, and even for some high-precision planar phases, only one fringe is necessary. The proposed method also has a wide range of applications, and the carrier frequency accuracy of the method can fully satisfy the phase solution in the phase-shift interferometry without any obvious ripple in the phase. Compared with the existing methods, our method has the following advantages such as simple iteration, high running efficiency, and applicability to the case of uneven background of the interferogram. Meanwhile, it is a method of calculating the absolute parameters of the carrier frequency of a single-frame interferogram, and the carrier frequency can be accurately calculated for the interferometric fringes of almost any spatial frequency.

Key words measurement; interferometry; carrier frequency calculation; phase extraction; iterative method