

基于相位传递函数的分块镜共相位倾斜误差检测

张璐^{1,2}, 赵伟瑞^{1,2*}, 赵跃进^{1,2}, 刘娟^{1,2}¹北京理工大学光电学院, 北京 100081;²精密光电测试仪器及技术北京市重点实验室, 北京 100081

摘要 消除拼接主镜式望远镜的分块子镜间的共相位倾斜(tip-tilt)误差是有效提升集光能力、实现共相位成像的关键之一。提出了一种基于相位传递函数(PTF)的分块子镜的tip-tilt高精度检测方法。在分块镜的共轭面处设置具有离散孔结构的光阑,将其作为tip-tilt检测系统的入瞳,借助傅里叶分析,推导建立了误差检测系统的PTF与tip-tilt的函数关系,通过对探测得到的点扩散函数进行傅里叶分析,得到PTF,依据建立的函数关系即可实现tip-tilt的高精度检测。对所提方法进行了仿真分析和实验验证,检测精度的均方根(RMS)值为 $2.99 \times 10^{-3} \lambda$ (λ 为波长)。所提方法结构简单,只需要设置一个具有离散孔结构的光阑,可用于拼接式主镜、稀疏孔径系统的共相位tip-tilt误差检测。

关键词 傅里叶光学; 相位传递函数; 分块镜; 倾斜误差; 离散孔光阑; 傅里叶变换

中图分类号 O439

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231592

1 引言

随着太空探索及对地高分观测需求的增加,望远镜的有效口径需要不断增大。目前,受限于毛坯制备、面形检测、运输、发射等多方面因素,8 m以上的单口径主镜的制造非常困难^[1-4]。为此,人们提出采用易实现的小尺寸分块子镜以适当的排布方式构成拼接式主镜或稀疏合成孔径,通过消除各子镜间的倾斜(tip-tilt)和平移(Piston)位置误差^[5-7],使其等效口径与某一大口径单一整镜相当。20世纪90年代建成的Keck^[8-12]望远镜成功验证了“拼接式主镜”的设想。此后的大口径望远镜大多采用了这种结构,如加纳列大望远镜^[13]、詹姆斯·韦布空间望远镜(JWST)^[14-17],以及中国的巨型太阳望远镜等^[18]。

为实现稀疏孔径或拼接式主镜望远镜的共焦或共相成像,需要对各子镜间的tip-tilt进行校正,并要求实现拼接后的共相位误差均方根(RMS)值为 $\lambda/40$ (λ 为波长)^[19-20]。国内外研究人员对共相位tip-tilt误差的检测方法进行了研究^[21-23]。质心探测法是测量tip-tilt误差的常用方法^[24]。随着tip-tilt误差的检测和校正的进行,tip-tilt误差逐渐减小,小到一定程度时,各子镜对点目标所成的像将发生部分重叠,质心探测法无法准确计算像斑的质心位置。为解决这一问题,需要增置子镜驱动结构以将与子镜对应的像斑反复移进移出,进而准确得到质心位置坐标,最终实现tip-tilt误差的

检测和校正,这势必增加系统的复杂程度且耗时。夏克-哈特曼相位传感器^[25-28]将传感器的微透镜阵列置于被测分块镜的共轭面处,一个分块子波面被若干个微透镜成像,利用所成像的偏移量与子镜的tip-tilt量所呈的线性关系实现tip-tilt误差检测。微透镜数量,微透镜阵列的制作、标定等均对tip-tilt误差检测精度有影响。相位恢复/相位变更法^[29-31]根据焦前、焦后和焦面信息,通过多次迭代,反算系统入瞳面的复振幅分布,实现分块镜的共相位误差检测。该方法适用于共相位误差精测阶段,已成功应用于JWST^[32]等大口径望远镜系统。Cheetham等^[33-34]提出了基于斐索型干涉的共相位误差检测方法,在被测分块镜的共轭面处设置离散光阑孔,根据焦平面上干涉条纹方向和周期的改变,采用最小二乘法进行多次迭代以确定各子镜的tip-tilt误差。Deprez等^[35-37]采用特制的衍射光栅复制每个分块子镜的反射光波,使相邻的子波面两两相干,根据条纹的周期和方向变化实现tip-tilt误差的检测。近年来,宋贺伦等^[38]搭建了单色光干涉检测系统和宽光谱干涉检测系统,针对拼接子镜间的相位误差进行检测,该方法依据迈克耳孙干涉原理,其中单色光干涉检测系统用来检测tip-tilt误差。范君柳等^[39]搭建了Golay 3系统并分析了tip-tilt误差与点扩散函数(PSF)和调制传递函数之间的联系,左恒等^[40]提出了基于等厚干涉原理的传感器设计方案,可直接在拼接镜面上实时获得相邻子镜间的tip-tilt误差。Qin等^[41]提出了

收稿日期: 2023-09-21; 修回日期: 2023-10-28; 录用日期: 2023-12-13; 网络首发日期: 2023-12-23

基金项目: 国家自然科学基金(11874086)

通信作者: *zwrei@bit.edu.cn

基于模型的多幅离焦图像相位恢复法,利用散焦多图像的非线性优化方法求解 tip-tilt 误差。

基于上述背景,本文提出了一种新的基于相位传递函数(PTF)的 tip-tilt 误差检测方法,该方法可对 tip-tilt 误差实现大动态范围高精度检测。首先,在共相位误差检测系统的入瞳处设置一个具有离散孔结构的光阑,并使其与分块镜的共轭面重合;再依据傅里叶光学原理推导建立了 tip-tilt 误差与 PTF 的关系,据此实现 tip-tilt 误差的检测;最后,对所提方法进行了仿真和实验验证,所得结果验证了所提方法的正确性和可行性。

与现有的 tip-tilt 误差检测方法相比,本文方法大大简化了共相位误差的检测过程及检测系统的结构,只需要设置一个离散孔光阑,可对空间域中的 PSF 进行傅里叶分析,在空间频率域中可有效地将各分块子镜的 tip-tilt 误差分开,提高了 tip-tilt 误差的检测精度、效率,并简化了系统结构。该方法可用于拼接式主镜、稀疏孔径成像系统的共相位 tip-tilt 误差检测。

2 理论推导

2.1 检测系统及方法

图 1 为将本文所提方法用于分块子镜 tip-tilt 误差检测的示意图。图中虚线框中所示为 tip-tilt 误差检测系统,由具有离散孔结构的光阑、成像透镜、CCD 探测器组成,离散孔光阑位于被测分块主镜的共轭面处,每一个离散孔与一个分块子镜相对应。在进行 tip-tilt 误差检测时,无穷远的星发出的光被各分块子镜反射,反射光携带各子镜的共相位误差信息,光阑上的各离散

孔与其对应的分块子镜反射的光波进行采样,光波经成像透镜、由透镜焦面处的 CCD 探测,所记录的光强分布即该检测系统的 PSF,该光强分布为分块子镜反射的各子波面干涉衍射的结果;通过对 PSF 进行傅里叶变换求得光学传递函数(OTF),由于离散孔光阑的引入,分析得到的 OTF 由中央主峰及多个旁瓣组成,每一对旁瓣与一对分块子镜对应,通过求解旁瓣的相位分布得到相应的 PTF;再依据 PTF 与 tip-tilt 的函数关系,计算得到对应分块子镜的 tip-tilt,从而实现共相位 tip-tilt 误差检测。

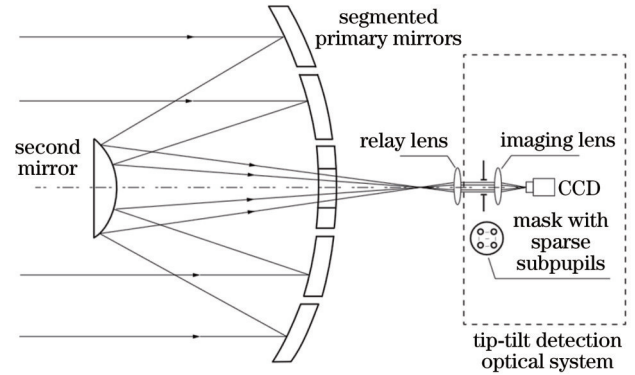


图 1 分块子镜 tip-tilt 误差检测的示意图

Fig. 1 Diagram of tip-tilt error detection for segmented telescope

2.2 tip-tilt 误差与 PTF 的函数关系

为叙述方便,首先以两子镜为例建立 tip-tilt 误差与 PTF 的函数关系,然后推广到多子镜的情况。图 2 为两子镜的 tip-tilt 误差检测模型。

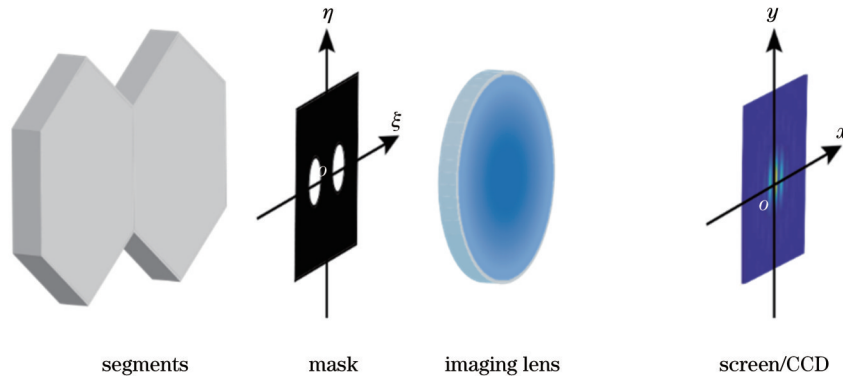


图 2 两子镜的 tip-tilt 误差检测模型

Fig. 2 tip-tilt error detection model of two segments

设瞳面坐标系为 (ξ, o, η) , 两个离散孔沿 ξ 轴分布,与分块子镜一一对应,其中心坐标为 $(\pm B/2, 0)$,

孔直径为 D 且小于 B ;像面坐标系为 xoy ,将共相位误差定义在瞳面上。光瞳函数可写为

$$G(\xi, \eta) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{D/2}\right) * \delta\left(\xi + \frac{B}{2}, \eta\right) + \left\{ \text{circ}\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{D/2}\right) \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda} p\right) \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{D/2} \xi + \frac{b}{D/2} \eta\right)\right] \right\} * \delta\left(\xi - \frac{B}{2}, \eta\right), \quad (1)$$

式中: * 表示卷积运算; $\text{circ}(\cdot)$ 为圆函数; $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数; ρ 为 Piston 误差; a 为由分块镜 tip 误差引起的离散孔边缘与 ξ 轴的交点沿光轴 z 方向的平移量; b 为由分块镜 tilt 误差引起的离散孔边缘与 η 轴的交点沿

光轴 z 方向的平移量。

若照明光波分布均匀且振幅为 1, 依据傅里叶光学原理, 由式(1)可得系统的 OTF 为

$$F_{\text{OT}}(f_x, f_y) = F \left[\left| F[G(\xi, \eta)] \right|^2 \right] = F_{\text{OT, sub}}(f_x, f_y) + F_{\text{OT, sub}}(f_x, f_y) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{2af}{D} f_x + \frac{2bf}{D} f_y \right) \right] + F_{\text{OT, sub}} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f}, f_y \right) \exp \left(-j \frac{2\pi}{\lambda} \rho \right) \exp \left\{ -j2\pi \left[\frac{2af}{D} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f} \right) + \frac{2bf}{D} f_y \right] \right\} + F_{\text{OT, sub}} \left(f_x + \frac{B}{\lambda f}, f_y \right) \exp \left(j \frac{2\pi}{\lambda} \rho \right) \exp \left\{ -j2\pi \left[\frac{2af}{D} \left(f_x + \frac{B}{\lambda f} \right) + \frac{2bf}{D} f_y \right] \right\}, \quad (2)$$

式中: $F[\cdot]$ 表示傅里叶变换; f 为成像透镜的焦距; $f_x = \xi/(\lambda f)$ 和 $f_y = \eta/(\lambda f)$ 分别为 ξ 和 η 方向上的空间频率; $F_{\text{OT, sub}}(f_x, f_y)$ 为直径为 D 的单个圆孔径系统在无相位差情况下的 OTF, 且

$$F_{\text{OT, sub}}(f_x, f_y) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\lambda f}{D} \rho \right) - \left(\frac{\lambda f}{D} \rho \right) \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda f}{D} \rho \right)^2} \right], & \rho \leq \frac{D}{\lambda f} \\ 0, & \rho > \frac{D}{\lambda f} \end{cases}, \quad (3)$$

式中: $\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ 。

由式(2)可知, OTF 由 4 项构成: 前两项在空间频率域中重叠, 构成 OTF 主峰; 第 3、4 项为 OTF 旁瓣, 2 个旁瓣在空间频率域中彼此分开, 沿两子镜的基线方向对称分布于主峰两侧, 旁瓣中心坐标为 $(\pm B/(\lambda f), 0)$ 。当存在共相位误差时, 旁瓣为复数, tip-tilt 及 Piston 误差体现在复数的相位部分, 为相加的关系。2 个旁瓣的共相位误差信息相同, 可任选其一求得旁瓣相位分布:

$$F_{\text{PT, side}} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f}, f_y \right) = \arctan \frac{\text{Im} \left\{ F_{\text{OT, sub}} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f}, f_y \right) \exp \left(-j \frac{2\pi}{\lambda} \rho \right) \exp \left\{ -j2\pi \left[\frac{2af}{D} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f} \right) + \frac{2bf}{D} f_y \right] \right\} \right\}}{\text{Re} \left\{ F_{\text{OT, sub}} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f}, f_y \right) \exp \left(-j \frac{2\pi}{\lambda} \rho \right) \exp \left\{ -j2\pi \left[\frac{2af}{D} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f} \right) + \frac{2bf}{D} f_y \right] \right\} \right\}} = \frac{F_{\text{PT, p}} + F_{\text{PT, t-1}}}{F_{\text{PT, p}} + F_{\text{PT, t-1}}}, \quad (4)$$

式中: $F_{\text{PT, p}} = -\frac{2\pi}{\lambda} \rho$ 为 $F_{\text{PT, side}}$ 沿光轴方向的分布, 随 Piston 误差 ρ 的变化而变化, 根据正切函数的周期性, $F_{\text{PT, p}}$ 只能体现小于一个波长的 Piston 误差; $F_{\text{PT, t-1}} = -2\pi \left[\frac{2af}{D} \left(f_x - \frac{B}{\lambda f} \right) + \frac{2bf}{D} f_y \right]$ 为 $F_{\text{PT, side}}$ 在 f_x, f_y 两个方向上的分布, 随 tip-tilt 误差的变化而变化。当 tip-tilt 误差过大时, $F_{\text{PT, t-1}}$ 会产生相位包裹, 呈周期性分布。所以, 在大 tip-tilt 误差情况下, 需要先对 $F_{\text{PT, t-1}}$ 进行解包裹处理, 再解算大 tip-tilt 误差, 从而消除正切函数的周期性对求解大 tip-tilt 误差的影响。

图 3 给出了不同共相位误差情况下旁瓣相位分布的仿真示例。图 3(a) 为只有 Piston 误差存在时的 PTF 分布示意图; 图 3(b) 为在 Piston 误差和小 tip-tilt 误差共同影响下的 PTF 分布示意图; 图 3(c) 为大 tip-tilt 误差影响下的 PTF 分布示意图, 此时 PTF 出现相

位包裹, 在解算 tip-tilt 误差前, 需要先对 PTF 旁瓣进行解包裹。

因此, 可以通过求解相位分布在 f_x, f_y 这两个方向上的梯度解算出 tip 和 tilt 误差 (分别为 t_{tip} 和 t_{tilt}), 实现分块子镜的 tip-tilt 误差检测:

$$\begin{cases} t_{\text{tip}} = \frac{a}{D/2} = -(\nabla F_{\text{PT}})_{f_x=B/(\lambda f)} / (2\pi f) \\ t_{\text{tilt}} = \frac{b}{D/2} = -(\nabla F_{\text{PT}})_{f_y=0} / (2\pi f) \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $(\nabla F_{\text{PT}})_{f_x=B/(\lambda f)}$ 和 $(\nabla F_{\text{PT}})_{f_y=0}$ 分别为 $F_{\text{PT, side}}$ 在点 $(B/(\lambda f), 0)$ 处沿 f_x 和 f_y 两个方向的梯度。

建立如图 2 所示的检测系统, 且将其离散孔结构光阑设置在分块镜的共轭面位置, 对探测的 PSF 进行傅里叶变换, 再求出其 PTF 旁瓣的相位分布, 并通过计算得到其沿两个垂直方向上的梯度, 利用式(5)即可

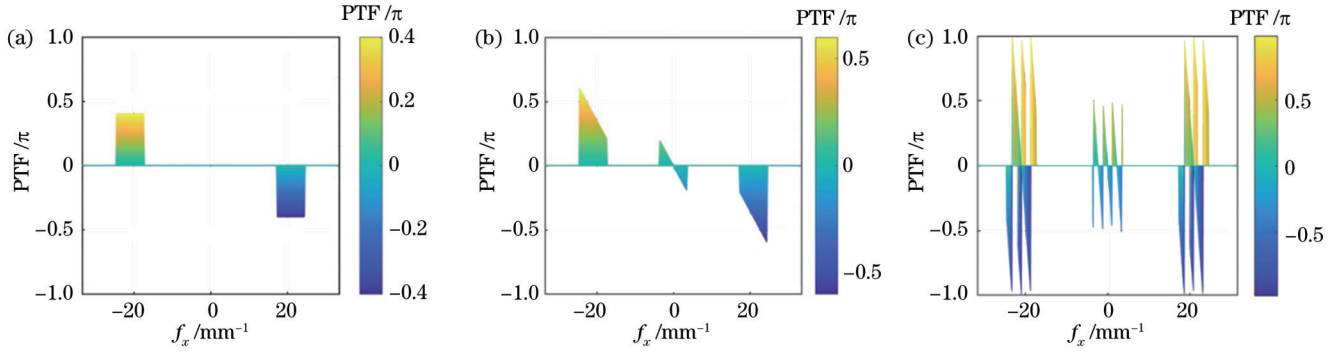


图 3 不同共相位误差情况下的旁瓣相位分布。(a)Piston 误差为 0.2λ , tip-tilt 误差为 0; (b)Piston 误差为 0.2λ , tip 误差为 $0.1475(0.1\lambda)$, tilt 误差为 0; (c)Piston 误差为 0, tip 误差为 $1.1602(0.8\lambda)$, tilt 误差为 0

Fig. 3 Distributions of PTF side-lobes with different cophase errors. (a) Piston error is 0.2λ , tip-tilt error is 0; (b) Piston error is 0.2λ , tip error is $0.1475(0.1\lambda)$, tilt error is 0; (c) Piston error is 0, tip error is $1.1602(0.8\lambda)$, tilt error is 0

实现共相位 tip-tilt 误差的检测。

若将此方法用于多子镜的 tip-tilt 误差检测,需将该检测系统入瞳设置为多离散孔结构光阑并使其与望远成像系统的出瞳重合,如图 1 所示,离散孔个数与分块子镜个数相等。此时的光瞳函数可写为圆函数与二维 δ 函数的卷积:

$$G_N(\xi, \eta) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{D/2}\right) * \sum_{m=1}^N \delta(\xi - \xi_m, \eta - \eta_m), \quad (6)$$

式中: N 为离散孔的个数; (ξ_m, η_m) 为离散孔中心位置坐标。

对式(6)进行傅里叶分析,可得 OTF:

$$F_{\text{OT}, N}(f_x, f_y) = F\left[\left|F[G_N(\xi, \eta)]\right|^2\right] = \sum_{i=1}^N F_{\text{OT}, \text{sub}}(f_x, f_y) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{2a_i f}{D} f_x + \frac{2b_i f}{D} f_y\right)\right] + \sum_{i=1}^N \sum_{m=i+1}^N F_{\text{OT}, \text{sub}}(f_x, f_y) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda}\left[p_i - p_m + \frac{2(a_i - a_m)f}{D} f_x + \frac{2(b_i - b_m)f}{D} f_y\right]\right\} * \delta\left(f_x - \frac{\xi_i - \xi_m}{\lambda f}, f_y - \frac{\eta_i - \eta_m}{\lambda f}\right), \quad (7)$$

式中: p_i 和 p_m 分别为第 i 个子镜和第 m 个子镜的 Piston 误差; a_i 和 a_m 分别为第 i 个子镜和第 m 个子镜的 tip 误差引起的离散孔边缘与 ξ 轴的交点沿光轴 z 方向的平移量; b_i 和 b_m 分别为第 i 个子镜和第 m 个子镜的 tilt 误差引起的离散孔边缘与 η 轴的交点沿光轴 z 方向的平移量。 (ξ_i, η_i) 和 (ξ_m, η_m) 分别为第 i 和第 m 个子镜对应的光阑孔的中心坐标。由式(7)可知, $F_{\text{OT}, N}(f_x, f_y)$ 由 N^2 个 OTF 瓣组成,其中 N 个 OTF 瓣在中心频率为 0 的位置重叠构成 OTF 主峰,其余 $N(N-1)$ 个 OTF 瓣分布在主峰周围作为 OTF 旁瓣。每一对子孔径产生一对沿其基线方向上关于主峰对称分布的 OTF 旁瓣,每对旁瓣的位置由对应的两离散孔的中心距和成像透镜的焦距决定,旁瓣的直径由离散孔的直径和成像透镜的焦距决定。两子镜系统中,在 CCD 可以分辨的情况下,PTF 测量方法对 D 和 B 的设置没有特别要求;而多子镜系统中,同时测量 tip-tilt 误差时, D 和 B 的选取应使各被测子镜与参考子镜形成的 PTF 旁瓣互不重叠,使各子镜的 PTF 分布互不影响,除此之外,对 D 和 B 的设置没有特别要求。如果每对旁瓣互不重叠,

则可同时获得各旁瓣的 PTF,依据式(5)就可以实现多子镜的 tip-tilt 误差的并行检测。

3 仿真与实验

3.1 仿真分析

建立两子镜 tip-tilt 误差检测的仿真系统,对所提 tip-tilt 误差检测方法进行验证。仿真系统参数的设置参考了 JWST 系统。参数设置:光阑两离散孔的直径相等且 $D=0.18$,两孔中心距 $B=\sqrt{3}$ m,成像透镜的焦距 $f=131.4$ m,光波长 $\lambda=632.8$ nm。

以 tip 误差的检测为例,分别在小量程范围 $t_{\text{tip}} \in [0, 0.35'']$ 和大量程范围 $t_{\text{tip}} \in [0.35'', 2.09'']$ 对 tip-tilt 误差检测方法进行验证。 $a=0.23\lambda$ 对应 $t_{\text{tip}}=0.35''$, $a=1.37\lambda$ 对应 $t_{\text{tip}}=1.37''$ 。

首先,在小量程范围 $t_{\text{tip}} \in [0, 0.35'']$ 内以 0 为起点,给其中一个分块子镜以 $0.0067''(0.0046\lambda)$ 为步长依次引入 tip 误差,直至 $t_{\text{tip}}=0.35''$ 。每改变一次 tip 值(称其为设置值),就对 PSF 进行傅里叶变换,计算 OTF 旁瓣的 PTF 及其沿两个垂直方向上的梯度,再

依据式(5)计算 tip 值(称其为测量值),共计得到 50 组数据。以设置值为横坐标、测量值为纵坐标,对二者进行比较,得到测量误差,如图 4 所示。图 4(a)的比较曲线近似为直线,说明 tip-tilt 误差的测量值与设置值吻合得很好,根据图 4(a)分析得到图 4(b)的误差曲线,均方根误差为 $1.765 \times 10^{-16}''$ ($1.217 \times 10^{-16} \lambda$)。

在大量程范围 $t_{\text{tip}} \in [0.35'', 2.09'']$ ($a \in [0.23\lambda, 1.37\lambda]$) 内以 $0.35''$ 为起点,给其中一个分

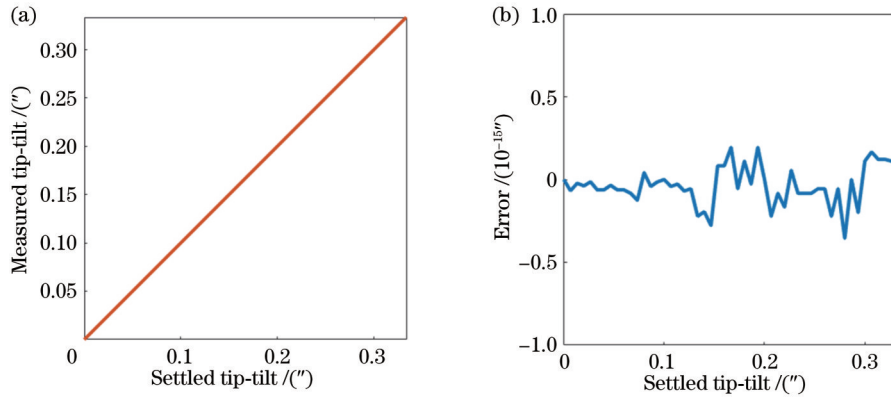


图 4 小 tip-tilt 误差情况的仿真验证。(a) tip-tilt 的设置值与测量值的比较曲线;(b) tip-tilt 的测量误差曲线

Fig. 4 Simulation results of small tip-tilt error. (a) Relationship between settled tip-tilt and measured tip-tilt; (b) measured error of tip-tilt

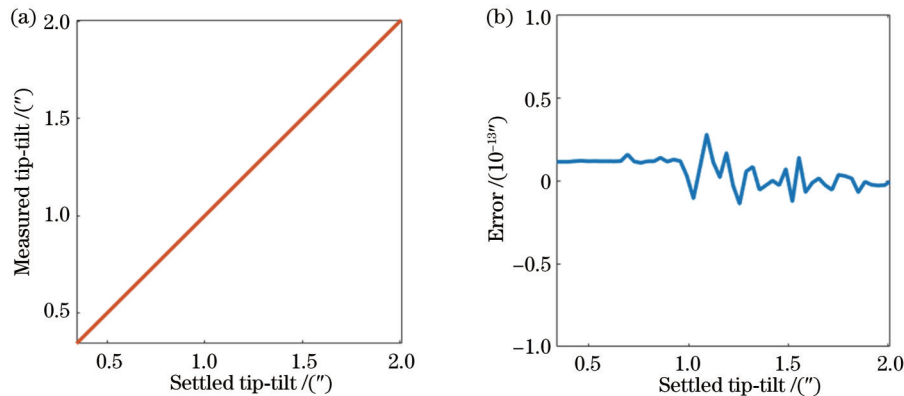


图 5 大 tip-tilt 误差情况的仿真验证。(a) tip-tilt 的设置值与测量值的比较曲线;(b) tip-tilt 的测量误差曲线

Fig. 5 Simulation results of large tip-tilt error. (a) Comparison between settled tip-tilt and measured tip-tilt; (b) measured error of tip-tilt error

仿真验证结果从原理上证明了本文所提方法的正确性,在仅有共相位误差存在的情况下可对 tip-tilt 误差实现大动态范围高精度检测,测量的均方根误差为 $10^{-14}''$ ($10^{-14} \lambda$) 量级,能够很好地满足分块镜拼接成像对共相位误差的 $\lambda/40$ (RMS) 的要求。与现有方法相比,该方法不需要将误差检测分为粗测和精测两个阶段,且有效地解决了质心探测法的测量不确定性问题。

3.2 实验验证

利用本课题组研制的分块镜共相位成像实验平台^[42]对本文提出的方法进行了实验验证。该平台采用了模块化设计,由光源模块(SM)、光路分配模块

块子镜以 $0.0331''$ (0.00228λ) 为步长依次引入 tip 误差,直至 $t_{\text{tip}}=2.09''$,得到 50 组数据。重复上述过程,得到图 5 所示的曲线。图 5(a)中的比较曲线依然近似为直线,说明 tip-tilt 误差的测量值与设置值吻合得很好,分析得到图 5(b)所示的误差曲线,均方根误差为 $2.466 \times 10^{-14}''$ ($1.701 \times 10^{-14} \lambda$)。对比前面的小量程误差检测结果,发现测量误差有所增大,这是因为当 tip-tilt 误差大于一定值时将引起 PTF 产生包裹,在完成解包裹进行波面拟合的过程中会引入一定的误差。

(BSM)、Piston 误差检测模块(PEDM)、tip-tilt 误差检测模块(TEDM)、微位移致动模块(SMAM)、分块镜模块(SMM)、FISBA 移相干涉仪、激光平面干涉仪(LPI)及计算机控制模块组成,可对共相位误差进行实时检测及纳米量级的闭环控制,图 6 为其光路示意图。平台用 3 块环扇形子镜(lens1~lens3)拼接成口径为 330 mm、曲率半径为 1500 mm 的球面镜,采用质心探测法检测 tip-tilt 误差,采用二维色散条纹法^[43]检测 Piston 误差,利用大行程高灵敏度微位移致动机构(行程为 15 mm,分辨率为 0.3 nm)实现分块子镜位姿的校正。实验平台处于比较理想的实验室环境中。实验

平台设有防气流的封闭玻璃罩,并且安装在气浮减振垫上以消除环境振动的影响。为消除像斑部分重叠给质心探测法引入的不确定性,在 TEDM 设置了如图 7 所示的光阑转盘(mask),将其置于分块镜的共轭面,并在其上设置了 A、B、C、D 4 个直径为 25 mm 的光阑,每个光阑上设有通光孔径为 7.4 mm 的离散孔,采集各分

块子镜反射的部分波面。进行 tip-tilt 误差检测时,依次将 A、B、C 3 个孔转至光路中,分别记录 3 个分块子镜对点目标所成的像,并计算、比较像斑质心的位置差,实现 tip-tilt 误差检测。实现共相位误差检测和校正后,将孔 D 转入光路进行共相位成像。LPI 用于观察共相位拼接过程,FISBA 用于评价共相位拼接效果。

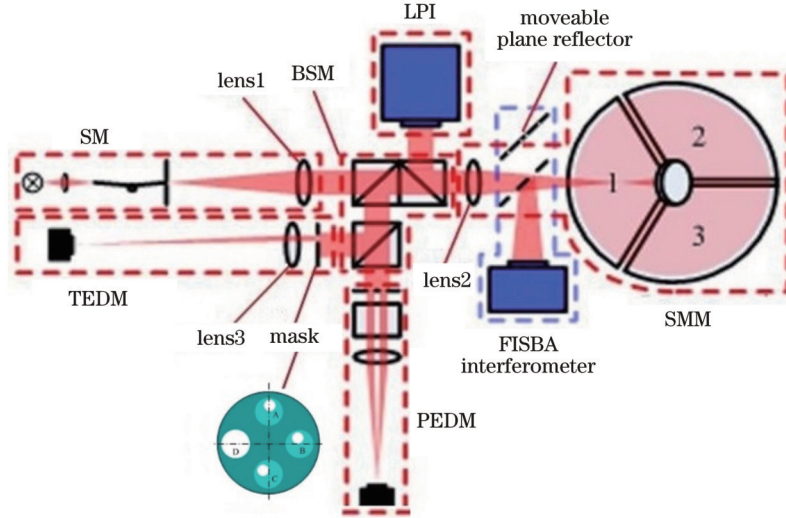


图 6 分块镜共相位成像实验平台

Fig. 6 Experimental platform of cophase imaging with segmented mirrors

利用该实验平台,将本文提出的 tip-tilt 误差检测方法 与质心探测法进行比较,以达到验证本文方法的目的。为此,重新设计了 TEDM 的 mask,用 3 个离散孔替代了原来的孔 D,离散孔的直径为 7.4 mm,如图 7 所示。

依次将光阑孔 A、B、C 转入光路,采集分块子镜 1、2、3 对点目标所成的像,分别计算各像斑的质心位置坐标。分块子镜 1 为参考子镜,通过比较质心位置差确定子镜 2 和 3 相对于子镜 1 的 tip-tilt 误差。表 1 为用质心探测法测得的分块子镜 2 和 3 的 tip 和 tilt 误差。

将图 7 中带有 3 个离散孔的 D 转至光路中,离散孔与分块镜一一对应, TEDM 光路与本文的 tip-tilt 误差

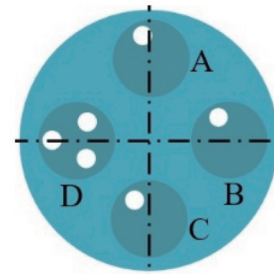


图 7 重新设计的光阑结构示意图

Fig. 7 Diagram of redesigned diaphragm configuration

检测光路一致;对采集的 PSF 进行傅里叶变换,得到 OTF 旁瓣,再依据第 2.2 节中所述方法求得旁瓣的

表 1 质心探测法得到的子镜 2 和 3 的 tip-tilt 误差

Table 1 tip-tilt errors of segments 2 and 3 measured by centroid detection method

unit: (")

Experiment No.	Tip error of segment 2	Tilt error of segment 2	Tip error of segment 3	Tilt error of segment 3
1	0.1901	0.2036	0.1557	0.1822
2	0.1722	0.2445	0.1862	0.1701
3	0.4631	0.3910	0.4462	0.3791
4	0.6936	0.7534	0.7048	0.7470
5	1.0240	1.0696	0.9946	1.0503
6	1.2021	1.2559	1.1984	1.2553
7	1.4402	1.5232	1.4174	1.5101
8	1.5813	1.6816	1.5899	1.6895
9	1.8536	1.8101	1.7978	1.8547
10	1.9664	2.0376	1.9771	2.0396

PTF 及其相位梯度,依据式(5)计算 tip-tilt 误差,实现 tip-tilt 误差检测。图 8 为实验采集的 PSF。

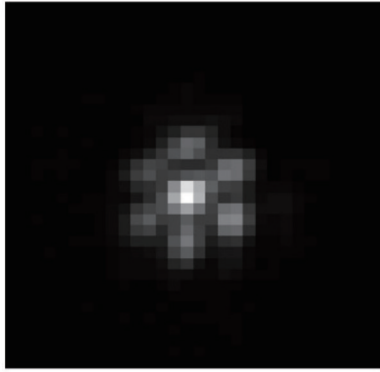


图 8 三子镜系统的 PSF
Fig. 8 PSF of three segment system

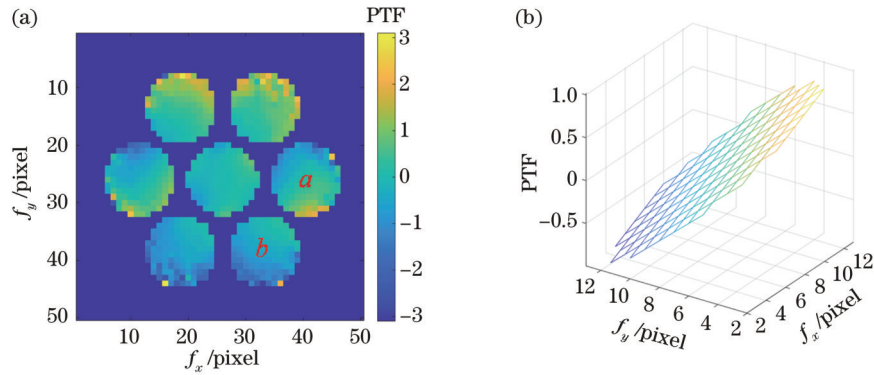


图 9 PTF 分布及旁瓣波面。(a)PTF 分布;(b)旁瓣 b 的波面
Fig. 9 PTF distribution and side-lobe. (a) PTF distribution; (b) wavefront of side-lobe b

表 2 基于 PTF 的子镜 tip-tilt 测量方法检测得到的子镜 2 和 3 的 tip-tilt 误差

Table 2 tip-tilt errors of segments 2 and 3 measured by tip-tilt detection method based on PTF

unit: (")

Experiment No.	Tip error of segment 2	Tilt error of segment 2	Tip error of segment 3	Tilt error of segment 3
1	0.1766	0.2179	0.1657	0.1662
2	0.1574	0.2684	0.1914	0.1609
3	0.4919	0.4116	0.4370	0.3688
4	0.7222	0.7615	0.6761	0.7344
5	1.0005	1.0635	0.9726	1.0290
6	1.1924	1.2401	1.1765	1.2447
7	1.4183	1.5001	1.4112	1.4936
8	1.5710	1.6631	1.5731	1.6643
9	1.8434	1.7869	1.8112	1.8664
10	1.9553	2.0172	2.0001	2.0516

在利用分块镜共相位成像实验平台消除了质心探测法不稳定性基础上,测量 tip-tilt 误差,表 3 对比了表 1 和表 2 所示的测量结果之间的 RMS(0.0182),两种方法的测量精度相当。除 CCD 噪声和分块镜面形误差外,实验过程中的环境温度、气流扰动等也会影响系统的成像效果,从而影响实验的测量精度,但最终的测量误差满足小于 $\lambda/40$ (RMS) 的拼接要求[tip-tilt 误

对 PSF 进行傅里叶变换,依据式(4)得到图 9(a)所示的 PTF 分布,图中标注的旁瓣 a 为子镜 1 和 2 对应的离散孔生成的 PTF 旁瓣之一,旁瓣 b 为子镜 1 和 3 对应的离散孔生成的 PTF 旁瓣之一。只需要求得 a 和 b 的相位梯度,再依据式(5)即可得到待测分块子镜 2 和 3 的共相位 tip-tilt 误差。图 9(b)所示为旁瓣 b 的拟合波面图。

表 2 为用本文所提方法测得的分块子镜 2 和 3 的 tip 和 tilt 误差。对表 1 和表 2 中的 16 组实验数据进行分析,与消除了测量不确定性的质心探测法相比,本文提出的 tip-tilt 误差检测方法的测量均方根误差为 $2.99 \times 10^{-3} \lambda$ (0.0182"),实验中所用波长为 633 nm,计算可得 tip-tilt 的测量均方根误差为 1.89 nm (0.0182")。由此证明了所提方法的正确性和可行性。

差检测精度小于 $0.034''$ (RMS)^[44]。在测量精度相当的情况下,本文提出的 PTF 测量方法结构简单,有效提高了测量效率。

由表 3 的分析结果可知,本文所提方法与质心探测法的测量精度相当,但本文方法避免了哈特曼阵列透镜的使用且无须通过增置子镜驱动结构将与子镜对应的像斑反复移进移出,系统结构得以简化,且可有效

表 3 两种方法检测结果的误差分析

Table 3 Error between measured results of two methods

unit: (")

Experiment No.	Tip error of segment 2	Tilt error of segment 2	Tip error of segment 3	Tilt error of segment 3
1	0.0135	-0.0143	-0.0010	0.0160
2	0.0148	-0.0239	-0.0052	0.0092
3	-0.0288	-0.0206	0.0092	0.0103
4	-0.0286	-0.0081	0.0287	0.0126
5	0.0235	0.0061	0.0022	0.0213
6	0.0097	0.0158	0.0219	0.0106
7	0.0219	0.0231	0.0062	0.0165
8	0.0103	0.0185	0.0168	0.0252
9	0.0102	0.0232	-0.0134	-0.0117
10	0.0110	0.0204	-0.0230	-0.0120

提高测量效率。

4 影响因素分析

第 3.1 节的仿真验证是在仅存在共相位误差的理想情况下进行的,而在实验中,CCD 噪声及分块镜面形误差均会对测量结果有影响,在此对这两个影响因素进行了初步的仿真分析。本文提出的基于 PTF 的 tip-tilt 误差检测方法,需要在分块镜系统的出瞳面处设置离散孔光阑以对子镜反射的光波进行采集,离散孔的直径小于大气相干长度 r_0 时^[24],大气湍流对 tip-tilt 误差检测的影响可以忽略。

4.1 CCD 噪声的影响

以 tip 误差测量为例,给理想情况下获得的 PSF 引

入不同的 CCD 噪声,通过将测量得到的 tip 值与设置值进行比较,得到测量误差,分析 CCD 噪声对 tip-tilt 误差测量的影响。

取 CCD 信噪比分别为 10 dB、15 dB、20 dB、25 dB、30 dB、35 dB、40 dB、45 dB、50 dB、55 dB 10 种不同情况,在每一种情况下,以 $0.0209''(0.0137\lambda)$ 为步长,将 tip 从 0 增加至 $2.09''$,共有 100 组测量数据,分别计算其均方根误差,结果如表 4 所示。由表 4 可知,当信噪比为 40 dB 时,tip 误差的均方根值为 $2.98 \times 10^{-4}''(2.06 \times 10^{-4}\lambda)$,满足拼接成像对共相位误差的 $\lambda/40$ (RMS) 的要求。目前商用 CCD 相机的信噪比基本都大于 40 dB,所以选择信噪比优于 40 dB 的 CCD 可大大降低其噪声对本文所提方法的影响。

表 4 不同 CCD 信噪比情况下 tip 的测量误差(RMS)

Table 4 Measured error (RMS) of tip under different signal-to-noise ratio of CCD

Signal-to-noise ratio of CCD /dB	RMS of tip error / λ	RMS of tip error /(")
10	0.3343	0.4848
15	0.1489	0.2159
20	0.1228	0.1781
25	0.1051	0.1524
30	0.0034	0.0049
35	3.33×10^{-4}	4.82×10^{-4}
40	2.06×10^{-4}	2.98×10^{-4}
45	4.26×10^{-5}	6.17×10^{-5}
50	1.06×10^{-5}	1.53×10^{-5}
55	2.89×10^{-6}	4.19×10^{-6}

4.2 面形误差的影响

依然以 tip 误差测量为例,在分块子镜上引入不同的面形误差,将测量得到的 tip 值与设置值进行比较,得到测量误差,分析面形误差对 tip-tilt 误差测量的影响。

取面形误差的 RMS 值分别为 0.01λ 、 0.02λ 、 0.03λ 、 0.04λ 、 0.05λ 、 0.06λ 、 0.07λ 7 种不同情况,在每一种情况下,以 $0.0209''(0.0137\lambda)$ 为步长,将 tip 从 0

增加至 $2.09''$,共有 100 组测量数据,分别计算其均方根误差,结果如表 5 所示。由表 5 可知,tip-tilt 误差的测量值随面形误差的增大而增大,若要保证测量误差小于 $\lambda/40$ (RMS),分块镜的面形误差的允差 (RMS) 应为 $0.0255''(0.04\lambda)$ 。

5 结 论

提出了一种基于 PTF 的分块镜 tip-tilt 误差的检

表 5 不同的分块镜面形 RMS 误差情况下 tip 误差 RMS 的测量值

Table 5 Measured RMS of tip error under different segment's figure RMS error

RMS of figure error / λ	RMS of tip error / λ	RMS of tip error / ($''$)
0.01	0.0064	0.0092
0.02	0.0127	0.0184
0.03	0.0191	0.0277
0.04	0.0255	0.0370
0.05	0.0319	0.0463
0.06	0.0383	0.0554
0.07	0.0447	0.0648

测方法。在分块镜的共轭面处设置具有离散孔结构的光阑并以它作为 tip-tilt 误差检测系统的入瞳,依据傅里叶光学原理,对 PSF 进行傅里叶变换,分析得到 OTF 旁瓣的相位分布,进而建立 PTF 的相位梯度与 tip-tilt 误差的函数关系,据此实现分块镜 tip-tilt 误差的检测;对所提方法的正确性和可行性进行了仿真和实验验证,并对实验结果进行了分析,该方法的检测精度 RMS 为 $2.99 \times 10^{-3} \lambda$ ($0.0182''$), 优于共相位成像系统对共相位拼接的要求。与现有的 tip-tilt 误差检测方法相比,本文方法得益于离散孔结构光阑的设置和傅里叶变换的介入,有效地将各分块子镜的 tip-tilt 误差在空间频率域中分开,消除了小误差测量时质心探测法的不确定性,提高了 tip-tilt 误差的检测精度,从而不必将 tip-tilt 误差的检测分为粗测和精测两个阶段实现,避免了阵列透镜及一些迭代算法的使用,大大简化了共相位 tip-tilt 误差的检测过程及检测系统的结构,提高了检测效率。该方法可用于拼接式主镜、稀疏孔径成像系统。

参 考 文 献

- [1] Hege E K, Beckers J M, Strittmatter P A, et al. Multiple mirror telescope as a phased array telescope[J]. *Applied Optics*, 1985, 24(16): 2565-2576.
- [2] 罗群, 黄林海, 顾乃庭, 等. 相位差波前检测方法应用于平移误差检测的实验研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(6): 069501.
Luo Q, Huang L H, Gu N T, et al. Experimental study on phase diversity wavefront sensing technology in piston error detection[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(6): 069501.
- [3] 颜召军, 陈欣扬, 郑立新, 等. 基于色散干涉图像的拼接望远镜共相零位标定方法研究[J]. *物理学报*, 2016, 65(19): 199501.
Yan Z J, Chen X Y, Zheng L X, et al. Zero co-phasing reference calibration method based on dispersed interferogram for segmented mirror telescope[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(19): 199501.
- [4] 常军, 张正慧, 王蕊瑞. 特殊光学元件的新型子孔径拼接检测方法研究[J]. *物理学报*, 2011, 60(3): 034218.
Chang J, Zhang Z H, Wang R R. A new sub-aperture stitching method of measuring special optical element[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(3): 034218.
- [5] 陈波, 揭燕耀. 基于像清晰化的光学多孔径活塞误差校正方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(20): 2012001.

- [6] Chen B, Jie Z Y. Piston error correction method of optical multi-aperture based on image sharpness[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(20): 2012001.
- [7] 马慧敏, 檀磊, 张京会, 等. 基于深度学习的合成孔径成像系统共相误差检测研究综述[J]. *量子电子学报*, 2022, 39(6): 927-941.
Ma H M, Tan L, Zhang J H, et al. Review of co-phasing error detection for synthetic aperture imaging system based on deep learning[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2022, 39(6): 927-941.
- [8] 马舒凡, 鲜浩, 王胜千. 合成孔径系统平移误差的四棱锥传感器检测方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(15): 1528001.
Ma S F, Xian H, Wang S Q. Detection of piston error of synthetic aperture system using pyramid sensor[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(15): 1528001.
- [9] Wizinowich P L, Chin J, Johansson E, et al. Adaptive optics developments at Keck observatory[J]. *Proceedings of SPIE*, 2006, 6272: 627209.
- [10] McLean I S, Adkins S. Instrumentation at the Keck observatory [J]. *Proceedings of SPIE*, 2004, 5492: 1-12.
- [11] McLean I S, Adkins S M. Instrumentation at the Keck observatory[J]. *Proceedings of SPIE*, 2008, 7014: 701402.
- [12] Wizinowich P L, Le Mignant D, Bouchez A, et al. Adaptive optics developments at Keck observatory[J]. *Proceedings of SPIE*, 2004, 5490: 1-11.
- [13] Adkins S M, Armandroff T E, Fitzgerald M P, et al. New developments in instrumentation at the W. M. Keck Observatory [J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9147: 914703.
- [14] Alvarez P, Espinosa J M R, Sánchez F. The Gran Telescopio Canarias (GTC) project[J]. *New Astronomy Reviews*, 1998, 42(6/7/8): 553-556.
- [15] Clampin M. Status of the James Webb space telescope (JWST) [J]. *Proceedings of SPIE*, 2008, 7010: 70100L.
- [16] Atkinson C, Texter S, Hellekson R, et al. Status of the JWST optical telescope element[J]. *Proceedings of SPIE*, 2006, 6265: 62650T.
- [17] Acton D S, Towell T, Schwenker J, et al. Demonstration of the James Webb Space Telescope commissioning on the JWST testbed telescope[J]. *Proceedings of SPIE*, 2006, 6265: 62650R.
- [18] Greenhouse M. The James Webb Space Telescope: mission overview and status[C]//2016 IEEE Aerospace Conference, March 5-12, 2016, Big Sky, MT, USA. New York: IEEE Press, 2016.
- [19] 付玉, 袁沐, 金振宇, 等. 中国巨型太阳望远镜主动对准建模分析[J]. *光学学报*, 2022, 42(12): 1211002.
Fu Y, Yuan S, Jin Z Y, et al. Active alignment modeling and analysis of Chinese giant solar telescope[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(12): 1211002.
- [20] 张伟, 邓键, 龙夫年, 等. 子孔径合成光学成像系统像质评价研究[J]. *光学学报*, 2008, 28(4): 687-691.
Zhang W, Deng J, Long F N, et al. Image quality evaluation for segmented mirror synthetic aperture optics[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(4): 687-691.
- [21] 陈荣利, 张涛, 马臻, 等. 拼接误差对拼接式大口径反射镜成像质量的影响[J]. *光子学报*, 2009, 38(12): 3240-3244.
Chen R L, Zhang T, Ma Z, et al. Influences of the alignment errors on image quality of large segmented mirrors[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, 38(12): 3240-3244.
- [22] 张龙, 王孝坤, 程强, 等. 拼接式望远镜光学共相探测技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(23): 230102.
Zhang L, Wang X K, Cheng Q, et al. Optical co-phasing detection technology of segmented telescopes[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(23): 230102.
- [23] 王臣臣, 邹刚毅, 庞志海, 等. 拼接主镜光学系统展开误差的分析[J]. *光学学报*, 2016, 36(11): 1122005.
Wang C C, Zou G Y, Pang Z H, et al. Analysis on deployment error of segmented mirror optical system[J]. *Acta Optica Sinica*,

- 2016, 36(11): 1122005.
- [23] 霍银龙, 杨飞, 王富国. 大口径光学望远镜拼接镜面关键技术综述[J]. 中国光学(中英文), 2022, 15(5): 973-982.
Huo Y L, Yang F, Wang F G. Overview of key technologies for segmented mirrors of large-aperture optical telescopes[J]. Chinese Optics, 2022, 15(5): 973-982.
- [24] 周仁忠, 闫吉祥, 俞信, 等. 自适应光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996: 130-138.
Zhou R Z, Yan J X, Yu X, et al. Adaptive optics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996: 130-138.
- [25] Mazzoleni R, Gonté F, Surdej I, et al. Design and performances of the Shack-Hartmann sensor within the Active Phasing Experiment[J]. Proceedings of SPIE, 2008, 7012: 70123A.
- [26] Mazzoleni R, Yaitskova N, Noethe L. Disentangling between low order telescope aberrations and segmentation errors using a Shack-Hartmann sensor[J]. Proceedings of SPIE, 2008, 7012: 701216.
- [27] 沈锋, 姜文汉. 夏克-哈特曼波前传感器的波前相位探测误差[J]. 光学学报, 2000, 20(5): 666-671.
Shen F, Jiang W H. The measurement error of wavefront phase with Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(5): 666-671.
- [28] 董若曦, 李敏, 晋凯, 等. 夏克-哈特曼波前传感器双星波前误差测量计算大气非等晕误差的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(21): 2101001.
Dong R X, Li M, Jin K, et al. Research on double star wavefront error detection with Shack-Hartmann wavefront sensor to calculate piston-removed anisoplanatic error[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(21): 2101001.
- [29] Gonsalves R A. Phase retrieval and diversity in adaptive optics[J]. Optical Engineering, 1982, 21(5): 829-832.
- [30] Mugnier L M, Blanc A, Idier J. Phase diversity: a technique for wave-front sensing and for diffraction-limited imaging[J]. Advances in Imaging and Electron Physics, 2006, 141: 1-76.
- [31] Paxman R G, Fienup J R. Optical misalignment sensing and image reconstruction using phase diversity[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1988, 5(6): 914-923.
- [32] Acton D S, Knight J S, Contos A, et al. Wavefront sensing and controls for the James Webb Space Telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8442: 84422H.
- [33] Cheatham A C, Tuthill P G, Sivaramakrishnan A, et al. Fizeau interferometric cophasing of segmented mirrors[J]. Optics Express, 2012, 20(28): 29457-29471.
- [34] Cheatham A, Cvetojevic N, Norris B, et al. Fizeau interferometric cophasing of segmented mirrors: experimental validation[J]. Optics Express, 2014, 22(11): 12924-12934.
- [35] Deprez M, Bellanger C, Lombard L, et al. Piston and tilt interferometry for segmented wavefront sensing [J]. Optics Letters, 2016, 41(6): 1078-1081.
- [36] Deprez M, Wattellier B, Bellanger C, et al. Phase measurement of a segmented wave front using PISTon and TILT interferometry (PISTIL)[J]. Optics Express, 2018, 26(5): 5212-5224.
- [37] Rouze B, Primot J, Lanzoni P, et al. High-dynamic range segmented mirror metrology by two-wavelength PISTIL interferometry: demonstration and performance[J]. Optics Express, 2020, 28(22): 32415-32425.
- [38] 宋贺伦, 姜文汉, 鲜浩, 等. 基于迈克耳孙干涉系统的拼接主镜共相位检测技术[J]. 中国激光, 2008, 35(5): 748-751.
Song H L, Jiang W H, Xian H, et al. Technology of co-phasing of the segmented mirrors based on a Michelson interferometric system[J]. Chinese Journal of Lasers, 2008, 35(5): 748-751.
- [39] 范君柳, 王军, 吴泉英, 等. Golay3 望远镜系统的倾斜误差[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(11): 111102.
Fan J L, Wang J, Wu Q Y, et al. Tilt error of Golay3 telescope system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(11): 111102.
- [40] 左恒, 张茜, 张勇. 基于等厚干涉的拼接镜面边缘传感器研究[J]. 光学学报, 2021, 41(12): 1212002.
Zuo H, Zhang X, Zhang Y. Segmented mirror edge sensors based on equal thickness interference[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(12): 1212002.
- [41] Qin S, Chan W K. A tip-tilt and piston detection approach for segmented telescopes[J]. Photonics, 2020, 8(1): 3.
- [42] Zhao W R, Cao G R. Active cophasing and aligning testbed with segmented mirrors[J]. Optics Express, 2011, 19(9): 8670-8683.
- [43] 王姗姗, 朱秋东, 曹根瑞. 空间拼接主镜望远镜共相位检测方法[J]. 光学学报, 2009, 29(9): 2435-2440.
Wang S S, Zhu Q D, Cao G R. Cophasing methods of segmented space telescope[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(9): 2435-2440.
- [44] Nella J, Atcheson P D, Atkinson C B, et al. James Webb Space Telescope (JWST) observatory architecture and performance[J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5487: 576-587.

Tip-Tilt Error Detection for Segments via Phase Transfer Function

Zhang Lu^{1,2}, Zhao Weirui^{1,2*}, Zhao Yuejin^{1,2}, Liu Juan^{1,2}

¹School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

²Beijing Key Laboratory for Precision Optoelectronic Measurement Instrument and Technology, Beijing 100081, China

Abstract

Objective In order to observe more distant and fainter objects with a better resolution and signal-to-noise ratio, larger primary mirror telescopes are required to improve the diffraction limit and increase the collected light energy. This leads to problems of manufacture, testing, transportation, and launch for monolithic primary mirrors. At present, it is hard to build a monolithic primary mirror with a diameter of 8 m or larger. The segmented primary mirror is thus adopted to address these issues. However, tip-tilt errors between segments must be eliminated to meet the requirements of the light-collecting capacity and resolution. The existing tip-tilt error detection approaches mainly include the centroid detection

method, phase retrieval/phase diversity (PR/PD) method, Shack-Hartmann phase sensing method, and other methods based on interferometry. In tip-tilt error detection, the centroid detection method is usually used in the coarse stages, and the PR/PD is used to eliminate the uncertainty of the centroid detection method in the fine stages. The Shack-Hartmann phase sensing method is separately used in coarse and fine stages, which also involve special-purpose hardware, complex structure, and unstable factors.

Methods In this paper, a novel method, for detecting tip-tilt errors in a large capture range with a better accuracy via phase transfer function (PTF), is proposed. A mask with a sparse subpupil configuration is set on the segments' conjugate plane and serves as the entrance pupil of the tip-tilt error detection system. Then, the optical transfer function (OTF) with separated sidelobes can be obtained by the Fourier transform of the point spread function (PSF) recorded in the charge-coupled device (CCD) of the detection system, which makes it possible to separate the information of tip-tilt errors overlapped in the PSF. By analyzing the OTF sidelobes, the relationship between the phase distribution gradient of the OTF sidelobes and tip-tilt can be derived and used to extract the tip-tilt error without the measurement uncertainty of the centroid detection method, which makes the tip-tilt error detection realized with better accuracy in a large dynamic range. Simulations and experiments are conducted to verify the correctness of the proposed method. We set up a two-segmented system as shown in Fig. 2, and the tip-tilt errors are introduced from different ranges. In the small range, we introduce the tip-tilt errors from 0 to 0.4λ by the step of 0.008λ . In the large range, the tip-tilt errors are introduced from 0.4λ to 2.4λ by the step of 0.04λ . In the experiment, we verify the method on the basis of the active cophasing and aligning testbed with segmented mirrors as shown in Fig. 6. The tip-tilt errors can be obtained by calculating the differences between every two centroid positions of the images formed by the segments on the focal plane. Through this experimental platform, the tip-tilt error detection method proposed in this paper is compared with the centroid detection method to achieve correctness verification. For this purpose, the mask of the tip-tilt error detection module (TEDM) is redesigned, and the original hole D is replaced with three discrete holes, as shown in Fig. 7. We have also performed preliminary simulations of the effects caused by CCD noise and figure error on the method described in this paper.

Results and Discussions Simulation results show that the tip-tilt error can be detected with high accuracy over a large dynamic range as shown in Fig. 4 and Fig. 5, and the root-mean-square (RMS) has the order of magnitude of $10^{-15}\lambda$, which conforms to the detection requirements of the tip-tilt errors. Compared with the existing methods, this method does not need to divide the error detection into two stages and can effectively eliminate the measurement uncertainty of the center-of-mass detection. On the active cophasing and aligning testbed with segmented mirrors we set up before, experiments have been carried out to verify the feasibility of the method, and the RMS of detection accuracy of the method is $2.99 \times 10^{-3}\lambda$, which meets the cophasing requirement of segmented telescopes. The experiment results are given in Table 1, Table 2, and Table 3. In addition, some factors affecting the detection accuracy of the proposed method, such as CCD noise and figure error of the tested segments, are analyzed by simulations, and the results in Table 4 and Table 5 show that in order to meet the cophasing requirement of $\lambda/40$ (RMS), the signal-to-noise of CCD and the figure error of segments should be better than 40 dB and 0.05λ (RMS), respectively.

Conclusions Because of the setting of the sparse subpupil configuration and the intervention of the Fourier transform, the method in this paper effectively separates the tip-tilt errors of the segmented system in the spatial frequency domain. Then, the uncertainty of the centroid detection method during the measurement of the small errors is eliminated. The detection accuracy of the tip-tilt errors is ensured and improved. The tip-tilt error detection method simplifies the detection process and eases the demanding hardware required in existing sensing methods, and cophasing is no longer divided into coarse and fine stages that involve separate dedicated hardware solutions. This method can be adapted to any segmented primary mirror and sparse-aperture telescope system with any shape of the sub-mirror.

Key words Fourier optics; phase transfer function; segment; tip-tilt error; sparse subpupil configuration; Fourier transform