

相干光成像理论及振铃振荡的计算研究

李俊昌^{1*}, 宋庆和^{1,2*}, 桂进斌¹, 夏海廷^{1,2}¹昆明理工大学理学院物理系, 云南昆明 650500;²云南省土木工程防灾重点实验室, 云南昆明 650500

摘要 通过光波场空间追迹导出相干光成像计算公式, 基于所导出的公式对经典的相干光成像理论进行简要讨论。为证明所导出公式的准确性, 设计了矩形透光孔为物的成像实验, 利用经典的相干光成像理论与所导出的公式同时对实验测量像强度进行了模拟计算。结果表明, 所导出的公式能够准确地计算矩形孔像光场强度图像及像边沿的振铃振荡分布。

关键词 衍射; 相干光成像; 振铃振荡

中图分类号 O438.2 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS231653

1 引言

在近代光学研究领域, 玻恩(M. Born)^[1]和沃耳夫(E. Wolf)的《光学原理》以及顾德门(Joseph W. Goodman)^[2-3]的《傅里叶光学导论》中对光的传播、干涉和衍射的电磁理论进行了系统描述。两部名著中的相干光成像理论是当代科技工作者广泛引用的经典理论^[4-8]。然而, 这两种理论均是在不同的近似条件下得到的。《光学原理》中的成像公式是在假定被照明物体的尺寸很小及像光场存在“等晕区”的前提下导出的。《傅里叶光学导论》中, 在只考虑像光场振幅分布的前提下, 对成像系统的脉冲响应进行了简化, 导出了被照明物体尺寸小于光学系统入射光瞳直径1/4时像光场振幅分布的计算公式。从数学形式上看, 两部光学名著导出的公式有相同的形式, 并且相干光成像系统均是线性空间不变系统, 由出射光瞳定义的传递函数的物理意义是理想像频谱的滤波器。

随着科技的进步, 上述理论逐渐不能满足实际需要。例如, 2016年Horstmeyer等^[7]在*Nature Photonics*期刊发表的论文引用《傅里叶光学导论》的相干光成像理论后, 建议对成像系统作像质评价时应给出一种辐射形状条纹的分辨率板(西门子星)在像平面不同位置的图像。这表明, 相干光照明的成像系统并不是线性空间不变系统。又如, 20世纪90年代, 李俊昌等^[4]基于《傅里叶光学导论》中给出的成像公式研究一种叠像式强激光整形系统时, 必须人为地引入像光场的相位分布才能解决像光场叠加时的干涉问题。

基于顾德门教授的研究方法, 但不脉冲响应作近似, 2002年李俊昌导出了能够计算像光场复振幅的表达式^[8]。此后, 按照该表达式重新定义了相干传递函数的物理意义^[9], 并给出了较好的实验证明^[9-10]。该公式不但能对当前结构光照明改变像光场振幅分辨率的热点研究进行定量讨论^[11], 而且能在提高像面数字全息检测质量的研究中发挥积极作用^[12]。

鉴于应用基础理论的重要性, 本文再次通过光波场的空间追迹简明地导出相干光成像公式, 并且基于所导出的公式对《光学原理》中的相干光照明成像公式进行研究。研究表明, 对于实际光学系统, 像光场中不存在“等晕区”, 并且不存在与物光场无关而只与成像系统出射光瞳及像差有关的光瞳函数。为确认这个理论研究结果, 用不同形式的实验进一步证明所导出公式的可行性是必须进行的工作。作为成像公式的另一实验证明, 本文将进行USAF1951分辨率板上矩形透光孔为物的成像及像面数字全息实验, 用经典成像理论及所导出的公式同时对实验图像进行模拟计算, 并特别关注像光场强度图像上的“振铃振荡”(ringing)^[2-3]与实验测量结果的比较。

由于数字全息检测中像光场的振幅和相位是同等重要的物理量, 谨望本文的研究能为数字全息检测研究中消除振铃振荡对像光场的振幅干扰提供有益的参考。

2 基于光波场的空间追迹导出相干光成像公式

在直角坐标系 $o-xyz$ 中建立图1所示的单透镜成

收稿日期: 2023-10-16; 修回日期: 2023-11-14; 录用日期: 2023-11-24; 网络首发日期: 2023-12-12

基金项目: 国家自然科学基金(62165007, 62065010, 11862008)

通信作者: *songqinghe@126.com; **jcli99@163.com

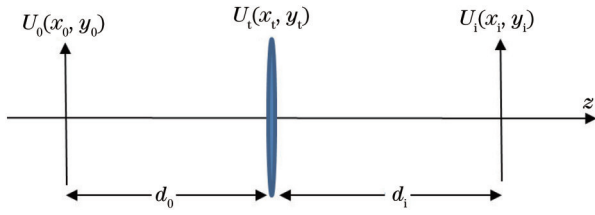


图 1 单透镜成像系统

Fig. 1 Single lens imaging system

像系统,成像系统光轴与 z 轴重合。令物平面坐标为 $o_0-x_0y_0$, 透镜平面坐标为 $o_i-x_iy_i$, 透镜焦距为 f , 透镜光

瞳函数为 $P(x_i, y_i)$, 像平面坐标为 $o_i-x_iy_i$, 物距和像距分别为 d_0, d_i 。若 $U_0(x_0, y_0)$ 是物平面光波场, 到达透镜左侧表面的光波场可以用菲涅耳衍射积分表示为

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\lambda d_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \times \exp\left\{\frac{jk}{2d_0}[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0, \quad (1)$$

式中: $j = \sqrt{-1}$; $k = 2\pi/\lambda$ 为波数; λ 为光波长。

该列光波穿过透镜到达像平面的光波场为

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\lambda d_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_i(x_i, y_i) P(x_i, y_i) \exp\left[-\frac{jk}{2f}(x_i^2 + y_i^2)\right] \times \exp\left\{\frac{jk}{2d_i}[(x_i - x_i)^2 + (y_i - y_i)^2]\right\} dx_i dy_i. \quad (2)$$

将式(1)代入式(2), 令 $M = -d_i/d_0$, 在像平面满足 $\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f} = 0$, 可以得到

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \exp\left[\frac{jk}{2d_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \exp\left[\frac{jk}{2d_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] dx_0 dy_0 \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_i, y_i) \exp\left\{-j2\pi\left[(x_i - Mx_0)\frac{x_i}{\lambda d_i} + (y_i - My_0)\frac{y_i}{\lambda d_i}\right]\right\} dx_i dy_i. \quad (3)$$

再令 $f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}$, $f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}$, $x_a = Mx_0$, $y_a = My_0$, 式(3)可以写为

$$U_i(x_i, y_i) = \exp\left[\frac{jk}{2d_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{1}{M} U_0\left(\frac{x_a}{M}, \frac{y_a}{M}\right) \exp\left[-\frac{jk}{2d_i M}(x_a^2 + y_a^2)\right] h(x_i - x_a, y_i - y_a) dx_a dy_a, \quad (4)$$

$$h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \exp[-j2\pi(xf_x + yf_y)] df_x df_y. \quad (5)$$

为便于理论分析, 将式(4)用傅里叶变换 \mathcal{F} 及逆变换 \mathcal{F}^{-1} 重新表示为

$$U_i(x_i, y_i) = \exp\left[\frac{jk}{2d_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \times \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\left[-\frac{1}{M} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \exp\left[-\frac{jk}{2d_i M}(x_i^2 + y_i^2)\right]\right\} \times P(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y)\right\}. \quad (6)$$

至此, 简明地导出了相干光成像的计算公式。

3 《光学原理》中的相干光照明成像公式

基于《光学原理》第7版9.5节的讨论^[1], 在空间建立笛卡儿坐标系, 若成像系统的横向放大率为 M , 物平面上的点为 (X_0, Y_0) , 引用尺度归一化坐标 $x_0 = MX_0, y_0 = MY_0$, 令物平面光波场为 $U_0(x_0, y_0)$; 像平面坐标为 (x_i, y_i) , 像平面光波场 U_i 可表示为

$$U_i(x_i, y_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) K(x_0, y_0; x_i, y_i) dx_0 dy_0, \quad (7)$$

式中: K 为描述系统成像特性的一个传输函数。

为便于后续讨论, 不采用尺度归一化坐标, 用 (x_0, y_0) 及 (x_i, y_i) 表示物平面及像平面的笛卡儿坐标, 并注

意到理想像光场由 $\frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_0}{M}, \frac{y_0}{M}\right)$ 表示^[2-3], 则像平面光波场可重新写为

$$U_i(x_i, y_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_0}{M}, \frac{y_0}{M}\right) K'(x_0, y_0; x_i, y_i) dx_0 dy_0, \quad (8)$$

式中: K' 表示描述系统成像特性的一个传输函数。

设出射光瞳平面坐标为 (x_i, y_i) , 光瞳函数由 $G(x_i, y_i)$ 表示, 当点 (x_i, y_i) 位于光瞳外时, G 取零值, G 的相位是系统的像差函数, 幅值表示成像波的不均匀性^[1]。令成像系统出射光瞳到像平面距离为 d_i , 《光学原理》第7版9.5节的讨论指出, 当被相干光照明的物体尺寸很小时, 像平面存在一个特殊的等晕区。若照明光波长为 λ , 令 $f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}$, $f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}$, 在等晕区近似下, 通过数

学分析得到像光场的表达式:

$$U_i(x_i, y_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_0}{M}, \frac{y_0}{M}\right) K_A(x_i - x_0, y_i - y_0) dx_0 dy_0, \quad (9)$$

$$K_A(x_i - x_0, y_i - y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(\lambda f_x d_i, \lambda f_y d_i) \exp\{-j2\pi[(x_i - x_0)f_x + (y_i - y_0)f_y]\} df_x df_y. \quad (10)$$

《光学原理》中指出“光瞳函数 G 与物点无关”, 换言之, G 是与光学系统结构有关而与物平面光波场分布无关的函数。

采用傅里叶变换及逆变换符号, 式(9)可以表示为

$$U_i(x_i, y_i) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[\frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \right] G(-\lambda f_x d_i, -\lambda f_y d_i) \right\}. \quad (11)$$

从数学形式上看, 式(11)与《傅里叶光学导论》中引入波像差函数 W 定义广义光瞳函数后的像光场振幅表达式相似。具体而言, 若系统的出射光瞳函数为 $P(x, y)$, 定义 $k=2\pi/\lambda$, 《傅里叶光学导论》中有像差系统的像光场表达式为

$$U_i(x_i, y_i) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[\frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \right] H(f_x, f_y) \right\}, \quad (12)$$

$$H(f_x, f_y) = P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \exp[jkW(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)]. \quad (13)$$

《傅里叶光学导论》中在推导时已经指出, 式(12)只能在物体尺寸小于入射光瞳直径 $1/4$ 时计算像光场的振幅分布。但《光学原理》第 7 版 9.5 节的讨论认为, 式(11)可以计算等晕区近似下像光场的振幅及相位分布, 但是没有给出与出射光瞳及像差相关的传递函数 G 的具体表达式。

以下, 基于本文导出的成像公式(6), 讨论是否能导出式(11)中传递函数 G 的具体表达式。

4 相干光照明成像公式中光瞳函数 G 的研究

参照《傅里叶光学导论》中定义的广义光瞳函数, 基于式(6), 有像差系统的成像公式可以表示为

$$U_i(x_i, y_i) = \exp\left(jk \frac{x_i^2 + y_i^2}{2d_i}\right) \times \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[\frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \exp\left(-jk \frac{x_i^2 + y_i^2}{2Md_i}\right) \right] H(f_x, f_y) \right\}. \quad (14)$$

参照式(11), 将式(14)改写为

$$U_i(x_i, y_i) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[\frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \right] G'(f_x, f_y) \right\}, \quad (15)$$

$$G'(f_x, f_y) = \frac{\mathcal{F} \left\{ \frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \exp\left(-jk \frac{x_i^2 + y_i^2}{2Md_i}\right) \right\} \exp\left(jk \frac{x_i^2 + y_i^2}{2d_i}\right) H(f_x, f_y)}{\mathcal{F} \left\{ \frac{1}{|M|} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \right\}}. \quad (16)$$

从式(16)可以看出, G' 是与物光场相关的函数。如果要让 G' 与物光场无关, 并且可以表示成式(11)中的 $G(-\lambda f_x d_i, -\lambda f_y d_i)$ 的形式, 式(16)中的像距 d_i 应为无穷大。

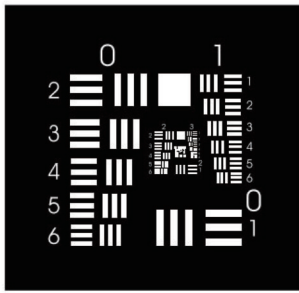
由于实际光学系统的像距都是有限值, 因此实际成像系统不存在与物光场无关的光瞳函数。如果式(6)是正确的, 要利用表达式(15)进行像光场复振幅的运算, 光瞳函数 G' 必须采用式(16)的形式。

文献[8-10]曾经对式(6)进行实验证明。以下, 通过相干光成像的振铃振荡理论计算及数值分析, 再次通过实验证明式(6)的准确性。

5 相干光成像的振铃振荡计算

当成像系统是圆形出射光瞳时, 《傅里叶光学导论》对相干光成像时像平面强度阶跃变化区存在的“振铃振荡”现象进行了定性介绍^[2-3]。下面以 USAF1951 分辨率板中第 4 组第 2 线号的方孔及相邻矩形透光孔为物, 同时利用式(6)及《傅里叶光学导论》给出的成像公式进行像光场强度及像面显微数字全息像光场强度的计算, 并与实验测量结果进行比较。图 2 为 USAF1951 分辨率板的结构示意图。

为便于下述讨论, 将光学系统无像差时《傅里叶光学导论》中给出的成像公式(12)简化为



● Number of pairs of lines per millimeter

Line number	Packet number							
	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	4	8	16	32	64	128
2	1.12	2.24	4.49	8.98	17.95	36	71.8	144
3	1.26	2.52	5.04	10.1	20.16	40.3	80.6	161
4	1.41	2.83	5.66	11.3	22.62	45.3	90.5	181
5	1.59	3.17	6.35	12.7	25.39	50.8	102	203
6	1.78	3.56	7.13	14.3	28.51	57	114	228

图 2 USAF1951分辨率板的结构示意图

Fig. 2 Structure diagram of USAF1951 resolution version

$$U_i(x_i, y_i) =$$

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[\frac{1}{|M|} U_0 \left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M} \right) \right] P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \right\}$$

(17)

图 3 所示为由显微物镜构成的数字全息实验系统。实验时,波长 $\lambda=633 \text{ nm}$ 的激光透过空间滤波器 SF 扩束及准直后形成平面波,透过分束镜 BS_1 的光波经透镜 L 聚焦再由反射镜 M_1 反射,成为球面波照射到物体 OBJ。OBJ 是分辨率板 USAF1951 的第 4 组第 2 线号的方形孔光孔区域,为了让物体获得较好的照明,会聚球面照明波的焦点在物平面上方约 1 mm 处。穿过物体的光波穿过物镜 MO 及半反半透镜 BS_2 后形成物光 O 到达微机 PC 控制的影像传感器 CCD 上成像。被分束镜 BS_1 反射沿纵向传播的光波经反射镜 M_2 及半反半透镜 BS_2 反射后,形成参考光 R 投射到 CCD。通过对 M_2 进行调整,让参考光稍微偏离光轴,CCD 记录的是离轴数字全息图。

实验研究中的物镜型号为 RMS 20X, 厂家给出的数值孔径 $NA=0.4$, 物镜焦距 $f=9 \text{ mm}$ 。当放大倍数为 20 时,按照透镜成像公式容易求得物体到透镜的距离为 $d_0=9.45 \text{ mm}$ 。于是,出射光瞳直径为 $D=2d_0 \times \tan[\arcsin(NA)]=8.2486 \text{ mm}$ 。

实验时采用的 CCD 具有宽度为 0.0052 mm 的 1600×1200 取样面阵,即像面记录的物理尺寸为

$8.32 \text{ mm} \times 6.24 \text{ mm}$ 。

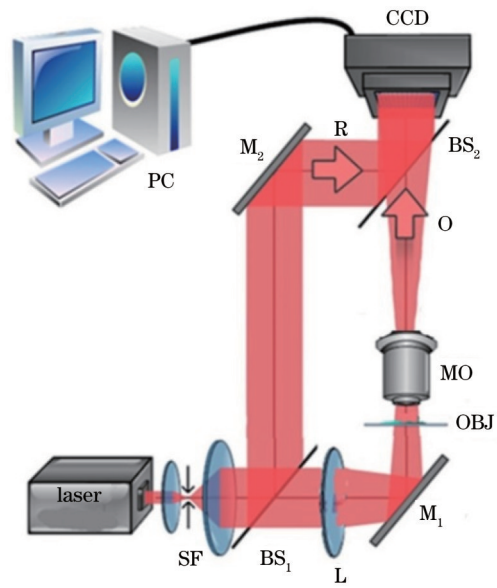


图 3 显微数字全息实验系统

Fig. 3 Experiment system of digital holographic microscopy

为能较好地获得模拟计算参数,首先遮挡住参考光并拍摄物体像的强度图像。CCD 记录像的强度图像示于图 4(a)。可以看出,在矩形孔边沿出现“振铃振荡”条纹。对图 4(a)进行二值化处理,图像上下沿纵向均匀补 0,图 4(b)展示了 1600×1600 取样点、物

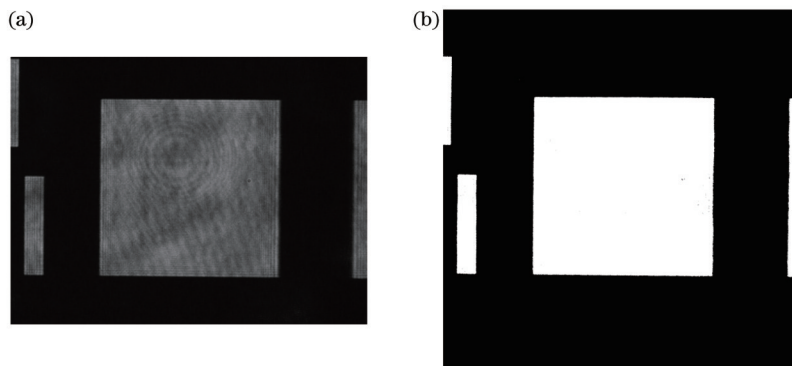


图 4 CCD 记录的像平面强度图像及模拟理想像振幅图 ($8.32 \text{ mm} \times 8.32 \text{ mm}$)。(a) 像平面强度图;(b) 模拟理想像振幅图

Fig. 4 Image plane intensity recorded by CCD and amplitude of simulated ideal images ($8.32 \text{ mm} \times 8.32 \text{ mm}$). (a) Image plane intensity; (b) simulated ideal image amplitude

理尺寸为 $8.32 \text{ mm} \times 8.32 \text{ mm}$ 的理想像光场振幅图像。

由于图 4(b) 中方孔边宽的像素数为 492, 即方孔像边宽为 $492 \times 0.0052 \text{ mm} = 2.5584 \text{ mm}$, 而分辨率板 USAF1951 第 4 组第 2 线号的方形孔宽度为 $2.5 \text{ mm} / 17.95 = 0.1393 \text{ mm}$, 即实验研究时光学系统的实际放大率 $|M| = d_i / d_o = 18.3661$ 。实验测量得到物平面 OBJ 到 CCD 记录平面的距离为 $d_i + d_o = 198.45 \text{ mm}$, 按照透镜成像公式 $1/f = 1/d_o + 1/d_i$, 求得 $d_o = 10.25 \text{ mm}$ 、 $d_i = 188.20 \text{ mm}$, 以及实际显微物镜焦距 $f = 9.72 \text{ mm}$ 。

虽然实验测量的焦距与厂家提供的显微物镜焦距 9 mm 不一致, 但是考虑到 CCD 像素及分辨率板的物理尺寸参数是可信的, 因此, 应以实验测量的焦距 $f = 9.72 \text{ mm}$ 进行模拟计算。

基于上述参数, 将图 4(b) 的物理尺寸变为 $8.32 \text{ mm} / |M| = 0.453 \text{ mm}$ 便能成为振幅为 1 且便于模拟计算的物平面振幅图像。显然, 物平面尺寸完全满足使用式 (17) 时必须小于 $D/4$ 的条件^[2-3]。图 5 给出了物平面在半径为 -1 mm 的会聚球面波照明下的振幅及相位图。

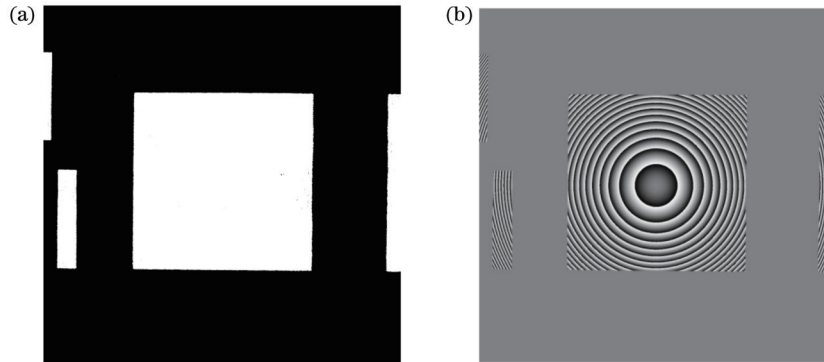


图 5 物平面的振幅及相位图 ($0.453 \text{ mm} \times 0.453 \text{ mm}$)。(a) 物平面振幅; (b) 物平面相位

Fig. 5 Amplitude and phase diagrams of object plane ($0.453 \text{ mm} \times 0.453 \text{ mm}$). (a) Amplitude of object plane; (b) phase of object plane

现基于上述实验参数, 同时利用式 (17) 及本文导出的式 (6) 模拟计算像光场的强度图像, 并特别关注“振铃振荡”条纹分布的理论及实验测量结果的比较。图 6(a) 展示了式 (17) 中的理想像作傅里叶变换

后得到的频谱强度图像, 图 6(b) 展示了式 (6) 中带二次相位因子的理想像作傅里叶变换后得到的频谱强度图像, 图中用圆环示出传递函数允许透过频谱的区域。

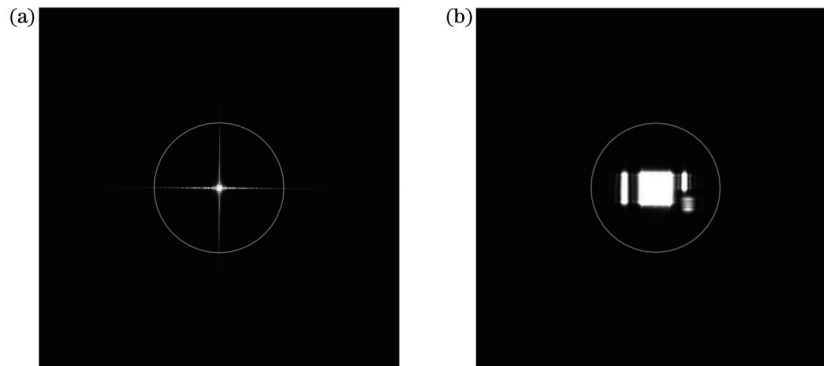


图 6 利用两个公式中傅里叶变换得到的频谱强度及圆形滤波窗图像 ($1600/8.32 \text{ mm}^{-1} \times 1600/8.32 \text{ mm}^{-1}$)。(a) 式 (17); (b) 式 (6)

Fig. 6 Spectral intensity of Fourier transform and circular filtering window image by two equations ($1600/8.32 \text{ mm}^{-1} \times 1600/8.32 \text{ mm}^{-1}$). (a) Eq. (17); (b) Eq. (6)

容易看出, 按照文献[9]对出射光瞳定义的传递函数物理意义的讨论, 图 6(b) 的频谱强度图像与理想像通过距离 Md_i 的衍射图相似。

由于式 (17) 及式 (6) 的模平方对应于像平面的强度分布, 利用图 6 中获得的频谱, 通过傅里叶逆变换后, 基于式 (17) 及式 (6) 得到的像平面光波场的强度图像分别示于图 7。可以看出, 两个计算公式均能获得较好的像光场的强度分布。然而, 每一矩形透光孔像的跃变边均存在振铃振荡。为较详细考察二者计算的

振铃振荡的区别, 图 8 给出图 7 中 x 轴负向像素由 0 至 800 pixel 的轴向强度二维曲线, 其中矩形线是几何光学预计的理想像强度曲线。

很明显, 式 (17) 计算的振铃振荡条纹比较细密, 边界处第一振铃振荡条纹强度大于式 (6) 的计算值。为便于将上述计算结果与实验测量结果进行比较, 图 9 和图 10 分别给出式 (17) 及式 (6) 模拟的像光场左侧强度的局部放大图像与实验测量对应区域放大图像的比较。

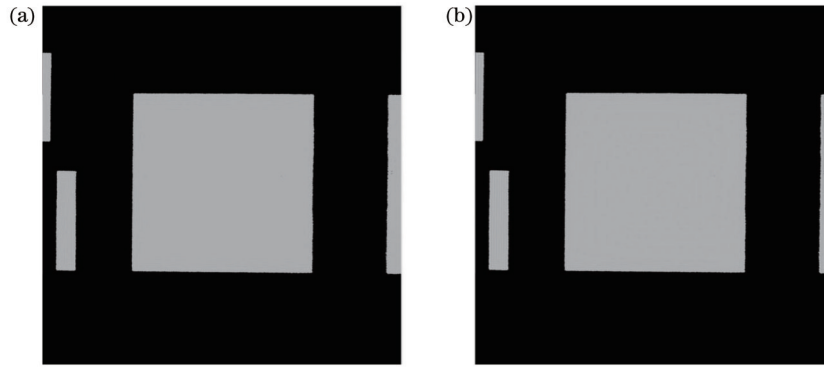


图 7 利用两个公式模拟像的强度图像。(a)式(17);(b)式(6)
Fig. 7 Simulated intensity images by two equations. (a) Eq. (17); (b) Eq. (6)

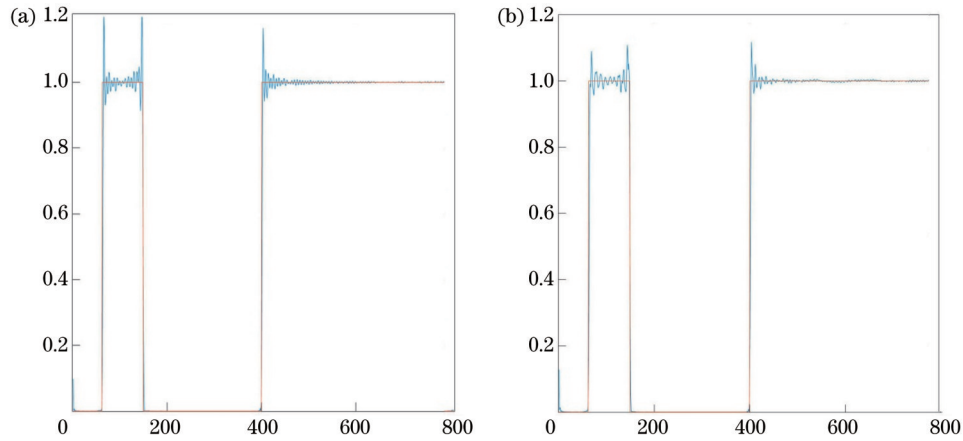


图 8 利用两个公式获得的图像强度在 x 轴负向的曲线。(a)式(17);(b)式(6)
Fig. 8 Image intensity curves obtained by two equations in the negative x -axis direction. (a) Eq. (17); (b) Eq. (6)

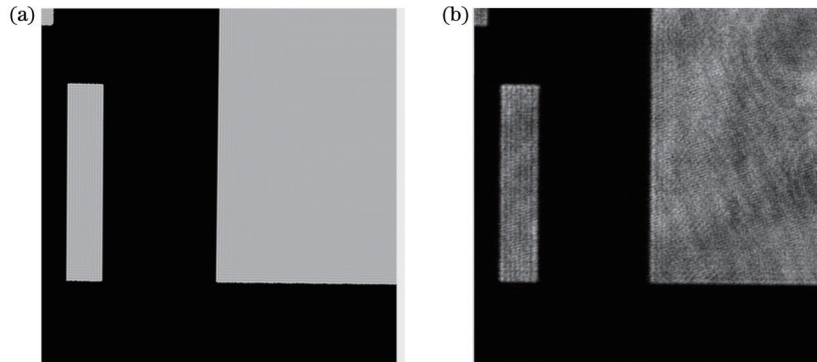


图 9 式(17)的重建像强度的局部放大图像与 CCD 测量图像的比较。(a)理论模拟结果;(b)实验测量结果
Fig. 9 Comparison of locally enlarged image by Eq. (17) and CCD measurement image for reconstructed image intensity.
(a) Theoretical simulation result; (b) experimental measurement result

对图 8~10 的考察表明,由于式(17)得到的振铃振荡条纹分布较细密,与实验测量结果有较大的差别,而式(6)模拟计算的振铃振荡条纹分布与实验测量结果比较接近。为究其原因,比较了式(17)及式(6)的数学表达式。从计算像光场振幅分布的角度看,只有像距 d_i 无穷大时,式(17)的计算值才是正确结果。由于实际成像系统的像距是有限值,从严格的理论意义上看,满足物体尺寸小于入射光瞳直径 $1/4$ 的条件下,采

用式(17)对像光场振幅的计算始终也是一种近似。

参照文献[9],利用式(6)对离轴数字全息图像进行理论模拟,并将该模拟结果与实验测量结果进行比较,二者具有很好的一致性。图 11 所示为式(6)中带二次相位因子的理想像的振幅图像及数字全息图消 0 级衍射干扰后的振幅图像,图中的圆环是传递函数滤波孔。

比较图 11(a)、(b)可以看出,圆孔内频谱的振幅

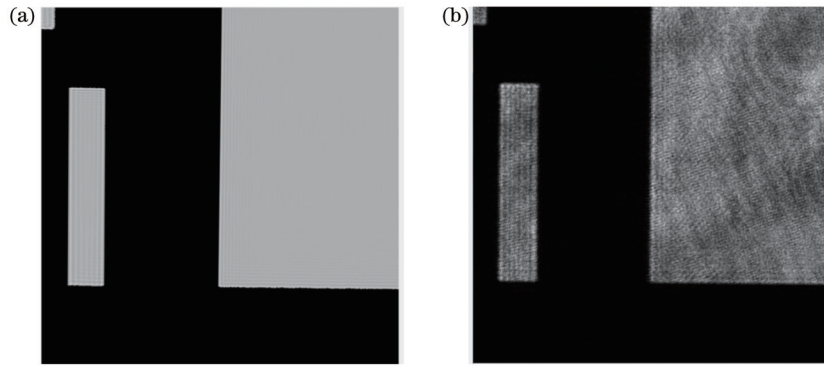


图 10 公式(6)的重建像强度的局部放大图像与 CCD 测量图像的比较。(a)理论模拟结果;(b)实验测量结果

Fig. 10 Comparison between locally enlarged image by Eq. (6) and CCD measurement image for reconstructed image intensity. (a) Theoretical simulation result; (b) experimental measurement result

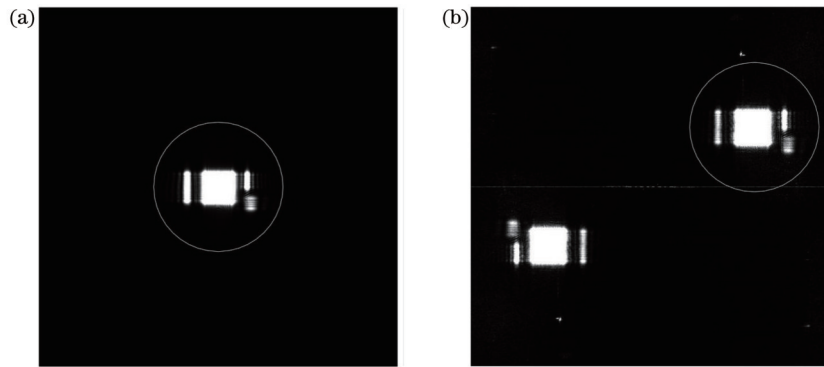


图 11 两种图像的频谱振幅分布的比较。(a)带二次相位因子的理想像的振幅图像;(b)数字全息图消 0 级衍射干扰的振幅图像

Fig. 11 Comparison of amplitude distribution of two types of image spectra. (a) Amplitude of ideal with secondary phase factor; (b) amplitude of digital hologram eliminating 0-order diffraction interference

图像完全相同,均与理想像经过距离 Md 的衍射图像相似^[9],说明采用实验测量的像距、物距及物镜焦距等参数进行模拟研究是正确的。

将图 11(a)圆环内对应的频谱数据进行傅里叶逆

变换后,利用式(6)得到的像光场强度图像示于图 12 (a)。将图 11(b)圆环内的频谱经过平移到频谱平面中央,周边补 0 后通过傅里叶逆变换得到的重建像强度图像示于图 12(b)。

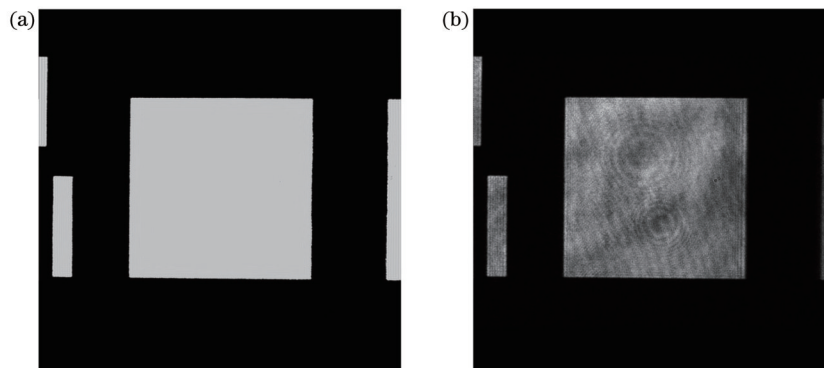


图 12 理论模拟的重建像强度与实验重建像强度的比较。(a)理论模拟的重建像;(b)实验重建像

Fig. 12 Comparison of reconstructed image intensity between theoretical simulation image and experimental reconstruction image. (a) Reconstruction image of theoretical simulation; (b) experimental reconstruction image

不难看出,扣除实验时照明光不理想均匀的影响,式(6)的理论模拟像与数字全息图的重建像吻合。本文的研究可视为对式(6)准确性的另一个较好的实验证明。

事实上,基于《傅里叶光学导论》中顾德门教授对相干光成像的研究方法,引入柯林斯公式,可以导出光波通过 2×2 矩阵元素 A 、 B 、 C 、 D 描述的光学系统的相干光成像公式^[13]。本文导出的式(6)可以视为文献

[13] 导出公式中 $A=M$ 、 $B=0$ 、 $D=1/M$ 的一个特例。

6 结 论

通过相干光成像过程的光波场空间追迹导出相干光成像计算公式,对经典的相干光成像理论存在的不足进行了简要讨论。为证明所导出公式的正确性,设计了矩形透光孔为物的成像实验,同时利用经典成像计算公式与所导出的公式对实验测量像进行了模拟计算。结果表明,所导出的公式不但能够较准确地计算像光场强度图像,而且能更准确地计算振铃振荡的分布。

参 考 文 献

- [1] 马科斯·玻恩, 埃米尔·沃耳夫. 光学原理[M]. 杨葭荪, 译. 7 版. 北京: 电子工业出版社, 2016.
Born M, Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light[M]. Yang J S, Transl. 7th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2016.
- [2] 约瑟夫·W. 顾德门. 傅里叶光学导论[M]. 詹达三, 董经武, 顾本源, 译. 北京: 科学出版社, 1976: 104.
Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. Zhan D S, Dong J W, Gu B Y, Transl. 1976: 104.
- [3] 约瑟夫·W. 顾德门. 傅里叶光学导论[M]. 陈家璧, 秦克诚, 曹其智, 译. 北京: 科学出版社, 2020: 151-153.
Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. Chen J B, Qin K C, Cao Q Z, Transl. 4th ed. Beijing: Science Press, 2020: 151-153.
- [4] 李俊昌, Merlin C R J. 一种将激光光束变换为矩形光斑光学装置的理论及实验研究[J]. 光学, 1993, 24(2): 55-64.
Li J C, Merlin C R J. Etude théorique et expérimentales d'un dispositif optique de transformation de faisceau laser en une tache rectangulaire[J]. Journal of Optics, 1993, 24(2): 55-64.
- [5] 苏显渝, 李继陶. 信息光学[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 58-64.
Su X Y, Li J T. Information optics[M]. Beijing: Science Press, 1999: 58-64.
- [6] 奥坎·K. 埃尔索伊. 衍射、傅里叶光学及成像[M]. 蒋晓瑜, 闫兴鹏, 译. 北京: 机械工业出版社, 2016.
Ersoy O K. Diffraction, Fourier optics and imaging[M]. Jiang X Y, Yan X P, Transl. Beijing: China Machine Press, 2016.
- [7] Horstmeyer R, Heintzmann R, Popescu G, et al. Standardizing the resolution claims for coherent microscopy[J]. Nature Photonics, 2016, 10(2): 68-71.
- [8] 李俊昌. 激光的衍射及热作用计算[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 116.
Li J C. Diffraction of laser and calculation of thermal action[M]. Beijing: Science Press, 2002: 116.
- [9] 李俊昌, 罗润秋, 彭祖杰, 等. 相干光成像系统传递函数的物理意义及实验证明[J]. 光学学报, 2021, 41(12): 1207001.
Li J C, Luo R Q, Peng Z J, et al. Physical significance and experimental proof of transfer function in coherent optical imaging systems[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(12): 1207001.
- [10] 李俊昌, 彭祖杰, 桂进斌, 等. 傍轴光学系统的相干光成像计算[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(20): 2011001.
Li J C, Peng Z J, Gui J B, et al. Calculation of coherent light imaging in paraxial optical system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(20): 2011001.
- [11] 李俊昌. 相干光成像计算及应用研究[EB/OL]. [2023-11-06]. <http://opticsjournal.net/columns/online?posttype=view&postid=PT210112000094qWtZw>.
Li J C. Coherent light imaging calculation and application research[EB/OL]. [2023-11-06]. <http://opticsjournal.net/columns/online?posttype=view&postid=PT210112000094qWtZw>.
- [12] 李俊昌, 桂进斌, 宋庆和, 等. 像面数字全息物体像的完整探测及重建[J]. 光学学报, 2022, 42(13): 1309001.
Li J C, Gui J B, Song Q H, et al. Complete detection and reconstruction of object image in image plane digital holography[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(13): 1309001.
- [13] 李俊昌, 熊秉衡. 信息光学教程[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2017: 102-106.
Li J C, Xiong B H. Information optics course[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2017: 102-106.

Calculation of Coherent Optical Imaging Theory and Ringing Oscillation

Li Junchang^{1**}, Song Qinghe^{1,2*}, Gui Jinbin¹, Xia Haiting^{1,2}

¹Department of Physics, Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, Yunnan, China;

²Yunnan Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Kunming 650500, Yunnan, China

Abstract

Objective In modern optical research, the electromagnetic theory of light propagation, interference, and diffraction was systematically described in M. Born and E. Wolf's *Principles of Optics* and Joseph W. Goodman's *Introduction to Fourier Optics*. The coherent optical imaging theories in the two classic works are widely cited by contemporary scientists and technological workers. However, both theories are obtained in approximate conditions. The calculation formulas given in *Principles of Optics* are derived based on assuming the existence of an "isoplanatic region" in the image plane. The derived formula introduces a pupil function that is only related to the optical system aberration and the exit pupil does not provide a specific expression for the pupil function, which cannot be employed for practical calculations. The calculation formula given in *Introduction to Fourier Optics* can only calculate the amplitude distribution of the image field when the object size

is less than $1/4$ of the diameter of the incident pupil.

From a mathematical perspective, the formulas derived from the two optical masterpieces have the same form, and coherent optical imaging systems are both linear space-invariant systems. The physical meaning of the transfer function defined by the outgoing pupil is a filter for the ideal image spectrum.

With the advancing technology, the above approximate theories are gradually unable to meet practical needs. For example, experimental observations indicate that the imaging quality varies in different regions of the image plane, and the imaging system illuminated by coherent light is not a linear space-invariant system. Additionally, in modern optical detection research, the amplitude and phase of the image field are equally important physical quantities, and the theory that can only calculate the amplitude distribution of the image field cannot meet the requirements. Therefore, it is necessary to study theories that can accurately calculate the amplitude and phase distribution of image light fields.

Methods Based on Fresnel diffraction integration, the spatial tracing of the optical wave field during the imaging of the lens imaging system is carried out, and the expression that can calculate the amplitude and phase distribution of the image light field is derived. Based on the derived formula, the shortcomings of the coherent optical imaging theory in the above-mentioned two optical masterpieces are first studied.

Considering currently no reports of quantitative numerical calculations on "ringing oscillation" in coherent optical imaging, ringing oscillation is an interference that must be eliminated for the image field of digital holographic detection. To experimentally prove the formula derived by the authors and provide a theoretical basis for eliminating ringing interference, we design a microscopic digital holography system. By adopting a USAF1951 resolution plate as the object, the intensity distribution of the image field is calculated using the calculation formula given in *Introduction to Fourier Optics* and the formula derived by us and compared with experimental measurements. In comparative studies, special attention should be paid to whether the theoretical distribution calculation of ringing and oscillation fringes is consistent with experimental measurements.

Results and Discussions Based on the derived formula [Eq. (6)], the coherent optical imaging system is no longer a linear space-invariant system. The research results on the coherent optical illumination imaging formula in *Principles of Optics* indicate that for actual optical systems, there is no "isoplanatic region" in the image field, and there is no pupil function that is independent of the object field but only related to the exit pupil and aberration of the imaging system. The calculation formula given in *Introduction to Fourier Optics* can only approximate the amplitude distribution of the image light field when the object size is smaller than the diameter of the incident pupil by $1/4$.

The comparison between theoretical calculations and experimental measurements shows that the derived Eq. (6) can more accurately calculate the distribution of ringing and oscillating fringes appearing in the image light field (Figs. 8-10).

Conclusions Formulas that can calculate the amplitude and phase of the image light field are derived by spatial tracking of the coherent optical imaging process, and the shortcomings of classical coherent optical imaging theory are discussed. An imaging experiment with a rectangular transparent hole as the object is designed to prove the correctness of the derived formula. Meanwhile, the classical imaging calculation formula and the derived formula are utilized to simulate and calculate the experimental measurement image. The research results indicate that the derived formula can not only accurately calculate the intensity image of the image light field, but also more accurately calculate the distribution of ringing oscillations.

Key words diffraction; coherent light imaging; ringing oscillation