

双拉盖尔-高斯腔光力系统中的腔内压缩冷却研究

廖庆洪*, 邱海燕, 程绍平, 朱泓宇, 曾永强

南昌大学信息工程学院电子信息工程系, 江西 南昌 330031

摘要 机械振子的冷却是腔光力学研究的重要方向之一。计算光力噪声谱和稳态的最终声子数,对基于耦合光学参量放大器(OPA)的双拉盖尔-高斯腔光力系统中的腔内压缩冷却问题进行研究。在弱耦合条件下,利用微扰近似理论方法得出系统的光力噪声谱,基于费米黄金法则的理论计算出稳态下的最终声子数的解析表达式。利用入射泵浦光驱动腔场内耦合的OPA,使腔场内形成强烈的非线性压缩效应,量子反作用加热过程得到有效抑制,系统净冷却率得到显著提高。此外,讨论了其他系统参数对机械振子冷却的影响。最后研究了系统的稳态声子数,声子数可以在较大参数范围内小于1。该方案能有效地降低机械振子的冷却极限。

关键词 量子光学; 双拉盖尔-高斯腔; 基态冷却; 腔内压缩; 光力噪声谱

中图分类号 O436 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS231277

1 引言

腔光力学是量子力学的重要组成部分,利用腔光力系统可研究光与可移动机械振子之间由于辐射压力而产生的相互作用^[1,2]。由于腔光力学在基础物理研究和潜在的应用科学中的重要性,腔光力系统受到越来越多的关注^[3-6]。腔光力系统为操纵光子和声子提供了强大的平台,在现代光通信和精密测量等领域具有广阔的应用前景^[7]。此外,许多腔光力系统的潜在应用也得到了研究,如单声子源^[8]、环境温度和电荷的精确测量^[9-10]、光学质量传感^[11]和光存储^[12]等。得益于这些应用,腔光力学系统在很大程度上促进了光子传输和量子信息处理的发展,例如量子纠缠^[13]、正交模分裂^[14]、四波混频^[15]、光力诱导透明^[16]、快慢光^[17-19]和基态冷却^[20]等。随着基态冷却技术的发展,腔光力学的研究正进入非经典态制备、量子态成像和未来量子互联网等领域。然而,研究机械振子中的量子现象就必须对不可控制的热涨落部分进行强力抑制。对宏观机械振子的量子操纵的一个关键步骤是将机械振子冷却到其量子基态,在该量子基态中,热噪声大大降低。因此,机械振子冷却是目前腔光力学研究的重点之一^[21],根据腔场耗散率与机械振子共振频率的大小关系可以大致分为边带可分辨条件下的冷却^[22]和边带不可分辨条件下的冷却^[23]。

近年来,国内外学者开展了大量有关机械振子基

态冷却工作的研究。Teufel等^[20]研究了在边带可分辨条件下微型机械振子的基态冷却。文献^[24]提出了著名的边带冷却理论,利用量子反作用效应实现了机械振子的基态冷却。王婧^[25]通过电磁感应透明冷却法实现了三拉盖尔-高斯腔光力系统在不可分辨边带区域下的机械振子基态冷却。类似地,在双腔光力系统中,利用类似电磁感应透明的冷却机制在边带不可分辨区域研究了机械振子的冷却过程^[26]。本课题组针对耦合辅助腔和二阶非线性介质的腔光力系统,提出一种腔内压缩光力冷却方案^[27]。此外,反馈冷却^[28]、动态耗散冷却^[29]、测量冷却^[30]等也引起了研究者的广泛关注。

基于上述研究,本文提出了一种基于双拉盖尔-高斯旋转腔的腔内压缩冷却方案,其中光学参量放大器(OPA)和全反射可旋转的镜子可耦合到标准的光学腔场中。拉盖尔-高斯旋转腔相对传统光力耦合腔来说,在系统参数的选择方面没有过多限制,在实验上比较容易实现。实验上已经实现利用高斯腔模的线性动量传递捕获和冷却振动镜子,其中腔场由一个部分透明输入耦合器和一个可移动的反射镜组成^[31],因此本文方案在实验上是可行的。与之前的研究^[27,32]相比,本文方案的特点在于复合系统中耦合了OPA介质,在OPA介质存在的情况下,机械振子的净冷却率明显提升。OPA介质所引起的腔内压缩利用量子干涉效应使得所有通道的耗散引起的噪声在腔内发生干涉,从而消除量子反作用引起的加热效应。同时,由于拉盖

收稿日期: 2023-07-18; 修回日期: 2023-08-28; 录用日期: 2023-10-07; 网络首发日期: 2023-10-17

基金项目: 国家自然科学基金(62061028)、南昌大学江西省财政科技专项“包干制”试点示范项目(ZBG20230418015)、上海市特殊人工微结构材料与技术重点实验室开放基金(ammt2021A-4)

通信作者: *nculqh@163.com

尔-高斯旋转腔光力系统的独特性质,即使两个光学腔为坏腔(低品质因子),该方案也是可行的。通过调节系统参数,使最终声子数小于 1,从而实现旋转镜子的基态冷却。最后,边带不可分辨的条件下的机械振子的基态冷却问题得以解决。

2 物理模型

图 1 为耦合非线性 OPA 介质的双拉盖尔-高斯腔光力系统示意图^[33-35]。如图 1 所示,复合系统由两个固定镜子(FM_{*i*}, *i*=1,2)、一个安装在支架 S 上并可绕 Z 轴旋转的反射镜(RM)和一个 OPA 介质组成。G 是高斯光束,FM₁ 和完全反射的 RM 构成了腔 1,而 FM₁ 和另一个完全反射的 FM₂ 构成了腔 2。系统所使用的镜子都是螺旋相位板,其中 FM₁ 具有相反的螺旋绕向。由于 FM₁ 的两面螺旋绕向设计是相反的,因此经其透射后的光束的拓扑电荷不会发生变化,而从其两侧反射的光束将被移除 2*l* 的固定拓扑电荷,其中 *l* 为拓扑电荷数。此外,FM₂ 和 RM 的螺旋绕向的设计允许反射的光束增加 +2*l* 的拓扑电荷。由此可知:入射的拓扑电荷为零的高斯光束经 FM₁ 反射后变为拓扑电荷为 -2*l* 的拉盖尔-高斯光束,而经 FM₁ 透射后,其拓扑电荷依然为零,再经 RM 反射后变为拓扑电荷为 +2*l* 的拉盖尔-高斯光束。腔 1 内拓扑电荷为 +2*l* 的拉盖尔-高斯光束经 FM₁ 反射后又变为拓扑电荷为零的高斯光束,再经 FM₂ 反射后又携带 +2*l* 的拓扑电荷^[33-35]。假设 RM 是一个质量为 *m*、半径为 *r* 的薄盘,它绕 Z 轴

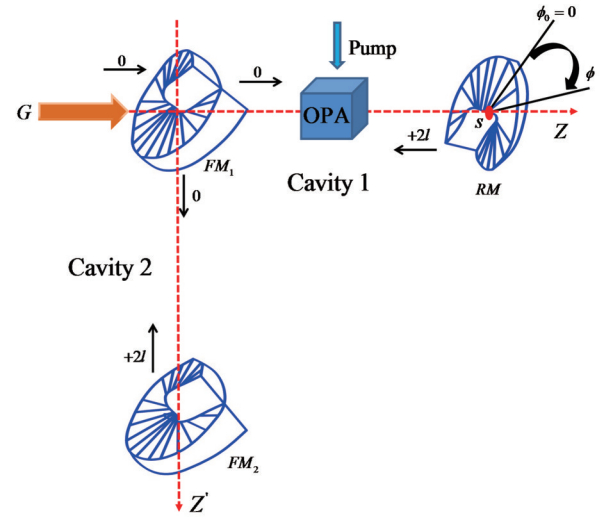


图 1 耦合非线性 OPA 介质的双拉盖尔-高斯腔光力系统示意图^[33-35]

Fig. 1 Schematic diagram of double-Laguerre-Gaussian-cavity optomechanical system coupling with nonlinear OPA medium^[33-35]

的转动惯量为 $I = mr^2/2$ 。RM 是一个扭力摆,以角频率 ω_ϕ 振荡。在没有激光辐射的情况下,平衡位置的角频率 $\phi_0 = 0$,角度偏差 ϕ 与位置的偏差足够小 ($\phi \ll 2\pi$)。除了固有的自旋角动量之外,拉盖尔-高斯光束中的光子还携带一个完整的轨道角动量 $\hbar l$ 。入射到腔场上的高斯光束可以将每个光子的转矩 $\xi_\phi = cl/L$ 传递给 RM,其中, *c* 为光速, *L* 为腔场 1 的长度。因此该系统的哈密顿量可表示为

$$H = \hbar\omega_{c1}a_1^\dagger a_1 + \hbar\omega_{c2}a_2^\dagger a_2 + \frac{L_z^2}{2I} + \frac{1}{2}I\omega_\phi^2\phi^2 + \hbar J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger) + \hbar\xi_\phi a_1^\dagger a_1 \phi + i\hbar G_1 \left[\exp(i\theta)(a_1^\dagger)^2 \exp(-2i\omega_L t) - \exp(-i\theta)a_1^2 \exp(2i\omega_L t) \right] + i\hbar \left[\epsilon a_1^\dagger \exp(-i\omega_L t) - \epsilon^* a_1 \exp(i\omega_L t) \right], \quad (1)$$

式中: $\omega_{c1}a_1^\dagger a_1, \omega_{c2}a_2^\dagger a_2$ 为光腔的自由哈密顿量, $a_1(a_1^\dagger)$ 和 $a_2(a_2^\dagger)$ 为两个腔场的湮灭(产生)算符, $\omega_{ci}(i=1,2)$ 为腔场的频率; $\frac{L_z^2}{2I} + \frac{1}{2}I\omega_\phi^2\phi^2$ 为旋转镜子 RM 的哈密顿量, L_z 为 RM 关于轴 Z 的角动量, 满足对易关系 $[L_z, \phi] = -i\hbar$; $\hbar J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger)$ 为腔场 1 与腔场 2 的相互作用耦合项, *J* 为两个腔场之间的耦合强度; $\hbar\xi_\phi a_1^\dagger a_1 \phi$ 为 RM 与腔场 1 之间的相互作用哈密顿量; $i\hbar G_1 \left[\exp(i\theta)(a_1^\dagger)^2 \exp(-2i\omega_L t) - \exp(-i\theta)a_1^2 \exp(2i\omega_L t) \right]$ 为泵浦激光器的驱动, G_1 为 OPA 的非线性增益, θ 为驱动 OPA 的泵浦光场相位; $i\hbar \left[\epsilon a_1^\dagger \exp(-i\omega_L t) - \epsilon^* a_1 \exp(i\omega_L t) \right]$ 为频率为 ω_L 、驱动强度为 $|\epsilon| = \sqrt{\frac{2P\kappa_1}{\omega_L}}$ 的光驱动, *P* 表示驱动激光功率, κ_1 为腔场 1 的耗散率, ϵ^* 为驱动强度 ϵ 的共轭。这里定义一个关系式:

$$\begin{cases} \phi = \sqrt{\frac{\hbar}{2I\omega_\phi}}(b^\dagger + b) \\ L_z = i\sqrt{\frac{\hbar I\omega_\phi}{2}}(b^\dagger - b) \end{cases}, \quad (2)$$

根据式(2),式(1)($\hbar = 1$)可以进一步写为

$$H_1 = \omega_{c1} a_1^\dagger a_1 + \omega_{c2} a_2^\dagger a_2 + \omega_\phi b^\dagger b + J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger) + G a_1^\dagger a_1 (b^\dagger + b) + iG_1 \left[\exp(i\theta) (a_1^\dagger)^2 \exp(-2i\omega_L t) - \exp(-i\theta) a_1^2 \exp(2i\omega_L t) \right] + i \left[\epsilon a_1^\dagger \exp(-i\omega_L t) - \epsilon^* a_1 \exp(i\omega_L t) \right], \quad (3)$$

式中: $G = \frac{cl}{L} \sqrt{\frac{1}{2I\omega_\phi}}$ 为有效光力耦合系数。在频率为 ω_L 的旋转的框架中, 系统哈密顿量 H_1 改写为

$$H_2 = -\delta_1 a_1^\dagger a_1 - \Delta_{c2} a_2^\dagger a_2 + \omega_\phi b^\dagger b + G a_1^\dagger a_1 (b + b^\dagger) + J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger) + v(a_1^\dagger)^2 + v^* a_1^2 + i(\epsilon a_1^\dagger - \epsilon^* a_1), \quad (4)$$

式中: δ_1 和 Δ_{c2} 为入射激光对两个腔场的失谐量, $\delta_1 = \omega_L - \omega_{c1}$, $\Delta_{c2} = \omega_L - \omega_{c2}$ 。为了研究 OPA 对 RM 冷却过程的影响, 同时方便简化计算, 将一个新的压缩系数定义为 $v = iG_1 \exp(i\theta)$ 。根据腔模耗散、机械模耗散以及外界噪声的干扰, 系统的量子朗之万方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{a}_1 = \left(i\delta_1 - \frac{\kappa_1}{2} \right) a_1 - iJ a_2 - iG a_1 (b^\dagger + b) - 2iv a_1^\dagger + \epsilon + \sqrt{\kappa_1} a_{1,\text{in}} \\ \dot{a}_2 = \left(i\Delta_{c2} - \frac{\kappa_2}{2} \right) a_2 - iJ a_1 + \sqrt{\kappa_2} a_{2,\text{in}} \\ \dot{b} = -\left(i\omega_\phi + \frac{\gamma_m}{2} \right) b + iG_1 a_1^\dagger a_1 + \sqrt{\gamma_m} b_{\text{in}} \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $a_{i,\text{in}} (i=1, 2)$ 和 b_{in} 分别为两个腔场的噪声算符和机械振子的噪声算符^[36]; $\kappa_i (i=1, 2)$ 和 γ_m 分别为腔场和 RM 的耗散率。上述算符的平均值为零, 满足

$$\begin{cases} \langle a_{j,\text{in}}(t) a_{j,\text{in}}^\dagger(t') \rangle = \delta(t-t') \\ \langle a_{j,\text{in}}^\dagger(t) a_{j,\text{in}}(t') \rangle = 0 \\ \langle b_{\text{in}}(t) b_{\text{in}}^\dagger(t') \rangle = (n_{\text{th}} + 1) \delta(t-t') \\ \langle b_{\text{in}}^\dagger(t) b_{\text{in}}(t') \rangle = n_{\text{th}} \delta(t-t') \end{cases}, \quad (6)$$

式中: $n_{\text{th}} = 1 / \left\{ \exp[\hbar\omega_\phi / (k_B T)] - 1 \right\}$ 为热平衡环境中的平均声子数, T 为外部环境的温度, k_B 为玻尔兹曼常数。

运用线性化处理将算符 a_i 和 b 改写为 $a_i = \alpha_i + \delta a_i (i=1, 2)$ 和 $b = \beta + \delta b$, 其中 $\alpha_i (\beta)$ 为光学 (机械) 模式的稳态部分, $\delta a_i (\delta b)$ 为涨落部分。利用上述朗之万方程, 可以求解算符的稳态部分和量子涨落部分:

$$\frac{d}{dt} a_1 = \left(i\delta_1 - \frac{\kappa_1}{2} \right) (a_1 + \alpha_1) - iJ (a_2 + \alpha_2) - 2iv (a_1 + \alpha_1)^\dagger - iG_1 (a_1 + \alpha_1) \left[(b + \beta) + (b + \beta)^\dagger \right] + \epsilon + \sqrt{\kappa_1} a_{1,\text{in}}, \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} a_2 = \left(i\Delta_{c2} - \frac{\kappa_2}{2} \right) (a_2 + \alpha_2) - iJ (a_1 + \alpha_1) + \sqrt{\kappa_2} a_{2,\text{in}} \\ \frac{d}{dt} b = -\left(i\omega_\phi + \frac{\gamma_m}{2} \right) (b + \beta) + iG (a_1 + \alpha_1)^\dagger (a_1 + \alpha_1) + \sqrt{\gamma_m} b_{\text{in}} \end{cases}, \quad (8)$$

可得稳态部分为

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{-(A^* \epsilon + 2iv\epsilon^*)}{|A|^2 - 4|v|^2}, A = i\Delta_{c1} - \frac{\kappa_1}{2} + \frac{J^2}{i\Delta_{c2} - \frac{\kappa_2}{2}} \\ \alpha_2 = \frac{iJ\alpha_1}{i\Delta_{c2} - \frac{\kappa_2}{2}}, \beta = \frac{iG|\alpha_1|^2}{i\omega_\phi + \frac{\gamma_m}{2}} \end{cases}. \quad (9)$$

为了简便计算, 将 $\delta a_i (\delta b)$ 写为 $a_i (b)$, 其中 $i=1, 2$ 。对于腔场而言, 有效线性化哈密顿量为

$$H_3 = -\Delta_{c1} a_1^\dagger a_1 - \Delta_{c2} a_2^\dagger a_2 + \omega_\phi b^\dagger b + J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger) + G'(a_1^\dagger + a_1) (b^\dagger + b) + v(a_1^\dagger)^2 + v^* a_1^2, \quad (10)$$

式中: $G' = G\alpha_1$ 为线性化的光力耦合强度; $\Delta_{c1} = \delta_1 - G(\beta + \beta^*)$ 为通过光力耦合修正的失谐量。式(10)的量子朗之万方程为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} a_1 = \left(i\Delta_{c1} - \frac{\kappa_1}{2} \right) a_1 - iJ a_2 - iG'(b + b^\dagger) - 2i\nu a_1^\dagger + \sqrt{\kappa_1} a_{1,\text{in}} \\ \frac{d}{dt} a_2 = \left(i\Delta_{c2} - \frac{\kappa_2}{2} \right) a_2 - iJ a_1 + \sqrt{\kappa_2} a_{2,\text{in}} \\ \frac{d}{dt} b = \left(-i\omega_\phi - \frac{\gamma_m}{2} \right) b - iG'(a_1^\dagger + a_1) + \sqrt{\gamma_m} b_{\text{in}} \end{cases} \quad (11)$$

为了分析冷却过程,将式(11)转化为频域计算:

$$\begin{cases} -i\omega a_1(\omega) = \left(i\Delta_{c1} - \frac{\kappa_1}{2} \right) a_1(\omega) - iJ a_2(\omega) - iG'[b(\omega) + b^\dagger(\omega)] - 2i\nu a_1^\dagger(\omega) + \sqrt{\kappa_1} a_{1,\text{in}}(\omega) \\ -i\omega a_2(\omega) = \left(i\Delta_{c2} - \frac{\kappa_2}{2} \right) a_2(\omega) - iJ a_1(\omega) + \sqrt{\kappa_2} a_{2,\text{in}}(\omega) \\ -i\omega b(\omega) = \left(-i\omega_\phi - \frac{\gamma_m}{2} \right) b(\omega) - iG'[a_1(\omega) + a_1^\dagger(\omega)] + \sqrt{\gamma_m} b_{\text{in}}(\omega) \end{cases} \quad (12)$$

在弱耦合 $G' \ll \omega_\phi$ 条件下,式(12)中的光力耦合的影响可以忽略不计,频域中的光辐射压力 $F(\omega) = -G'[\delta a_1(\omega) + \delta a_1^\dagger(\omega)]/x_{\text{ZPF}}$,其中, x_{ZPF} 为力学振子振幅的零点涨落。使用相关函数的傅里叶变换 $S_{\text{FF}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F^\dagger(\omega) F(\omega') d\omega'$ 来表示光力噪声谱,结果如下:

$$S_{\text{FF}}(\omega) = \frac{(G')^2}{x_{\text{ZPF}}^2} \left| \chi(\omega) \frac{1 + 2i\nu^* \chi^*(-\omega)}{1 - 4|\nu|^2 \chi(\omega) \chi^*(-\omega)} \right|^2 \left[\kappa_1 + J^2 \kappa_2 |\chi_2(\omega)|^2 \right], \quad (13)$$

其中,

$$\begin{cases} \frac{1}{\chi_1(\omega)} = \frac{\kappa_1}{2} - i(\Delta_{c1} + \omega) \\ \frac{1}{\chi_2(\omega)} = \frac{\kappa_2}{2} - i(\Delta_{c2} + \omega), \\ \frac{1}{\chi(\omega)} = \frac{1}{\chi_1(\omega)} + J^2 \chi_2(\omega) \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\chi(\omega)$ 为系统的总响应函数; $\chi_1(\omega)$ 和 $\chi_2(\omega)$ 分别

为光力耦合腔和辅助腔的响应函数。

3 最终声子数与冷却极限

根据费米黄金法则^[22,29],得到以下表达式:

$$\begin{cases} A_- = S_{\text{FF}}(\omega_\phi), A_+ = S_{\text{FF}}(-\omega_\phi) \\ n_f = \frac{\gamma_m n_{\text{th}} + \Gamma n_c}{\gamma_m + \Gamma} \\ \Gamma = A_- - A_+, n_c = \frac{A_+}{A_- - A_+} \end{cases}, \quad (15)$$

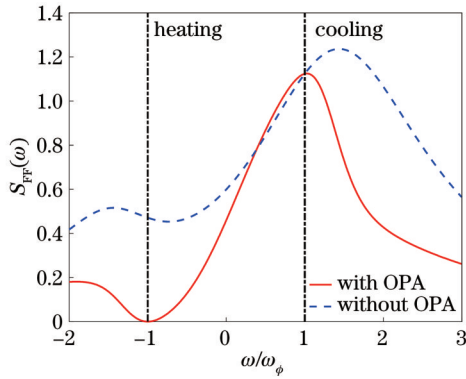
式中: A_- 和 A_+ 分别为RM的冷却速率和加热速率; Γ 为系统的净冷却率; n_f 为最终声子数; n_c 为冷却极限。RM基态冷却的最终目的是使稳态声子数降低到1以下。为了得到更好的冷却效果,可从两方面入手,首先研究如何促进冷却,其次研究如何通过抑制加热实现更好的冷却,而最优的抑制效果是将加热速率降为零,完全去除了量子反作用加热对系统的影响。通过调节OPA介质的相关参数,可以实现上述过程,此时的加热过程被完全抑制。令 $A_+ = S_{\text{FF}}(-\omega_\phi) = 0$,此时得到最优条件下的压缩系数表达式:

$$\nu = \frac{\frac{\kappa_1 \kappa_2}{4} - \Delta_{c1} \left(i \frac{\kappa_2}{2} + \omega_\phi \right) - \Delta_{c2} \left(i \frac{\kappa_1}{2} + \omega_\phi \right) - i\omega_\phi \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right) - \Delta_{c1} \Delta_{c2} - \omega_\phi^2}{i\kappa_2 + 2(\Delta_{c2} + \omega_\phi)}. \quad (16)$$

4 结果分析与讨论

图2绘制出是否存在OPA介质情况下的光力噪声谱 $S_{\text{FF}}(\omega)$ 与频率 ω/ω_ϕ 的关系,其中,相关参数如下: $G' = 0.2\omega_\phi$, $\kappa_1 = 3\omega_\phi$, $\kappa_2 = 1.5\omega_\phi$, $J = \omega_\phi$, $\Delta_{c1} = -\omega_\phi$, $\Delta_{c2} = \omega_\phi$ 。在复合系统耦合OPA介质的情况下, $S_{\text{FF}}(\omega)$ 的加热速率降低到0,而冷却速率则不受影响。此外,还可以发现此时光力噪声谱在 $\omega/\omega_\phi = 1$ 处取得

峰值,这也意味着此时净冷却速率最高,冷却效果最好,造成这一现象的原因是在存在非线性介质的情况下,光子与原子之间的相互作用变得更加复杂,光子能够被分散或吸收并进入非线性介质中,从而使得腔场反旋波项引起的量子反作用过程被抑制,但它不会对冷却速率产生任何影响。换句话说, A_+ 下降而 A_- 保持不变,净冷却率 $\Gamma = A_- - A_+$ 得到提升,冷却效果也会提高。

图 2 光力噪声谱 $S_{FF}(\omega)$ 作为 ω/ω_ϕ 的函数Fig. 2 Optical force noise spectrum $S_{FF}(\omega)$ as a function of ω/ω_ϕ

接下来,进一步研究了两个腔之间的耦合强度对光力噪声谱的影响。在是否存在耦合强度 J 的情况下,绘制了作为频率 ω/ω_ϕ 的函数的光力噪声谱

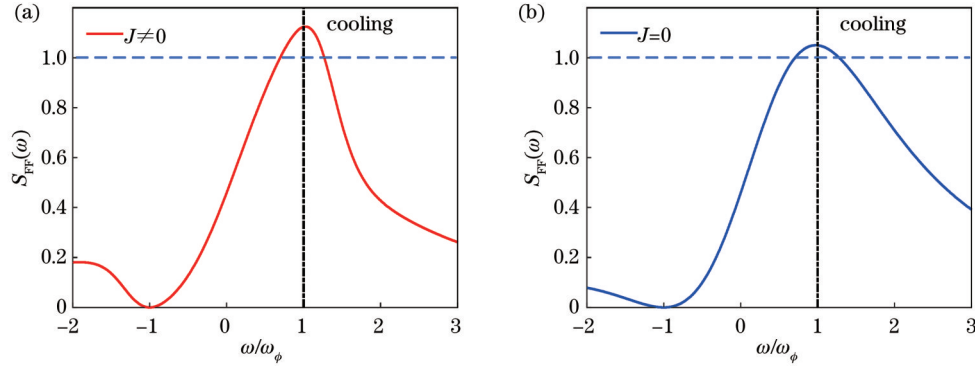
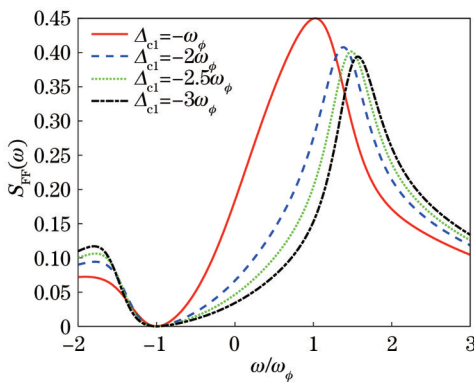
图 3 光力噪声谱 $S_{FF}(\omega)$ 作为 ω/ω_ϕ 的函数。(a) 耦合辅助腔条件下的 $S_{FF}(\omega)$; (b) 在单腔场条件下的 $S_{FF}(\omega)$ Fig. 3 Optical force noise spectrum $S_{FF}(\omega)$ as a function of ω/ω_ϕ . (a) $S_{FF}(\omega)$ in coupled cavity condition; (b) $S_{FF}(\omega)$ in single cavity condition图 4 在 4 种不同失谐量 Δ_{cl} 条件下的 $S_{FF}(\omega)$ 作为 ω/ω_ϕ 的函数
Fig. 4 $S_{FF}(\omega)$ as a function of ω/ω_ϕ for four different detuning Δ_{cl}

图 5(a) 展示了 3 种不同耗散率下的光力噪声谱函数,其他参数与图 2 中一致,其中实线、虚线、虚点线分别对应耗散率 $\kappa_2 = 1.5\omega_\phi$ 、 $\kappa_2 = 2\omega_\phi$ 、 $\kappa_2 = 2.5\omega_\phi$ 。插图表示在 $\omega/\omega_\phi = 1$ 的情况下光力噪声谱中最显著区

$S_{FF}(\omega)$ 。图 3(a) 和图 3(b) 都对应于最佳条件下的冷却,其中, $\Delta_{cl} = -\sqrt{\kappa_1^2/4 + \omega_\phi^2}$, $J = 0$, 其他参数与图 2 中一致。显而易见,当辅助腔存在时, $S_{FF}(\omega)$ 在 $\omega/\omega_\phi = 1$ 时的值会更大,其物理机制是:当冷却腔中的光场受到压缩时,辅助腔的额外耗散通道提供量子干涉,从而在加热受到抑制时增强冷却。根据上述分析,耦合辅助腔可以更好地实现机械振子的基态冷却。

图 4 在给定的耦合强度下绘制了当失谐量为 $\Delta_{cl} = -\omega_\phi$ 、 $\Delta_{cl} = -2\omega_\phi$ 、 $\Delta_{cl} = -2.5\omega_\phi$ 和 $\Delta_{cl} = -3\omega_\phi$ 时,光力噪声谱 $S_{FF}(\omega)$ 与频率 ω/ω_ϕ 的关系,图 4 中其他参数与图 2 中一致。由图 4 可知,随着有效失谐量 Δ_{cl} 的减小,加热速率始终为 0,但是光力噪声谱 $S_{FF}(\omega)$ 的右侧峰值逐渐向右移动并且不断减小。因此,可以选择一组合适的有效失谐量 Δ_{cl} 和耦合强度 J ,使光力噪声谱 $S_{FF}(\omega)$ 的右峰总是位于 $\omega = \omega_\phi$ 处,从而极大地增强系统的冷却过程。

域的放大。从图 5 中可以明显看出,位于 $\omega/\omega_\phi = 1$ 处的光力噪声谱值随着耗散率 κ_2 的减小而增大,说明辅助光腔耗散率的减小有助于促进冷却过程。同时,位于 $\omega/\omega_\phi = -1$ 处的光力噪声谱值降至零,表明无论耗散率 κ_2 是否改变,加热都被完全抑制,这是由于压缩不直接与辅助腔模式相互作用。净冷却率 $\Gamma = A_- - A_+ = S_{FF}(\omega_\phi) - S_{FF}(-\omega_\phi)$,由于加热速率为 0,此时净冷却率等于冷却率。由图 5(b) 可知,净冷却率随着耗散速率的提升而降低,图 5(b) 中其他参数与图 2 中一致。同时,由于拉盖尔-高斯旋转腔光力系统的明显优势(例如高机械质量系数的 RM),本方案对辅助腔场同样没有严格的要求。

图 6 绘制了不同耦合强度 J 对净冷却率 Γ 的影响,图 6 中其他参数与图 2 中一致。可以看出,随着耦合强度 J 的增大,净冷却率先提升到最大值然后降低。此外,当加入 OPA 介质时,净冷却率明显提升,这是因为腔内压缩抑制了量子噪声,打破了量子反作用极限^[28]。

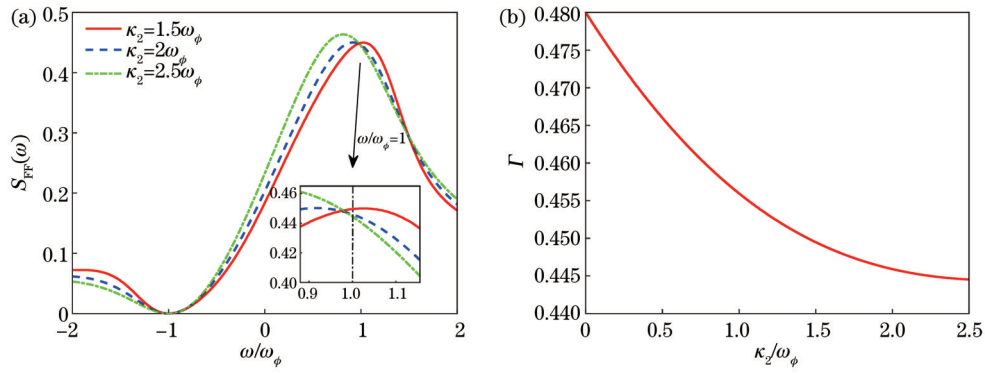


图 5 光力噪声谱 $S_{FF}(\omega)$ 作为 ω/ω_ϕ 的函数以及净冷却率 Γ 作为耗散率 κ_2/ω_ϕ 的函数。(a) 在 3 种不同的辅助腔耗散率 κ_2 条件下的光力噪声谱 $S_{FF}(\omega)$ 作为 ω/ω_ϕ 的函数; (b) 净冷却率 Γ 作为辅助腔耗散率 κ_2/ω_ϕ 的函数

Fig. 5 Optical force noise spectrum $S_{FF}(\omega)$ as a function of ω/ω_ϕ and net cooling rate Γ as a function of decay rate κ_2/ω_ϕ . (a) Optical force noise spectrum $S_{FF}(\omega)$ as a function of ω/ω_ϕ with three different decay rates κ_2 of auxiliary cavity; (b) net cooling rate Γ as a function of decay rate κ_2/ω_ϕ of auxiliary cavity

同时,由图 6 可知,最佳冷却效率出现在 J 处于 $2.2\omega_\phi \sim 2.6\omega_\phi$ 这个范围内。结果表明,通过选择合适的耦合强度可以达到理想的冷却效果。

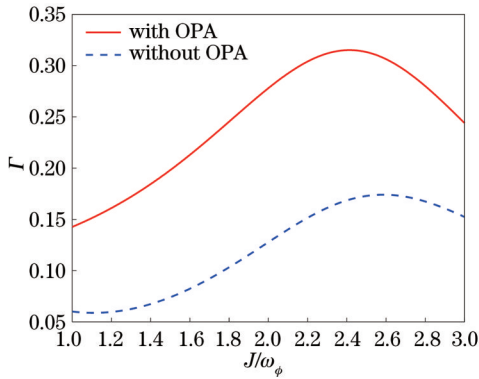


图 6 净冷却率 Γ 作为耦合强度 J/ω_ϕ 的函数

Fig. 6 Net cooling rate Γ as a function of coupling strength J/ω_ϕ

图 7 给出了复合系统中是否存在 OPA 介质时,最终声子数 n_f 随耦合强度 J/ω_ϕ 的变化,图 7 中其他参数与图 2 中一致。由图 7 可知,随着耦合强度 J 的增加,最终声子数先减小后增大。值得注意的是,在 OPA 介质存在的情况下, RM 的最终声子数 n_f 明显下降且小于 1。结果表明,当复合系统中含有非线性介质 OPA 时,应选择适当的耦合强度以达到理想的基态冷却。这一结果将为后续在实验中实现基态冷却提供更多可能性。

为了分析 RM 的最终冷却结果,选取一组合适的系统参数^[37-38]: $\omega_\phi = 2\pi \times 20$ MHz, $Q_m = 8 \times 10^4$, 环境声子数 $n_{th} = 312$ 。稳态的最终声子数 n_f 与失谐 Δ_{c1}/ω_ϕ 和 Δ_{c2}/ω_ϕ 的关系如图 8 所示,图 8 中其他参数与图 2 中一致。随着入射激光的输入,辅助腔的失谐量可以在很宽的范围内调整,使最终的声子数小于 1。RM 能成功地冷却其量子基态归功于辅助腔系统和非线性介质

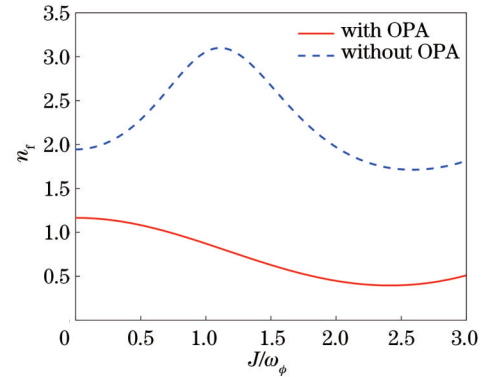


图 7 最终声子数 n_f 作为耦合强度 J/ω_ϕ 的函数

Fig. 7 Final phonon number n_f as a function of coupling strength J/ω_ϕ

OPA 的引入。因此,该方案能够有效解决 RM 的基态冷却问题。

随后,在图 9 中绘制了最终声子数 n_f 作为初始环境声子数 n_{th} 和耗散率 κ_1/ω_ϕ 的函数。根据图 9,即使初

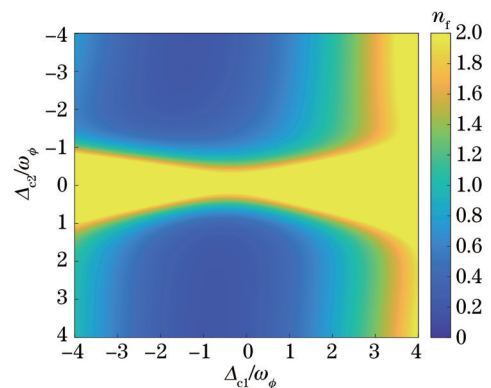


图 8 最终声子数 n_f 作为失谐量 Δ_{c1}/ω_ϕ 和 Δ_{c2}/ω_ϕ 的函数

Fig. 8 Final phonon number n_f as a function of detuning Δ_{c1}/ω_ϕ and Δ_{c2}/ω_ϕ

始声子数很大,通过适当调节腔场 1 的耗散率,旋转镜子 RM 的最终声子数也可以小于 1。结果显示,对于这种腔内压缩冷却方案,机械振子不需要提前预冷却。但是,当腔场 1 的耗散率过高时,例如 $\kappa_1/\omega_\phi = 10^2$,即使机械振子被预冷却,基态冷却也很难实现。因此,在本方案中,在弱耦合条件下,无需过于苛刻的限制即可实现边带不可分辨条件下机械振子的基态冷却。

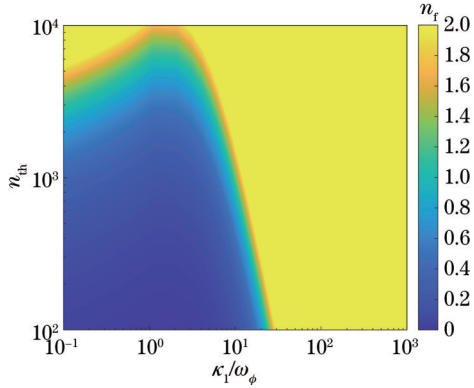


图 9 最终声子数 n_f 作为初始声子数 n_{th} 和腔场耗散率 κ_1/ω_ϕ 的函数

Fig. 9 Final phonon number n_f as a function of initial phonon number n_{th} and cavity field decay rate κ_1/ω_ϕ

5 结 论

本文基于双拉盖尔-高斯旋转腔耦合 OPA 介质的复合量子系统,提出了一种腔内压缩冷却旋转镜子的理论方案。结果表明,通过加入 OPA 可以完全抑制量子反作用加热过程,耦合辅助腔可以明显提高冷却效率,即优化冷却过程。此外,通过选择合适的耦合强度、有效的失谐量和腔场耗散率,可以达到理想的冷却效果。在 OPA 介质的帮助下,复合系统对辅助腔的限制变小。本文研究在实现机械谐振器的量子基态方面具有潜在的应用价值,并极大地促进了机械系统中各种量子现象的研究。

参 考 文 献

[1] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F. Cavity optomechanics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2014, 86(4): 1391-1452.

[2] Verhagen E, Deléglise S, Weis S, et al. Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode[J]. *Nature*, 2012, 482(7383): 63-67.

[3] Liu Y C, Hu Y W, Wong C W, et al. Review of cavity optomechanical cooling[J]. *Chinese Physics B*, 2013, 22(11): 114213.

[4] Meystre P. A short walk through quantum optomechanics[J]. *Annalen Der Physik*, 2013, 525(3): 215-233.

[5] 陈咏雷, 陈华俊, 刘云鹤, 等. 基于复合旋转光力系统的非线性光学特性研究[J]. *光学学报*, 2023, 43(1): 0119001.

Chen Y L, Chen H J, Liu Y H, et al. Nonlinear behavior research based on hybrid spinning optomechanical system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2023, 43(1): 0119001.

[6] 陈冬成, 周岳辉, 黄金凤, 等. 混合腔光力系统的双光子散射[J]. *光学学报*, 2022, 42(3): 0327015.

Chen D C, Zhou Y H, Huang J F, et al. Two-photon scattering in mixed cavity optomechanical system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(3): 0327015.

[7] Macrì V, Mercurio A, Nori F, et al. Spontaneous scattering of Raman photons from cavity-QED systems in the ultrastrong coupling regime[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 129(27): 273602.

[8] Kepesidis K V, Bennett S D, Portolan S, et al. Phonon cooling and lasing with nitrogen-vacancy centers in diamond[J]. *Physical Review B*, 2013, 88(6): 064105.

[9] Wang Q, Zhang J Q, Ma P C, et al. Precision measurement of the environmental temperature by tunable double optomechanically induced transparency with a squeezed field[J]. *Physical Review A*, 2015, 91(6): 063827.

[10] Zhang J Q, Li Y, Feng M, et al. Precision measurement of electrical charge with optomechanically induced transparency[J]. *Physical Review A*, 2012, 86(5): 053806.

[11] He Y. Sensitivity of optical mass sensor enhanced by optomechanical coupling[J]. *Applied Physics Letters*, 2015, 106(12): 121905.

[12] He Y. Light storage and cavity supermodes in two coupled optomechanical cavities[J]. *Physical Review A*, 2016, 94(6): 063804.

[13] Liao J Q, Wu Q Q, Nori F. Entangling two macroscopic mechanical mirrors in a two-cavity optomechanical system[J]. *Physical Review A*, 2014, 89(1): 014302.

[14] Liao Q H, Qiu H Y, Zou C, et al. Vacuum Rabi splitting and Kerr effect of a hybrid spin-magnon-photon system[J]. *Annalen Der Physik*, 2023, 535(4): 2200464.

[15] 廖庆洪, 邱海燕, 喻富, 等. 三腔复合光力系统的透射谱和四波混频现象研究[J]. *中国激光*, 2023, 50(14): 1412001.

Liao Q H, Qiu H Y, Yu F, et al. Transmission spectrum and four-wave mixing in three-cavity hybrid optomechanical system [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2023, 50(14): 1412001.

[16] 王婧, 田雪冬. 基于非旋转波近似效应的完美光力诱导透明和放大[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(5): 0512002.

Wang J, Tian X D. Ideal optomechanically induced transparency and amplification based on nonrotating wave approximation effect [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(5): 0512002.

[17] Li J J, Zhu K D. Tunable slow and fast light device based on a carbon nanotube resonator[J]. *Optics Express*, 2012, 20(6): 5840-5848.

[18] Liao Q H, Xiao X, Nie W J, et al. Transparency and tunable slow-fast light in a hybrid cavity optomechanical system[J]. *Optics Express*, 2020, 28(4): 5288-5305.

[19] 钱来彬, 李贤丽, 张秀龙, 等. 耦合腔系统中的光力诱导放大与慢光[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(19): 1927001.

Qian L B, Li X L, Zhang X L, et al. Optomechanically induced amplification and slow light in coupled cavities[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(19): 1927001.

[20] Teufel J D, Donner T, Li D L, et al. Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state[J]. *Nature*, 2011, 475(7356): 359-363.

[21] Aspelmeyer M, Meystre P, Schwab K. Quantum optomechanics [J]. *Physics Today*, 2012, 65(7): 29-35.

[22] Liu Y L, Liu Y X. Energy-localization-enhanced ground-state cooling of a mechanical resonator from room temperature in optomechanics using a gain cavity[J]. *Physical Review A*, 2017, 96(2): 023812.

[23] Safavi-Naeini A H, Chan J, Hill J T, et al. Observation of quantum motion of a nanomechanical resonator[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(3): 033602.

[24] Wilson-Rae I, Nooshi N, Zwerger W, et al. Theory of ground state cooling of a mechanical oscillator using dynamical backaction[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(9): 093901.

- [25] 王婧. 基于三拉盖尔高斯腔的机械振子基态冷却研究[J]. 光学学报, 2020, 40(18): 1827001.
Wang J. Ground-state cooling of mechanical resonator in three-Laguerre-gaussian-cavity[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(18): 1827001.
- [26] 刘妮, 王建芬, 梁九卿. 双光腔耦合下机械振子的基态冷却[J]. 物理学报, 2020, 69(6): 064202.
Liu N, Wang J F, Liang J Q. Ground-state cooling of mechanical resonator in double optical cavity[J]. Acta Physica Sinica, 2020, 69(6): 064202.
- [27] Liao Q H, Zhou L T, Wang X Q, et al. Cooling of mechanical resonator in a hybrid intracavity squeezing optomechanical system[J]. Optics Express, 2022, 30(21): 38776-38788.
- [28] Gan J H, Liu Y C, Lu C C, et al. Intracavity-squeezed optomechanical cooling[J]. Laser & Photonics Reviews, 2019, 13(11): 1900120.
- [29] Liu Y C, Xiao Y F, Luan X S, et al. Dynamic dissipative cooling of a mechanical resonator in strong coupling optomechanics[J]. Physical Review Letters, 2013, 110(15): 153606.
- [30] Otterstrom N T, Behunin R O, Kittlaus E A, et al. Optomechanical cooling in a continuous system[J]. Physical Review X, 2018, 8(4): 041034.
- [31] Gigan S, Böhm H R, Paternostro M, et al. Self-cooling of a micromirror by radiation pressure[J]. Nature, 2006, 444(7115): 67-70.
- [32] Liu Y C, Xiao Y F, Luan X S, et al. Coupled cavities for motional ground-state cooling and strong optomechanical coupling[J]. Physical Review A, 2015, 91(3): 033818.
- [33] Beijersbergen M W, Coerwinkel R P C, Kristensen M, et al. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate [J]. Optics communications, 1994, 112(5-6): 321-327.
- [34] Turnbull G A, Robertson D A, Smith G M, et al. The generation of free-space Laguerre-Gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phaseplate[J]. Optics Communications, 1996, 127(4-6): 183-188.
- [35] Oemrawsingh S S R, Eliel E R, Woerdman J P, et al. Half-integral spiral phase plates for optical wavelengths[J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2004, 6(5): S288.
- [36] Clerk A A, Devoret M H, Girvin S M, et al. Introduction to quantum noise, measurement, and amplification[J]. Reviews of Modern Physics, 2010, 82(2): 1155-1208.
- [37] Anetsberger G, Rivière R, Schliesser A, et al. Ultralow-dissipation optomechanical resonators on a chip[J]. Nature Photonics, 2008, 2(10): 627-633.
- [38] Genes C, Ritsch H, Drewsen M, et al. Atom-membrane cooling and entanglement using cavity electromagnetically induced transparency[J]. Physical Review A, 2011, 84(5): 051801.

Intracavity-Squeezed Cooling in Double-Laguerre-Gaussian-Cavity Optomechanical System

Liao Qinghong*, Qiu Haiyan, Cheng Shaoping, Zhu Hongyu, Zeng Yongqiang

Department of Electronic Information Engineering, Information Engineering School, Nanchang University, Nanchang 330031, Jiangxi, China

Abstract

Objective Cooling of mechanical oscillators is an important direction of cavity optomechanics research. Cooling the mechanical oscillators to their quantum ground state is a prerequisite for a wide range of applications based on cavity optomechanics. Therefore, ground-state cooling of mechanical oscillators is the focus of cavity optomechanics at present, which attracts a large number of scholars to study it. However, due to noise interference from external environments, the mechanical oscillators cannot enter the quantum regime. The hybrid system-coupled optical parametric amplifier provides a unique platform to solve the above problem.

Methods The hybrid optomechanical system consists of two fixed mirrors (FM) including a rotational mirror (RM) mounted on the support S which can rotate around the Z axis, and an OPA medium. Cavity 1 which couples the OPA medium is made up of partially transparent FM₁ and perfectly reflecting RM while cavity 2 is composed of FM₁ and another perfectly reflecting FM₂. The cavity 1 is driven by the transmitted beam with charge 0 and a Laguerre-Gauss beam (G) of charge 0 is incident on FM₁. The charge 0 beam reflected from the RM is charged to +2l and then returns to FM₁, where a mode with charge 0 is generated and enters cavity 2. After the reflection of FM₂, it is also charged to +2l. We study the problem of the intracavity-squeezed cooling in the optical parametric amplifier coupled by a double Laguerre-Gaussian-cavity optomechanical system by calculating the optical force noise spectrum and the steady-state final phonon number. In the weak coupling regime, the optical force noise spectrum of the system is obtained by the perturbation approximation method, and the analytical expression of the final phonon number is calculated by the Fermi Golden Rule theory.

Results and Discussions When the OPA medium is considered in the hybrid optomechanical system, the heating rate of the optical noise spectrum $S_{FF}(\omega)$ at $\omega = -\omega_\phi$ is reduced to 0, with an unaffected cooling rate. In other words, A_+ drops while A_- remains the same, the net cooling rate $\Gamma = A_- - A_+$ naturally becomes larger, and the cooling effect is improved

(Fig. 2). Next, we proceed to study how the optical noise spectrum $S_{\text{FF}}(\omega)$ is affected by the coupling strength J between two cavities. The value of $S_{\text{FF}}(\omega)$ at $\omega/\omega_\phi = 1$ is greater in the presence of the auxiliary cavity (Fig. 3). We depict the variations of the optical noise spectrum $S_{\text{FF}}(\omega)$ with ω/ω_ϕ for a given coupling strength J when $\Delta_{\text{cl}} = -\omega_\phi$, $\Delta_{\text{cl}} = -2\omega_\phi$, $\Delta_{\text{cl}} = -2.5\omega_\phi$, and $\Delta_{\text{cl}} = -3\omega_\phi$. The right-hand peak of the optical noise spectrum $S_{\text{FF}}(\omega)$ is observed to move rightward with the decreasing effective detuning Δ_{cl} . As a result, a suitable set of effective detuning Δ_{cl} and coupling strength J can be chosen to make sure that the location of the right peak of the optical noise spectrum is at $\omega = \omega_\phi$, which can greatly enhance the cooling process as much as possible (Fig. 4). Fig. 5(a) illustrates the optical noise spectrum $S_{\text{FF}}(\omega)$ as a function of ω/ω_ϕ for three different decay rates κ_2 . As shown in Fig. 5(a), the value of the optical noise spectrum $S_{\text{FF}}(\omega)$ at $\omega = \omega_\phi$ notably rises with the reducing κ_2 , which means that the decay rate decrease of the auxiliary optical cavity helps promote the cooling process. Meanwhile, $S_{\text{FF}}(\omega)$ goes down to zero at $\omega = -\omega_\phi$, which indicates that the heating is completely suppressed whether the decay rate κ_2 is changed or not. As exhibited in Fig. 6, the influence of the different optical coupling strengths J on the net cooling rate Γ is plotted. With the increasing coupling strength J , the net cooling rate Γ first rises to a maximum value and then decreases. Additionally, the net cooling rate Γ is significantly reinforced when the OPA medium is added. Subsequently, we investigate the final phonon number n_f versus the coupling strength J with or without the OPA medium. With the increasing coupling strength J , the final phonon number n_f will first decrease and then increase. Notably, as the coupling strength J rises, the final phonon number n_f of RM drops to markedly less than 1 in the presence of an OPA medium (Fig. 7). Meanwhile, the final phonon number can be less than 1 by regulating the detuning of the auxiliary cavity (Fig. 8) and the decay rate of the cavity field (Fig. 9) respectively.

Conclusions We propose an intracavity-squeezed cooling scheme to achieve a quantum ground state of RM in a double-Laguerre-Gaussian cavity optomechanical system comprising of an OPA medium. We demonstrate that the quantum backaction heating can be completely suppressed by adding OPA and the cooling efficiency is improved by coupling the auxiliary cavity. Further, the perfect cooling effect can be remarkably accomplished by selecting appropriate coupling strength, effective detuning, and decay rate, respectively. The restriction on the auxiliary cavity in the hybrid system is considerably loosened with the help of OPA. These results may have potential applications for achieving the quantum ground-state of mechanical resonators and greatly promote the study of various quantum phenomena in mechanical systems.

Key words quantum optics; double-Laguerre-Gaussian-cavity; ground-state cooling; intracavity-squeezing; optical force noise spectrum