

制造约束下自由曲面离轴多反光学系统设计方法

孙艺玮¹, 魏阳杰^{1*}, 陈思轲¹, 赵继²¹东北大学计算机科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819;²东北大学机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819

摘要 在离轴多反光学系统的装调过程中, 光学对准工作成本高、操作复杂。光学系统的一体化加工制造方法通过在设计过程中加入制造约束避免了离轴多反系统的反复装调。然而, 现有自由曲面离轴多反系统的设计方法很少考虑制造约束, 设计的光学系统无法满足一体化加工制造的要求。针对这一问题, 提出了一种符合制造约束的离轴多反系统自动生成方法。首先, 提出了由共圆程度函数和遮拦评估函数构成的制造约束模块, 对初始结构的合理性进行判断; 其次, 通过对离轴多反系统的光路结构进行光线追迹, 构建了光学系统初始结构的综合目标搜索函数; 然后, 以搜索获取的初始结构参数为输入, 结合改进的 Wassermann-Wolf (W-W) 法, 提出了制造约束下自由曲面离轴多反系统的设计方法。实验结果表明, 所提方法可以在保证较高成像质量的前提下, 快速、准确地设计出符合制造约束的自由曲面离轴多反系统。

关键词 制造约束; 离轴多反; 设计起点; 自由曲面

中图分类号 O435 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS231221

1 引言

自由曲面离轴多反光学系统具有无色差、无中心遮拦和单方向大视场等优点^[1-2], 被广泛应用于光学观测仪器, 包括: 望远镜^[3-7]、头盔显示器^[8-10]、平视显示器^[11-12]和光刻机物镜^[13-14]等。为了获取高质量的光学成像系统, 精确的光学系统设计和机械加工以及精密的系统装调是三种关键核心技术。

光学系统设计是使用各种设计方法得到满足成像质量要求的离轴多反系统的布局图和参数的过程。常用的获取离轴光学系统的设计方法包括: 同时多表面法 (SMS)^[15-16]、点迭代法 (CI)^[17-19] 和微分方程法 (PDE)^[20-22] 等。与 SMS 和 CI 相比, Wassermann-Wolf (W-W) 法的设计时间短, 设计的系统没有球像差和彗差, 因此, 近年来被广泛应用于自由曲面离轴光学系统的设计^[21-22]。

然而, 包括基于 W-W 法在内的常见获取离轴光学系统的设计方法均需要在计算反射镜面型坐标之前已知初始系统结构参数, 包括: 光学系统中每个反射镜的位置和倾斜角度等, 因此, 通常需要为 W-W 法增加额外的设计模块, 从而准确获取这些结构参数。为了获取这些参数, 通常需要从镜头库中寻找与设计要求接近的系统并在此基础上反复调试或者首先设计出同轴系统后再进行离轴操作。这两种获取初始系统结构

参数的方法均依赖于光学设计人员的经验, 时间成本较高且没有量化的评价指标来评判当前初始结构的优劣。因此, 研究一种快速、准确的系统初始结构获取方法来辅助基于 W-W 法的离轴多反系统设计是十分必要的。此外, 设计完成后, 装调阶段则是基于设计结果制作出符合光学参数的反射镜, 并根据位置参数和布局图将反射镜装配调整到所设计的位置。但是, 在传统的离轴多反系统分体装调过程中, 每个离轴光学元件的机械轴与光轴的精确对准存在困难, 特别是对于自由曲面光学系统, 装调过程繁琐且难以达到最佳装调效果^[23]。尽管一些特殊的机械夹具, 如坐标测量机^[24]、自动准直仪和计算机生成全息图^[25], 能够为光学对准提供参考, 但对准工作依然成本高且操作复杂, 任何微小的装调误差都会使系统的成像质量迅速下降。

近年来, 随着加工制造技术的发展, 特别是回转切削技术的逐步成熟, 光学系统的一体化加工制造方法逐渐成为光学设计领域的一个研究热点。Li 等^[26]基于一体化加工制造方法, 采用回转切削技术制造出了一个成像质量良好的自由曲面离轴多反光学系统。这种加工方法能够对光学系统进行多表面一体化超精密光栅铣削加工, 不需要进一步装配, 减少了分体加工时相对位置误差引起的加工精度下降问题, 也从根本上避免了装调过程带来的工作量增加和系统精度受损问

收稿日期: 2023-07-03; 修回日期: 2023-09-21; 录用日期: 2023-10-21; 网络首发日期: 2023-11-11

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFA0701200)、国家自然科学基金(61973059)

通信作者: *weiyangjie@cse.neu.edu.cn

题。这种光学系统一体化加工制造技术需要各加工部件放置于同一个参考曲面上,这要求光学系统设计时除成像质量外必须考虑制造约束^[27-30],即:所有反射镜与同一参考面尽可能完全贴合。针对此问题,近年来学者们展开了一系列研究:Zheng等^[31]提出了一种考虑光栅铣削加工约束的离轴三反系统设计起点的生成方法,基于多个固定的参考点位置直接设计离轴三反系统;Sun等^[32]提出了一种具有低 F 数,考虑制造约束的离轴三反系统设计方法。但是,这些方法在实际应用中仍存在一系列问题,包括:1)缺乏评价反射镜位置参数和系统成像质量的统一标准,需要手动确定或调节反射镜的位置以避免光路遮拦;2)生成自由曲面的时间成本较高,获取自由曲面系统时需要反复迭代或者经过光学软件多次优化。

为解决上述问题,本文提出一种基于制造约束的离轴多反系统设计起点的自动生成方法,这种方法针对一体化超精密光栅铣削加工技术,可以实现多面共体自由曲面反射系统的设计。首先,提出了一种由共圆程度函数和光路遮拦评估函数构成的制造约束模块,实现了当前系统位置参数合理性的自动判断;随后,构造了一个基于光路结构(OPC)的综合目标函数,通过快速搜索方法获得满足设计要求和制造约束的最优初始结构参数;最后,将这些结构参数与改进的W-W法相结合,自动生成自由曲面离轴多反系统的设计起点。实验结果证明,所提方法在保证系统满足超精密光栅铣削对镜面布局的要求且具有较高成像质量的同时,有效地避免了成像过程中的光路遮挡问题,降低了系统的设计难度和复杂性。

2 改进的W-W光学系统设计方法

W-W法根据光线的折射或反射定律建立了光学系统中不同光路的数学关系,并通过求解由该关系建立的微分方程来获得自由曲面光学系统。但是,多次坐标变换增加了W-W法的时间复杂性,为此,Chen等^[22]提出了一种改进的W-W法,有效地简化了传统的W-W微分方程,降低了时间复杂度,实现了离轴三反系统设计。

改进的W-W法适用于任何光路几何结构,其设计原理示意图如图1所示,其中: Z - Y 、 Z_s - Y_s 和 Z_T - Y_T 分别表示全局坐标系、次镜坐标系和三镜坐标系; P 和 P' 分别为系统光线与次镜和三镜的交点; s 、 s' 和 s'' 分别为主镜、次镜和三镜出射光线的单位向量; h_s 为 s 在 Z_s 方向上的高度; h'_s 为 s'' 在 Z_T 方向上的高度; t 为系统入射光线与入瞳中心光线的距离; t' 为 s'' 与三镜中心光线的夹角; U 为 s 在 Z 方向上的孔径角^[22]。此外,主镜为球面镜,待求表面为次镜和三镜。

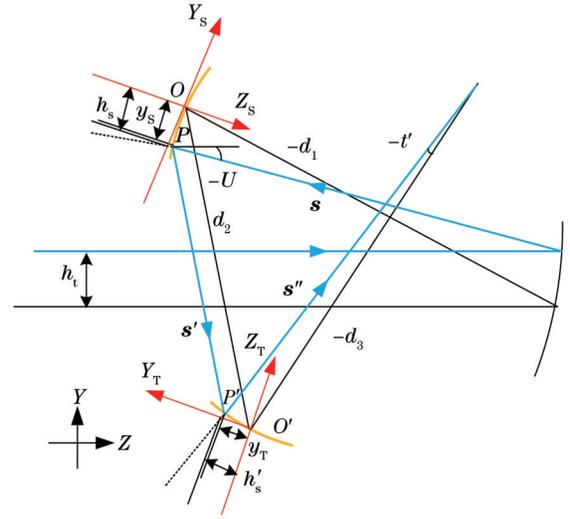


图1 改进的W-W法设计原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the improved W-W method

首先,为了消除系统中心视场的球差和彗差,使用阿贝正弦条件约束系统光线入射高度 h_i 与光线出射角的关系,表示为

$$h_i = f \sin t', \quad (1)$$

式中, f 为系统焦距。

s 和 s' 的关系为

$$(s - s')\varphi_2 = 0, \quad (2)$$

式中, φ_2 为 P 点的单位切线向量, $\varphi_2 = (0, dy_s/dt, dz_s/dt)$,其中, z_s 为 P 点在 Z_s 轴上的坐标, y_s 为 P 点在 Y_s 轴上的坐标。

s' 和 s'' 的关系为

$$(s' - s'')\varphi_3 = 0, \quad (3)$$

式中, φ_3 为 P' 点的单位切线向量, $\varphi_3 = (0, dy_T/dt', dz_T/dt')$,其中, z_T 为 P' 点在 Z_T 轴上的坐标, y_T 为 P' 点在 Y_T 轴上的坐标。

根据图1可知, y_s 和 y_T 的计算公式为

$$y_s = h_s - z_s \tan(U - q_2), \quad (4)$$

$$y_T = h'_s - z_T \tan(t' + 2q_1 - 2q_2 + q_3), \quad (5)$$

式中, q_1 、 q_2 、 q_3 分别为主、次和三镜相对于入瞳的倾斜角度。将式(4)、(5)分别用 t 和 t' 进行微分,得到的结果为

$$\frac{dy_s}{dt} = \frac{dh_s}{dt} - z_s \frac{d \tan(U - q_2)}{dt} - \tan(U - q_2) \frac{dz_s}{dt}, \quad (6)$$

$$\frac{dy_T}{dt'} = \frac{dh'_s}{dt'} - z_T \frac{d \tan(t' + 2q_1 - 2q_2 + q_3)}{dt'} -$$

$$\frac{dz_T}{dt'} \tan(t' + 2q_1 - 2q_2 + q_3). \quad (7)$$

结合式(2)、(3)、(6)、(7),得到改进的W-W微分方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz_s}{dt} = \frac{\frac{dh_s}{dt} - z_s \frac{d \tan \theta}{dt}}{\frac{D \cos \theta + D_y \sin q_2 + D_z \cos q_2}{D \sin \theta + D_y \cos q_2 - D_z \sin q_2} + \tan \theta} \\ \frac{dz_T}{dt'} = \frac{\frac{dh'_s}{dt'} - z_T \frac{d \tan \delta}{dt'}}{\frac{D \cos \delta + D_y \sin q_3 + D_z \cos q_3}{D \sin \delta + D_y \cos q_3 - D_z \sin q_3} + \tan \delta} \end{array} \right., \quad (8)$$

式中, $\theta = U - q_2$, $\delta = t_0 + 2q_1 - 2q_2 + q_3$ 。

使用数值分析法对式(8)求解,可得到次镜和三镜上的离散点坐标。将离散点拟合为 Zernike 自由曲面,表示为

$$Z_H = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2\rho^2}} + \sum C_j Z_j, \quad (9)$$

式中: Z_H 是曲面上各点的矢高; c 是曲率半径; ρ 是各点在极坐标系下的径向高度; k 是曲面圆锥系数; C_j 是第 j 个 Zernike 项的系数; Z_j 是第 j 个 Zernike 项。

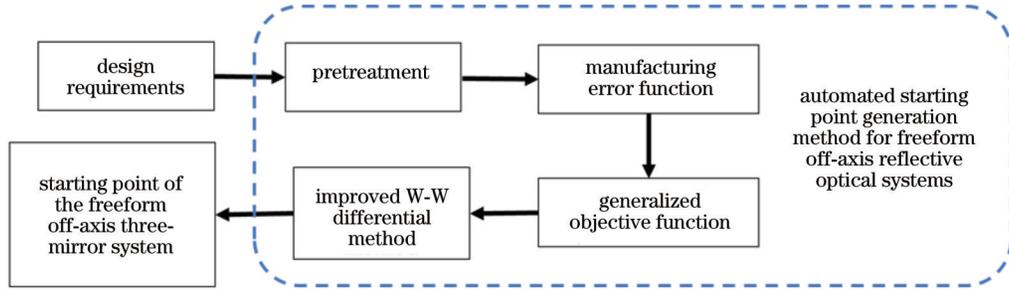


图 2 设计方法流程图

Fig. 2 Flow chart of the design process

3.1 预处理

为自动化地生成符合制造约束且满足设计要求的离轴多反系统,需要对反射镜的位置和倾斜角度等参数进行约束,最终得到所有反射镜都尽量与圆柱参考面贴合且不发生光路遮拦的离轴多反系统。因此,在判断系统是否满足制造约束之前,为获得离轴多反系统中每面反射镜的位置情况以及光学系统内部的光路情况,需要对全局坐标系下反射镜的面型和位姿作出统一描述,并给出光线追迹的方法。

由于非球面光学系统具有在子午面上对称的特点,因此,将光学系统放置于二维笛卡尔坐标系中进行更加简便的描述。首先构造一个非球面光学系统,构建出由坐标点矩阵、面形描述矩阵、位移矩阵和倾斜矩阵组成的反射镜描述表达式,表示为

$$f_n = (C + D_n) T_n S_n T_n^T (C + D_n)^T - r_n^2, \quad 1 \leq n \leq K, \quad (10)$$

式中: r_n 为第 n 面反射镜顶点的曲率半径; K 为反射镜总数; C 、 S_n 、 D_n 和 T_n 分别为坐标点矩阵、面形描述矩阵、位移矩阵和倾斜矩阵。4个矩阵的具体表达式为

$$C = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

综上所述,给定反射镜位置和倾斜角度等初始结构参数后,使用改进的 W-W 法可以快速获得一个自由曲面离轴多反系统。然而,在需要考虑制造约束的情况下,获取合理的离轴多反系统的初始结构参数往往非常复杂,且无法验证当前满足设计要求的离轴多反系统是否最符合制造约束。因此,在光学系统初始结构设计时充分考虑制造约束,制定符合制造约束的反射镜位姿关系的量化评价标准,是设计一体化加工的自由曲面离轴多反系统的关键。鉴于此,提出面向制造约束的自由曲面离轴多反系统设计方法。

3 面向制造约束的自由曲面离轴多反系统设计方法

所提面向制造约束的自由曲面离轴多反系统设计方法共分为 4 个模块,分别为:预处理模块、制造约束模块、综合目标函数模块和基于改进的 W-W 法模块。流程图如图 2 所示。

$$S_n = \begin{bmatrix} 1 - e_n^2 & 0 & -r_n \\ 0 & 1 & 0 \\ -r_n & 0 & r_n^2 \end{bmatrix}, \quad 1 \leq n \leq K, \quad (12)$$

$$D_n = \begin{bmatrix} -x_{cn} & -y_{cn} & 0 \end{bmatrix}, \quad 1 \leq n \leq K, \quad (13)$$

$$T_n = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_n) & -\sin(-\alpha_n) & 0 \\ \sin(-\alpha_n) & \cos(-\alpha_n) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad 1 \leq n \leq K, \quad (14)$$

式中: α_n 为第 n 面反射镜的倾斜角度; $-x_{cn}$ 和 $-y_{cn}$ 分别表示反射镜沿 x 轴和 y 轴的位移量, (x_{cn}, y_{cn}) 为第 n 面反射镜中心点的坐标; e_n^2 为反射镜离心率的平方。

根据反射镜的表达式,在已知光线与反射镜的交点后,可以确定该点的法向量。因此,可以基于斯涅尔定律进行光线追迹,表示为

$$N = \frac{n'V - nO}{|n'V - nO|}, \quad (15)$$

式中: N 为光线与反射镜交点处的法向量; V 和 O 为入射和出射光线的单位向量; n' 为折射率。

对于光学表面均为反射镜的系统,式(15)可以简

化为

$$N = \frac{V - O}{|V - O|}, \quad (16)$$

因此,对于任意高度和角度的入射光线,均可以追迹出其在离轴多反系统中的光路。

3.2 制造约束模块设计

在设计基于制造约束的离轴多反系统的初始结构时,需要同时兼顾遮拦的去除效果和反射镜与圆柱参考面的贴合程度,但是常规的初始结构设计方法往往很难同时保证这两点^[32]。同时,尽管在有些反射式光学系统中,允许同时存在共轴与离轴^[33],但这种情况不适用于对光学系统整体进行超精密光栅铣削加工这一技术。因此,离轴多反系统的制造约束需要从两方面进行考察,分别是共圆程度和遮拦评估。其中:共圆程度指每面反射镜与圆柱参考面的贴合程度,如图 3 所示;遮拦评估指对系统中每面反射镜边缘是否遮挡了经过其他反射镜的光线的判断。

首先,给出共圆程度的判断方法。使用反射镜上点与圆柱参考面圆心点的距离 b 构建共圆程度函数,表示为

$$f_m = \frac{\sum_{n=1}^K \sum_{t=1}^N |b'_n - b_c|}{K \cdot N}, \quad (17)$$

$$b'_n = \sqrt{(x'_n - x_R)^2 + (y'_n - y_R)^2}, \quad (18)$$

式中: N 为每面反射镜上的均匀采样点个数,当 $N \geq 3$ 时,采样具有完备性; K 为离轴多反系统中反射镜的总数; n 为反射镜序号; t 为采样点序号; (x_R, y_R) 为圆柱参考面截面的圆心点坐标; (x'_n, y'_n) 为反射镜上采样点的坐标; b_c 为圆柱参考面的半径; b'_n 为第 n 面反射镜上第 t 个采样点与圆柱参考面圆心点的距离。

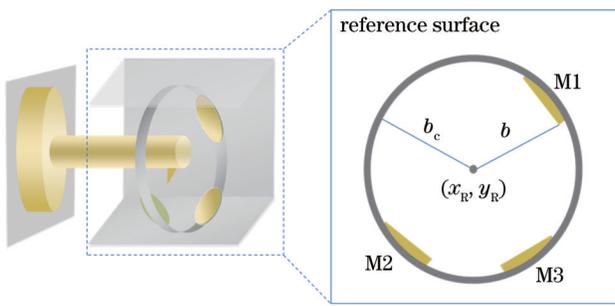


图 3 加工过程中反射镜和参考曲面之间的位置关系

Fig. 3 Positional relationship between the mirrors and the reference surface during the machining process

然后,给出遮拦评估规则。为判断每面反射镜是否遮挡光线,从每面反射镜的上下边缘点分别向经过不包括该反射镜的每组相邻反射镜间的上下边缘光线作垂线。例如,判断主镜的遮挡情况,需要从主镜的上下边缘点分别向次镜和三镜间的上下边缘光线、三镜和像面间的上下边缘光线作垂线。同时,由于像面具有一定高度,存在遮挡其他反射镜间光路的可能性,因

此在计算时将像面按光学表面处理,并将其记为第 $(K+1)$ 个表面。

在判断一面反射镜对另外两面反射镜间光路的遮挡情况时,可以分为三种情况:光路不被遮拦、部分光路被遮拦和全部光路被遮拦,如图 4 所示。因此,从反射镜的边缘出发,向光路的最外侧边缘作 4 条垂线,将垂线的长度用 l 表示,4 条垂线的集合为 $\{l\}$,并计算出集合 $\{l\}$ 中的最小值 $\min\{l\}$ 。由于知道 4 个垂足点的坐标,因此可以获得 4 个从反射镜边缘点指向垂足坐标的向量。通过判断从一个边缘点出发的两个向量间的夹角是否大于 90° ,可以判断该点是否遮挡光路,如图 4(a)、(b) 所示。对于另一种遮拦情况,如图 4(c) 所示,判断方法是计算一个边缘点出发的两个向量中的任意一个向量和该反射镜另一边缘点出发的任意一个向量间的夹角,当夹角大于 90° 时,存在遮挡。进而,可以获得每面反射镜的遮拦参数,表示为

$$P = \begin{cases} 0, & \prod J_a = 1 \\ 1, & \prod J_a = 0 \end{cases}, \quad (19)$$

式中, J_a 为向量夹角判别数,其表达式为

$$J_a = \begin{cases} 1, & \beta \in [0, \pi/2] \\ 0, & \beta \notin [0, \pi/2] \end{cases}, \quad (20)$$

其中, β 为向量间的夹角。

在计算出所有反射镜和像面的遮拦参数后,可以构建出系统遮拦参数的集合 $\{P\}$,表示为

$$\{P\} = \{P_{23}^{(1)}, P_{34}^{(1)}, \dots, P_{j(j+1)}^{(n)}, \dots, P_{(k-1)k}^{(k+1)}\}, \quad (21)$$

式中: P 的上角标为反射镜的序号,上角标为 n 时,表示第 n 面反射镜; P 的下角标表示光路, $j(j+1)$ 表示第 j 面反射镜和第 $(j+1)$ 面反射镜之间的光路,当 $j=0$ 时,表示入射进主镜的光路。

进而,构建出遮拦评估函数,表示为

$$f_o = \sum_{n=1}^{K+1} \sum_{j=0}^{K+1} P_{j(j+1)}^{(n)} \cdot \min\{l_{j(j+1)}^{(n)}\}. \quad (22)$$

同时,由于在光学设计中,对光学余量往往也有要求,即希望反射镜在不遮挡光线的基础上与光线保持一定的距离,因此需要计算余量常数,表示为

$$M_{j(j+1)}^{(n)} = \begin{cases} 0, & \min\{l_{j(j+1)}^{(n)}\} \geq m_r \\ m_r - \min\{l_{j(j+1)}^{(n)}\}, & \min\{l_{j(j+1)}^{(n)}\} < m_r \end{cases}, \quad (23)$$

式中, m_r 表示光学余量的最低标准,为一个常数。

最后,可以构建出光学余量判断函数,表示为

$$f_{om} = \sum_{n=1}^{K+1} \sum_{j=0}^{K+1} M_{j(j+1)}^{(n)}. \quad (24)$$

3.3 初始结构的目标函数构建

在满足制造约束的情况下,需要兼顾系统的成像质量。根据物像关系,可以计算出不同视场光线所对应的理想像点的位置,即

$$H = f \cdot \tan(\omega - \omega_c), \quad (25)$$

式中: f 是系统的焦距; H 是视场 $(0, \omega)$ 相对于中心场在 x 和 y 方向上的等效像高; $(0, \omega_c)$ 是中心视场。

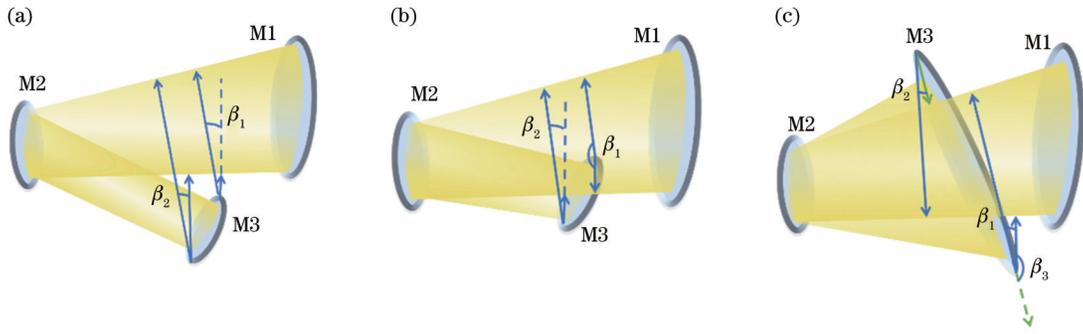


图4 三种遮拦情况。(a)无遮拦;(b)反射镜M1和M2之间的部分光路被M3遮拦;(c)反射镜M1和M2之间的光路全部被M3遮拦
Fig. 4 Three types of obscurations. (a) No obscuration occurs; (b) partial optical path between M1 and M2 is obstructed by M3; (c) the optical path between M1 and M2 is totally obstructed by M3

通过光线追迹模块可以追迹到不同视场、不同高度的入射光线在像面上的实际成像位置。因此可以通过判断这些成像点与理想像点间的距离来衡量光线的会聚程度,进而构建出光线会聚程度函数,表示为

$$f_c = \sum_{u=1}^{N_c} \left[(H_x - x_u)^2 + (H_y - y_u)^2 \right]^{1/2}, \quad (26)$$

式中: N_c 为采样光线的条数; u 为采样光线的序号; (x_u, y_u) 为第 u 条采样光线的成像点; H_x 是视场 $(0, \omega)$ 相对于中心场在 x 方向上的等效像高; H_y 是视场 $(0, \omega)$ 相对于中心场在 y 方向上的等效像高。

离轴多反系统有多种OPC,为了自动化地设计出满足光路要求的系统,使用文章[34]的方法对离轴多反系统的OPC进行表示和判断。使用向量 $V=[V_1, V_2]$ 对OPC不同的离轴多反系统进行唯一表示,其中: V_1 表示光路的旋转情况,包含 $(K-1)$ 个分量; V_2 表示光路的交叉情况,包含 $[K \cdot (K-1)/2]$ 个分量。文章[34]使用当前OPC与目标OPC之间的差值来表示当前OPC与目标OPC之间的不同程度。因此,可以构建出光路结构目标函数,表示为

$$f_{\text{opc}} = \sum_{p=1}^{K-1} |V_p^{\text{dr1}} - V_p^{(1)}| + \sum_{q=1}^Q |V_q^{\text{dr2}} - V_q^{(2)}|, \quad Q = K \cdot (K-1)/2, \quad (27)$$

式中: V_p^{dr1} 为根据设计要求写出的对应于向量 V_1 的第 p 个分量; V_q^{dr2} 为根据设计要求写出的对应于向量 V_2 的第 q 个分量; $V_p^{(1)}$ 为当前系统的对应于向量 V_1 的第 p 个分量; $V_q^{(2)}$ 为当前系统的对应于向量 V_2 的第 q 个分量。

进而,构建出综合目标函数,表示为

$$f_s = \arg \min_{r_n, e_n^r, d_n, a_n} (s_1 \cdot f_m + s_2 \cdot f_o + s_3 \cdot f_{\text{om}} + s_4 \cdot f_{\text{opc}} + s_5 \cdot f_c), \quad 1 < n \leq K, \quad (28)$$

式中: $s_1 \sim s_5$ 为各函数的权重; d_n 为第 n 面反射镜和下一面反射镜中心点之间的距离。

通过搜索综合目标函数的最小值可以寻找最适合设计要求的结构,该过程可以通过搜索算法来实现。在使用搜索算法之前,需要确定输入进算法的设计要求参数,包括系统的入瞳直径 E_D 、系统焦距 f 、最大视

场角以及光路结构要求。然后,将反射镜的中心点曲率半径、离心率的平方、倾斜角度和反射镜间距等设置为变量。同时,需要设计者平衡各函数的权重,即 $s_1 \sim s_5$ 。本研究使用模拟退火法作为搜索算法。

在搜索到初始结构参数后,使用改进的W-W法将系统调整成自由曲面离轴多反结构,即获得了自由曲面离轴多反系统的设计起点。

4 实验

为了验证所提方法的有效性,设计了两个自由曲面离轴三反系统。实验使用的软件是Matlab R2018b,光学优化软件是Zemax OpticStudio 20.3.2,电脑环境配置是Intel Core i5-11300H @ 3.10 GHz处理器。

4.1 “异侧成像”离轴三反系统

所设计的光学系统规格如表1所示,该系统的像面和入瞳处在光学系统的不同侧面,因此简称之为“异侧成像”系统。光路结构要求为 $V=[-1, -1, 1, 1, 1]$,圆柱参考面的半径为150 mm。

表1 “异侧成像”离轴三反系统的设计要求

Table 1 Specifications of the "heterolateral imaging" off-axis three-mirror system

Parameter	Specification
Entrance pupil diameter	90 mm
F -number	3.3
Field of view	$4^\circ \times 4^\circ$
Work spectrum	380–780 nm
Detector pixel size	20 μm

首先,根据表1中的系统设计参数,使用拟退火法搜索系统的初始结构参数。这里,使用的误差函数为式(28)所示的函数,初始温度为1500 $^\circ\text{C}$,最大迭代次数为80,权重 $s_1=s_2=s_3=s_5=1, s_4=50$,搜索初始值由Matlab中的rand函数随机生成。系统中三面反射镜的倾斜角、曲率半径和镜间距的搜索上下限以及搜索结果如表2所示,搜索过程中误差函数的变化曲线如图5(a)所示。从表2和图5(a)可以看出:经过搜索后,

在设定的搜索范围内能够获取一系列初始结构参数；当搜索过程的迭代次数达到 40 次以上时，误差曲线逐渐趋近于平稳，稳定的误差值为 14.09。

表 2 搜索过程中系统的结构参数范围和搜索终值

Table 2 Range of structural parameters and the final search value of the system in the search process

Variable	Lower band	Upper band	Result
$\alpha_1 / (^\circ)$	10	40	23.30
$\alpha_2 / (^\circ)$	40	80	66.63
$\alpha_3 / (^\circ)$	80	120	103.56
r_1 / mm	-500	-160	-448.91
r_2 / mm	160	500	367.03
r_3 / mm	-500	-160	-353.66
d_1 / mm	-400	-200	-272.10
d_2 / mm	200	400	281.11
d_3 / mm	-400	-200	-318.83

为了验证搜索得到的初始结构参数，使用上述改进的 W-W 法设计了自由曲面离轴三反系统的设计起点，如图 5(b) 所示，可以看出，三面反射镜均接近圆柱参考面，即符合制造约束，且各视场光线均在理想像面处会聚。为了进一步量化验证所设计的光学系统的性

能，在已搜索到的初始结构参数的基础上，在 $-10^\circ \sim 10^\circ$ 和 $-100 \sim 100 \text{ mm}$ 范围内同时改变反射镜的倾斜角度和镜间距，并随机生成 10 组不同的反射镜位姿组合，用以模拟不搜索初始结构参数直接使用改进的 W-W 法生成设计起点时可能使用到的反射镜位姿组合。然后，使用改进的 W-W 法生成设计起点并与所提方法生成的设计起点进行对比。

从制造约束和成像质量两个方面对比两种设计方法。由于常规的初始结构设计方法往往很难同时保证反射镜共圆、遮拦被完全去除和优越的成像质量^[32]，因此，使用式(17)的共圆程度函数、式(22)的遮拦评估函数以及二者的加和($f_m + f_o$)来判断生成系统是否符合制造约束，使用中心视场均方根(RMS)波前差和光斑半径来评价设计起点的成像质量。制造约束的对比结果如图 6 所示，可以看出，所提方法得到的设计起点共圆程度值、遮拦程度值以及二者加和值分别为 2.42、0 和 2.42。当反射镜的倾斜角度和镜间距同时变化时，直接使用改进的 W-W 法生成的设计起点的平均共圆误差为 15.87，10 组结果均大于使用所提方法生成的设计起点；平均遮拦误差为 22.87，其中有 6 组设计起点存在遮拦；平均制造约束误差为 38.74，均大于使用所提方法生成的设计起点。可以看出，直接使用改进

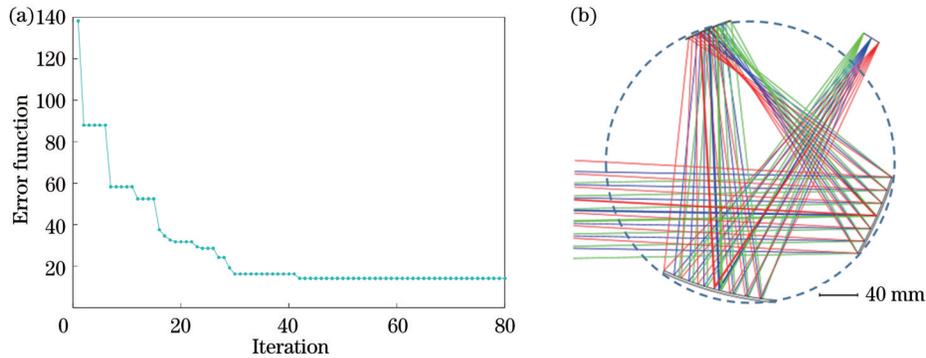


图 5 系统设计起点的生成过程。(a)搜索过程中的误差函数；(b)自由曲面离轴三反系统的布局图

Fig. 5 Process of generating the design starting point of the system. (a) Error function during the searching process; (b) layout of the freeform off-axis three-mirror system

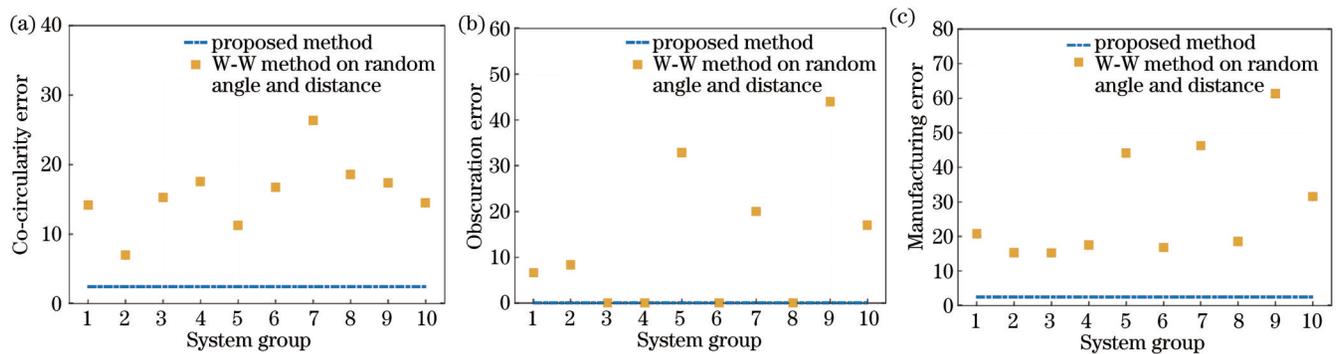


图 6 所提方法和改进的 W-W 法设计的系统的误差值。(a)共圆程度误差值；(b)遮拦评估误差值；(c)制造误差值

Fig. 6 Value of error functions of the designed system by the proposed method and improved W-W method. (a) Value of co-circularity error; (b) value of obscuration error; (c) value of manufacturing error

的 W-W 法生成的设计起点随机性和波动性均较大,且相关平均误差值均高于使用所提方法生成的设计起点。

接下来,对比成像质量,如图 7 所示,所提方法获得的设计起点中心视场 RMS 波前差和光斑半径分别为 0.09λ (λ 为波长) 和 $2.72\ \mu\text{m}$ 。10 组直接使用改进的 W-W 法生成的设计起点中,平均 RMS 波前差为 0.27λ ,比所提方法获得的设计起点高 0.18λ ;平均

RMS 光斑半径为 $10.50\ \mu\text{m}$,比所提方法获得的设计起点高 $7.78\ \mu\text{m}$ 。尽管与所提方法相比,直接使用改进的 W-W 法生成的设计起点中有 3 组 RMS 波前差较小,2 组 RMS 光斑半径较小,但由于位置参数缺乏统一的评估标准,因此成像质量存在显著的不确定性,导致平均值较大。此外,改进的 W-W 方法仅关注成像质量,不考虑制造约束,导致 10 组结果的可加工性较差。

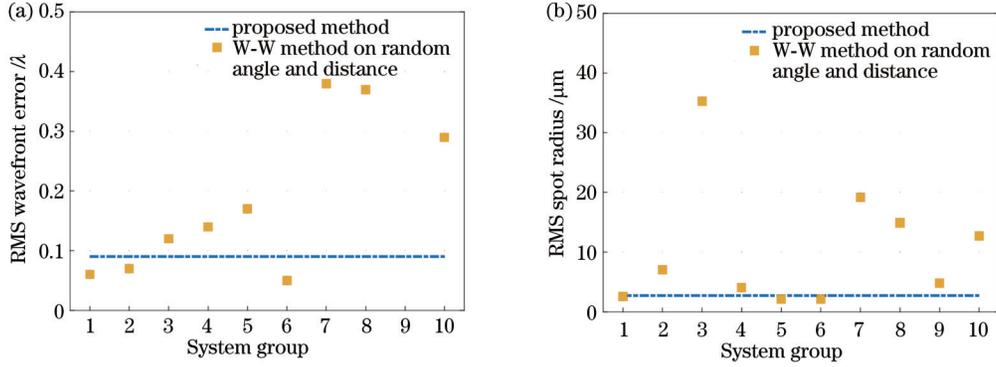


图 7 所提方法和改进的 W-W 法设计的系统的成像性能。(a)RMS 波前差;(b)RMS 光斑半径

Fig. 7 Imaging performance of the designed system by the proposed method and improved W-W method. (a) RMS wavefront error; (b) RMS spot radius

为了进一步验证所提方法设计起点的可优化性,使用 Zemax 光学优化软件优化所提方法生成的设计起点。优化后的系统布局图、调制传递函数(MTF)曲线图、点列图和场曲畸变图分别如图 8(a)~(d)所示。可见:优化后子午和弧矢方向的 MTF 曲线在

50 lp/mm 处均大于 0.7;对于不同视场的光线,RMS 光斑半径的范围是 $2.46\sim 4.39\ \mu\text{m}$,小于像元尺寸;最大场曲约为 0.06,最大畸变约为 -3.6% 。这些结果表明,优化后设计起点可以获得更好的成像效果,达到了设计要求。

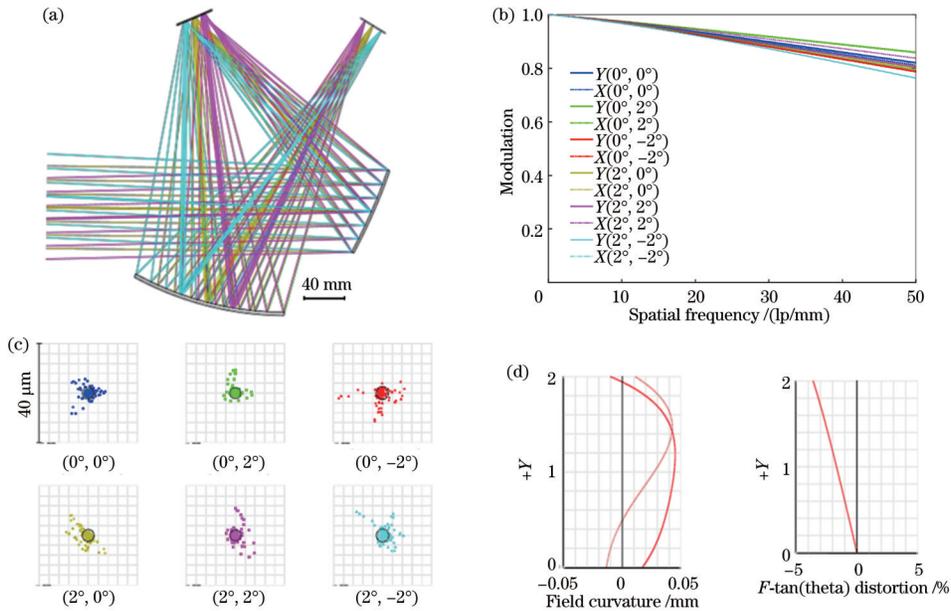


图 8 系统优化后的设计结果。(a)优化后系统的布局图;(b)优化后系统的 MTF 曲线;(c)优化后系统的点列图;(d)优化后系统的场曲和畸变

Fig. 8 Design results for the optimized system. (a) Layout of the optimized system; (b) MTF curves of the optimized system; (c) spot diagrams of the optimized system; (d) field curvature and distortion of the optimized system

在光学系统的设计中,体积的大小往往也是被关注的指标之一,为此,在获得最终光学系统后,对体积进行讨论。对于面向一体化加工制造的光学系统,需要反射镜与圆柱参考面尽量贴合,这限制了搜索到最小反射镜间距的可能,因此无法同时兼顾共圆和小体积^[35]。但是,这种制造约束同样也不会导致光学系统的体积过大,因为圆柱参考面本身对反射镜间距提出了一个有力的约束,即为使反射镜与圆柱参考面足够贴合,反射镜间距必须不能过大,进而使体积保持在了一个合理的范围内。“异侧成像”离轴三反系统的焦距为 297 mm,视场角为 $4^\circ \times 4^\circ$,使用文章[36]的方法计算与该系统具有相似焦距(210~350 mm)、视场角($1.7^\circ \times 1.3^\circ \sim 4^\circ \times 4^\circ$)且光学结构相对紧凑(均为文章[37]中列出的常见结构)的系统的体积,得到的体积范围是 $2.82 \sim 80.00 \text{ m}^3$ ^[22,36,38]。优化后的“异侧成像”离轴三反系统的体积为 11.98 m^3 ,在合理的体积范围内,这说明使用所提方法生成的离轴三反系统能够在同时满足制造约束和成像质量的前提下,保证较为合理的体积。

4.2 “同侧成像”离轴三反系统

所设计的光学系统规格如表 3 所示,该系统的像面和入瞳处在光学系统的同侧,因此简称之为“同侧成像”系统。光路结构要求为 $V = [-1, 1, 1, 1, 0]$,圆柱参考面的半径为 150 mm。

首先,使用拟退火法搜索系统的初始结构参数,初始温度为 1500°C ,最大迭代次数为 80,权重 $s_1 = s_2 = s_3 = s_5 = 1, s_4 = 50$ 。系统中三面反射镜的倾斜角、曲率

表 3 “同侧成像”离轴三反系统的设计要求

Table 3 Specifications of the "ipsilateral imaging" off-axis three-mirror system

Parameter	Specification
Entrance pupil diameter	85 mm
<i>F</i> -number	3.5
Field of view	$2^\circ \times 2^\circ$
Work spectrum	380~780 nm
Detector pixel size	$20 \mu\text{m}$

半径和镜间距的搜索上下限以及搜索结果如表 4 所示,搜索过程中误差函数的变化曲线如图 9(a) 所示。从表 4 和图 9(a) 可见,经过搜索后可以在设定的搜索范围内获取一系列初始结构参数,稳定的误差值为 12.19。

表 4 搜索过程中系统的结构参数范围和搜索终值

Table 4 Range of structural parameters and the final search value of the system in the search process

Variable	Lower band	Upper band	Result
$\alpha_1 / (^\circ)$	5	30	14.651
$\alpha_2 / (^\circ)$	20	60	42.710
$\alpha_3 / (^\circ)$	20	60	50.790
r_1 / mm	-500	-160	-388.550
r_2 / mm	160	500	413.800
r_3 / mm	-500	-160	-403.400
d_1 / mm	-400	-200	-275.720
d_2 / mm	200	400	295.580
d_3 / mm	-400	-200	-357.420

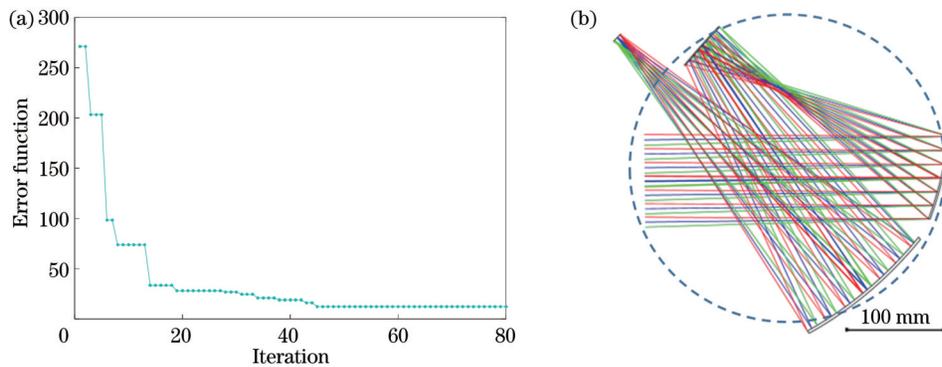


图 9 系统设计起点的生成过程。(a) 搜索过程中的误差函数; (b) 自由曲面离轴三反系统的布局图

Fig. 9 Process of generating the design starting point of the system. (a) Error function during the searching process; (b) layout of the freeform off-axis three-mirror system

使用改进的 W-W 法设计的自由曲面离轴三反系统的设计起点如图 9(b) 所示,可以看出,三面反射镜均接近圆柱参考面,且各视场光线均在理想像面处会聚。为了进一步量化验证所提方法设计的光学系统的性能,在已搜索到的初始结构参数的基础上,在 $-10^\circ \sim 10^\circ$ 和 $-100 \sim 100 \text{ mm}$ 范围内同时改变反射镜的倾斜角度和镜间距,并随机生成 10 组不同的反射

镜位姿组合。然后在不改变镜间距的情况下,小范围调整反射镜的倾斜角度,消除遮拦,用以模拟经手动离轴获得初始结构参数情况下直接使用改进的 W-W 法生成设计起点时可能使用到的反射镜位姿组合。因为已对 10 组不同的反射镜位姿组合进行去遮拦调整,因此使用式(17)的共圆程度函数来表示制造约束误差,同时使用中心视场 RMS 波前差和光斑半径来评价设

计起点的成像质量,结果如图 10 所示。由图 10 可见,所提方法得到的设计起点的制造约束误差、中心视场 RMS 波前差和 RMS 光斑半径分别为 4.79 、 0.34λ 和 $27.5\ \mu\text{m}$ 。10 组直接使用改进的 W-W 法生成的设计起点的制造约束误差值均大于使用所提方法生成的设计起点,制造约束误差值均值为 11.90 ,约为所提方法生成的设计起点的两倍,且随机性较大。计算得出,相较于不使用共圆程度函数约束的离轴三反系统,使用包含共圆程度函数在内的综合目标函数搜索出的离轴

三反系统,其制造约束误差平均降低了 49.73% 。10 组直接使用改进的 W-W 法生成的设计起点中,平均 RMS 波前差为 0.95λ ,平均 RMS 光斑半径为 $36.10\ \mu\text{m}$,均高于使用所提方法生成的设计起点,且成像质量不稳定。这表明,即使在初始结构不存在遮挡光路的情况下,直接使用改进的 W-W 法生成的系统的 RMS 波前差和光斑半径会受到镜间距变化的强烈影响,且制造误差依然大于使用所提方法生成的设计起点。

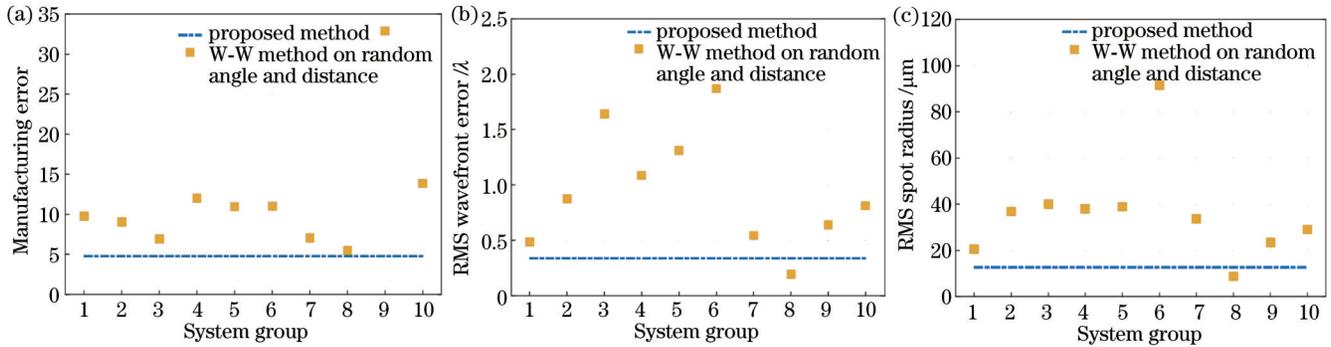


图 10 所提方法和改进的 W-W 法设计的系统的对比。(a) 制造误差值; (b) RMS 波前差; (c) RMS 光斑半径

Fig. 10 Comparison of the designed system by the proposed method and improved W-W method. (a) Value of manufacturing error; (b) RMS wavefront error; (c) RMS spot radius

最后,为验证设计起点的可优化性,使用 Zemax 光学软件优化使用所提方法生成的设计起点。优化后的系统布局图、MTF 曲线图、点列图和场曲畸变图分别如图 11(a)~(d) 所示。可以看出:优化后子午和弧矢方向的 MTF 曲线在 $50\ \text{lp/mm}$ 处均大于 0.7 ; 对于

不同视场的光线,RMS 光斑半径的范围是 $1.74\sim 5.52\ \mu\text{m}$,小于像元尺寸;最大场曲约为 0.02 ,最大畸变约为 1.8% 。以上结果表明,优化后设计起点可以获得更好的成像效果,达到了设计要求。该系统的体积为 $12.61\ \text{m}^3$,在合理范围内。

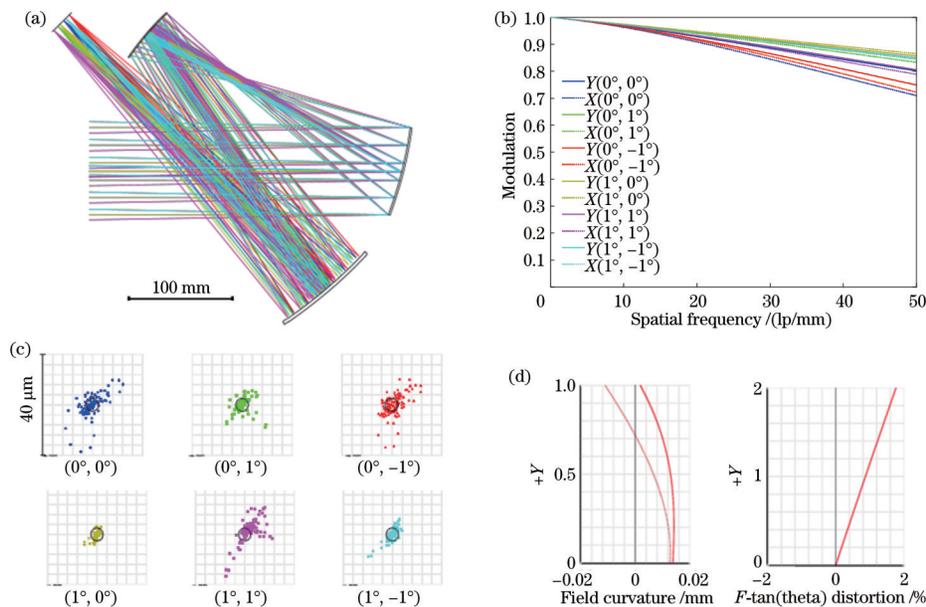


图 11 系统优化后的设计结果。(a) 优化后系统的布局图; (b) 优化后系统的 MTF 曲线图; (c) 优化后系统的点列图; (d) 优化后系统的场曲和畸变

Fig. 11 Design results for the optimized system. (a) Layout of the optimized system; (b) MTF curve the optimized system; (c) spot diagram of the optimized system; (d) field curvature and distortion of the optimized system

5 结 论

提出了一种基于制造约束的离轴多反系统设计起点的自动生成方法,能够在考虑制造约束的条件下,自动搜索出满足设计要求的初始结构参数,进而获得自由曲面离轴多反系统的设计起点。实验结果表明,搜索所设计的综合目标函数的最小值后,将这些值传递改进的 W-W 法,可以明显提高共圆特性,不存在光路遮拦,且避免了成像质量不稳定的问题。相比于不考虑制造约束的设计起点,所提方法生成的设计起点在保证成像效果的情况下,具有共圆特性好、无遮拦和成像效果稳定的优势。所提方法可以有效指导使用一体化超精密光栅铣削加工技术制造的自由曲面离轴多反系统,也可以应用到更一般的多反系统的设计中,设计者可以对综合目标函数中的子函数进行自行取舍或更改其使用范围。在未来的研究中,将考虑设计基于制造约束的离轴四反系统的设计起点。

参 考 文 献

- [1] Hou W, Zhu J, Yang T, et al. Construction method through forward and reverse ray tracing for a design of ultra-wide linear field-of-view off-axis freeform imaging systems[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(5): 055603.
- [2] 钟兴, 马驰, 李艳杰, 等. 大视场离轴三反光学系统场曲特性与装调方法[J]. *光学学报*, 2021, 41(9): 0922001. Zhong X, Ma C, Li Y J, et al. Field curvature characteristics and alignment method for the off-axis three-mirror optical system with wide field-of-view[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(9): 0922001.
- [3] Bai X Q, Xu B Q, Ju G H, et al. Aberration compensation strategy for the radius of curvature error of the primary mirror in off-axis three-mirror anastigmatic telescopes[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(21): 6199-6212.
- [4] Bai X Q, Xu B Q, Ma H C, et al. Aberration fields of pupil-offset off-axis two-mirror astronomical telescopes induced by ROC error[J]. *Optics Express*, 2020, 28(21): 30447-30465.
- [5] Bai X Q, Ju G H, Ma H C, et al. Aberrational interactions between axial and lateral misalignments in pupil-offset off-axis two-mirror astronomical telescopes[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(28): 7693-7707.
- [6] Ju G H, Ma H C, Gu Z Y, et al. Experimental study on the extension of nodal aberration theory to pupil-offset off-axis three-mirror anastigmatic telescopes[J]. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 2019, 5(2): 029001.
- [7] 赵鑫鑫, 宋茂新, 许智龙, 等. 离轴三反望远镜的穆勒矩阵测量[J]. *光学学报*, 2023, 43(12): 1212004. Zhao X X, Song M X, Xu Z L, et al. Mueller matrix measurement of off-axis three-mirror telescope objective[J]. *Acta Optica Sinica*, 2023, 43(12): 1212004.
- [8] Bauer A, Rolland J P. Visual space assessment of two all-reflective, freeform, optical see-through head-worn displays[J]. *Optics Express*, 2014, 22(11): 13155-13163.
- [9] Cakmakci O, Rolland J P. Head-worn displays: a review[J]. *Journal of Display Technology*, 2006, 2(3): 199-216.
- [10] Pan J W, Che-Wen C A, Huang K D, et al. Demonstration of a broad band spectral head-mounted display with freeform mirrors[J]. *Optics Express*, 2014, 22(11): 12785-12798.
- [11] Wei S L, Fan Z C, Zhu Z B, et al. Design of a head-up display based on freeform reflective systems for automotive applications[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(7): 1675-1681.
- [12] Gu L, Cheng D W, Liu Y, et al. Design and fabrication of an off-axis four-mirror system for head-up displays[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(16): 4893-4900.
- [13] Wu Y, Wang L P, Zhang X, et al. Design method for an off-axis reflective anamorphic optical system with aberration balance and constraint control[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(16): 4557-4566.
- [14] Liu Y, Li Y Q, Cao Z. Design method of off-axis extreme ultraviolet lithographic objective system with a direct tilt process[J]. *Optical Engineering*, 2015, 54(7): 075102.
- [15] Miñano J C, Benítez P, Narasimhan B. Freeform aplanatic systems as a limiting case of SMS[J]. *Optics Express*, 2016, 24(12): 13173-13178.
- [16] Nie Y F, Mohedano R, Benítez P, et al. Multifield direct design method for ultrashort throw ratio projection optics with two tailored mirrors[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(14): 3794-3800.
- [17] Yang T, Jin G F, Zhu J. Automated design of freeform imaging systems[J]. *Light: Science & Applications*, 2017, 6: 17081.
- [18] Yang T, Zhu J, Wu X F, et al. Direct design of freeform surfaces and freeform imaging systems with a point-by-point three-dimensional construction-iteration method[J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 10233-10246.
- [19] 杨通, 段璿哲, 程德文, 等. 自由曲面成像光学系统设计: 理论、发展与应用[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0108001. Yang T, Duan Y Z, Cheng D W, et al. Freeform imaging optical system design: theories, development, and applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0108001.
- [20] Volatier J B, Druart G. Differential method for freeform optics applied to two-mirror off-axis telescope design[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(5): 1174-1177.
- [21] Cheng D W, Wang Y T, Hua H. Free form optical system design with differential equations[J]. *Proceedings of SPIE*, 2010, 7849: 78490Q.
- [22] Chen S K, Wei Y J, Sun Y W, et al. Off-axis three-mirror freeform systems design based on improved W-W differential equations[J]. *Applied Optics*, 2023, 62(15): 3892-3903.
- [23] Fang F Z, Zhang X D, Weckenmann A, et al. Manufacturing and measurement of freeform optics[J]. *CIRP Annals*, 2013, 62(2): 823-846.
- [24] Carbone V, Carocci M, Savio E, et al. Combination of a vision system and a coordinate measuring machine for the reverse engineering of freeform surfaces[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2001, 17(4): 263-271.
- [25] Burge J H, Zehnder R, Zhao C Y. Optical alignment with computer-generated holograms[J]. *Proceedings of SPIE*, 2007, 6676: 66760C.
- [26] Li Z X, Liu X L, Fang F Z, et al. Integrated manufacture of a freeform off-axis multi-reflective imaging system without optical alignment[J]. *Optics Express*, 2018, 26(6): 7625-7637.
- [27] Li Z X, Fang F Z, Chen J J, et al. Machining approach of freeform optics on infrared materials via ultra-precision turning[J]. *Optics Express*, 2017, 25(3): 2051-2062.
- [28] Brecher C, Lange S, Merz M, et al. NURBS based ultra-precision free-form machining[J]. *CIRP Annals*, 2006, 55(1): 547-550.
- [29] Liu R X, Li Z X, Duan Y T, et al. A design for a manufacturing-constrained off-axis four-mirror reflective system[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(15): 5387.
- [30] Meng Q Y, Wang W, Ma H C, et al. Easy-aligned off-axis three-mirror system with wide field of view using freeform surface based on integration of primary and tertiary mirror[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(14): 3028-3034.
- [31] Zheng X, Li Z X, Zhang X D, et al. Manufacturing-constrained optical design methodology for cylindrical freeform reflective imaging system[J]. *Optics Express*, 2018, 26(17): 22547-22562.
- [32] Sun Y H, Sun Y Q, Chen X Y, et al. Design of a free-form off-axis three-mirror optical system with a low f-number based on

- the same substrate[J]. *Applied Optics*, 2022, 61(24): 7033-7040.
- [33] Chang S T, Lin Y C, Lien C C, et al. The design and assembly of a long-focal-length telescope with aluminum mirrors[J]. *Proceedings of SPIE*, 2019, 11180: 111806U.
- [34] Xu C, Lai X M, Cheng D W, et al. Automatic optical path configuration variation in off-axis mirror system design[J]. *Optics Express*, 2019, 27(11): 15251-15261.
- [35] 周丽军, 杨通, 高丽娜, 等. 易于多面共体加工的自由曲面离轴三反系统设计[J]. *光学学报*, 2023, 43(8): 0822021.
Zhou L J, Yang T, Gao L N, et al. Design of freeform off-axis three-mirror system enabling multisurface-integrated fabrication [J]. *Acta Optica Sinica*, 2023, 43(8): 0822021.
- [36] Duerr F, Thienpont H. Freeform imaging systems: Fermat's principle unlocks "first time right" design[J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10: 95.
- [37] Bauer A, Schiesser E M, Rolland J P. Starting geometry creation and design method for freeform optics[J]. *Nature Communications*, 2018, 9: 1756.
- [38] Zhong Y, Gross H. Initial system design method for non-rotationally symmetric systems based on Gaussian brackets and Nodal aberration theory[J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10016-10030.

Design Method of Off-Axis Reflective Optical System for Freeform Surfaces under Manufacturing Constraints

Sun Yiwei¹, Wei Yangjie^{1*}, Chen Sike¹, Zhao Ji²

¹College of Computer Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, Liaoning, China;

²College of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, Liaoning, China

Abstract

Objective Off-axis reflective optical systems for freeform surfaces have the advantages of no chromatic aberration, no central obscuration, and a large field of view in one direction, so they are widely used in many optical observation fields. The optical system design and machining, as well as precise system assembly, are three key core technologies to obtain high quality optical imaging systems. Current design methods for freeform optical systems rely on the experience of optical designers to obtain initial structural parameters before calculating the coordinates of the discrete points on a mirror surface. To solve this problem, it is necessary to design a fast and accurate method for obtaining the initial structural parameters of an off-axis reflective optical system during the design. Furthermore, the optical alignment to assembly the manufactured system is also a high-cost and complex operation. Current integrated processing and manufacturing methods avoid the repeated assembly process of off-axis reflective systems using incorporating manufacturing constraints during the design. However, the manufacturing constraints are not considered by most design methods for freeform off-axis reflective systems, resulting in the designed system being unable to meet the requirements of integrated machining and manufacturing. Therefore, design methods are needed to guide the design of initial structural parameters and freeform off-axis reflective optical system under manufacturing constraints.

Methods We propose an automatic generation method to design the starting points for off-axis freeform systems based on manufacturing constraints. First, the unified description of the surface shape and pose of mirrors in a global coordinate system is provided and the method for ray tracing is given. Second, the manufacturing constraint module is designed. When designing the initial structure of the off-axis system based on manufacturing constraints, it is necessary to take into account both the removal of the obstruction and the fit degree of the mirrors to the cylindrical reference surface. Therefore, a manufacturing constraint module composed of a degree of co-circularity function and obstruction evaluation function is proposed to assess the rationality of the initial structure. Then, we conduct a comprehensive objective function for the initial structure of the optical system by tracing the optical path structure of the off-axis reflective system. The most suitable initial structure parameters for the design requirements are achieved by searching the minimum value of the comprehensive objective function. Finally, taking the initial structural parameters as the input, combined with the improved Wassermann-Wolf (W-W) method, we propose a design method for a freeform off-axis reflective system under manufacturing constraints.

Results and Discussions Two freeform off-axis three-mirror reflective systems are designed by the proposed method. The field of view of the first system is $4^\circ \times 4^\circ$ and the F -number is 3.3. The entrance pupil diameter is 90 mm and the radius of the cylindrical reference surface is 150 mm. The initial structural parameters are searched based on these design requirements, and the starting point of the freeform off-axis three-mirror system is obtained through the combination of the improved W-W method (Fig. 5). To further quantify and verify the performance of the designed optical system, we change the tilt angle and mirror spacing of the mirrors. In addition, 10 different mirror pose combinations are randomly

generated to simulate the possible combinations of mirror positions, which are used by the improved W-W method directly without searching for the initial structural parameters. The imaging quality of these 10 systems has significant uncertainty, and the average manufacturing error value is higher than the design starting point generated by the proposed method. The field of view of the second system is $2^\circ \times 2^\circ$, the F -number is 3.5, and the entrance pupil diameter is 85 mm. In the generated design starting point, the three mirrors are close to the cylindrical reference plane, and the rays of each field of view converge at the image plane. After obtaining 10 random mirror position combinations, the obstruction is manually removed to simulate the possible mirror position combinations used to generate the design starting points directly by the improved W-W method when the initial structural parameters were obtained by manual off-axis. Among the 10 design starting points generated directly by the improved W-W method, the average root mean square (RMS) wavefront error is 0.95λ (λ is wavelength) and the average RMS spot radius is $36.10 \mu\text{m}$ (Fig. 10), both are higher than the design starting point generated by the proposed method, and the imaging qualities are unstable. This indicates that even in the absence of obstruction in the initial structure, the RMS wavefront error and RMS spot radius of the system generated directly by the improved W-W method are strongly affected by the changes in the distance between mirrors, and the manufacturing error is still greater than the design starting point generated using the proposed method.

Conclusions We propose a design method for off-axis reflective optical systems with freeform surfaces under manufacturing constraints. Under the consideration of manufacturing constraints, the initial structural parameters that meet the design requirements are automatically obtained through simple searching, and then the design starting point of the freeform off-axis reflective system is obtained. The experimental results show that by searching the minimum values of the comprehensive objective function proposed in this study and passing these values into the improved W-W method, the co-circularity characteristics can be significantly improved with no optical path blocking, and the problem of unstable imaging quality is avoided. The proposed method can effectively guide the freeform off-axis reflective systems manufactured by the integrated ultra-precision grating milling technology, and also can be applied to design more general reflective systems. The designers can choose or change the range of application of the subfunctions in the objective function.

Key words manufacturing constraint; off-axis reflective; design starting point; freeform surface