

基于数字图像相关方法的亚像素位移迭代算法性能

孟祥印^{*}, 徐启航, 肖世德, 李杨, 赵斌, 李光辉

西南交通大学机械工程学院, 四川 成都 610031

摘要 在对图像位移进行测量时,不同亚像素位移迭代算法的性能不同,将反向组合对角近似算法和反向组合Dog-Leg算法用于数字图像相关法并进行位移测量,同时对反向组合Levenberg-Marquardt算法的参数更新策略进行简化,以反向组合高斯牛顿(IC-GN)法作为对比,通过模拟散斑图像和真实散斑图像的压缩变形实验,对3种算法的性能进行对比,并进行相应的评估。实验结果表明:在模拟散斑实验中,各个算法在收敛速度、收敛频率和计算速度上各有不同;在真实实验下,小变形实验得到与IC-GN法相似的精度,大变形实验得到的收敛半径更大。

关键词 测量; 数字图像相关法; 亚像素位移; 反向组合对角近似算法; 反向组合Levenberg-Marquardt算法; 反向组合Dog-Leg算法

中图分类号 TP391.9

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231480

1 引言

数字图像相关(DIC)法,又称数字散斑相关法,是一种非接触式光学测量方法^[1-2],针对试件变形前后的两幅数字图像,通过相关计算获取感兴趣区域的变形信息,在材料和结构表面位移、应变和形貌的测量方面得到广泛应用^[3-5]。DIC法主要由整像素位移搜索和亚像素位移迭代计算两部分组成,其中整像素位移搜索算法有人工交互法^[6]、遗传算法^[7]、傅里叶变换法^[8]和特征匹配法^[9]等。常用的亚像素位移迭代计算方法有曲面拟合^[10]、灰度梯度^[11]、高斯牛顿(G-N)法、牛顿-拉夫森(N-R)法^[12]和反向组合G-N(IC-GN)法^[13]。在亚像素位移搜索算法中,N-R法和G-N法作为二阶非线性优化方法,具有更快的收敛速度和全局最优解,但在G-N法中,Hessian矩阵接近非正定时,会增大求解逆矩阵的误差,从而导致最终的求解结果出错。当散斑图像的纹理特征较弱、变形量较大时,整像素位移搜索算法无法提供精确的初值估计,最终导致计算失败。

Baker等^[14]将反向组合算法和图像配准算法(LK光流法)结合,提出IC-GN算法,并对比基于GN的前向累加(FA)、前向组合(FC)、反向累加(IA)和反向组合(IC)4种算法。在证明4种算法等价的情况下,由于反向组合算法可以预计算Hessian矩阵,无须每次进行迭代更新,因此反向组合算法具有更高的计算效率。

随后,Baker又将反向组合算法与其他几种G-N法的替代算法相结合,对比基于反向组合算法的G-N、牛顿(Newton)、最速下降(SD)、G-N的Hessian矩阵对角近似(Diag-GN)、牛顿算法的Hessian矩阵对角近似(Diag-N)和Levenberg-Marquardt(L-M)6种算法。IC-GN法在计算效率、计算准确度方面均有突出表现,这些在图像匹配中表现良好的算法也为DIC法中的亚像素迭代计算提供了新的思路。由于IC-GN算法或N-R算法均为迭代计算方法,因此当提供更接近真实值的初始位移时,IC-GN算法的计算效率更高,迭代次数更少,更容易收敛,计算的精度也就越高。Chen等^[15]将反向组合的L-M算法也代入了DIC中,相比于G-N法,L-M算法可以获得更大的收敛半径。

本文将几种反向组合算法用于DIC法进行位移测量,通过模拟散斑图像和真实散斑图像的压缩变形实验来对3种算法的性能进行相应的探究。

2 亚像素位移迭代算法

2.1 IC-GN算法

IC-GN算法是基于反向组合的思想对G-N法的改进算法,避免G-N法中Hessian矩阵在迭代过程中反复地更新计算,提升了算法的计算效率。IC-GN法中的相关函数为零均值归一化平方距离(ZNSSD)函数,其表达式为

收稿日期: 2023-08-29; 修回日期: 2023-11-06; 录用日期: 2023-11-16; 网络首发日期: 2023-11-26

基金项目: 国家重点研发计划(2020YFB1712200)、四川省科技厅重大专项(2022ZDZX0002)

通信作者: *xymeng@swjtu.edu.cn

$$C_{\text{ZNSSD}}(\Delta p) = \sum_{\xi} \left\{ \frac{f[W(\xi; \Delta p)] - f_m}{\Delta f} - \frac{g[W(\xi; p_{\text{old}})] - g_m}{\Delta g} \right\}^2, \quad (1)$$

式中: p 为控制每个参考子区变形的参数向量, $p = [u, u_x, u_y, v, v_x, v_y]^T$, u, v 分别为参考子区中心沿 x 和 y 方向运动的位移大小, u_x, u_y, v_x, v_y 分别为位移场沿 x 和 y 方向的位移梯度, $\Delta p = (\Delta u, \Delta u_x, \Delta u_y, \Delta v, \Delta v_x, \Delta v_y)$ 为参考子区的变形增量; ξ 为参考子区的位置; p_{old} 为前一次更新的变形参数量; $f(\cdot)$ 为参考子区的灰度值; $g(\cdot)$ 为目标子区的灰度值; f_m 和 g_m 分别表示参考子区和目标子区的平均灰度值; $W(\xi; p)$ 为参考图像中的参考子区变换到目标图像中目标子区的形函数, 该表达式及其余函数的表达式如下:

$$W(\xi; p) = \begin{bmatrix} 1 + u_x & u_x & u \\ v_x & 1 + u_y & v \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\nabla \nabla C_{\text{ZNSSD}}(0) = \frac{\partial^2 C_{\text{ZNSSD}}(0)}{\partial (\Delta p)^2} \approx \frac{2}{\Delta f} \sum_{\xi} \left\{ \frac{1}{\Delta f} \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta p} \right)^T \frac{\partial f}{\partial \Delta p} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial (\Delta p)^2} \right]^T \left(\frac{f - f_m}{\Delta f} - \frac{g - g_m}{\Delta g} \right) \right\}, \quad (8)$$

式中: $f = f[W(\xi; 0)]$; $g = g[W(\xi; p_{\text{old}} + \Delta p)]$; $\partial f / \partial \Delta p$ 为参考子区的 Jacobian 矩阵, 表达式为

$$\frac{\partial f}{\partial (\Delta p)} = \nabla f \frac{\partial [W(\xi; \Delta p)]}{\partial (\Delta p)}, \quad (9)$$

式中: ∇f 为参考子区在 $W(\xi; \Delta p)$ 处的图像灰度梯度, 由于相关系数函数是在 $\Delta p = 0$ 处进行泰勒展开, 则参考子区的图像灰度梯度始终保持不变, 因此可以在循环迭代前预先计算参考子区的图像灰度梯度; $\partial [W(\xi; \Delta p)] / \partial \Delta p$ 为参考子区相较于原始参考子区增量变形的 Jacobian 矩阵, 假设 $W(\xi; p_{\text{old}} + \Delta p) = [W_x(\xi; p_{\text{old}} + \Delta p), W_y(\xi; p_{\text{old}} + \Delta p)]^T$, 根据一阶或二阶函数不同参数量对 Δp 求导, 则其表达式如下:

$$W(\xi; p^*) = W[W(\xi; p^*)^{-1}; p_{\text{old}}] = W(\xi; p_{\text{old}}) W(\xi; \Delta p)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 + u_x & u_x & u \\ v_x & 1 + u_y & v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \Delta u_x & \Delta u_x & \Delta u \\ \Delta v_x & 1 + \Delta u_y & \Delta v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

式中: p^* 为参数量 p 的最优解, 位于函数极值位置 (极大值或极小值); Δu 和 Δv 分别为参考子区中心沿 x 和

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{\xi} f[W(\xi; \Delta p)], \quad (3)$$

$$g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{\xi} g[W(\xi; p_{\text{old}})], \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{\xi} \{f[W(\xi; \Delta p)] - f_m\}^2}, \quad (5)$$

$$\Delta g = \sqrt{\sum_{\xi} \{g[W(\xi; p_{\text{old}})] - g_m\}^2}, \quad (6)$$

式中: M 为子区半径大小。

由式(1)求解其在 $\Delta p = 0$ 处的梯度, 保持和前向高斯牛顿法一样的假设, 这里参考子区的平均灰度值不随子区的变形而变化, 则 $\partial f_m / \partial \Delta p = 0$, 参考图像各个子区的散斑图案分布须尽可能地随机, 则 $\partial f_m / \partial \Delta p = 0$, 相关系数函数的梯度可表示为

$$\nabla C_{\text{ZNSSD}}(0) = \frac{\partial C_{\text{ZNSSD}}(0)}{\partial \Delta p} \approx \frac{2}{\Delta f} \sum_{\xi} \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta p} \right)^T \left(\frac{f - f_m}{\Delta f} - \frac{g - g_m}{\Delta g} \right). \quad (7)$$

Hessian 矩阵可表示为

$$\frac{\partial W}{\partial (\Delta p)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial W_x}{\partial (\Delta p_1)} & \frac{\partial W_x}{\partial (\Delta p_2)} & \dots & \frac{\partial W_x}{\partial (\Delta p_n)} \\ \frac{\partial W_y}{\partial (\Delta p_1)} & \frac{\partial W_y}{\partial (\Delta p_2)} & \dots & \frac{\partial W_y}{\partial (\Delta p_n)} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

由式(2)推导可知, 式(10)在一阶形函数中的形式为

$$\frac{\partial W}{\partial (\Delta p)} = \begin{bmatrix} x & 0 & y & 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 0 & y & 0 & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (11)$$

根据式(11), 在 $\Delta p = 0$ 的情况下, 参考子区的位置始终不变, 因此其 Jacobian 矩阵为固定值, 可在迭代前预先计算, 在每次迭代过程中无需重复计算, 这使得该算法的计算效率大大提高。

根据参考子区每次更新的增量 Δp 对参数量 p 进行更新, 最终获得参考子区变换到目标子区的位置:

y 方向运动的位移变形量; $\Delta u_x, \Delta u_y, \Delta v_x$ 和 Δv_y 分别为位移场沿 x 和 y 方向的位移梯度变形量。

式(8)中 Hessian 矩阵的二阶导数项设为 0, 以简化 Hessian 矩阵的计算量, 则最终简化后的 Hessian 矩阵如下:

$$\nabla\nabla C_{\text{ZNSSD}}(0) = \frac{\partial^2 C_{\text{ZNSSD}}(0)}{\partial(\Delta\boldsymbol{p})^2} \approx \frac{2}{\Delta\boldsymbol{f}} \sum_{\xi} \left[\frac{1}{\Delta\boldsymbol{f}} \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right)^{\text{T}} \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right]. \quad (13)$$

同样可完成变形参数增量 $\Delta\boldsymbol{p}$ 的更新:

$$\Delta\boldsymbol{p} = -\nabla\nabla C_{\text{ZNSSD}}^{-1}(0) \nabla C_{\text{ZNSSD}}(0) = -H_{\text{GN}}^{-1} \sum_{\xi} \left[\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\delta(\Delta\boldsymbol{p})} \right]^{\text{T}} \left[\boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_m - \frac{\Delta\boldsymbol{f}}{\Delta\boldsymbol{g}} (\boldsymbol{g} - \boldsymbol{g}_m) \right], \quad (14)$$

式中: H_{GN} 为参考子区的 Hessian 矩阵, 其表达式为

$$H_{\text{GN}} = \sum_{\xi} \left[\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial(\Delta\boldsymbol{p})} \right]^{\text{T}} \left[\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial(\Delta\boldsymbol{p})} \right] = \sum_{\xi} \left\{ \nabla\boldsymbol{f} \frac{\partial[\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \Delta\boldsymbol{p})]}{\partial(\Delta\boldsymbol{p})} \right\}^{\text{T}} \left\{ \nabla\boldsymbol{f} \frac{\partial[\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \Delta\boldsymbol{p})]}{\partial(\Delta\boldsymbol{p})} \right\}. \quad (15)$$

2.2 反向组合对角近似法

由式(15)可知, 在 G-N 法中 Hessian 矩阵 $H_{\text{GN}} = J^{\text{T}}J$, 其中 J 为参考子区或目标子区关于参数增量 $\Delta\boldsymbol{p}$ 的 Jacobian 矩阵。当迭代计算过程中 J 不满秩时: Hessian 矩阵 H_{GN} 只有半正定性, 无法保证矩阵始终正定; 而当 Hessian 矩阵接近非正定时, 其数值求解逆矩阵的误差也越大, 则最终求解的变形参数增量 $\Delta\boldsymbol{p}$ 越不可靠。反向组合对角近似(IC-Diag)算法是将 G-N 算法中 Hessian 矩阵的主对角线元素保留, 其余元素置 0, 替代原来的 Hessian 矩阵, 使其成为一个正定矩阵。其中相关系数函数与 IC-GN 算法相同。对相关系数函数在 $\Delta\boldsymbol{p} = 0$ 处进行二阶泰勒展开, 增量 $\Delta\boldsymbol{p}$ 的更新通过对增量 $\Delta\boldsymbol{p}$ 的求导来获得:

$$\Delta\boldsymbol{p} = -I^{-1} \sum_{\xi} \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right)^{\text{T}} \left[\boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_m - \frac{\Delta\boldsymbol{f}}{\Delta\boldsymbol{g}} (\boldsymbol{g} - \boldsymbol{g}_m) \right], \quad (16)$$

式中: I 为 IC-GN 算法中 Hessian 矩阵的对角线近似, $I = \text{diag}(H)$, 其表达式为

$$I = \sum_{\xi} \text{diag} \left[\left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right)^{\text{T}} \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right] = \sum_{\xi} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_1} \right)^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_2} \right)^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_n} \right)^2 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

该算法相较于 IC-GN 算法的改进之处是使用了 对角近似的思想对 Hessian 矩阵进行简化, 同时保证了新的 Hessian 矩阵的正定, 降低了 Hessian 矩阵的计算量, 提高了计算速度。IC-Diag 算法的计算步骤为:

1) 预先计算。具体为: (1) 计算参考子区图像的灰度梯度; (2) 使用式(11)计算扭曲参数矩阵 $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{p})$ 在 $\Delta\boldsymbol{p} = 0$ 处的梯度 $\partial\boldsymbol{W}/\partial\Delta\boldsymbol{p}$; (3) 使用式(9)计算参考子区的 Jacobian 矩阵 $\nabla\boldsymbol{f}\partial\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \Delta\boldsymbol{p})/\partial\Delta\boldsymbol{p}$; (4) 使用式(17)计算 IC-Diag 算法的 Hessian 矩阵 I 。

2) 迭代。具体为: (1) 使用插值算法和扭曲参数矩阵 $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{p})$ 计算变形后的目标子区图像 $\boldsymbol{g}[\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{p})]$; (2) 计算图像灰度误差值 $\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_m - \Delta\boldsymbol{f}(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{g}_m)/\Delta\boldsymbol{g}$; (3) 使用式(16)计算变形参数增量 $\Delta\boldsymbol{p} = -I^{-1} \sum_{\xi} \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right)^{\text{T}} \boldsymbol{\Delta}$; (4) 用式(12)更新

扭曲参数矩阵: $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{W}[\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \Delta\boldsymbol{p})^{-1}; \boldsymbol{p}] = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{p})\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi}; \Delta\boldsymbol{p})^{-1}$ 。

3) 终止条件: $|\Delta\boldsymbol{p}| \leq \epsilon$ 。

2.3 反向组合 L-M 法

IC-Diag 算法采用对角近似思想来简化 Hessian 矩阵, 虽然降低了计算量, 提高了计算效率, 但无法满足高精度的计算需求。L-M 算法是通过阻尼系数 δ 将 SD 法和 G-N 法相结合, 同时具有 SD 法的收敛半径大以及 G-N 法的计算精度高、收敛速度快的特点。反向组合 L-M(IC-LM) 法是通过阻尼系数 δ 将 SD 算法和 IC-GN 算法相结合, 通过动态调节阻尼系数 δ 达到算法整体最优。该算法的相关系数函数与 IC-GN 算法相同, 其变形参数增量 $\Delta\boldsymbol{p}$ 的更新表达式如下:

$$\Delta\boldsymbol{p} = -\nabla\nabla C_{\text{ZNSSD}}^{-1}(0) \nabla C_{\text{ZNSSD}}(0) = -H_{\text{LM}}^{-1} \sum_{\xi} \left[\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\delta(\Delta\boldsymbol{p})} \right]^{\text{T}} \left[\boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_m - \frac{\Delta\boldsymbol{f}}{\Delta\boldsymbol{g}} (\boldsymbol{g} - \boldsymbol{g}_m) \right], \quad (18)$$

式中: H_{LM} 为改进后的 Hessian 矩阵, 其表达式为

$$H_{\text{LM}} = H_{\text{GN}} + \delta I = \sum_{\xi} \left[\left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right)^{\text{T}} \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta\boldsymbol{p}} \right] = \sum_{\xi} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_1} \right)^2 + \delta & \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_1} \cdot \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_2} & \cdots & \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_1} \cdot \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_n} \\ \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_2} \cdot \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_1} & \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_2} \right)^2 + \delta & \cdots & \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_2} \cdot \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_n} \cdot \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_1} & \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_n} \cdot \frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_2} & \cdots & \left(\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\Delta p_n} \right)^2 + \delta \end{bmatrix}. \quad (19)$$

由式(19)可知: 当阻尼系数 δ 接近于 0 时, 该算法等同于 IC-GN 算法; 而当阻尼系数远大于 0 时, 该算法

等同于 SD 算法,但其变形参数增量 Δp 的更新步长相较于原来缩短了 $1/\delta$ 。通常在 IC-GN 算法展开点离目标点较远时,其收敛半径小,计算结果可能发散,而 SD 算法拥有更大的收敛半径,其性能表现更优,此时可以将阻尼系数调大,使得 IC-LM 算法趋近于 SD 算法。当 Δp 接近目标点时,IC-GN 算法的计算精度更高,收敛速度更快,算法接近二次收敛,此时可以将阻尼系数 δ 调小,使得 IC-LM 算法趋近于 IC-GN 算法。

IC-LM 算法的具体步骤为:

1) 预先计算。具体为:(1)初始化阻尼系数 $\delta = \delta_0$, $\alpha = 0.1$, $\beta = 10$;(2)计算参考子区图像的灰度梯度 ∇f ;(3)使用式(11)计算扭曲参数矩阵 $W(\xi; p)$ 在 $\Delta p = 0$ 处的梯度 $\partial W / \partial \Delta p$;(4)使用式(9)计算参考子区的 Jacobian 矩阵 $\nabla f \partial W(\xi; \Delta p) / \partial \Delta p$;(5)使用式(15)计算 Hessian 矩阵 H_{GN} 。

2) 迭代。具体为:(1)使用插值算法和扭曲参数矩阵 $W(\xi; p)$ 计算变形后的目标子区图像 $g[W(\xi; p)]$;(2)计算图像灰度误差值 $\Delta = f - f_m - \frac{\Delta f(g - g_m)}{\Delta g}$;(3)使用式(19)计算叠加的 Hessian 矩阵 $H_{LM} = H_{GN} + \delta I$;(4)使用式(18)计算变形参数增量 $\Delta p = -H_{LM}^{-1} \sum_{\xi} (\partial f / \partial \Delta p)^T \Delta$;(5)使用式(1)计算相关系

数函数值 C_{ZNSSD} ;(6)更新阻尼系数 δ 和相关系数函数 C_{ZNSSD} , 如果 $|C_{ZNSSD}^{(i)}| < |C_{ZNSSD}^{(i-1)}|$, $\delta = \alpha \delta$, $|C_{ZNSSD}^{(i)}| = |C_{ZNSSD}^{(i-1)}|$, 继续执行步骤(7), 如果 $\delta = \beta \delta$, $\beta = 2\beta$, 则返回,从步骤(3)开始执行;(7)使用式(12)更新扭曲参数矩阵: $W(\xi; p) = W[W(\xi; \Delta p)^{-1}; p] = W(\xi; p) \times W(\xi; \Delta p)^{-1}$ 。

3) 终止条件: $|\Delta p| \leq \epsilon$ 。

该算法需要合理选择阻尼数值 δ , 在迭代过程中, 对阻尼系数的调整是由每次迭代更新后的相关系数函数值 $C_{ZNSSD}^{(i-1)}$ 来决定的。首先设定阻尼系数初始值 δ_0 , 然后计算每次迭代更新后的相关系数函数值 C_{ZNSSD} 。若当前的相关系数函数值小于上次迭代的相关系数函数值, 即 $|C_{ZNSSD}^{(i)}| < |C_{ZNSSD}^{(i-1)}|$, 则表明对相关系数函数的优化方向正确, 此时减小阻尼系数, $\delta = \alpha \delta_0$, α 为减小比例, 使该算法趋近于 IC-GN 算法; 若 $|C_{ZNSSD}^{(i)}| \geq |C_{ZNSSD}^{(i-1)}|$, 则表明计算结果发散, 可增大阻尼系数, $\delta = \beta \delta_0$, β 为增大比例, 同时本次迭代不更新相关参数, 此时算法趋近于 SD 算法, 具有更大的收敛半径。

IC-LM 在进行迭代计算前需要设置合适的阻尼系数 δ 初始值。为此, 使用模拟散斑对其进行估计, 使用的模拟散斑图像由 Sur 等^[16]提出的散斑生成器制作而成, 图像尺寸为 500 pixel \times 500 pixel, 如图 1 所示。

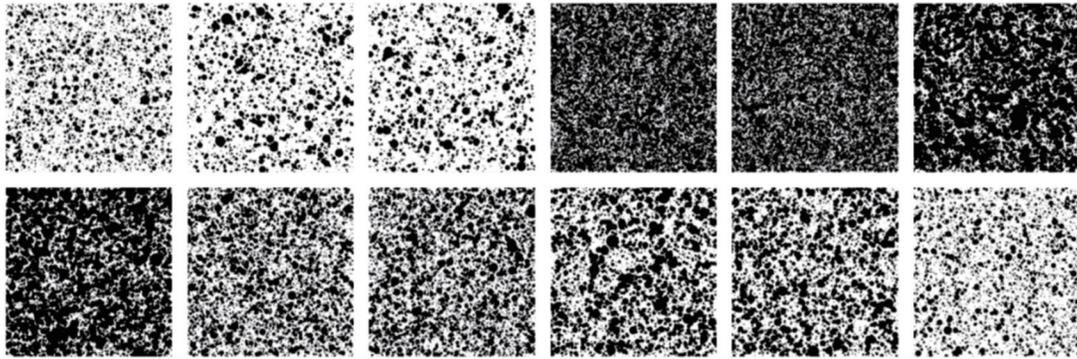


图 1 模拟散斑图像

Fig. 1 Simulated speckle images

对图 1 同时施加沿着 x 方向的位移 u 和沿着 y 方向的位移 v , $u = v = 1, 4, 7$ pixel, 共生成 3 组变形图像, 分别使用 IC-LM 和 IC-LM2 算法处理这 3 组变形图像, 加入 IC-GN 算法作为对比, 阻尼系数 $\delta_0 = 0.1, 1, 10, 100, 1000$, 子区大小设置为 31 pixel \times 31 pixel, 使用零均值归一化互相关函数的值 C_{ZNCC} 作为是否可靠收敛的依据, 其计算公式为

$$C_{ZNCC}(\Delta p) = \sum_{\xi} \left\{ \frac{\{f[W(\xi; \Delta p)] - f_m\} \times \{g[W(\xi; p_{old})] - g_m\}}{\Delta f \Delta g} \right\}. \quad (20)$$

当 $|C_{ZNCC}| > 0.9$ 时可看作是一次可靠的收敛, 统计每组变形图像每次迭代计算后所有 POI (points of interest) 的收敛频率。

图 2 为 IC-LM 算法在不同阻尼系数下每次迭代后的收敛频率, 从图中可以看出, IC-LM 算法受阻尼系数的影响更小, 较大的阻尼系数初值使得 IC-LM 算法的收敛速度变慢, 但几种阻尼系数下 IC-LM 算法最终的收敛频率与 IC-GN 接近。

图 3 为 IC-LM2 算法在不同阻尼系数下每次迭代后的收敛频率, 相较于一阶 IC-LM 算法, IC-LM2 算法受阻尼系数的影响更加明显。在 $u = v = 1$ pixel 时,

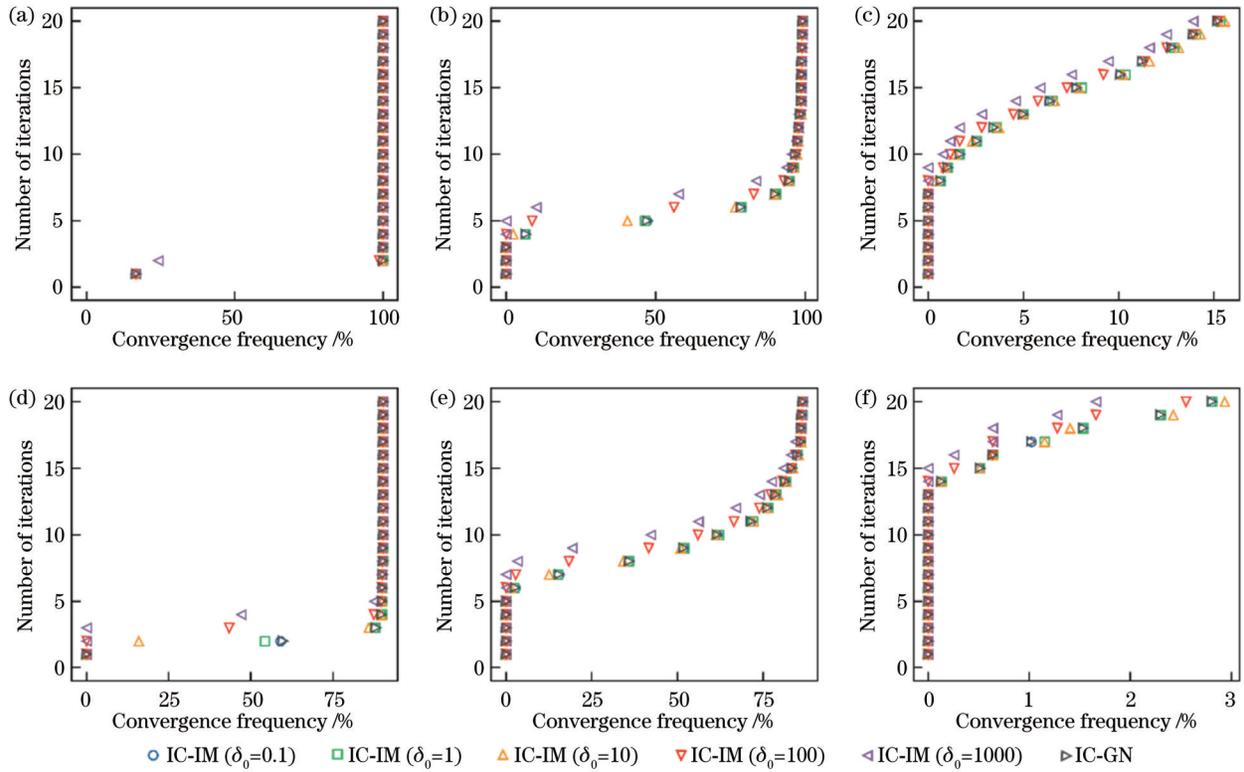


图 2 不同阻尼系数下 IC-LM 算法的收敛频率。(a) 未添加噪声, $u=v=1$ pixel; (b) 未添加噪声, $u=v=4$ pixel; (c) 未添加噪声, $u=v=7$ pixel; (d) 添加高斯噪声, $u=v=1$ pixel; (e) 添加高斯噪声, $u=v=4$ pixel; (f) 添加高斯噪声, $u=v=7$ pixel

Fig. 2 Convergence frequency of IC-LM algorithm with different damping coefficients. (a) No noise, $u=v=1$ pixel; (b) no noise, $u=v=4$ pixel; (c) no noise, $u=v=7$ pixel; (d) Gaussian noise, $u=v=1$ pixel; (e) Gaussian noise, $u=v=4$ pixel; (f) Gaussian noise, $u=v=7$ pixel

IC-LM2 和 IC-GN2 算法均可以快速收敛。在 $u=v=4$ pixel 时, 随着阻尼系数初值的增大, IC-LM2 算法的收敛性能也逐渐增强, 最终的收敛频率也都超过了 IC-GN2 算法, 在添加噪声干扰后, IC-LM2 与 IC-GN2 算法的差距更加明显。在 $u=v=7$ pixel 时, IC-LM2 和 IC-GN2 算法的收敛性能均出现下降, 通过适当减小阻尼系数初值 (如图中 $\delta_0=10, 100$), 依然可以使得 IC-LM2 算法获得超越 IC-GN2 算法的性能。

综上所述, 当散斑图像变形较小时, 阻尼系数初值对算法的影响不明显, 此时 IC-LM 算法和 IC-GN 算法的效果相当。随着变形的增加, 不同的阻尼系数初值会导致算法发挥不同的性能, 适当地增加阻尼系数可以提升算法的性能。然而, 过大的阻尼系数会导致算法收敛较慢。二阶算法相比一阶算法来说受阻尼系数的影响更大, 同时, 在带有噪声的散斑变形图像中, 适当减小阻尼系数可以帮助算法获得更强的鲁棒性。经综合考虑, 后续的 IC-LM 和 IC-LM2 算法选择阻尼系数初值 $\delta_0=10$ 。

2.4 反向组合 Dog-Leg 算法

反向组合 Dog-Leg (IC-DogLeg) 算法是基于反向组合思想, 将 SD 算法和 IC-GN 算法通过置信域 t_r 结合在一起。该算法的相关系数函数与 IC-GN 相同, 其变形参数增量 Δp_{dl} 的取值与当前置信域 t_r 的大小相关:

$$\begin{cases} \Delta p_{dl} = \Delta p_{gn}, & |\Delta p_{gn}| \leq t_r \\ \Delta p_{dl} = t_r \frac{\Delta p_{sd}}{|\Delta p_{sd}|}, & |\Delta p_{gn}| > t_r, |\Delta p_{sd}| \geq t_r \\ \Delta p_{dl} = \Delta p_{sd} + \beta (\Delta p_{gn} - \Delta p_{sd}), & |\Delta p_{gn}| > t_r, |\Delta p_{sd}| < t_r \end{cases}, \quad (21)$$

式中: Δp_{gn} 为 IC-GN 算法中的变形参数增量, 由式 (14) 计算得到; Δp_{sd} 为 SD 算法中的变形参数增量, 可表示为

$$\Delta p_{sd} = -\eta \nabla C_{ZNSSD}(p), \quad (22)$$

式中: η 为控制梯度下降的步长; β 的取值用于控制 $|\Delta p_{dl}| = t_r$, 其中, β 的表达式为

$$\beta = \begin{cases} -c + \frac{\sqrt{c^2 + |b - a|^2 (t_r^2 - |a|^2)}}{|b - a|^2}, & c \leq 0 \\ \frac{t_r^2 - |a|^2}{c + \sqrt{c^2 + |b - a|^2 (t_r^2 - |a|^2)}}, & c > 0 \end{cases}, \quad (23)$$

式中: $a = |\Delta p_{sd}|$; $b = |\Delta p_{gn}|$ 。

该算法中的置信域更新策略同 IC-LM 算法, 需先设定初始置信域 t_{r0} , 计算每次迭代更新后的相关系数函数值 C_{ZNSSD} 。若当前相关系数函数值小于上次相关系数函数值, 即 $|C_{ZNSSD}^{(i)}| < |C_{ZNSSD}^{(i-1)}|$, 则表明该算法收敛,

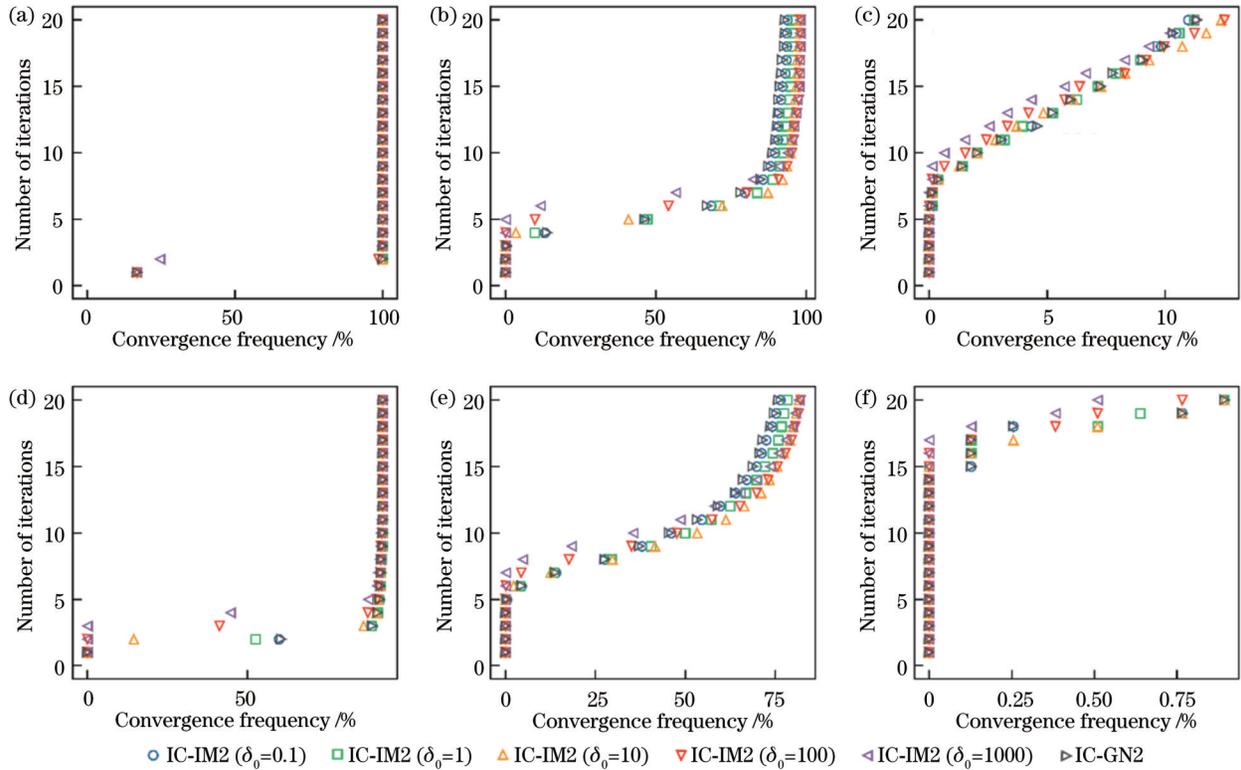


图 3 不同阻尼系数下 IC-LM2 算法的收敛频率。(a) 未添加噪声, $u=v=1$ pixel; (b) 未添加噪声, $u=v=4$ pixel; (c) 未添加噪声, $u=v=7$ pixel; (d) 添加高斯噪声, $u=v=1$ pixel; (e) 添加高斯噪声, $u=v=4$ pixel; (f) 添加高斯噪声, $u=v=7$ pixel

Fig. 3 Convergence frequency of IC-LM2 algorithm with different damping coefficients. (a) No noise, $u=v=1$ pixel; (b) no noise, $u=v=4$ pixel; (c) no noise, $u=v=7$ pixel; (d) Gaussian noise, $u=v=1$ pixel; (e) Gaussian noise, $u=v=4$ pixel; (f) Gaussian noise, $u=v=7$ pixel

优化相关系数函数的方向正确,可考虑增大 t_r , $t_r = \max(t_r, 3)$; 若 $|C_{\text{ZNSSD}}^{(i)}| \geq |C_{\text{ZNSSD}}^{(i-1)}|$, 则表明该算法发散, 可考虑减小置信域, $t_r = t_r/2$, 同时本次迭代不更新相关参数。

与 IC-LM 算法相比,除了使用置信域 t_r 替代阻尼系数 δ 外, IC-DogLeg 算法由于同一时刻只对外表现为一种算法 (SD 算法或 IC-GN 算法), 其中 IC-GN 算法的 Hessian 矩阵的逆矩阵可以在迭代前计算, 在迭代过程中无需重新计算, 因此 IC-DogLeg 算法更能发挥反向组合算法的作用, 具有更高的计算效率。IC-DogLeg 算法具有 SD 算法收敛半径大和 IC-GN 算法收敛速度快的特点, 但由于同一时刻, IC-DogLeg 算法可能完全表现为 IC-GN 算法, 因此该算法无法解决 IC-GN 算法中 Hessian 矩阵半正定性问题。

IC-DogLeg 算法的计算步骤为:

1) 预先计算。具体为: (1) 初始化阻尼系数 $t_r = t_{r0}$; (2) 计算参考子区图像的灰度梯度 ∇f ; (3) 使用式 (11) 计算扭曲参数矩阵 $W(\xi; p)$ 在 $\Delta p = 0$ 处的梯度 $\partial W / \partial \Delta p$; (4) 使用式 (9) 计算参考子区的 Jacobian 矩阵 $\nabla f \partial W(\xi; \Delta p) / \partial \Delta p$; (5) 使用式 (15) 计算 Hessian 矩阵 H_{GN} 。

2) 迭代。具体为: (1) 使用插值算法和扭曲参数矩阵 $W(\xi; p)$ 计算变形后的目标子区图像

$g[W(\xi; p)]$; (2) 计算图像灰度误差值 $\Delta = f - f_m - \Delta f(g - g_m) / \Delta g$; (3) 使用式 (14) 和式 (21) 分别计算变形参数增量 Δp_{gn} 和 Δp_{sd} ; (4) 使用式 (20) 计算 IC-DogLeg 算法的变形参数增量 Δp_{dl} , 若满足 $|\Delta p_{\text{gn}}| \leq t_r$, $\Delta p_{\text{dl}} = \Delta p_{\text{gn}}$, 或者 $\Delta p_{\text{sd}} \geq t_r$, $\Delta p_{\text{dl}} = t_r \Delta p_{\text{sd}} / |\Delta p_{\text{sd}}|$, 或者 $\Delta p_{\text{dl}} = \Delta p_{\text{sd}} + \beta(\Delta p_{\text{gn}} - \Delta p_{\text{sd}})$, 则 β 值由式 (22) 求解; (5) 使用式 (1) 计算相关系数函数值 C_{ZNSSD} ; (6) 更新置信域 t_r 和相关系数函数 C_{ZNSSD} , 若满足 $|C_{\text{ZNSSD}}^{(i)}| < |C_{\text{ZNSSD}}^{(i-1)}|$, $t_r = \max(t_r, 3|\Delta p_{\text{dl}}|)$, $|C_{\text{ZNSSD}}^{(i)}| = |C_{\text{ZNSSD}}^{(i-1)}|$, 继续执行步骤 (7), 若 $t_r = t_r/2$, 则返回, 从步骤 (4) 开始执行; (7) 使用式 (12) 更新扭曲参数矩阵: $W(\xi; p) = W[W(\xi; \Delta p)^{-1}; p] = W(\xi; p)W(\xi; \Delta p)^{-1}$ 。

3) 终止条件: $|\Delta p| \leq \epsilon$ 。

3 反向组合算法性能对比

对图 1 进行仿射变换, 生成相应的变形图像, 并使用一阶算法 IC-GN、IC-Diag、IC-LM 和二阶算法 IC-GN2、IC-Diag2、IC-LM2、IC-DogLeg2 对变形散斑图像进行对比测试, 后面内容将一阶形函数实现的算法简称为一阶算法, 将二阶形函数实现的算法简称为二阶算法。对于三种算法的评估主要从算法的收敛性

能、亚像素平移变形测试和非均匀变形测试 3 个方面进行。从不同子区大小、形函数以及有无噪声方面对比几种算法的结果差异,其中子区半径 $M=10, 15, 20, 25, 30, 30$ pixel。

3.1 性能评估

3.1.1 收敛速度

IC-GN、IC-Diag、IC-LM 和 IC-DogLeg 算法在位移 $u=v=1, 4, 7$ pixel 中收敛速度的对比图像如图 4 所示,其中,图 4(a1)~(a3)为未添加噪声的结果,图 4(b1)~(b3)为添加高斯噪声的结果。可以看出,几种一阶算法的收敛速度和最终的计算精度几乎一致,

并且在简单的刚体平移变形中,一阶算法的收敛速度和最终的计算精度都高于二阶算法。几种二阶算法的收敛速度和最终的计算精度结果差距较为明显,在无噪声图像中,IC-Diag2、IC-LM2 和 IC-DogLeg2 算法的收敛速度和最终的计算精度要高于 IC-GN2 算法;而在有噪声的小位移计算中,IC-Diag2 算法的收敛速度要低于其他几种算法,IC-Diag2 算法的抗噪性能弱于其他几种算法。总体来说,二阶算法 IC-LM2、IC-DogLeg2、IC-Diag2 和 IC-GN2 的收敛速度和最终的计算精度由高到低依次递减。图 4 中 S_{td} 为标准差。

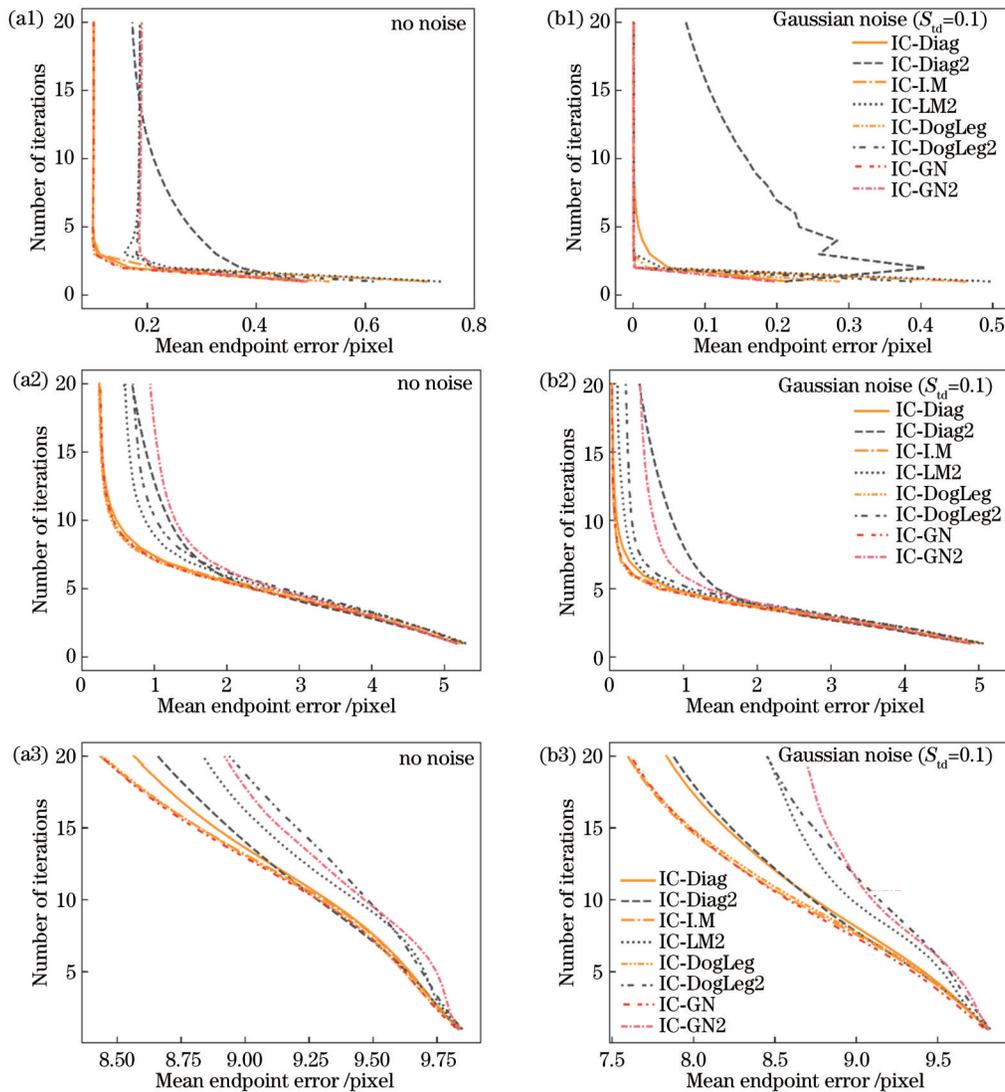


图 4 反向组合算法收敛速度对比。(a1)(b1) $u=v=1$ pixel; (a2)(b2) $u=v=4$ pixel; (a3)(b3) $u=v=7$ pixel

Fig. 4 Comparison of convergence speed of reverse combination and forward combination algorithms. (a1)(b1) $u=v=1$ pixel; (a2)(b2) $u=v=4$ pixel; (a3)(b3) $u=v=7$ pixel

3.1.2 收敛频率

反向组合算法中 IC-Diag、IC-LM、IC-DogLeg 和 IC-GN 算法在不同位移和不同子区窗口大小下的收敛频率对比如图 5 所示。其中,一阶算法的收敛频率整体高于二阶算法,在位移小于 5 pixel 时,几种算法都能

成功计算所有 POI 的位移。随着变形的增加,收敛频率逐渐下降。在二阶算法中,IC-Diag2、IC-DogLeg2、IC-LM2 和 IC-GN2 算法的收敛频率从高到低依次递减,如图 5(a)所示。随着子区窗口大小的增加,几种算法的收敛半径逐渐增大,IC-GN2、IC-DogLeg2 和

IC-LM2 算法的收敛频率趋于一致, 而 IC-Diag2 算法逐渐领先其他几种算法。在一阶算法中, IC-DogLeg

和 IC-LM 算法的收敛频率稍高于 IC-GN 和 IC-Diag 算法。

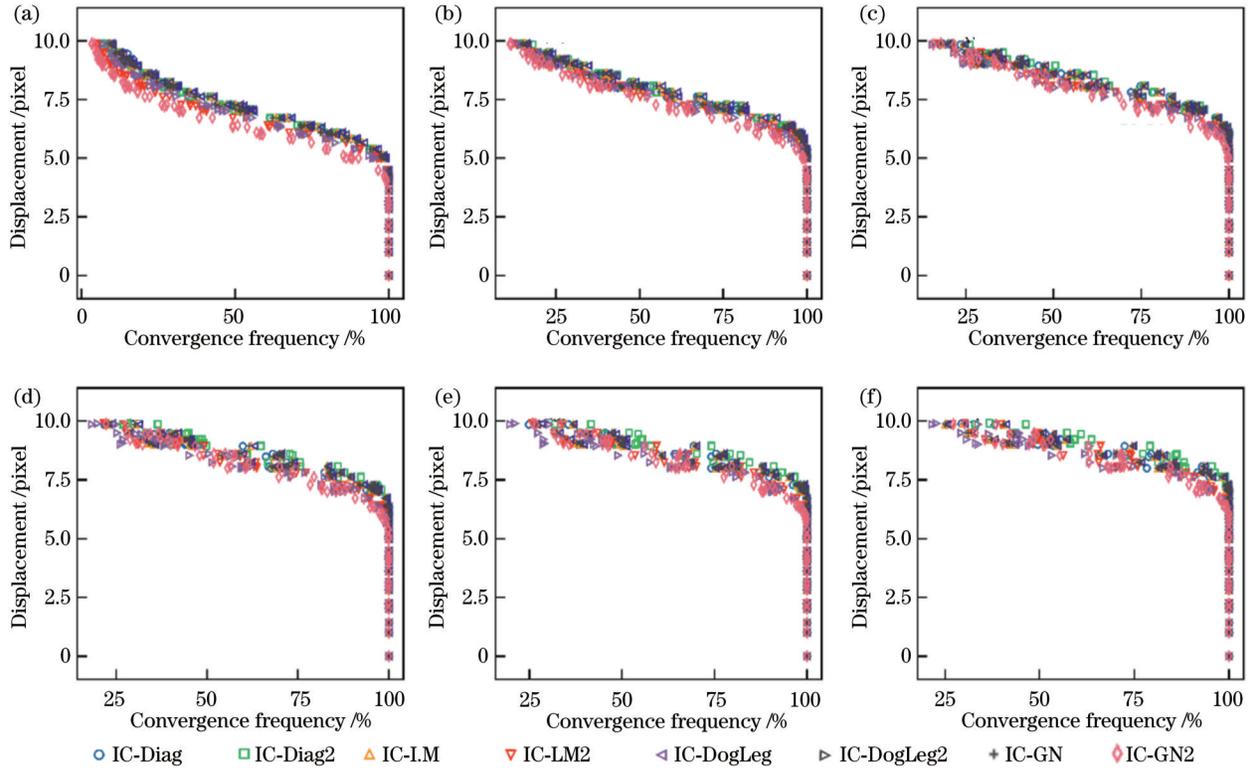


图 5 反向组合算法的收敛频率对比。(a)子窗口大小: 21 pixel×21 pixel; (b)子窗口大小: 31 pixel×31 pixel; (c)子窗口大小: 41 pixel×41 pixel; (d)子窗口大小: 51 pixel×51 pixel; (e)子窗口大小: 61 pixel×61 pixel; (f)子窗口大小: 71 pixel×71 pixel
Fig. 5 Comparison of convergence frequency of inverse combination algorithms. (a) Subset size: 21 pixel×21 pixel; (b) subset size: 31 pixel×31 pixel; (c) subset size: 41 pixel×41 pixel; (d) subset size: 51 pixel×51 pixel; (e) subset size: 61 pixel×61 pixel; (f) subset size: 71 pixel×71 pixel

图 6 为添加标准差为 1 的高斯噪声后的对比结果。在噪声的干扰下, 算法的收敛频率不断下降, IC-GN2、IC-DogLeg2 和 IC-LM2 算法的收敛频率趋于一致, 而随着子区窗口的增大, IC-Diag2 算法的收敛频率不断减小, 并逐渐落后于其他几种二阶算法。一阶算法中, 几种算法的收敛频率相接近, IC-DogLeg 和 IC-LM 算法稍稍领先其他两种算法。在噪声的影响下, 几种算法的收敛频率在小位移阶段也无法达到 100%, 如图 6 (a)、(b) 所示。随着子区窗口的不断增大, 几种算法的收敛频率也不断提高, 其收敛半径也在不断增大, 这表明通过适当增加子区窗口大小可以增加算法的收敛半径, 同时抵抗噪声的干扰。

3.1.3 计算速度

反向组合算法中 IC-Diag、IC-LM、IC-DogLeg 和 IC-GN 算法的计算速度对比如图 7 所示。IC-GN、IC-LM、IC-DogLeg 和 IC-Diag 算法的计算速度从高到低依次递减。随着位移的增加, 几种算法的计算速度也在不断下降。同时, 随着子区窗口大小的增加, 子区内需要参与运算的像素也在不断增多, 因此其计算速度也在不断变慢。

高斯噪声下的反向组合算法的平均迭代次数对比

如图 8 所示, 在噪声的干扰下, 几种算法的计算速度也随位移的增大逐渐下降。IC-LM 和 IC-DogLeg 算法受噪声的影响更大, 在噪声环境中, 其计算速度更慢。在二阶算法中, IC-Diag2、IC-LM2 和 IC-GN2 算法的计算速度近似, 但 IC-DogLeg2 算法的计算速度依然是最慢的。

3.2 亚像素平移实验

前面对反向组合算法的收敛性能进行了对比测试。为了测试算法的收敛半径, 最大变形位移设置为 10 pixel, 而 DIC 中通常会有整像素位移搜索算法为迭代算法提供可靠的初值估计, 因此迭代算法计算的初值与目标值相差不会太大。接下来继续对图 1 进行亚像素位移变形, 沿 x 和 y 方向的位移 u 和 v 相等, 且 $\sqrt{u^2 + v^2} = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1.0$ pixel, 总变形保持在 1 pixel 内, 同时对散斑图像施加高斯噪声, 标准差 $S_{nd} = 0, 0.02, 0.04, \dots, 0.10$, 如图 9 所示, 噪声水平从左到右依次增加。对 IC-Diag、IC-LM、IC-DogLeg 和 IC-GN 算法在不同亚像素位移和不同高斯噪声下的计算精度进行测试, 子区窗口大小为 31 pixel×31 pixel。

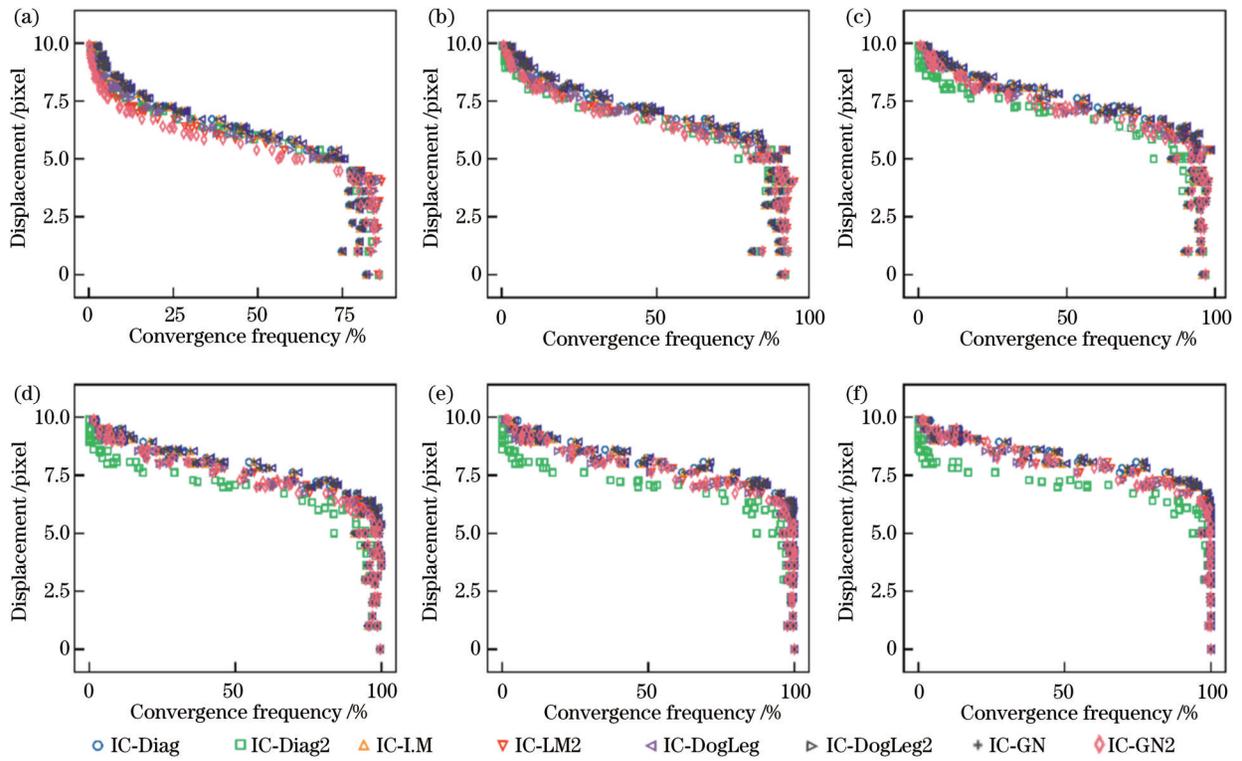


图 6 高斯噪声下反向组合算法的收敛频率对比。(a)子窗口大小: 21 pixel×21 pixel; (b)子窗口大小: 31 pixel×31 pixel; (c)子窗口大小: 41 pixel×41 pixel; (d)子窗口大小: 51 pixel×51 pixel; (e)子窗口大小: 61 pixel×61 pixel; (f)子窗口大小: 71 pixel×71 pixel
 Fig. 6 Comparison of convergence frequency of inverse combination algorithm under Gaussian noise. (a) Subset size: 21 pixel×21 pixel; (b) subset size: 31 pixel×31 pixel; (c) subset size: 41 pixel×41 pixel; (d) subset size: 51 pixel×51 pixel; (e) subset size: 61 pixel×61 pixel; (f) subset size: 71 pixel×71 pixel

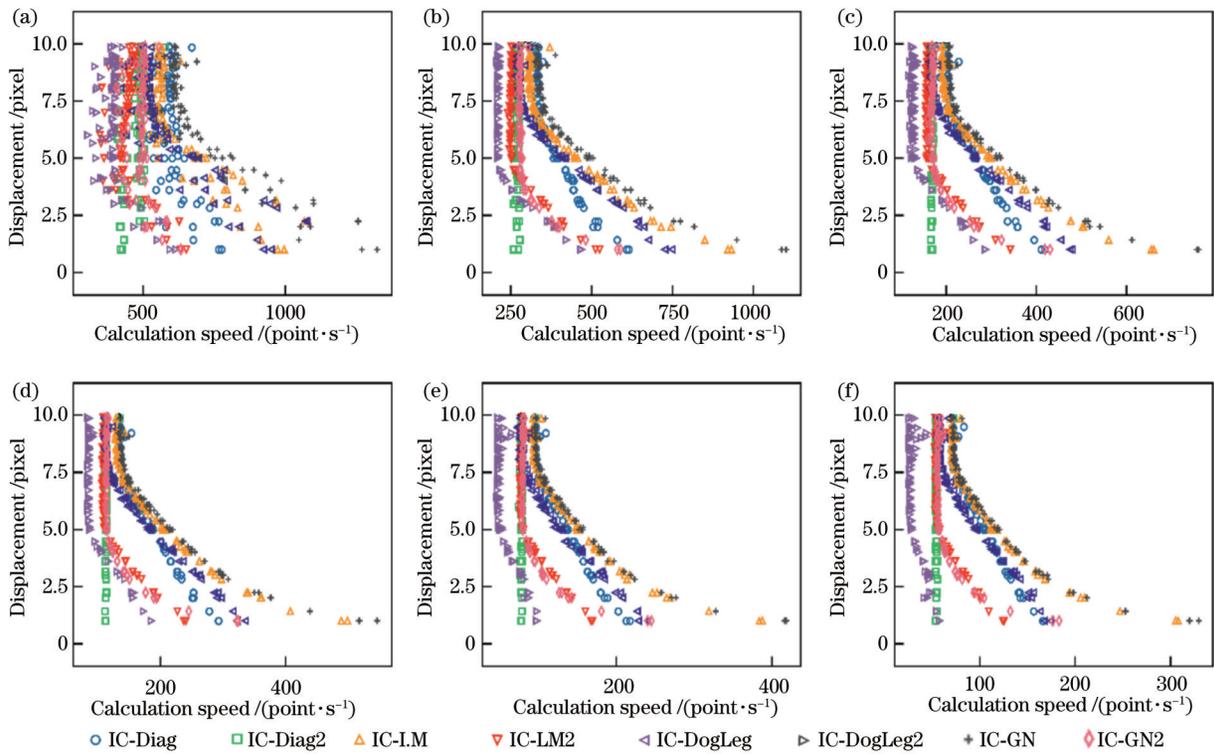


图 7 反向组合算法的计算速度对比。(a)子窗口大小: 21 pixel×21 pixel; (b)子窗口大小: 31 pixel×31 pixel; (c)子窗口大小: 41 pixel×41 pixel; (d)子窗口大小: 51 pixel×51 pixel; (e)子窗口大小: 61 pixel×61 pixel; (f)子窗口大小: 71 pixel×71 pixel
 Fig. 7 Comparison of computational speed of reverse combination algorithm. (a) Subset size: 21 pixel×21 pixel; (b) subset size: 31 pixel×31 pixel; (c) subset size: 41 pixel×41 pixel; (d) subset size: 51 pixel×51 pixel; (e) subset size: 61 pixel×61 pixel; (f) subset size: 71 pixel×71 pixel

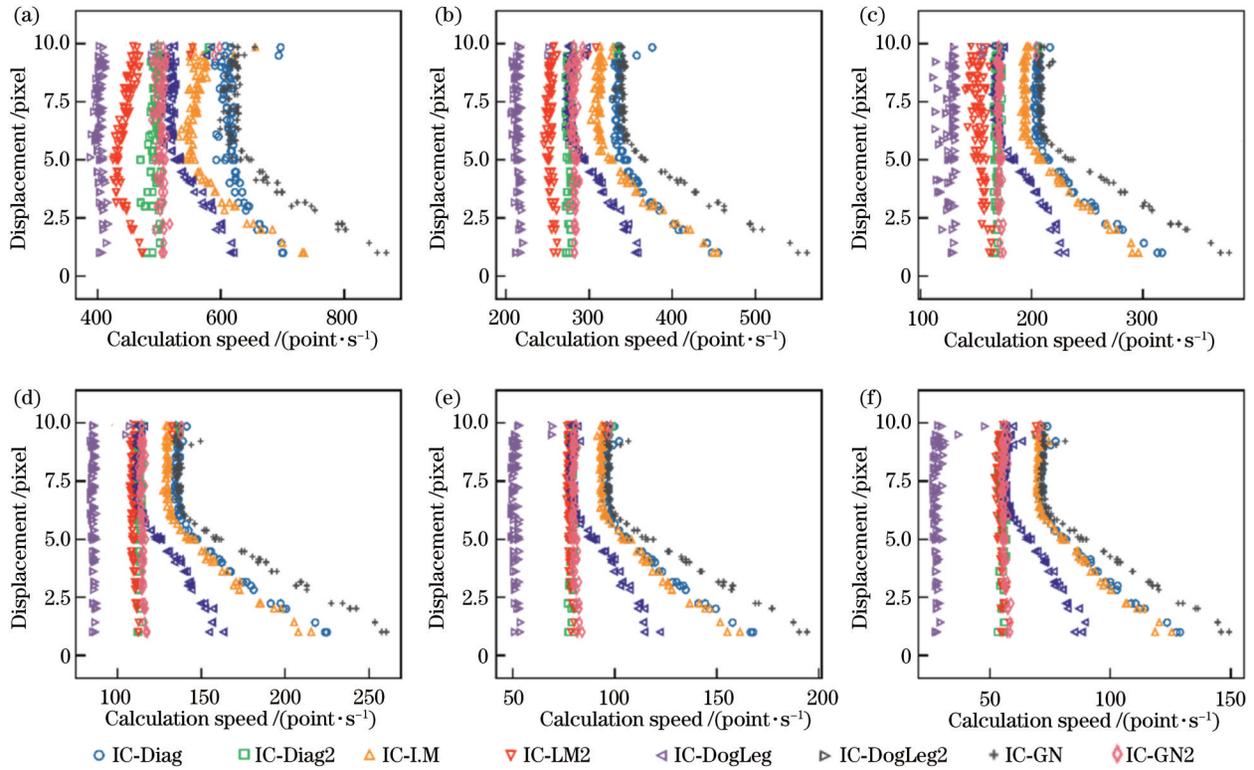


图 8 高斯噪声下反向组合算法的平均迭代次数对比。(a)子窗口大小:21 pixel×21 pixel;(b)子窗口大小:31 pixel×31 pixel;(c)子窗口大小:41 pixel×41 pixel;(d)子窗口大小:51 pixel×51 pixel;(e)子窗口大小:61 pixel×61 pixel;(f)子窗口大小:71 pixel×71 pixel

Fig. 8 Comparison of average iteration times of reverse combination algorithm under Gaussian noise. (a) Subset size: 21 pixel×21 pixel; (b) subset size: 31 pixel×31 pixel; (c) subset size: 41 pixel×41 pixel; (d) subset size: 51 pixel×51 pixel; (e) subset size: 61 pixel×61 pixel; (f) subset size: 71 pixel×71 pixel

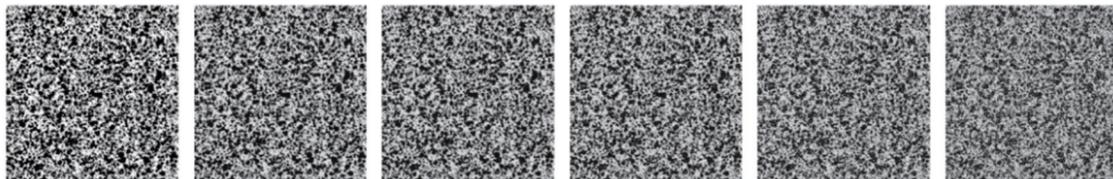


图 9 不同噪声下的散斑图像
Fig. 9 Speckle images under different noise

图 10 为反向组合算法的计算精度的对比结果,在无噪声测试中,除 IC-Diag2 算法外,其他几种算法的计算精度相似,均在 0.01 pixel 以内,如图 10(a) 所示。随着噪声水平的增加,算法的计算精度也逐渐降低,并且可以看出二阶算法 IC-Diag2、IC-LM2 和 IC-DogLeg2 的计算精度也逐渐领先于现在常用的 IC-GN2 算法,这表明几种二阶算法的抗噪性能优于 IC-GN2 算法。在亚像素平移测试中,一阶算法的性能表现优于二阶算法,几种一阶算法的计算精度和 IC-GN 算法保持一致。

3.3 非均匀变形实验

前面使用刚体平移变形对算法的收敛性能和计算精度进行测试,这是一种简单的均匀变形,其中一阶算法在计算精度和计算效率方面优于二阶算法,而真实

场景中的散斑变形通常是非均匀变形。接下来使用 DIC 挑战提供的一组非均匀变形散斑图像来继续测试几种算法的计算精度,其合成的沿 y 方向的变形位移场 v 呈星形分布,沿 x 方向无变形^[17],散斑图像和 y 方向位移场 v 如图 11 所示,图像大小为 2000 pixel×501 pixel。

在星形位移场中,沿 y 方向的位移呈正弦分布,其频率沿 x 方向不断降低,y 方向的位移场表达式为

$$v(x, y) = 0.5 \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(x - \frac{H}{2} \right) \right], \quad (24)$$

式中: H 为图像高度; λ 为控制变形频率, λ 的取值为

$$\lambda = 10 + \frac{150 - 10}{2000} x. \quad (25)$$

图 12 为子区大小分别为 11 pixel×11 pixel、

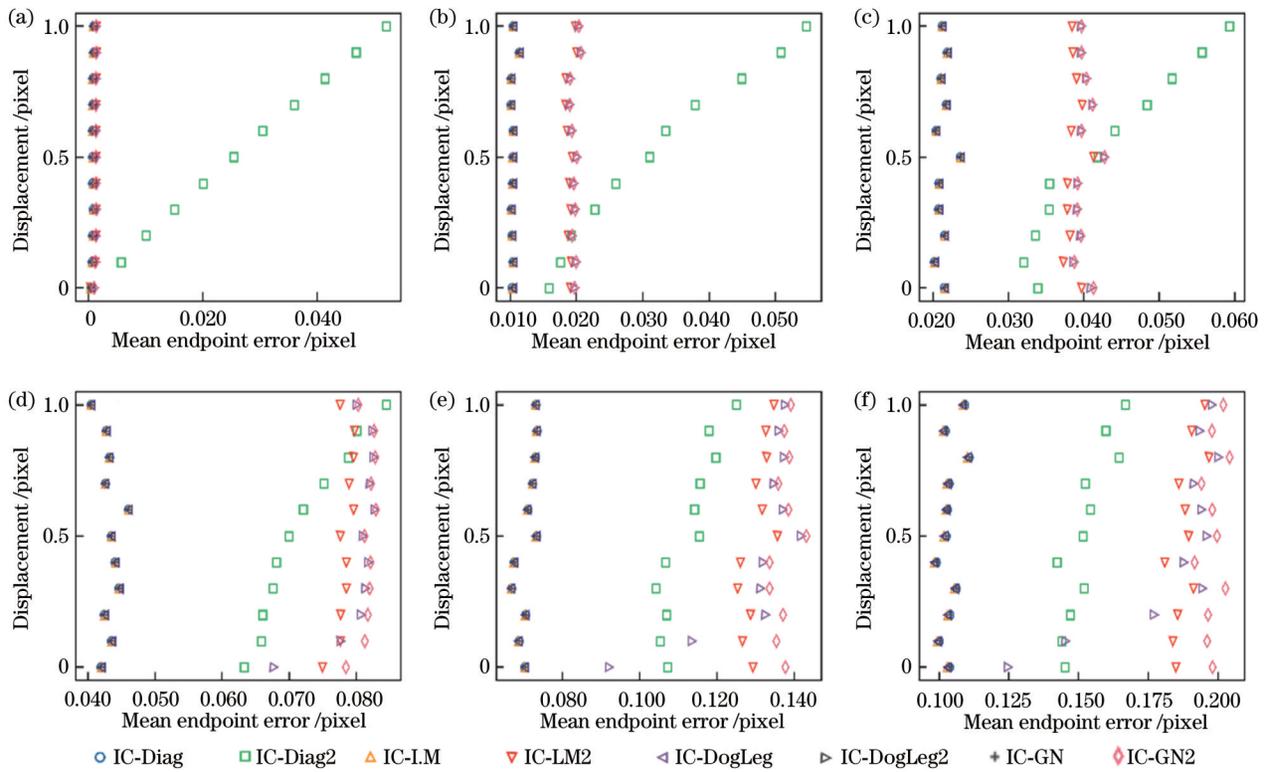


图 10 反向组合算法的亚像素位移计算精度对比。(a)未添加噪声;(b)添加高斯噪声($S_{id}=0.02$);(c)添加高斯噪声($S_{id}=0.04$);(d)添加高斯噪声($S_{id}=0.06$);(e)添加高斯噪声($S_{id}=0.08$);(f)添加高斯噪声($S_{id}=0.10$)

Fig. 10 Comparison of sub-pixel displacement calculation accuracy of reverse combination algorithm. (a) No noise; (b) Gaussian noise ($S_{id}=0.02$); (c) Gaussian noise ($S_{id}=0.04$); (d) Gaussian noise ($S_{id}=0.06$); (e) Gaussian noise ($S_{id}=0.08$); (f) Gaussian noise ($S_{id}=0.10$)

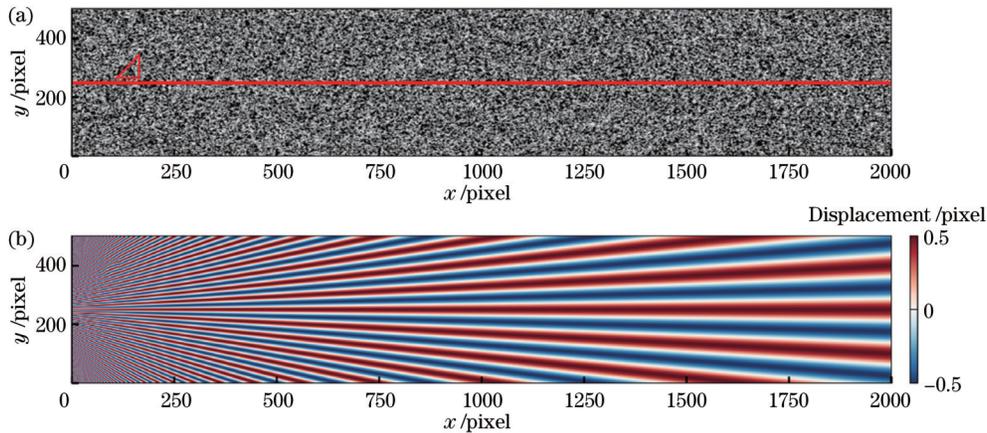


图 11 星形位移场。(a)散斑图像;(b) y 方向位移场 v

Fig. 11 Star displacement field. (a) Speckle image; (b) displacement field v in y -direction

21 pixel \times 21 pixel 和 31 pixel \times 31 pixel 下,使用 IC-GN 算法计算的位移和误差云图,误差为计算值和真实值的差值。从图 12 中可以看出,子区越小,则迭代算法在高频变形下的计算精度越高,因此后续星形的位移场计算选择子区大小为 11 pixel \times 11 pixel。

图 13~16 为反向组合算法计算的位移场和误差云图,从图中可以看出,IC-Diag2 算法的计算精度最低,且 IC-Diag 算法的计算精度也低于其他几种一阶算法,其位移和误差云图中的噪声较多。一阶算法中

IC-LM、IC-DogLeg 和 IC-GN 算法的结果相似,并且它们的计算精度均低于对应的二阶算法。在二阶算法中,IC-GN2 和 IC-LM2 算法在高频变形区域的表现更好,IC-DogLeg2 算法的误差噪声水平略高,而在低频变形区域中,IC-LM、IC-DogLeg 和 IC-GN 算法均能准确预测出非均匀变形位移场,其计算误差接近 0。

图 17 为反向组合算法沿中轴线 Δ 方向的位移和误差曲线图,误差为计算值和真实值的绝对值误差,真实值为 0.5 pixel,由于 IC-Diag2 的计算精度较低,其误

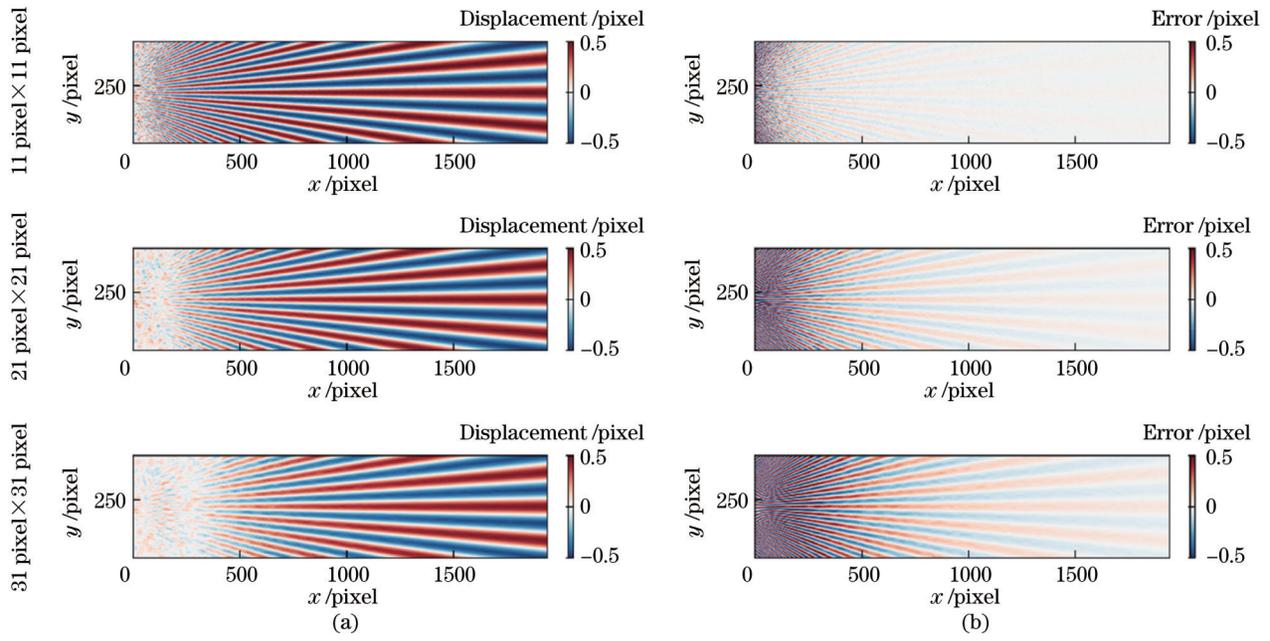


图 12 不同子区下的位移和误差。(a)位移;(b)误差
 Fig. 12 Displacement and error under different subregions. (a) Displacement; (b) error

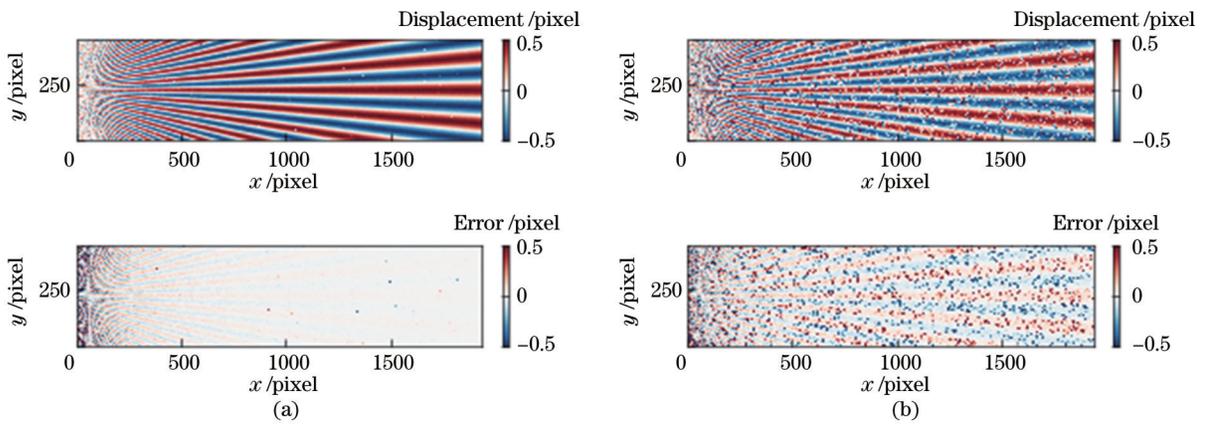


图 13 IC-Diag 和 IC-Diag2 计算的位移和误差。(a)IC-Diag;(b)IC-Diag2
 Fig. 13 Displacements and errors calculated by IC-Diag and IC-Diag2. (a) IC-Diag; (b) IC-Diag2

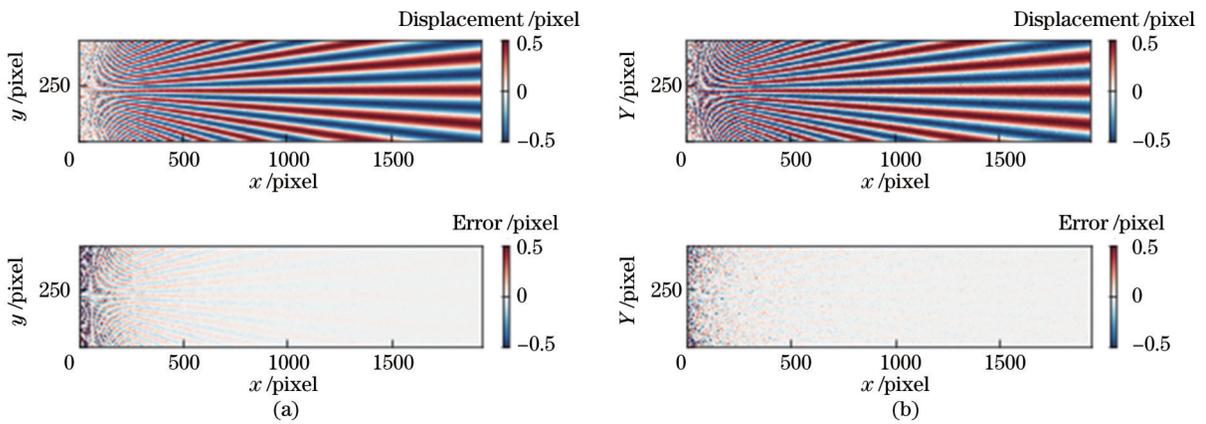


图 14 IC-LM 和 IC-LM2 计算的位移和误差。(a)IC-LM;(b)IC-LM2
 Fig. 14 Displacements and errors calculated by IC-LM and IC-LM2. (a) IC-LM; (b) IC-LM2

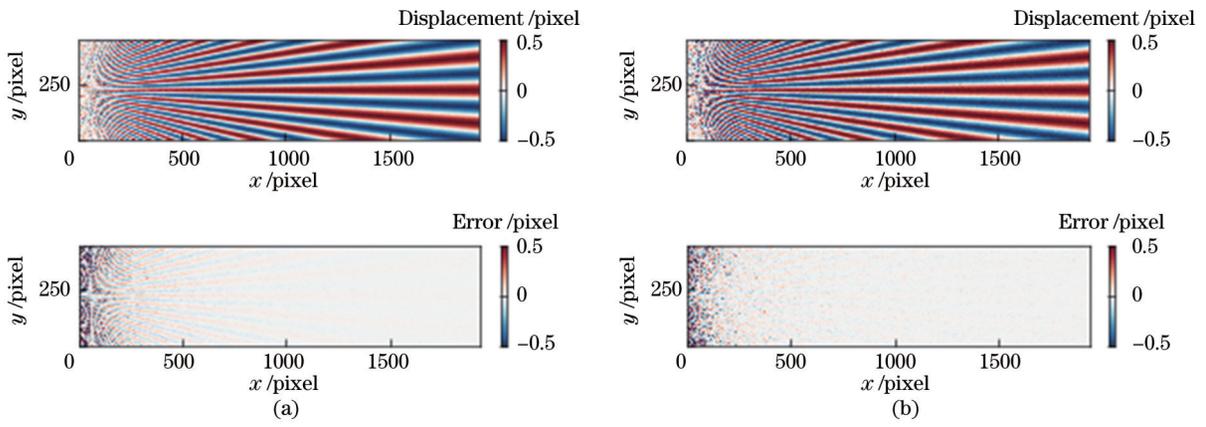


图 15 IC-DogLeg 和 IC-DogLeg2 计算的位移和误差。(a)IC-DogLeg; (b)IC-DogLeg2

Fig. 15 Displacements and errors calculated by IC-DogLeg and IC-DogLeg2. (a) IC-DogLeg; (b) IC-DogLeg2

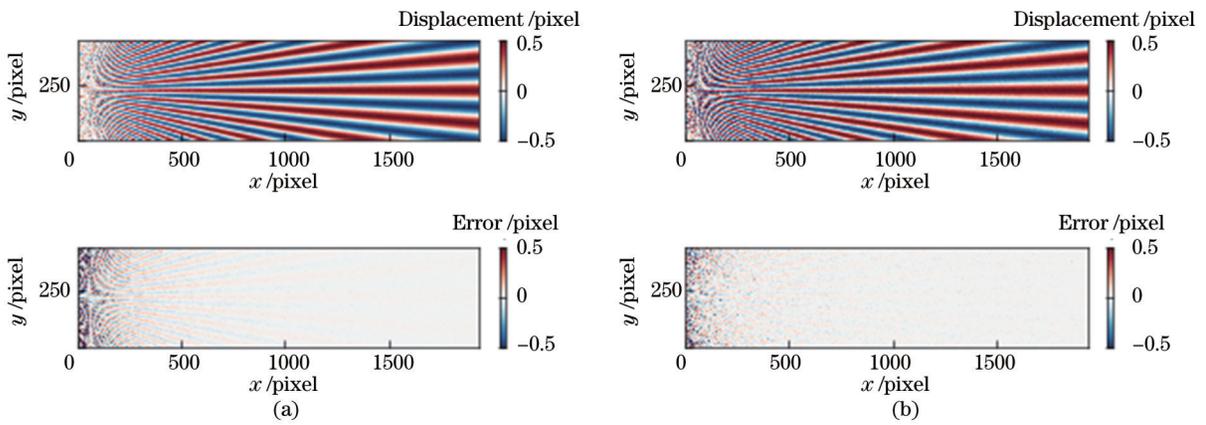


图 16 IC-GN 和 IC-GN2 计算的位移和误差。(a)IC-GN; (b)IC-GN2

Fig. 16 Displacements and errors calculated by IC-GN and IC-GN2. (a) IC-GN; (b) IC-GN2

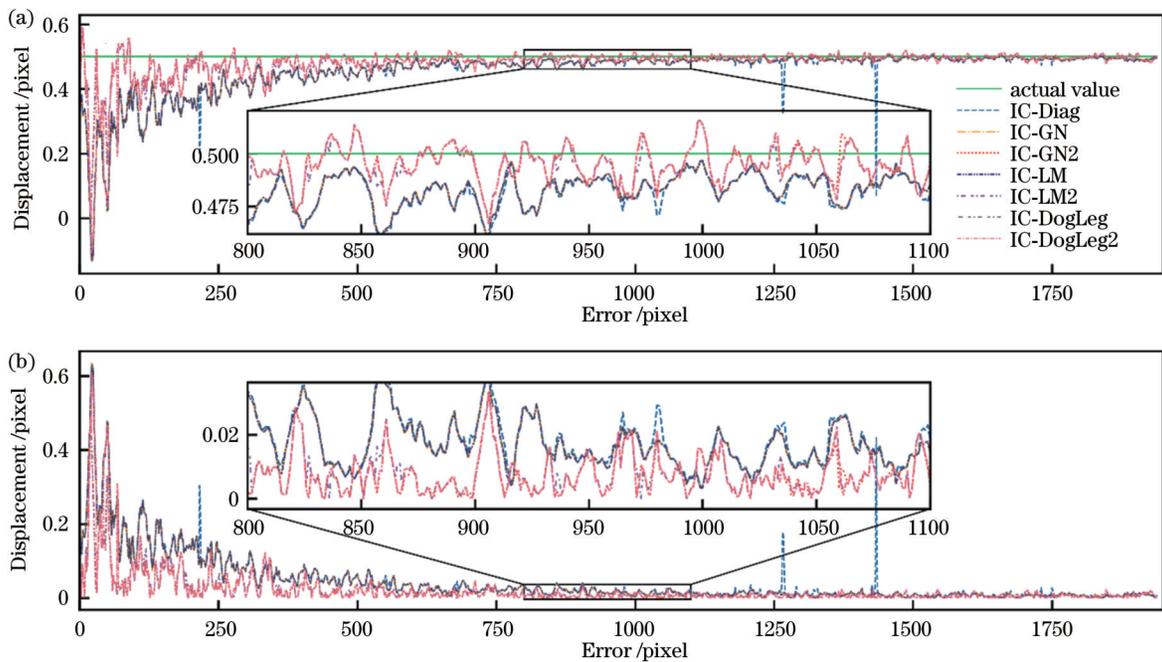


图 17 反向组合算法沿中轴线 Δ 方向的位移和误差。(a)位移; (b)误差

Fig. 17 Displacement and error of reverse combination algorithm along central axis Δ direction. (a) Displacement; (b) error

差值较大,这里不再进行比较。从图中也可以明显看出,在高频变形区域中,二阶反向组合算法的计算精度明显高于一阶算法,随着变形周期的增大,二阶算法的误差波动也明显小于一阶算法,二阶算法计算的位移值更接近真实值 0.5 pixel,其误差也更接近 0,这表明二阶形函数相比于一阶形函数更能拟合复杂的变形。在一阶和二阶算法中,除对角近似算法时常出现明显错误波动外,IC-LM、IC-DogLeg 和 IC-GN 算法的位移和误差曲线基本重合,其主要的原因为对角近似法是对 G-N 算法中 Hessian 矩阵的近似替代,当近似矩阵无法准确估计真正的 Hessian 矩阵时,其

计算结果出现明显的误差波动,而 IC-LM 和 IC-DogLeg 算法在小变形测量中逐步自适应调整为 IC-GN 算法,因此其除大变形测量中拥有更大收敛半径外,在小变形测量中依然保持和 IC-GN 法相似的计算精度。

图 18 为添加噪声后的对比结果,在噪声的干扰下,二阶算法的误差波动也随之加大,除在高频变形区域依旧领先一阶算法外,随着变形周期的增大,其计算精度逐渐落后于一阶算法,并且误差曲线的波动明显加剧。这表明,在反向组合算法中,二阶算法的抗噪性能依然弱于一阶算法。

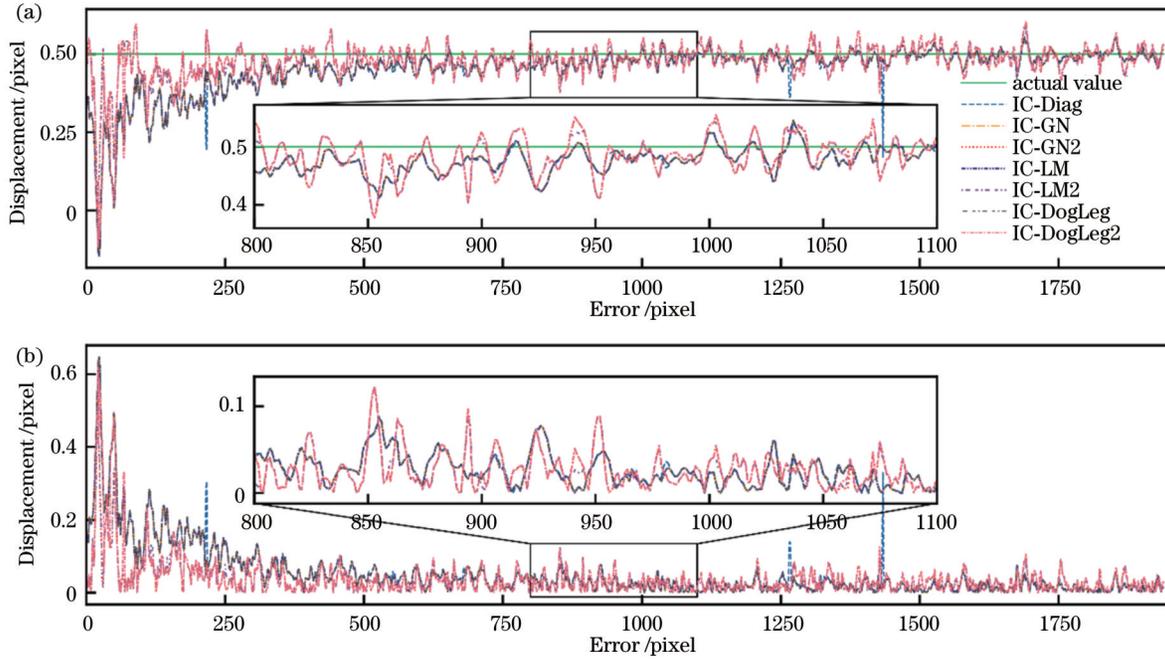


图 18 噪声下反向组合算法沿中轴线 Δ 方向的位移和误差。(a)位移;(b)误差

Fig. 18 Displacement and error of inverse combination algorithm along central axis Δ direction under noise. (a) Displacement; (b) error

4 压缩变形实验

上述研究使用模拟变形散斑来进行实验,但该实验环境为理想环境,因此本节将重点分析改进算法在实际环境中的有效性,使用 50 mm \times 50 mm \times 50 mm 的橡胶块来进行压缩变形实验,实验装置如图 19 所示。

橡胶块沿压力方向的总长度 $L = 50$ mm,辅助光

源光照度为 8000 lx,曝光时间为 1000 μ s,压力机约每压缩 1 mm 时采集一次散斑图像,除试样处于静态位置时的参考图像外,共采集 10 张变形图像,如表 1 所示。

橡胶块被压缩的变形过程如图 20 所示,图中添加了橡胶块沿压力方向的位移场 v ,其中沿 x 方向的最大位移 $u = 40.67$ pixel,沿 y 方向的最大位移 $v = 123.36$ pixel。

表 1 橡胶块压缩实验

Table 1 Rubber block compression experiment

Graphic frame rate	Press position / cm	Pressure / kg	Graphic frame rate	Press position / cm	Pressure / kg
0	122.801	5.0	6	128.011	176.2
1	123.061	13.8	7	129.029	207.5
2	124.152	50.0	8	130.006	250.0
3	125.093	77.5	9	131.011	281.2
4	126.001	108.8	10	132.023	315.0
5	127.029	143.8			

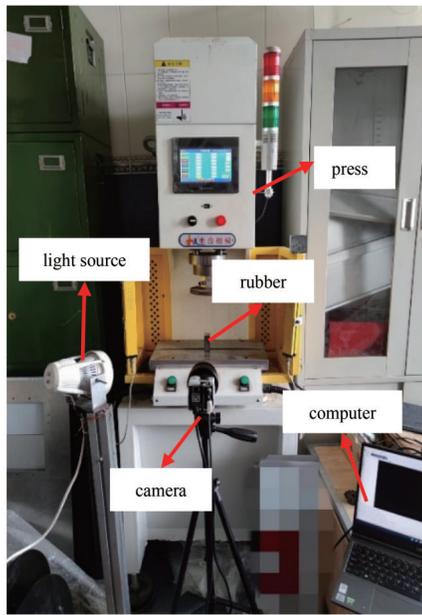
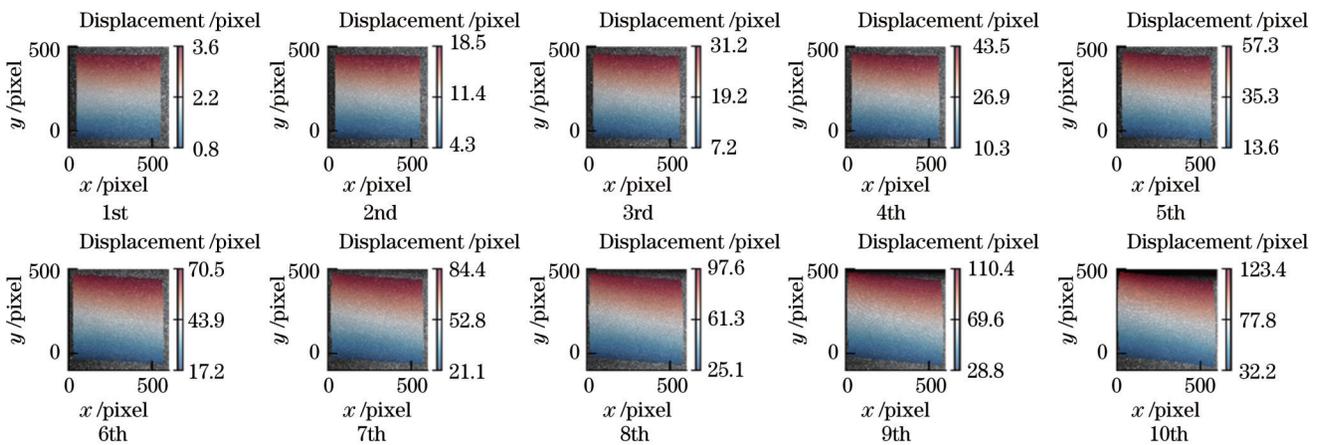


图 19 实验装置

Fig. 19 Experimental device

由前面的迭代算法分析可知,当变形在 10 pixel 内时,即使整像素位移算法未能提供可靠的迭代初值,亚像素迭代算法也能完成大部分 POI 的收敛计算,而当变形较大时,亚像素迭代算法需要整像素位移搜索算法提供可靠的迭代初值,因此本文实验选择基于深度学习的 GMA 光流估计法来完成大变形场景下的迭代初值计算^[18],将其与二阶反向组合算法结合(GMA-ICDiag2、GMA-ICLM2 和 GMA-ICDogLeg2),测量试样在压缩过程中的位移场和应变场,并与 Dice 软件的计算结果进行对比。

图 21 为橡胶块最后帧的位移场和应变场对比结果,从图中可以看出,橡胶块的中间部分是应力集中区域。在最后帧中,橡胶块沿 y 方向的最大变形超过 100 pixel,此时在光流网络的帮助下,几种反向组合算法依然能正常工作,而 Dice 软件内置的特征匹配初值估计方法无法胜任更大变形的测量任务,图中位移场和应变场的计算误差随着变形的增大而变大。

图 20 橡胶块压缩变形图像和位移场 v Fig. 20 Compression deformation images and displacement fields v of rubber block

5 结 论

本文对 3 种反向组合算法的参数更新策略进行了简化,并采用模拟散斑图像和橡胶块进行真实散斑图像的数值变形实验,对已有的 IC-GN 算法和 3 种算法进行了对比研究。算法对比实验结果表明:在收敛速度方面,所提出的算法几乎相等且远大于对应的二阶算法;在收敛频率方面,IC-DogLeg、IC-LM、IC-GN、IC-Diag 算法按顺序依次递减,且大于对应的二阶算法;在计算速度方面,IC-GN、IC-LM、IC-DogLeg、IC-Diag 算法按顺序依次递减;在亚像素平移计算精度方面,一阶算法几乎相同,且远大于对应的二阶算法;在非均匀变形计算精度方面,二阶算法 IC-LM2、IC-

DogLeg2 和 IC-GN2 相对更优;IC-Diag、IC-LM 和 IC-DogLeg 算法相较于 IC-GN 有更大的收敛半径,其中 IC-Diag 和 IC-LM 算法可以解决 IC-GN 算法中 Hessian 矩阵的正定性问题;在变形位移小于 5 pixel 时,几种迭代算法都能很好地收敛,随着变形的增大,算法的收敛性能也在不断降低。在进行橡胶块的变形实验中,小变形实验下提出的算法和 Dice 软件都能成功计算出实验变形的位移场和应变场;在大变形实验下,最大形变量超过了 100 pixel,此时 Dice 软件对于部分区域很难准确计算出变形的位移场和应变场,3 种算法依然能成功计算出变形的位移场和应变场,在大变形的测量场景中更具有适用性。

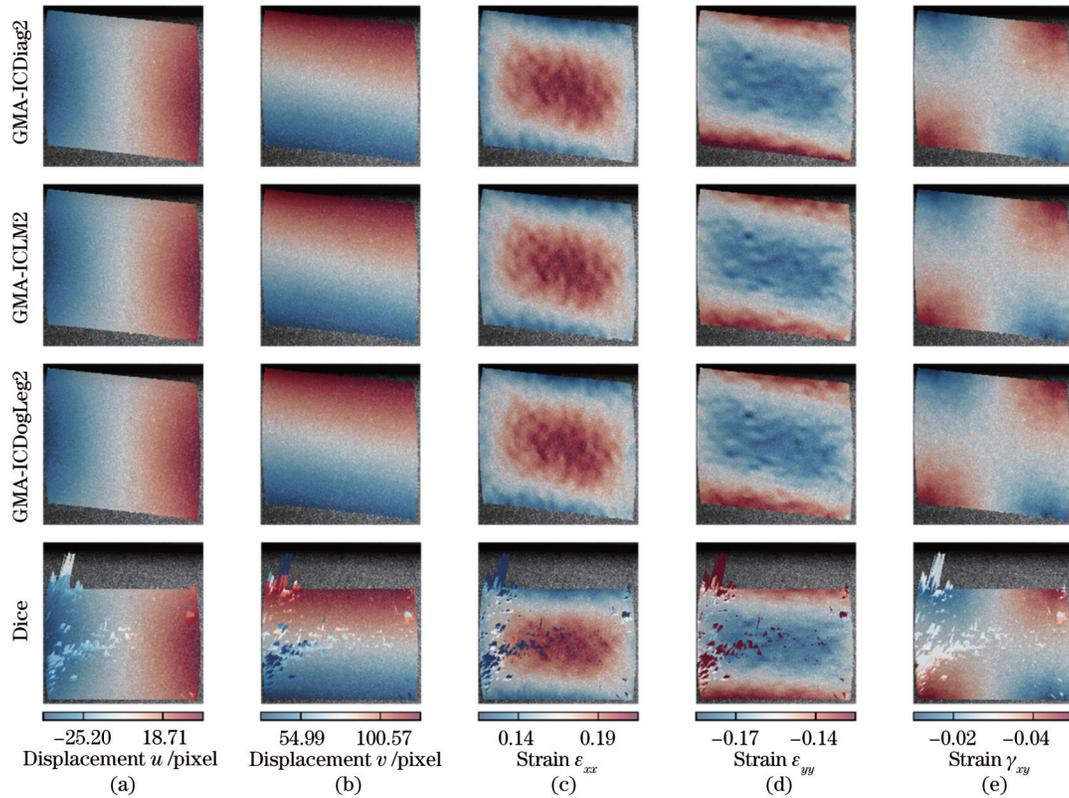


图 21 橡胶块最后帧的位移场和应变场。(a)位移场 u ; (b)位移场 v ; (c)应变场 ϵ_{xx} ; (d)应变场 ϵ_{yy} ; (e)应变场 γ_{xy}

Fig. 21 Displacement and strain fields of the last frame of rubber block. (a) Displacement u ; (b) displacement v ; (c) strain ϵ_{xx} ; (d) strain ϵ_{yy} ; (e) strain γ_{xy}

参 考 文 献

- [1] 王学滨, 余斌, 董伟, 等. 全局与局部匹配相结合的局部化变形测量数字图像相关方法[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(10): 1012001.
Wang X B, Yu B, Dong W, et al. Digital image correlation method based on combination of element matching and subset matching for localized deformation measurements[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(10): 1012001.
- [2] 胡烁陶, 孙晖, 王敏诚, 等. 空间结构变形的多视点高精度测量方法[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(19): 1912004.
Hu S T, Sun H, Wang M C, et al. Multi-viewpoint and high-precision measurement method for spatial structure deformation[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(19): 1912004.
- [3] 王永红, 朱奕磊, 高启学, 等. 基于数字图像相关法的空间目标位姿测量[J]. 光学学报, 2022, 42(8): 0812001.
Wang Y H, Zhu Y L, Gao Q X, et al. Position and pose measurement of spatial object based on digital image correlation[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(8): 0812001.
- [4] 李馨, 赵加清, 张征明, 等. 基于数字图像相关的自适应应变场计算[J]. 光学学报, 2021, 41(23): 2312002.
Li X, Zhao J Q, Zhang Z M, et al. Self-adaptive strain field calculation based on digital image correlation[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(23): 2312002.
- [5] 杜鉴昕, 赵加清, 王海涛, 等. 针对裂尖变形场测量的包络单元局部数字图像相关方法[J]. 光学学报, 2022, 42(1): 0112003.
Du J X, Zhao J Q, Wang H T, et al. Envelope element local digital image correlation method for crack tip deformation field measurement[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(1): 0112003.
- [6] 潘兵, 谢惠民, 夏勇, 等. 数字图像相关中基于可靠变形初值估计的大变形测量[J]. 光学学报, 2009, 29(2): 400-406.
Pan B, Xie H M, Xia Y, et al. Large-deformation measurement based on reliable initial guess in digital image correlation method[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(2): 400-406.
- [7] 刘禹, 肖世德, 张睿, 等. 基于遗传算法的数字图像相关变形初值估计[J]. 激光技术, 2020, 44(1): 130-135.
Liu Y, Xiao S D, Zhang R, et al. Initial estimation of digital image correlated deformation based on genetic algorithms[J]. Laser Technology, 2020, 44(1): 130-135.
- [8] Jiang Z Y, Qian K M, Miao H, et al. Path-independent digital image correlation with high accuracy, speed and robustness[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 65: 93-102.
- [9] 谭芳喜, 肖世德, 李晟尧, 等. 基于密集特征匹配的数字图像相关法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(16): 1612001.
Tan F X, Xiao S D, Li S Y, et al. Digital image correlation method based on dense feature matching[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(16): 1612001.
- [10] 潘兵, 续伯钦, 陈丁, 等. 数字图像相关中亚像素位移测量的曲面拟合法[J]. 计量学报, 2005(2): 128-134.
Pan B, Xu B Q, Chen D, et al. Sub-pixel registration using quadratic surface fitting in digital image correlation[J]. Acta Metrologica Sinica, 2005(2): 128-134.
- [11] 郑成林, 何顶顶, 费庆国. 基于灰度梯度正则化去噪的改进数字图像相关法[J]. 光学学报, 2018, 38(8): 0812002.
Zheng C L, He D D, Fei Q G. Improved digital image correlation method based on gray gradient denoised by regularization method[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(8): 0812002.
- [12] Bruck H A, McNeill S R, Sutton M A, et al. Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction[J]. Experimental Mechanics, 1989, 29(3): 261-267.
- [13] Pan B, Li K, Tong W. Fast, robust and accurate digital image correlation calculation without redundant computations[J]. Experimental Mechanics, 2013, 53(7): 1277-1289.
- [14] Baker S, Matthews I. Lucas-Kanade 20 years on: a unifying

- framework[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 56(3): 221-255.
- [15] Chen B, Jungstedt E. Fast and large-converge-radius inverse compositional Levenberg-Marquardt algorithm for digital image correlation: principle, validation, and open-source toolbox[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2022, 151: 106930.
- [16] Sur F, Blaysat B, Grédiac M. Rendering deformed speckle images with a Boolean model[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2018, 60(5): 634-650.
- [17] Reu P L, Blaysat B, Andó E, et al. DIC challenge 2.0: developing images and guidelines for evaluating accuracy and resolution of 2D analyses[J]. *Experimental Mechanics*, 2022, 62(4): 639-654.
- [18] 赵斌, 孟祥印, 肖世德, 等. 基于GMA光流网络的二维变形测量数字图像相关法初值估计[J]. *光学学报*, 2023, 43(13): 1310002.
- Zhao B, Meng X Y, Xiao S D, et al. Initial value estimation of digital image correlation method for two dimensional deformation measurement based on GMA optical flow network [J]. *Acta Optica Sinica*, 2023, 43(13): 1310002.

Performance of Sub-Pixel Displacement Iterative Algorithm Based on Digital Image Correlation Method

Meng Xiangyin*, Xu Qihang, Xiao Shide, Li Yang, Zhao Bin, Li Guanghui

School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China

Abstract

Objective Known as the digital speckle correlation method, the digital image correlation method is a non-contact optical measurement method. The deformation information of the region of interest is obtained by correlation calculation of two digital images before and after the specimen deformation. DIC method is mainly composed of integral pixel displacement search and sub-pixel displacement iterative calculation, among which the commonly adopted sub-pixel displacement calculation methods include surface fitting, gray gradient, Gauss-Newton (G-N) method, Newton-Raphson (N-R) method, and inverse compositional Gauss-Newton (IC-GN) method. In sub-pixel displacement search algorithms, N-R and G-N methods as second-order nonlinear optimization methods have faster convergence speed and global optimal solutions. However, in the G-N method, when the Hessian matrix is approximately non-positive definite, the error of solving the inverse matrix will increase to result in incorrect final solution results. Additionally, when the texture features of speckle images are weak and the deformation amount is large, the error of solving the inverse matrix will rise. The whole pixel displacement search algorithm can not provide accurate initial value estimation, and eventually, the calculation fails. Since the inverse compositional algorithm has higher computational efficiency than these algorithms, it is employed to calculate the displacement field of speckle deformation images by sub-pixel displacement, with several algorithms explored.

Methods The inverse compositional diagonal approximation algorithm and the inverse compositional Dog-Leg algorithm adopting to image matching are applied to the displacement field calculation of speckle images, and the parameter update strategy of the inverse compositional Levenberg-Marquardt algorithm is simplified. By the compression deformation experiment of the memory simulation speckle image and the real speckle image, the performance of these three algorithms is explored from three aspects including convergence speed, convergence evaluation rate, and computation speed. In terms of convergence rate, the speckle image is evaluated in different displacement and Gaussian noise conditions. The convergence speed and calculation speed are evaluated by different small windows and with or without Gaussian noise. Finally, three algorithms are utilized to measure the deformation of the rubber block and compared with the open-source software Dice.

Results and Discussions According to the speckle simulation deformation experiment, the convergence speed and final calculation accuracy of several first-order algorithms are almost the same, and in simple rigid body translation deformation, the convergence speed and final calculation accuracy of the first-order algorithm are higher than those of the second-order algorithm. Generally, the convergence speed and the final calculation accuracy of the second-order algorithms IC-LM2, IC-DogLeg2, IC-Diag2, and IC-GN2 decrease from high to low values. In terms of convergence speed, the convergence frequency of the first-order algorithm is higher than that of the second-order algorithm. When the displacement is less than five pixels, several algorithms can successfully calculate the displacement of all POI, and the convergence frequency gradually decreases with the increasing deformation. In the second-order algorithm, the convergence frequency of IC-Diag2, IC-DogLeg2, IC-LM2, and IC-GN2 algorithms decreases from high to low values. With the rising subarea window size, the convergence radius of several algorithms gradually increases, and the convergence frequency of IC-GN2,

IC-DogLeg2, and IC-LM2 algorithms tends to be the same, while IC-Diag2 algorithm gradually ranks first in other algorithms. Among first-order algorithms, the convergence frequency of IC-DogLeg and IC-LM algorithms is slightly higher than that of IC-GN and IC-Diag algorithms. The calculation speed of IC-GN, IC-LM, IC-DogLeg, and IC-Diag algorithms decreases from high to low values, and with the increasing displacement, the calculation speed of several algorithms is also decreasing. Meanwhile, since with the rising size of the subarea window, the pixel number in the subarea that needs to participate in the calculation is also increasing, and its calculation speed is also slowing down. In the deformation experiment of rubber blocks, both the proposed algorithm and Dice software can successfully calculate the displacement field and strain field of the experimental deformation. In the large deformation experiment, the maximum shape variable exceeds 100 pixel, and it is difficult for the Dice software to accurately calculate the displacement field and strain field of the deformation for some regions. The three algorithms can still successfully calculate the displacement field and strain field of deformation and are more applicable under large deformation measurement scenarios.

Conclusions In measuring image displacement, different sub-pixel displacement iteration algorithms deal with the different performances of displacement measurement. We adopt the inverse compositional diagonal approximation algorithm and inverse compositional Dog-Leg algorithm in the digital image correlation method for displacement measurement. Additionally, the parameter update strategy of the inverse compositional Levenberg-Marquardt algorithm is simplified, and the performance of the three algorithms is compared and evaluated by the compression deformation experiment of the simulated and real speckle images. The experimental results show that in the simulation speckle experiment, each algorithm has a different convergence speed, convergence frequency, and calculation speed. In real experiments, the accuracy of a small deformation experiment is similar to that of the inverse combined G-N method, and the convergence radius of a large deformation experiment is larger.

Key words measurement; digital image correlation method; sub-pixel displacement; inverse compositional diagonal approximation algorithm; inverse compositional Levenberg-Marquardt algorithm; inverse compositional Dog-Leg algorithm