

光学学报

平行平板光学参数的快速高精度测量方法

钱宇, 郭仁慧*, 蒋金威, 薛亮, 刘杨, 李建欣

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094

摘要 提出一种基于特征多项式的波长移相干涉测量方法。首先, 将该方法与两步绝对测量法结合, 对多表面干涉技术进行理论研究; 然后, 以特征图和特征多项式理论为基础设计出一种加权多步波长移相算法, 用于对平板的表面面形、光学厚度变化以及光学均匀性信息进行提取计算, 并通过移相算法的评价函数及其傅里叶表达式展示了算法对误差的抗扰度; 最后, 将该算法与 OPL 算法进行对比。结果表明, 所提方法在不同厚度平行平板光学均匀性的测量上具有速度快、精度高的优势。

关键词 测量; 波长移相; 特征多项式; 光学均匀性

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231468

1 引言

平行平板是光学材料的重要组成部分, 其主要的性能参数包括表面面形、光学厚度变化以及光学均匀性。光学性能参数的不一致将引起透射波前变化, 从而降低光学系统的性能, 因此实现对光学材料光学参数的快速高精度测量很有必要。

在过去的十几年里, 已经发展了一些测量透明平板光学性能的方法, 如白光干涉测量法、光栅干涉测量法以及波长调谐干涉测量法等。其中: 白光干涉测量法^[1]的测量精度和观察孔径的大小受到参考镜的机械平移精度的限制, 其观察孔径被限制在 1 cm 以内; 光栅干涉测量法^[2]的系统较复杂, 想要完全消除其光栅运动导轨导致的直线度误差非常困难。因此, 本课题采用波长调谐干涉测量法^[3-7], 它允许单独检测多光束干涉信号内每个反射分量的相位。利用这种技术, 任何一对干涉表面之间的光程长度近似与其干涉信号的调制频率成比例, 可以根据相应调制信号的相位偏移来实现对平板光学参数的高精度测量, 其测量精度通常可达到 $\lambda/100$ 量级。同时, 通过移相算法还可以抑制多余寄生条纹给测量结果带来的误差, 提高测量精度, 最近几年南京理工大学的廖之山、刘成兴等提出了相关移相算法, 如 NUFFT^[8]、OPL^[9] 算法, 并用于平行平板光学均匀性的测量, 但是这些方法在计算过程中需要采集大量的干涉图像, 采样时间长、测量效率低。除此之外, 东京大学的 Kim 团队对平行平板光学参数测量也开展了研究, 提出一些基于波长调谐的误差补偿

移相算法, 包括 DFT 算法^[10]、小数重合法^[11]、由 17 样本改进的 19 样本算法^[12]、 $7N-6$ 步移相算法^[13], 以及 $10N-9$ 算法^[14], 其中 $10N-9$ 算法分析了利用各种移相算法计算的耦合误差, 但是该算法所需干涉图数目较多, 运算量较大, 因此 Kim 团队在 2020 年和 2021 年分别提出了消除相位误差的非佐干涉测量方法^[15]和通过波长扫描消除相位误差的方法^[16]。然而, Kim 团队利用三表面干涉测量方法仅仅测量元件的表面面形, 无法测量元件的光学均匀性, 并且元件厚度最小仅能达到 10 mm 左右, 而本课题所测量的平行平板的厚度更小, 仅为 5 mm, 因此本文将探究一种基于特征多项式的多步波长移相算法, 以实现不同厚度的平行平板光学参数的快速高精度测量。

首先, 结合两步绝对测量法^[17]对四表面干涉技术进行研究; 然后, 以特征多项式理论^[18-19]为基础设计出 77 步移相算法, 用于对平行平板光学参数信息^[20]的提取计算, 使得算法所需干涉图数目在远少于已有算法的基础上又满足精度要求, 其采样函数在相邻谐波附近的分数频率处具有小得多的幅度, 且可以补偿移相误差^[21]、移相误差与高阶谐波之间的耦合误差, 以及强度的偏置调制和空间均匀误差, 并满足条纹对比度最大的条件, 以达到提高测量精度的目的; 最后, 将该方法得到的实验结果和 OPL 算法的结果进行比较, 计算相关评价指标数值来判断方法的优劣, 分析误差。结果表明, 所提方法在不同厚度平行平板光学均匀性的测量上具有速度快、精度高的优势。

收稿日期: 2023-08-24; 修回日期: 2023-10-19; 录用日期: 2023-11-19; 网络首发日期: 2023-12-12

基金项目: 国家自然科学基金(62171225, U2031131, 6197507)

通信作者: *grh@njjust.edu.cn

2 基本原理

2.1 四表面干涉测量技术

在利用波长移相干涉进行测量的过程中,各组干涉光的干涉腔长不同,而输出波长的改变量^[22-23]却是相同的,因此不同相干光的频率变化也不相同,在相同的波长改变量下它们的频率变化也不相同。可以利用信号分析理论进行特定频率信号的提取,以消除寄生

信号的影响^[24]。

四表面干涉系统的装置^[25]如图 1 所示。该标准反射镜的前表面与参考镜的后表面,以及待测元件的前后表面共同构成一个四表面干涉系统。其中,待测平板的前表面记为 A,平板的后表面记为 B,前表面与参考镜的后表面之间的距离记为 L_1 ,后表面与标准反射镜的前表面之间的距离记为 L_2 ,平行平板的厚度为 t ,固有折射率为 n 。

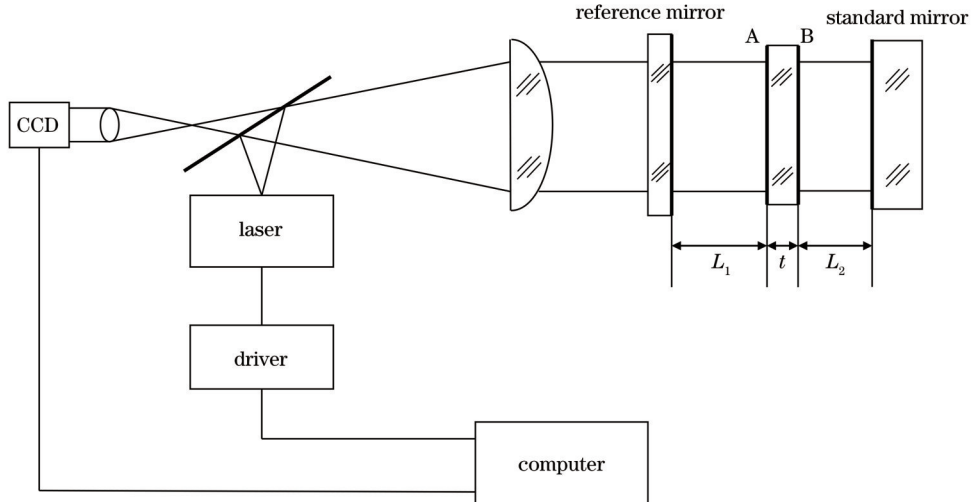


图 1 四表面干涉系统装置图

Fig. 1 Diagram of four-surface interference system

设比例系数 $r = nt/L_1, s = L_2/L_1, \nu_1$ 表示待测元件前表面和参考面的干涉频率,若无多次反射,则将会两两干涉产生 6 组干涉条纹,则有 6 个一级干涉光强变化频率。这些不同干涉信号的干涉光强变化频率如表 1 所示。

表 1 四表面干涉系统中各组干涉信号的频率分布

Table 1 Frequency distribution for each group of interference signals in four-surface interference system

Interference level	Length of interference cavity	Frequency ratio ν_k/ν_1
1 st	$2L_1$	2
	$2L_2$	$2s$
	$2nt$	$2r$
	$2L_1 + 2nt$	$2 + 2r$
	$2L_2 + 2nt$	$2r + 2s$
	$2L_1 + 2L_2 + 2nt$	$2 + 2r + 2s$

由表 1 可知,通过选取合适的比例系数 r 和 s ,可以使得每个一级干涉信号的频率在频域空间上能够相互分开,避免发生频率混叠^[26],从而影响测量结果准确度的情况,而二阶干涉信号经过多次反射后能量损失较大,很难与一级干涉信号频率混叠。干涉表面之间有 3 个主要的间隙 L_1, L_2 和 nt ,分别用 G_1, G_2 和 G_3 表示。通过计算分析可知,若为了区别 M 级以下的干涉光并

抑制频率混叠的影响,其最佳腔长比例^[27]可由式(1)给出:

$$G_{i+1} = G_i(M + 1), i = 1, 2. \quad (1)$$

由式(1)可知,若仅考虑二级干涉光的影响,可令 $M = 2$,此时腔长比例为 $G_3 = 3G_2 = 9G_1 = 3$,假如 nt 为最小腔长,则 $r = 1/3, s = 3$ 时即可满足要求,从而分离各干涉光进行计算。当然, L_1, L_2 和 nt 的大小排序可以根据实际情况灵活选择,满足式(1)即可。

2.2 平行平板光学参数的测量

在该系统上利用两步绝对测量法测量平板光学参数的光路如图 2 所示(干涉仪主机部分未画出)。

如图 2 所示,设待测平板的厚度为 t ,折射率为 n ,光学均匀性为 Δn ,TF 为透射参考平面,RF 为反射参考平面,透射参考平面到平板前表面的距离为 L_1 ,反射参考平面到平板后表面的距离为 L_2 。用 T, A, B, R 分别表示 TF 的反射面、待测平行平板的前表面和后表面、RF 的反射面的面形,则共产生 T 和 A, A 和 B, T 和 B, T 和 R, A 和 R, B 和 R 6 组干涉条纹。撤去待测平行平板,保持干涉腔透射参考平面和反射参考平面的位置固定,进行波长调谐移相测量操作,可以得到空腔时的干涉条纹,对应波面信息 W_7, W_7 的波面信息为 $W_7 = 2R - 2T$ 。每幅干涉图的干涉光强数据由 6 组干涉条纹叠加而成,分别对应波面信息 $W_1 \sim W_6$ 。 $W_1 \sim W_6$ 与干涉腔长的关系如表 2 所示。

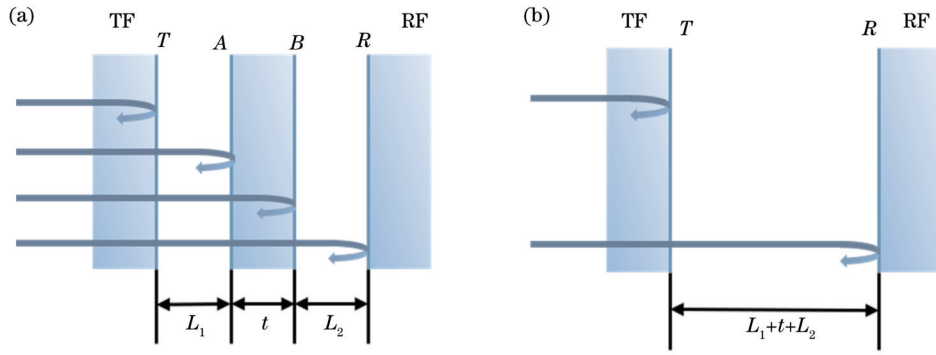


图 2 四表面干涉平板光学参数两步绝对测量法示意图。(a)有待测平板;(b)空腔结构

Fig. 2 Schematic of two-step absolute measurement method of surface interference flat plate optical parameters. (a) With flat plate; (b) cavity structure

表 2 各组条纹的光程差以及干涉腔长

Table 2 Optical path difference and interference cavity length of each group of fringes

Interference surface	Wave surface information	Length of interference cavity
T and A	$W_1 = 2A - 2T$	$h_1 = 2L_1$
A and B	$W_2 = 2n(B - A) + 2\Delta nt$	$h_2 = 2nt$
T and B	$W_3 = 2A - 2T + 2n(B - A) + 2\Delta nt$	$h_3 = 2(L_1 + nt)$
T and R	$W_4 = 2R - 2T + 2n(B - A) + 2\Delta nt + 2A - 2B$	$h_4 = 2(L_1 + L_2 + nt)$
A and R	$W_5 = 2R + 2n(B - A) + 2\Delta nt - 2B$	$h_5 = 2(L_2 + nt)$
B and R	$W_6 = 2R - 2B$	$h_6 = 2L_2$

由表 2 所示的波面信息可知,待测平行平板的光学厚度变化对应波面信息 W_2 ,前表面面形对应波面信息 W_1 ,而平板的光学均匀性虽不能直接通过波面信息测量得出,但是经过计算分析发现光学均匀性可以表示为

$$\Delta n = \frac{W_2 - n_0[W_7 - W_6 - W_1]}{2t}. \quad (2)$$

由式(2)可以发现,要实现对平行平板 3 个光学参数的测量,就是要实现对 W_1 、 W_2 以及 W_6 这 3 个波面信息的提取。当平板放入干涉腔测量时,形成的干涉条纹应为 6 组干涉条纹的光强之和。每组干涉光强可写成

$$I_i = a_i + A_1 \cos(\phi_i + \delta_i), i = 1, 2, \dots, 6, \quad (3)$$

式中: A_1 为背景光强; a_i 为光强调制度; ϕ_i 为初始相位; δ_i 为移相量。

$$\phi_i = \frac{4\pi h_i}{\lambda_0} = \frac{2\pi W_i}{\lambda_0}, \quad (4)$$

$$\delta_i \approx -\frac{4\pi h_i t \Delta \lambda}{\lambda_0^2} = f_i t, \quad (5)$$

式中: h_i 为干涉腔长; λ_0 为初始波长; $\Delta \lambda$ 为每次移相时的波长变化量; t 为移相次数。

不同的干涉腔长对应着不同的相位变化,因此通

过选取合适的 r 和 s , 可以使得各干涉条纹的干涉腔长不等。在上面的计算分析中发现,当 $r = 1/3$ 、 $s = 3$ 时,上述 6 组干涉条纹能够全部分开并且呈比例分布,同时减小了与二级干涉信号频率的混叠。因此,本实验就在图 2 所示的装置上对平行平板的光学参数进行测量研究。

2.3 特征多项式理论

多步波长移相算法中相位的一般表达式为

$$\varphi^* = \arctan \left[\frac{\sum_{k=0}^{M-1} b_k I(\varphi + k\delta)}{\sum_{k=0}^{M-1} a_k I(\varphi + k\delta)} \right], \quad (6)$$

式中: a_k 和 b_k 为多步波长移相算法的采样幅度; φ^* 为计算的相位; φ 为实际相位; δ 为移相间隔; k 为移相次数; M 为干涉图数目。该移相算法的参考相位被分成间隔为 $\delta = 2\pi/N$ (单位为 rad) 的 $M-1$ 等份,其中 N 为整数,则固定相移量 f_{0i} 可表示为

$$f_{0i} = 2\pi[k - (M+1)/2]/N. \quad (7)$$

为了更加方便地设计和评估移相算法,引入了 Surrel^[19] 提出的特征多项式理论。首先,将多步波长移相算法^[19,28] 改写为

$$\varphi^* = \arg[S(\varphi)], \quad (8)$$

式中:相位的复数线性组合 $S(\varphi) = \sum_{k=0}^{M-1} c_k I(\varphi + k\delta)$, 复合采样幅度 $c_k = a_k + ib_k$ 。光强 $I(\varphi + k\delta)$ 的傅里叶级数扩展为

$$I(\varphi + k\delta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [a_m \exp(im\varphi)] \exp(im\delta). \quad (9)$$

将式(9)代入 $S(\varphi)$ 表达式,可得

$$S(\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ a_m \exp(im\varphi) \sum_{k=0}^{M-1} c_k [\exp(im\delta)] \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ a_m \exp(im\varphi) P[\exp(im\delta)] \right\}, \quad (10)$$

式中: $P(x)$ 为 $M-1$ 阶多项式,

$$P(x) = \sum_{k=0}^{M-1} c_k x^k. \quad (11)$$

因为移相算法的所有特性都可以从 $P(x)$ 的根的情况中推导出来,所以称 $P(x)$ 为算法的特征多项式。下面详细论述特征多项式的根的数量和位置对于移相算法误差敏感性的影响。首先,考虑算法对于谐波分量的敏感程度,将式(10)写为

$$S(\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \gamma_m \exp(im\varphi), \quad (12)$$

谐波的系数表达式为

$$\gamma_m = \alpha_m P[\exp(im\delta)]. \quad (13)$$

当提取 k 阶谐波分量时,式(8)计算的测量相位 φ^* 等于实际相位 φ 的充要条件是所有的谐波系数 γ_m 在 $m \neq k$ 处为 0。因此,要实现对于 j 次谐波不敏感的充分必要条件为

$$P[\exp(im\delta)] = 0, m = -j, -j+1, \dots, k-1, k+1, \dots, j, \quad (14)$$

即 $[x - \exp(im\delta)]$ 和 $[x - \exp(-im\delta)] (m \neq k)$ 必须出现在特征多项式的因式分解中。

其次,移相算法还需要对相移过程中的微小误差敏感,算法的特征多项式及一阶导数必须以 $\exp(im\delta)$ 和 $\exp(-im\delta)$ 为根,即 $[x - \exp(im\delta)]^2$ 和 $[x - \exp(-im\delta)]^2 (m \neq k)$ 必须出现在特征多项式的因式分解中,其中, $m=0$ 处为单根即可。

最后,需要降低算法对于光强偏置调制带来的误差影响。光强信号的谐波项为 $\exp(im\delta)$, 在 $S(\varphi)$ 中可表示为

$$\exp(im\varphi) \sum_{k=0}^{M-1} c_k [\exp(im\delta)] = \exp(im\varphi) P[\exp(im\delta)]. \quad (15)$$

因此,只有当 $P[\exp(im\delta)] = 0$ 时才能消除谐波项的影响。在上面讨论消除移相误差时,已设置除 $m \neq 0$ 外,所有的 $\exp(im\delta)$ 都为 $P(x)$ 的双根。当 $m=0$, 即 $\exp(im\delta) = 1$ 时, $P(1) = 0$ 等价于

$$\sum_{k=0}^{M-1} c_k = 0. \quad (16)$$

在上述等式成立的情况下,即使存在相移误差,该算法也能够消除恒定偏置对结果的影响。

2.4 77 步移相算法设计

为了用于实际生产中的干涉测量,加权多步波长移相算法需要满足以下两个要求:一是对于几种误差的不敏感性包括谐波分量 $o(A_k)$ 、非线性移相误差 $o(\epsilon_0)$ 和 $o(\epsilon_1)$ 、谐波和移相误差之间的耦合误差 $o(A_k \epsilon_0)$ 和强度的偏置调制;二是满足条纹对比度最大条件。

综合精确度和计算量,将相位数即 N 设为 38。下面分别对平行平板的前表面面形、光学厚度变化和光学均匀性的多步波长移相算法进行设计推导。

1) 光学厚度变化

由 2.2 节的计算分析可知, $r=1/3, s=3$ 是腔长分布的最佳比例。此时待测平板的光学厚度变化信息 W_2 对应的频率为 1, 即基础频率 v_2 。首先,为了精确地提取目标频率处的相位信息,需要抑制式(15)中的 m 次谐波分量,因此特征图中除 $m=1 (x = \exp(i\delta))$ 处外应具有单根,如图 3(a)所示。为了抑制式(15)中的非线性移相误差 $o(\epsilon_0)$ 和 $o(\epsilon_1)$, 特征图的 $m=-1 (x = \exp(-i\delta))$ 处应该具有三重根,如图 3(b)所示。Surrel^[19] 提出对于相移误差不敏感的 $N+1$ 样本算法的特征图在 $m=-1$ 处具有双根。其次,为了抑制高次谐波和相移误差之间的耦合误差 $o(A_k \epsilon_0) (k=2, 3, \dots, 36)$, 特征图的 $m=2, 3, \dots, 36$ 处应具有双根,而波长调谐过程中的强度偏置调制可以通过在特征图 $m=0 (x=1)$ 处设置双根进行抑制,如图 3 所示。最后,为了满足条纹对比度最大的条件,可以通过设置特征图的根,使得它关于 $m=1$ 和 $m=20$ 的连线对称,如图 3(d)所示。

在图 3(d)的基础上,可以写出计算平行平板光学厚度变化的 77 步移相算法的特征多项式 $P_{\alpha}(x)$:

$$P_{\alpha}(x) = (x-1)^2 \times (x-\delta^2)^2 \times (x-\delta^3)^3 \times (x-\delta^4)^2 \times \dots \times (x-\delta^{18})^2 \times (x+1)^2 \times (x-\delta^{-1})^3 \times (x-\delta^{-2})^2 \times (x-\delta^{-3})^2 \times \dots \times (x-\delta^{-18})^2, \quad (17)$$

式中: $\delta = 2\pi/38$ 。将式(17)进行多项式展开即可得到测量平板表面面形的采样幅度 a_2, b_2 。

2) 前表面面形测量

在最佳腔长比例条件下,平板表面面形信息 W_1

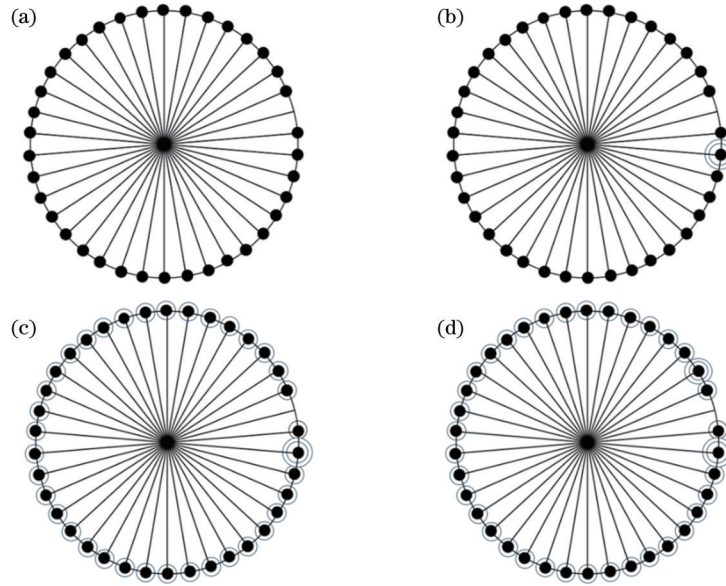


图 3 计算光学厚度变化的特征图。(a)第一步;(b)第二步;(c)第三步;(d)第四步

Fig. 3 Feature maps in the calculation of optical thickness change. (a) Step 1; (b) step 2; (c) step 3; (d) step 4

对应的相对频率为 3。因此,需要对 $v_1 = 3v_2$ 进行提取。由于前文设计了一个 77 步移相算法来测量平板的前表面面形,因此为了简化测量步骤,实现对表面面形和厚度变化的同时测量,仍然使用相同的 77 个样本来推导一个能够提取三次谐波分量的算法。由于设计和推导过程与测量平行平板表面面形的过程大致相同,只是要提取的谐波分量不同,因此可以将计算光学

厚度变化的特征图[图 3(d)]直接进行旋转,进而得到计算前表面面形所需的特征图。由于前表面面形对应的相对频率为 3,而光学厚度变化对应的相对频率为 1,因此可以将图 3(d)逆时针旋转两步得到,旋转后的特征图如图 4 所示。

在图 4 的基础上,可以得到计算平行平板前表面面形的 77 步移相算法的特征多项式 $P_{fss}(x)$:

$$P_{fss}(x) = (x - 1)^2 \times (x - \delta)^3 \times (x - \delta^2)^2 \times (x - \delta^4)^2 \times (x - \delta^5)^3 \times (x - \delta^6)^2 \times \dots \times (x - \delta^{18})^2 \times (x + 1)^2 \times (x - \delta^{-1})^2 \times (x - \delta^{-2})^2 \times (x - \delta^{-3})^2 \times \dots \times (x - \delta^{-18})^2. \quad (18)$$

将式(18)进行多项式展开即可得到测量平板表面面形的采样幅度 a_1, b_1 。

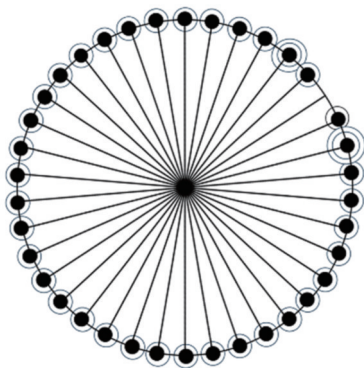


图 4 计算前表面面形的特征图

Fig. 4 Feature map in the calculation of front surface shape

3) 光学均匀性测量

为了计算平板的光学均匀性,需要计算波面信息 W_1, W_2, W_6 和 W_7 , 而 W_1 和 W_2 正好是前表面面形和光学厚度变化所对应的波面信息, W_7 也可由空腔测量得出,因此只需再检测波面信息 W_6 。波面信息 W_6 的

相对频率为 9,因此对 $v_6 = 9v_2$ 处的相位进行提取。将计算光学厚度变化的特征图[图 3(d)]逆时针旋转 9 步,进而得到计算光学均匀性所需的特征图。旋转后的特征图如图 5 所示。

在图 5 的基础上,可以得出计算平行平板后表面面形的 77 步移相算法的特征多项式 $P_{rss}(x)$:

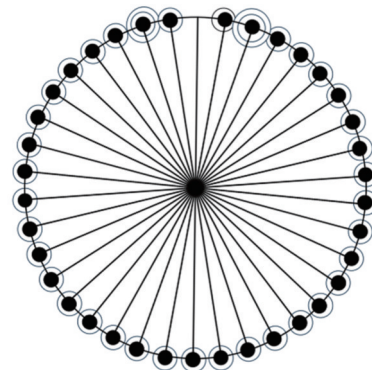


图 5 计算后表面面形的特征图

Fig. 5 Feature map in the calculation of rear surface shape

$$P_{\text{rss}}(x) = (x - \delta^0)^2 \times \dots \times (x - \delta^6)^2 \times (x - \delta^7)^3 \times (x - \delta^8)^2 \times (x - \delta^{10})^2 \times (x - \delta^{11})^3 \times (x - \delta^{12})^2 \times \dots \times (x - \delta^{18})^2 \times (x + 1)^2 \times (x - \delta^{-1})^2 \times (x - \delta^{-2})^2 \times \dots \times (x - \delta^{-18})^2. \quad (19)$$

将式(19)进行多项式展开即可得到测量平板表面面形的采样幅度 a_6, b_6 。

2.5 评价函数

算法的评价函数可以体现算法能否有效地提取目标信号以及抑制噪声,而算法对误差的灵敏度和抗扰度都可以通过频率空间中的评价函数来考察。多步波长移相算法中评价函数的定义为

$$F_1(v) = \sum_{k=1}^M b_k \exp(-if_k v), \quad (20)$$

$$F_2(v) = \sum_{k=1}^M a_k \exp(-if_k v), \quad (21)$$

式中: v 为频率。为了确保对称的采样幅度, $F_1(v)$ 和 $F_2(v)$ 必须分别是纯虚数函数和纯实数函数,故上面提到的设计要求也可以使用频域中的评价函数来表示。

2.5.1 光学厚度变化

计算光学厚度变化时波面 W_2 信息评价函数需满足的表达式如式(22)~(27)所示。

1) 对 m 次谐波分量不敏感:

$$iF_1(v) = F_2(v) = 0 (v = 0, 1, 2, \dots, 36 \& v \neq 1). \quad (22)$$

2) 对非线性移相误差 $o(\epsilon_0)$ 和 $o(\epsilon_1)$ 不敏感:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=1} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=1}, \quad (23)$$

$$\left. \frac{d^2 iF_1(v)}{dv^2} \right|_{v=1} = \left. \frac{d^2 F_2(v)}{dv^2} \right|_{v=1}. \quad (24)$$

3) 对谐波和移相误差之间的耦合误差不敏感:

$$\frac{d^2 iF_1(v)}{dv^2} = \frac{d^2 F_2(v)}{dv^2} = 0 (v = 0, 1, 2, \dots, 36 \& v \neq 1). \quad (25)$$

4) 对光强的偏置调制不敏感:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=0} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=0} = 0. \quad (26)$$

5) 满足条纹对比度最大条件:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=1} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=1} = 0. \quad (27)$$

2.5.2 前表面面形

计算前表面面形时波面信息 W_1 评价函数需满足的表达式如式(28)~(33)所示。

1) 对 m 次谐波分量不敏感:

$$iF_1(v) = F_2(v) = 0 (v = 0, 1, 2, \dots, 34 \& v \neq 3). \quad (28)$$

2) 对非线性移相误差 $o(\epsilon_0)$ 和 $o(\epsilon_1)$ 不敏感:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=3} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=3}, \quad (29)$$

$$\left. \frac{d^2 iF_1(v)}{dv^2} \right|_{v=3} = \left. \frac{d^2 F_2(v)}{dv^2} \right|_{v=3}. \quad (30)$$

3) 对谐波和移相误差之间的耦合误差不敏感:

$$\frac{d^2 iF_1(v)}{dv^2} = \frac{d^2 F_2(v)}{dv^2} = 0 (v = 0, 1, 2, \dots, 34 \& v \neq 3). \quad (31)$$

4) 对光强的偏置调制不敏感:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=0} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=0} = 0. \quad (32)$$

5) 满足条纹对比度最大条件:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=3} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=3} = 0. \quad (33)$$

2.5.3 光学均匀性

计算光学均匀性所需波面信息 W_6 评价函数需满足的表达式如式(34)~(39)所示。

1) 对 m 次谐波分量不敏感:

$$iF_1(v) = F_2(v) = 0 (v = 0, 1, 2, \dots, 35 \& v \neq 9). \quad (34)$$

2) 对非线性移相误差 $o(\epsilon_0)$ 和 $o(\epsilon_1)$ 不敏感:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=9} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=9}, \quad (35)$$

$$\left. \frac{d^2 iF_1(v)}{dv^2} \right|_{v=9} = \left. \frac{d^2 F_2(v)}{dv^2} \right|_{v=9}. \quad (36)$$

3) 对谐波和移相误差之间的耦合误差不敏感:

$$\frac{d^2 iF_1(v)}{dv^2} = \frac{d^2 F_2(v)}{dv^2} = 0 (v = 0, 1, 2, \dots, 35 \& v \neq 9). \quad (37)$$

4) 对光强的偏置调制不敏感:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=0} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=0} = 0. \quad (38)$$

5) 满足条纹对比度最大条件:

$$\left. \frac{dF_1(v)}{dv} \right|_{v=9} = \left. \frac{dF_2(v)}{dv} \right|_{v=9} = 0. \quad (39)$$

图 6(a)~(c) 所示分别为测量 W_2, W_1 和 W_6 波面信息时的评价函数 $iF_1(v)$ 和 $F_2(v)$ 的变化幅度。

所提加权多步波长移相算法实现了对基频 $v_2 = 1, v_1 = 3v_2$ 和 $v_6 = 9v_2$ 处相位信息的精确提取。由图 6 可知,该算法满足非线性移相误差不敏感且条纹对比度达到最大、对谐波误差和移相误差之间的耦合误差不敏感,以及对光强的偏置调制不敏感的条件。综上所述,该算法能够实现对 W_2, W_1 和 W_6 波面信息的精确提取,从而计算出平行平板的光学均匀性。

2.6 非线性误差影响分析

为了分析所提 77 步移相算法在不同非线性移相

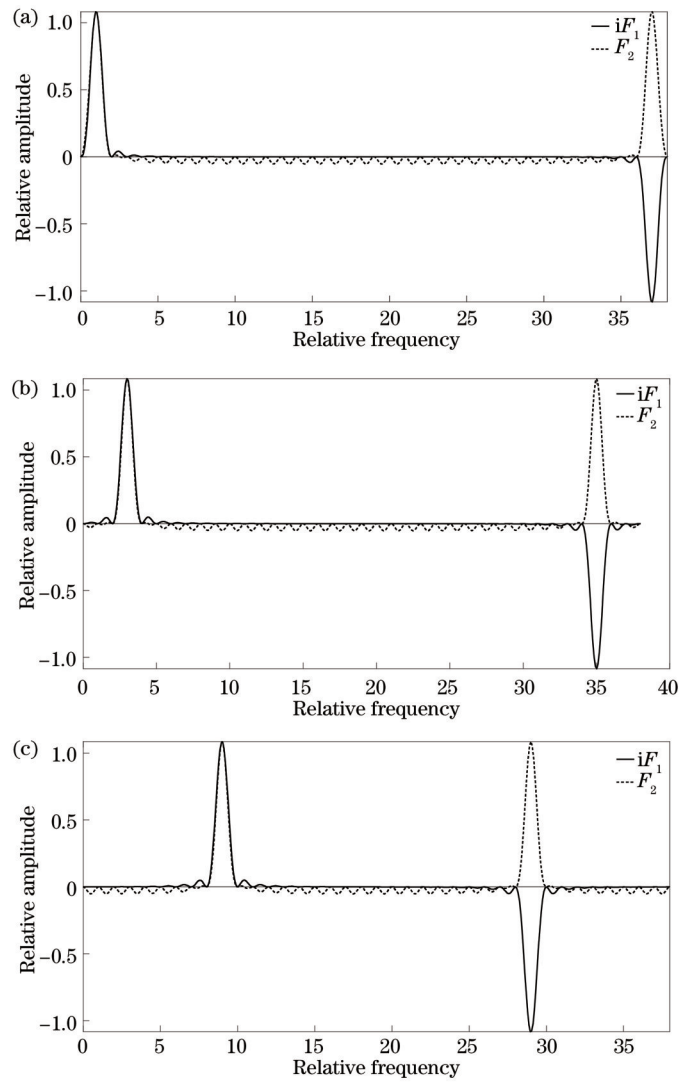


图 6 评价函数。(a) W_2 波面信息; (b) W_1 波面信息; (c) W_6 波面信息

Fig. 6 Evaluation functions. (a) W_2 wave surface information; (b) W_1 wave surface information; (c) W_6 wave surface information

误差下的适应能力,通过设置不同的非线性移相误差系数进行多次仿真,针对波长调谐非线性对测试结果的影响进行探索。由于 3 个光学参数中光学均匀性所涉及的波面最多,误差也最大,因此直接讨论光学均匀性的计算结果随线性度的变化情况,即可评估所设计

的加权多步波长移相算法对移相误差的敏感程度。设置初始的非线性度为 5%,随后逐渐增大非线性误差,计算 77 步移相算法得到的光学均匀性信息与模拟波面的残差波面的峰谷(PV)值和均方根(RMS)值,结果分别如图 7 所示。

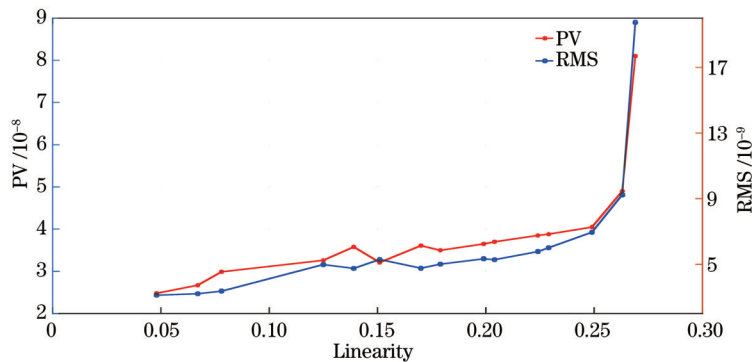


图 7 不同线性度下 77 步移相算法计算的残差波面数据

Fig. 7 Residual wave surface data calculated by 77-step phase shift algorithm at different linearities

仿真结果显示:在 20% 的非线性误差内可认为计算结果是理想的;当线性度达到 25% 时,计算结果出现明显跃变,说明算法已经失效。实际测量中的非线性误差大小并不会达到如此严重的地步,因此所提 77 步移相算法具有相当大的可行性。

3 实验和结果分析

为了分析 77 步移相算法在实际测量过程中的适用性,使用 77 步移相算法分别测量厚度为 40 mm 和 5 mm 的平行平板光学参数,并将其结果与 OPL 算法的结果进行对比验证。

3.1 实验装置

基于上述原理,搭建了多步波长移相算法干涉实验装置,如图 8 所示。该装置包括:干涉系统(封装在非佐型干涉仪内部)、两个标准镜、40 mm 和 5 mm 厚的平行平板;波长调谐半导体激光器及其配套的控制箱,用于控制移相过程;图像采集卡,用于实时存储动态干涉图;CCD,用于接收干涉形成的干涉图;计算机,用于操作控制移相过程的软件。实验所用激光器的调谐范围为 0.2 nm,计算机控制移相速度的时间间隔 10 ms,CCD 的采集频率为 60 Hz。

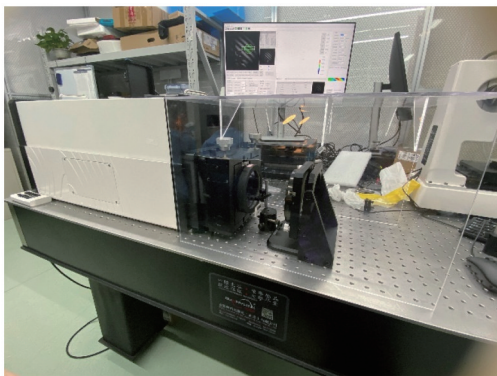


图 8 实验装置图

Fig. 8 Diagram of the experimental setup

实验所使用的波长调谐半导体激光器的工作波长为 $\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$,固有折射率为 $n = 1.5163$,整个实验测量过程中保持实验室温度为 $20 \text{ }^\circ\text{C}$ 。本次实验的腔长参数设置如表 3 所示。

表 3 腔长参数

Table 3 Cavity length parameters

t/mm	L_1/mm	L_2/mm	L_1+t+L_2/mm
5	22.5	67.5	95
40	180	540	760

设置波长调谐半导体激光器输入电压的初始电压、结束电压以及电压改变波长,控制其输出波长的变化,使得基础移相值保持在 $2\pi/38$ 。设置好移相参数后,在 PC 端利用软件控制激光器开始移相,则随着输

出波长的不断增加,CCD 采集的干涉条纹图样也在不断移动,利用图像采集卡动态存储每个波长移相量下的干涉图。干涉图全部采集完成后,便可以利用波长移相算法对干涉图进行处理,计算出待测平行平板的表面面形、厚度变化以及光学均匀性信息。

3.2 77 步移相算法测量结果

在实际测量过程中输入电压与输出波长很难保持严格的线性关系,实验过程中测得的 40 mm 和 5 mm 厚平行板的线性度分别为 8.71% 和 15.56%,图 9(a)、(b)分别展示了 40 mm 和 5 mm 平行平板实际非均匀采样间隔与理想均匀采样间隔的对比情况,其中,虚线为理想情况下的均匀采样结果,实线为实际测量过程中的非均匀采样结果。由 2.6 节的分析可知,8.71% 和 15.56% 的线性度在 77 步移相算法的适用范围内,因此可以利用 77 步移相算法来对采集的干涉图进行计算。

77 步移相算法需要 77 幅干涉图进行计算,图 10 分别为实验采集的 40 mm 和 5 mm 的 4 幅连续干涉图。

待测平行平板的表面面形以及厚度变化可以从多表面叠加干涉图中测出,但是要想测出平行平板的光学均匀性,还需要结合撤去待测平行平板之后测得的空腔干涉图。图 11 为实验所采集的 40 mm 和 5 mm 平行平板的连续 4 幅空腔干涉图。

利用第 2 节所设计的 3 组 77 步移相算法分别对干涉图进行计算,得到待测平板的表面面形以及厚度变化,最后结合空腔干涉图,算出光学均匀性信息。为了验证所设计的 77 步移相算法在实际应用中的正确性,将其计算结果与 OPL 结果进行对比。77 步算法与 OPL 算法的测量结果如图 12 和图 13 所示,其中左边一列图像为 OPL 算法结果,右边一列图像为 77 步算法结果。

3.3 两种算法测量结果的对比分析

利用 77 步算法和 OPL 算法分别计算平行平板光学参数,两种算法计算的光学参数的 PV 值和 RMS 值如表 4 所示。

通过对比图 12 和图 13 可以发现,77 步移相算法计算的光学参数波面与 OPL 测得的光学参数波面整体分布基本一致。从表 4 可以看出:两种算法计算 40 mm 平行平板光学均匀性波面的 PV、RMS 值误差在 10^{-8} 量级,表面面形以及光学厚度变化的 PV 值误差均在 $\lambda/100$ 以内;计算 5 mm 平行平板光学均匀性波面的 PV、RMS 值误差在 10^{-7} 量级,表面面形以及光学厚度变化的 PV 值误差均在 $\lambda/100$ 以内。上述数据说明两种算法的计算结果基本一致,40 mm 平行平板的测量精度略高于 5 mm 平行平板。

最后,为了验证 77 步移相算法在计算速度和效率上优于 OPL 算法,需要将两种算法所消耗的时间进行对比,对比所用的软件为 MATLAB 2021a,计算机所

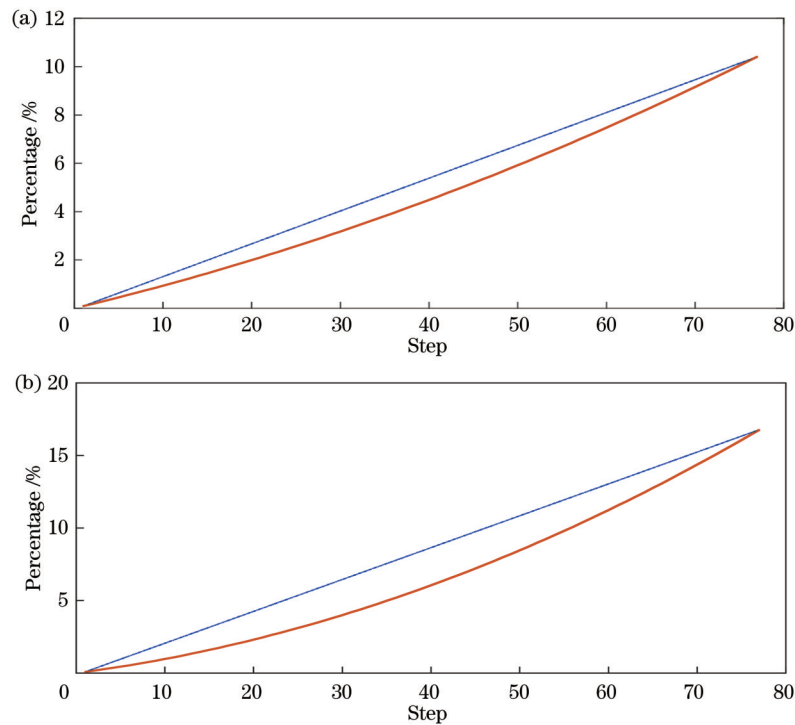


图9 不同平行平板的实际非均匀采样间隔与理想均匀采样间隔对比。(a) 40 mm 平行平板; (b) 5 mm 平行平板

Fig. 9 Comparison of actual non-uniform sampling intervals with the ideal uniform sampling interval for different parallel plates.

(a) 40 mm parallel plate; (b) 5 mm parallel plate

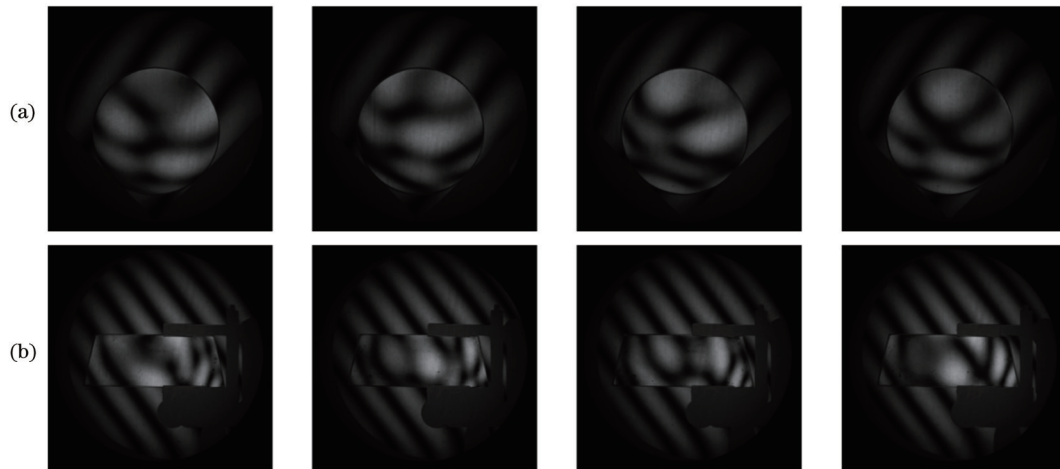


图10 不同平行平板的4幅连续干涉采样图。(a)40 mm 平行平板;(b) 5 mm 平行平板

Fig. 10 Four continuous interference sampling plots for different parallel plates. (a) 40 mm parallel plate; (b) 5 mm parallel plate

用的CPU为英特尔酷睿 i9-13900HX 处理器(睿频可达 5.4 GHz,采用英特尔 Turbo Boost 技术、36 MB 三级高速缓存、24 核、32 线程),内存大小为 16 GB,计算机位数为 64 位。两种算法的对比结果如表 5 所示。可以看到,77 步算法由于所需的干涉采样图数目远少于 OPL 算法,因此在计算效率和速度上明显优于 OPL 算法。

4 结 论

提出一种基于特征多项式理论的多步波长移相算

法,在常规相移算法和特征多项式理论的基础上,根据目标需求设计了 3 组 77 步算法用于测量计算平行平板表面面形、光学厚度变化以及光学均匀性,并通过评价函数来展示该算法对误差的灵敏度和抗扰度。测量结果表明,77 步移相算法能够有效抑制谐波误差、移相误差以及其他耦合误差等,同时 77 步移相算法所需干涉图数目少、检测效率高,在具有高精度的同时兼顾了计算效率,并且适用于不同厚度平行平板光学参数的测量,解决了目前存在算法所需干涉图数目较多、运算量较大、误差补偿较片面、对谐波频率的失谐或偏移比



图 11 不同平行平板的 4 幅连续的空腔干涉采样图。(a) 40 mm 平行平板; (b) 5 mm 平行平板

Fig. 11 Four continuous cavity interference sampling plots for different parallel plates. (a) 40 mm parallel plate; (b) 5 mm parallel plate

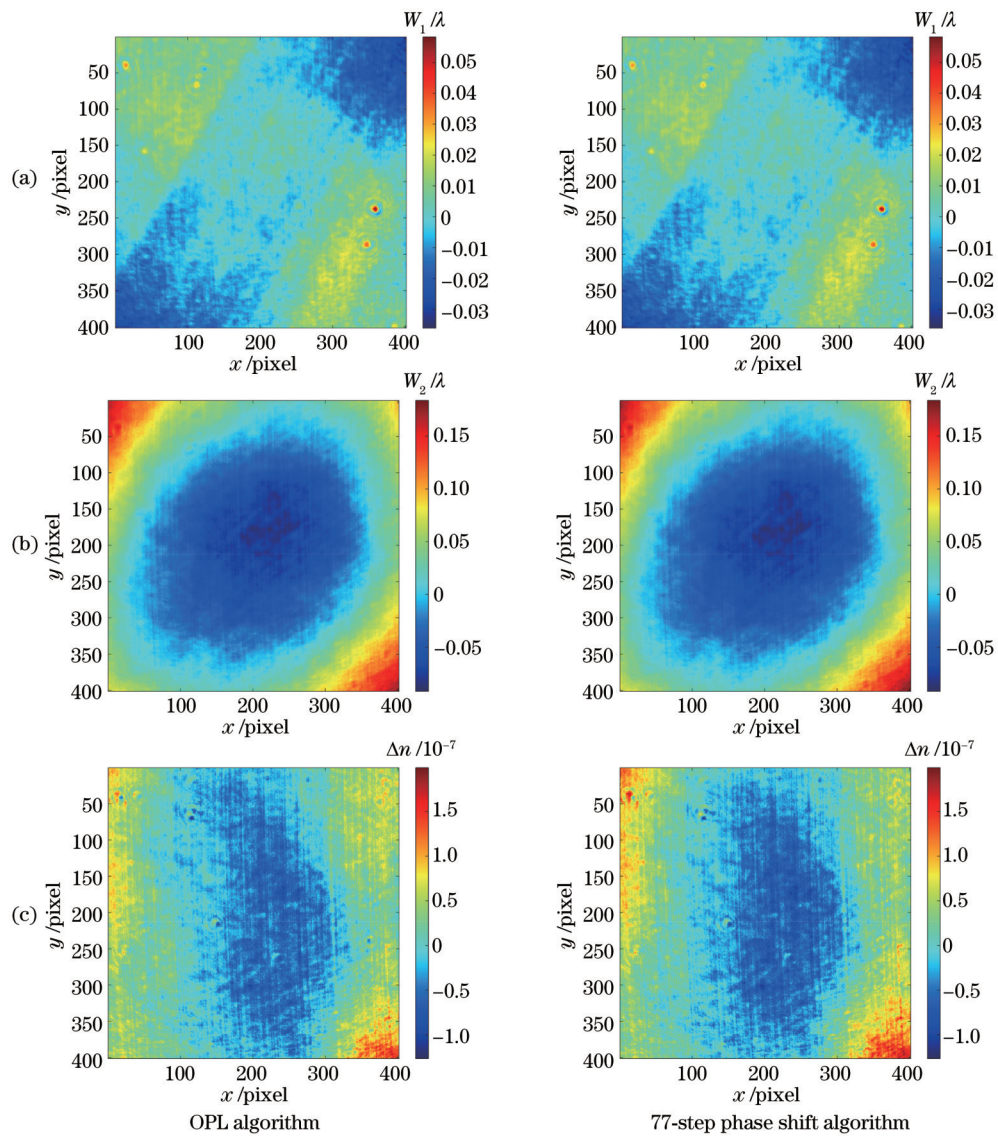


图 12 40 mm 平行平板光学参数波面图。(a) 前表面面形信息对比图; (b) 光学厚度变化信息对比图; (c) 光学均匀性对比图

Fig. 12 Optical parameter wave surface diagrams of 40 mm parallel flat panel. (a) Comparison of surface shape information on the front surface; (b) comparison of optical thickness change information; (c) comparison of optical uniformity

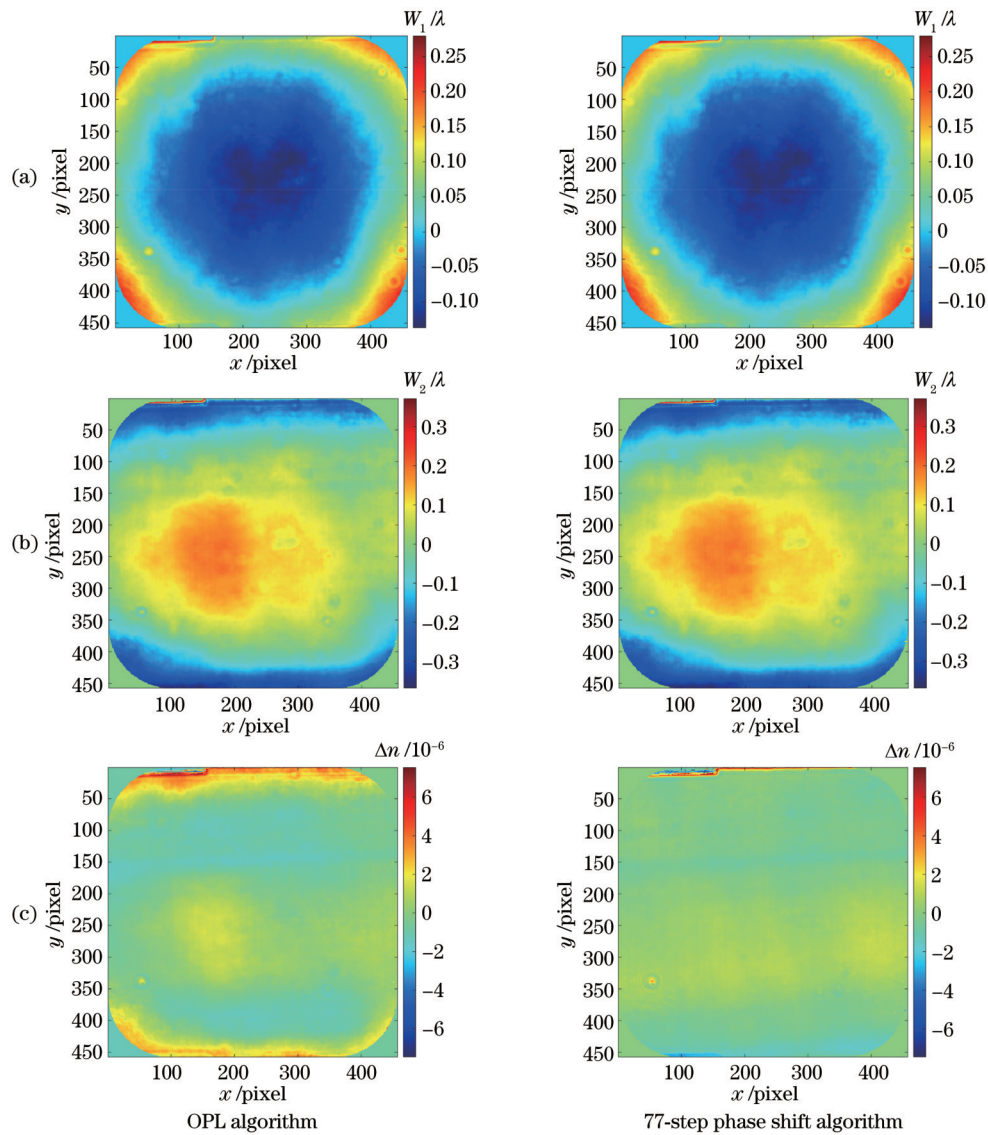


图 13 5 mm 平行平板光学参数波面图。(a)前表面面形信息对比图;(b)光学厚度变化信息对比图;(c)光学均匀性对比图
 Fig. 13 Optical parameter wave surface diagrams of 5 mm parallel flat panel. (a) Comparison of surface shape information on the front surface; (b) comparison of optical thickness change information; (c) comparison of optical uniformity

表 4 OPL 算法和 77 步移相算法的计算结果对比

Table 4 Comparison of calculation results of OPL algorithm and 77-step phase shift algorithm

Thickness of parallel flat panel /mm	Algorithm	Front surface shape W_1		Thickness change W_2		Optical uniformity Δn	
		PV/ λ	RMS/ λ	PV/ λ	RMS/ λ	PV	RMS
40	OPL algorithm	0.0943	0.00980	0.276	0.0512	0.330×10^{-6}	0.514×10^{-8}
	77-step phase shift algorithm	0.0916	0.00940	0.267	0.0499	0.300×10^{-6}	0.487×10^{-8}
5	OPL algorithm	0.414	0.0759	0.737	0.113	1.47×10^{-5}	0.656×10^{-6}
	77-step phase shift algorithm	0.416	0.0764	0.733	0.111	1.48×10^{-5}	0.671×10^{-6}

表 5 77 步移相算法和 OPL 算法用时对比

Table 5 Comparison of running time between 77-step phase shift algorithm and OPL algorithm

Thickness of parallel flat panel /mm	Running time /s	
	77-step phase shift algorithm	OPL algorithm
40	9.45	29.9
5	18.2	66.3

较敏感等问题。

参 考 文 献

- [1] Freischlad K R. Large flat panel profiler[J]. Proceedings of SPIE, 1996, 2862: 163-171.
- [2] de Groot P. Grating interferometer for metrology of transparent flats[C]//Optical Fabrication and Testing, May 1-3, 1996, Boston, Massachusetts. Washington, DC: Optica Publishing Group, 1996: OWC.3.
- [3] Kim Y, Hibino K, Mitsuishi M. Interferometric profile measurement of optical-thickness by wavelength tuning with suppression of spatially uniform error[J]. Optics Express, 2018, 26(8): 10870-10878.
- [4] Hibino K, Oreb B F, Fairman P S, et al. Simultaneous measurement of surface shape and variation in optical thickness of a transparent parallel plate in wavelength-scanning Fizeau interferometer[J]. Applied Optics, 2004, 43(6): 1241-1249.
- [5] Tiziani H J, Franze B, Haible P. Wavelength-shift speckle interferometry for absolute profilometry using a mode-hop free external cavity diode laser[J]. Journal of Modern Optics, 1997, 44(8): 1485-1496.
- [6] 郑东晖, 陈磊, 马致遥, 等. $\Phi 600$ mm 波长调谐干涉仪的振动误差抑制算法[J]. 光学学报, 2022, 42(23): 2312005. Zheng D H, Chen L, Ma Z Y, et al. Suppression method for vibration error in $\Phi 600$ mm wavelength-tuning interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(23): 2312005.
- [7] 李思成, 许将明, 梁峻锐, 等. 波长间隔、幅度及数目可灵活调谐的多波长光纤激光器[J]. 中国激光, 2022, 49(13): 1316002. Li S C, Xu J M, Liang J R, et al. Multi-wavelength fiber laser with flexible tunable wavelength spacing, amplitude and number [J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(13): 1316002.
- [8] Dutt A, Rokhlin V. Fast Fourier transforms for nonequispaced data[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1993, 14(6): 1368-1393.
- [9] 刘成兴. 基于 OPL 变化的平行平板光学参数的干涉测量技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2021. Liu C X. Research on interferometry technology of parallel flat plate optical parameters based on OPL change[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2021.
- [10] Kim Y, Hibino K, Sugita N, et al. Measurement of absolute optical thickness of mask glass by wavelength-tuning Fourier analysis[J]. Optics Letters, 2015, 40(13): 3169-3172.
- [11] Kim Y, Hibino K, Sugita N, et al. Optical thickness measurement of mask blank glass plate by the excess fraction method using a wavelength-tuning interferometer[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(10): 1173-1178.
- [12] Kim Y, Sugita N, Mitsuishi M. Phase-measuring algorithm to suppress inner reflection of transparent parallel plate in wavelength tuning Fizeau interferometer[J]. Precision Engineering, 2017, 48: 67-74.
- [13] Kim Y, Sugita N, Mitsuishi M. Measurement of surface profile and thickness of multilayer wafer using wavelength-tuning fringe analysis[J]. Precision Engineering, 2018, 52: 130-137.
- [14] Miao F Q, Ahn S, Kim Y. Precise measurement of the surface shape of silicon wafer by using a new phase-shifting algorithm and wavelength-tuning interferometer[J]. Applied Sciences, 2020, 10(9): 3250.
- [15] Bae W, Kim Y, Moon Y H, et al. Simultaneous thickness variation and surface profiling of glass plates using Fizeau interferometer with elimination of offset phase error[J]. Optics Communications, 2021, 480: 126500.
- [16] Kim S, Kim Y, Shin S C, et al. Interferometric thickness measurement of glass plate by phase-shifting analysis using wavelength scanning with elimination of bias phase error[J]. Optical Review, 2021, 28(1): 48-57.
- [17] Ai C, Wyant J C. Measurement of the inhomogeneity of a window[J]. Optical Engineering, 1991, 30(9): 1399-1404.
- [18] Surrel Y. Design of algorithms for phase measurements by the use of phase stepping[J]. Applied Optics, 1996, 35(1): 51-60.
- [19] Surrel Y. Design of phase-detection algorithms insensitive to bias modulation[J]. Applied Optics, 1997, 36(4): 805-807.
- [20] 沙定国, 林家明, 张旭升. 光学测试技术[M]. 2 版. 北京: 北京理工大学出版社, 2010: 74-75. Sha D G, Lin J M, Zhang X S. Optical testing technology[M]. 2nd ed. Beijing: Beijing Insitute of Technology Press, 2010: 74-75.
- [21] 于瀛洁, 张本好, 焦云芳. 波长移相干涉仪的算法研究[J]. 光学精密工程, 2003, 11(6): 560-566. Yu Y J, Zhang B H, Jiao Y F. Algorithms of the phase-shifting interferometer via wavelength tuning[J]. Optics and Precision Engineering, 2003, 11(6): 560-566.
- [22] 于瀛洁, 孙流星. 基于波长移相干涉的台阶测量技术[J]. 测试技术学报, 2005, 19(2): 157-161. Yu Y J, Sun L X. Step height measurement on wavelength phase-shifting interferometry[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2005, 19(2): 157-161.
- [23] de Groot P. Method and system for profiling objects having multiple reflective surfaces using wavelength-tuning phase-shifting interferometry: US6359692[P]. 2002-03-19.
- [24] 廖之山. 基于非均匀傅里叶变换的平行平板光学均匀性的干涉测量技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2019. Liao Z S. Research on interferometry technique of optical uniformity of parallel flat plate based on heterogeneous Fourier transform[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2019.
- [25] 边小月, 韩森, 吴泉英. 双面抛光晶圆干涉测量法及误差分析[J]. 中国光学(中英文), 2023, 16(4): 916-932. Bian X Y, Han S, Wu Q Y. Interferometry of double-sided polished wafer and error analysis[J]. Chinese Optics, 2023, 16(4): 916-932.
- [26] Deck L L, Soobitsky J A. Phase-shifting via wavelength tuning in very large aperture interferometers[J]. Proceedings of SPIE, 1999, 3782: 432-442.
- [27] Schwider J, Burow R, Elssner K E, et al. Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources[J]. Applied Optics, 1983, 22(21): 3421-3432.
- [28] Deck L L, van Peski C, Eandi R D. Measurement of hard pellicles for 157-nm lithography using Fourier transform phase-shifting interferometry[J]. Proceedings of SPIE, 2003, 5130: 555-562.

Fast and High-Precision Measurement Method of Optical Parameters of Parallel Flat Plates

Qian Yu, Guo Renhui*, Jiang Jinwei, Xue Liang, Liu Yang, Li Jiangxin

School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China

Abstract

Objective As an important part of optical materials, optical transmission materials are widely employed in optical display and optical communication, and their optical properties play a key role in the whole optical system. The optical properties of optical transmission materials mainly include optical uniformity, optical thickness, surface shape, fringes, and bubbles. The optical parallel plate is strictly controlled by its design parameters. If the optical uniformity, optical thickness, surface shape, and other optical parameters of the plate are inconsistent, the optical wave front will be changed when the light wave passes through, thus degrading the optical system performance. Therefore, the optical uniformity, thickness, and surface shape of optical materials are significant performance indicators for high-precision optical systems. To solve the problem of slow speed, low efficiency, and small measurement range of optical parameters of parallel plates with different thicknesses, we propose a wavelength phase-shifting interferometry method based on characteristic polynomial.

Methods This method combines the two-step absolute measurement method to carry out theoretical research on multi-surface interference technology. Then we design a weighted multi-step wavelength shift algorithm based on the feature map and feature polynomial theory, which is employed to extract and calculate the surface shape, optical thickness changes, and optical uniformity information of the plate. The specific process is as follows. The evaluation function and Fourier expression of the phase-shifting algorithm show the immunity of the algorithm to the errors. Finally, the algorithm is compared with the OPL algorithm. Firstly, the two-step absolute measurement method is combined with the theoretical research on multi-surface interference technology. Then a weighted multi-step wavelength phase-shifting algorithm is designed based on the feature map and feature polynomial theory, which is adopted to extract and calculate the surface shape, thickness changes, and optical uniformity information of the plate surface. The evaluation function of the phase-shifting algorithm and its Fourier expression are utilized to show the immunity of the algorithm to errors. Among them, the weighted multi-step wavelength shift algorithm based on the characteristic polynomial theory is designed as follows. First, the measured plate is placed in an interference cavity, and 77 interferograms are obtained by wavelength-tuned phase-shifting interference. The superimposed interference region of each interferogram is composed of six groups of first-order interference fringes. According to these interferograms, the feature graphs are designed and the corresponding feature polynomials are written. The characteristic polynomial is polynomial expanded, and the sampling amplitude is obtained by simultaneous solution combined with the relative frequency amplitude of the target information. The phase information is obtained by taking the two into the phase calculation formula, and the corresponding wave front information is obtained after the phase information is unpacked and de-tilted. Then, the measured plate is removed for cavity measurement, and the cavity phase information obtained by cavity measurement is unpacked and de-tilted to obtain cavity wavefront information. Finally, the optical uniformity of the parallel plate can be obtained by bringing the information of the two wave fronts into the calculation formula.

Results and Discussions The proposed method features high speed and high precision in measuring the optical uniformity of parallel plates with different thin thicknesses. The PV and RMS errors of the 77-step phase-shifting algorithm and OPL algorithm are in the order of 10^{-8} , and the PV errors of the surface shape and optical thickness changes are within $\lambda/100$. The PV and RMS errors calculated for the optical uniformity of parallel plate are in the order of 10^{-7} , and the PV errors of surface shape and optical thickness are within $\lambda/100$. The data show that the calculation results of the two methods are basically consistent, and the measurement accuracy of 40 mm parallel plate is slightly higher than that of 5 mm parallel plate (Table 4). However, the 77-step algorithm is much better than the OPL algorithm in computational efficiency and speed because the required number of interference samples is much smaller than that of OPL algorithm (Table 5).

Conclusions We study a multi-step wavelength phase-shifting algorithm based on the characteristic polynomial theory. Based on the conventional phase-shifting algorithm and the characteristic polynomial theory, three groups of 77-step algorithms are designed according to the target requirements for measuring and calculating the surface shape, optical thickness changes, and optical uniformity of parallel flat surfaces. Additionally, the evaluation function diagram of the

algorithm is drawn to show the sensitivity and immunity of the algorithm to errors. The measurement results show that the 77-step phase-shifting algorithm can suppress harmonic errors, phase-shifting errors, and other coupling errors. Meanwhile, the algorithm requires fewer interferograms with high detection efficiency, takes into account the computational efficiency with high precision, and is suitable for optical parameter measurement of parallel plates with different thicknesses. The problems are solved such as the large number of interferograms required by existing algorithms, large computational amount, partial error compensation, and sensitivity to harmonic frequency mismatch or deviation.

Key words measurement; wavelength phase-shifting; characteristic polynomials; optical uniformity