

## 基于偏振光栅的同步移相剪切干涉测量方法

蒋金威, 郭仁慧\*, 钱宇, 刘杨, 薛亮, 李建欣

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏南京 210094

**摘要** 针对在波前测试时,参考镜面自身面形误差、光能利用率不足、环境振动和空气扰动等对干涉测量结果的影响,提出一种基于偏振光栅(PG)分光的同步移相剪切干涉测量方法,通过将横向剪切干涉与同步移相技术相结合实现待测波面的准共光路移相测量。该方法采用1/4波片、PG和平面反射镜的组合作为横向剪切结构,可获得两束剪切的正交线偏振光,线偏振光经二维相位光栅、透镜、小孔光阑和相位延迟阵列构成的同步移相结构后,在CCD上可同时采集到4幅移相剪切干涉图。对 $x$ 和 $y$ 方向的剪切干涉图采用基于相位相关的图像配准算法、四步移相算法以及基于离散余弦变换法(DCT)的相位解包裹算法进行处理,得到差分相位分布,再用基于差分Zernike多项式的最小二乘法波前重构算法对其进行重构,得到待测波面。通过搭建实验装置对一块透镜和凹面反射镜进行测量,结果表明,该方法的测量结果具有准确性和稳定性,该方法能够很好地应用于波前动态测量,对透射波前和光学元件的面形检测具有重要意义。

**关键词** 测量; 波面检测; 剪切干涉; 同步移相; 相位复原与重构算法

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231447

## 1 引言

在光学测试领域中<sup>[1-4]</sup>,剪切干涉法是利用自身光波与其在空间上错位的复制光波进行干涉的测量技术,无需引入参考光波,光路结构简单,消除了参考镜面自身面形误差对检测结果的影响,且剪切干涉系统一般都是共光路移相测量,可以摆脱环境振动和空气扰动对干涉测量的影响<sup>[5-7]</sup>。而同步移相干涉由移相干涉发展而来<sup>[8-10]</sup>,是指在同一时刻采集多幅具有不同相位的干涉图像。通过将剪切干涉与同步移相技术相结合可以实现待测相位的准共光路移相测量,这对光学元件的面形和透射波前的检测具有重要意义<sup>[11-12]</sup>。

Murty<sup>[13]</sup>提出的使用平行平板产生横向剪切干涉的方法操作简单、使用方便,但光能利用率不足,无法定量分析波前相位差。Song等<sup>[14]</sup>提出的基于锥形楔板的横向剪切方法需要严格设计楔板的厚度渐变量以及使用压电陶瓷(PZT)推动楔板移动。Dubra等<sup>[15]</sup>提出的同时使用两块锥形楔板来进行基于偏振光原理的横向剪切干涉方案,不需要调整实验光路和仪器结构,可减小操作误差,但使用较多的光学器件,光路转折次数多,光学结构也相对复杂。随着研究人员的深入研究,以不同分光元件为基础的剪切干涉技术先后出现,横向剪切干涉技术从双波横向剪切干涉<sup>[16]</sup>逐渐发展成了三波横向剪切干涉<sup>[17]</sup>、四波剪切干涉<sup>[18-19]</sup>,在光学元

件质量检测、X射线测量、三维折射率场分布测量等领域都有广泛的应用,但大多都存在着光能利用率不高、结构复杂或移相不便等问题。

为了解决光能利用率低、结构与操作复杂、无法定量分析波像差等问题,本文提出一种基于偏振光栅(PG)分光的同步移相剪切干涉测量方法,通过将剪切干涉与同步移相技术相结合,实现待测相位的准共光路移相测量,摆脱环境振动和空气扰动对干涉测量的影响,该方法可用于测量透射波前和光学元件面形。通过搭建实验光路采集到两个方向的移相剪切干涉图,基于差分Zernike多项式的最小二乘法进行波前重构,得到待测波面相位信息。

## 2 基于PG的同步移相剪切干涉测量方法的原理

### 2.1 基于PG的同步移相剪切干涉测量光路

本文提出一种基于PG分光的同步移相剪切干涉测量方案,具体系统结构如图1所示。剪切模块是由PG、平面反射镜(PM)和1/4波片(QWP)构成的反射型横向剪切结构;移相模块采用二维相位光栅(2DPG)、透镜(L1、L2)、小孔光阑(AS)和相位延迟阵列(PRA)构成的同步移相结构。

He-Ne激光器发出的光经光纤耦合器的耦合后由光纤导出,形成一束发散球面波,这束光经过待测透镜

收稿日期: 2023-08-21; 修回日期: 2023-10-20; 录用日期: 2023-10-27; 网络首发日期: 2023-11-07

基金项目: 国家自然科学基金(62171225, U2031131, 61975079)

通信作者: \*grh@njjust.edu.cn

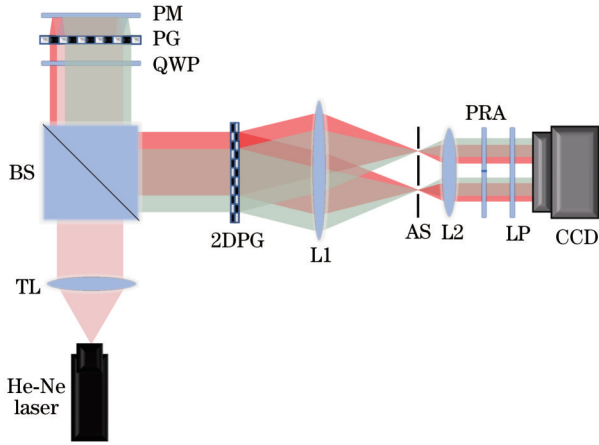


图 1 基于 PG 分光的同步移相剪切干涉方案用于测量透射波前

Fig. 1 Synchronous phase-shifting shearing interferometry based on PG splitting used to measure transmitted wavefront

(TL)的准直后将携带待测波前相位信息,通过立方分光棱镜(BS)与QWP后入射到PG,经过PG衍射成 $\pm 1$ 级两束以一定角度分开的正交圆偏振光,经PM反射后再经过PG,形成横向移动的两束正交圆偏振光,两束正交圆偏振光经过QWP后变为两束有横向剪切

量的正交线偏振光,正交线偏振光经BS反射后入射到2DPG,在水平和竖直方向上同时发生衍射,并在空间上形成一个 $(\pm x, \pm y)$ 级次的衍射光线阵列,通过透镜L1和L2对衍射光线阵列进行缩束,AS放置于L1和L2的共焦面上,用于选择衍射光束中的 $(\pm 1, \pm 1)$ 级4组衍射效率和光强一致的衍射光,然后这4组有横向剪切量的衍射光束通过PRA后,分别获得 $\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ 的相位延迟,最后经过与正交线偏振光呈 $45^\circ$ 放置的线偏振器(LP)后发生干涉,产生的4组剪切移相干涉条纹被CCD相机接收后形成干涉图像。

通过对上述测量方案的改造,在剪切模块前增加光学元件的面形波前产生模块,可以实现对光学元件面形的检测。具体系统结构如图2所示,He-Ne激光器光源发出的入射光经光纤耦合器的耦合后由光纤导出,形成一束发散球面波,这束光经过准直透镜L1的准直后,由分光棱镜(BS1)和透镜L2入射到待测反射面(TRS)上,经反射后将携带待测波前相位信息,再次通过透镜L2和立方分光棱镜(BS1、BS2)后入射到剪切模块(QWP, PG, PM)与移相模块(2DPG, 透镜L3, AS, 透镜L4, PRA, LP),最终由CCD相机采集到4幅移相剪切干涉图。

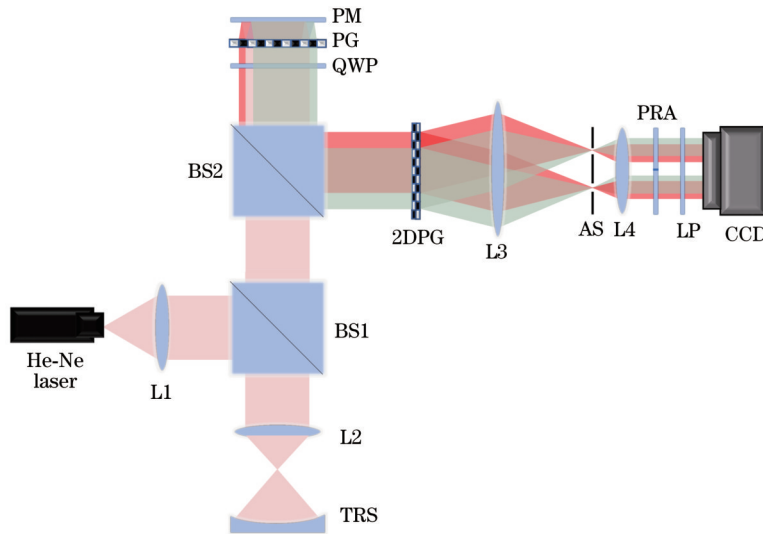


图 2 基于 PG 分光的同步移相剪切干涉方案用于测量光学元件面形

Fig. 2 Synchronous phase-shifting shearing interference scheme based on PG splitting used to measure surface shape of optical elements

## 2.2 基于 PG 的剪切模块分光原理

PG 基于液晶聚合物双折射材料制成,液晶分子的快轴取向沿  $x$  方向呈现周期性连续渐变,其在整个器件平面上具有相同的  $\lambda/2$  延迟量,为单波长器件。

在一个周期内液晶分子的指向矢会发生  $180^\circ$  旋转,这种在  $x$  轴方向的液晶分子的周期性分布<sup>[20-22]</sup>可以描述为

$$\Phi = -\frac{\pi x}{\Lambda} + \Phi_0, \quad (1)$$

式中: $\Lambda$ 为液晶聚合物 PG 的周期; $\Phi_0$ 为初始指向矢角

度,一般情况下设置为  $0^\circ$ 。

用琼斯矩阵可以把 PG 的光学性质表示为

$$T = R(-\Phi) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\Gamma) \end{bmatrix} R(\Phi), \quad (2)$$

其中  $\Gamma$  为相位延迟量,可表示为

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n d, \quad (3)$$

式中: $\lambda$ 为入射光的波长; $n_e$ 为 e 光折射率; $n_o$ 为 o 光折射率; $d$ 为光栅厚度; $\Delta n$ 为 e 光和 o 光折射率的差值;

$R(\Phi)$  为旋转矩阵, 可表示为

$$R(\Phi) = \begin{bmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi \\ -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}. \quad (4)$$

将  $R(\Phi)$  代入式(2), 可得

$$T = \cos \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + i \sin \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} \cos 2\Phi & -\sin 2\Phi \\ -\sin 2\Phi & -\cos 2\Phi \end{bmatrix}. \quad (5)$$

利用欧拉公式将式(5)表示为

$$T = \cos \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + i \exp(i2\Phi) \sin \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{bmatrix} + i \exp(-i2\Phi) \sin \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & -1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

由式(6)可知, 通过 PG 的出射光存在 3 个衍射级次, 分别为 0 级和  $\pm 1$  级, 其中  $\exp(i2\Phi)$  和  $\exp(-i2\Phi)$  为引入的两个共轭的几何相位。当琼斯矢量  $E_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

的线偏振光入射时, PG 后出射光的电场矢量为

$$E_{out} = TE_{in} = \cos \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + i \exp(i2\Phi) \sin \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + i \exp(-i2\Phi) \sin \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}. \quad (7)$$

出射光包括 0 级的线偏振光、1 级的左旋圆偏振光和 -1 级的右旋圆偏振光。

根据矢量衍射理论, 光栅的  $m$  级衍射效率是由透射光场的矢量傅里叶系数  $D_m$  决定的<sup>[23]</sup>:

$$D_m = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda T(x) E_{in} \exp\left(-\frac{i2\pi mx}{\Lambda}\right) dx. \quad (8)$$

对应的衍射效率  $\eta_m$  计算方式为

$$\eta_m = \frac{|D_m|^2}{|E_{in}|^2}. \quad (9)$$

将式(6)代入式(8), 可得矢量傅里叶系数:

$$D_0 = \cos \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} E_{in}, \quad (10)$$

$$D_1 = \frac{i}{2} \sin \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{bmatrix} E_{in}, \quad (11)$$

$$D_{-1} = \frac{i}{2} \sin \frac{\Gamma}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & -1 \end{bmatrix} E_{in}. \quad (12)$$

再将矢量傅里叶系数代入式(9), 可得各级衍射效率为

$$\eta_0 = \cos^2 \frac{\Gamma}{2}, \quad (13)$$

$$\eta_{\pm 1} = \frac{1 \mp S_3}{2} \sin^2 \frac{\Gamma}{2}, \quad (14)$$

式中:  $S_3$  为描述入射光圆偏振程度的斯托克斯参量。而对于  $m > 1$  的衍射级次, 理论上其矢量傅里叶变换系数为 0, 所以衍射效率也为 0。

对于满足半波条件的线偏振光或非偏振光, 0 级衍射效率为 0, 衍射光仅为 1 级的左旋圆偏振光和 -1 级的右旋圆偏振光。当左旋圆偏振光入射时,  $S_3 = 1$ 。

当液晶层对光波产生的相位延迟为  $\pi$  时, -1 级衍射效率为 100%, 衍射光为右旋圆偏振光; 当右旋圆偏振光入射时,  $S_3 = -1$ 。当液晶层对光波产生的相位延迟为  $\pi$  时, 1 级衍射效率为 100%, 衍射光为左旋圆偏振光。液晶分子的周期性结构导致衍射光束偏折的现象, 可以利用光栅方程计算衍射角度:

$$\theta = \pm \arcsin \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (15)$$

式中:  $\pm$  代表衍射方向。

根据理论分析, 可以考虑使用 PG 进行剪切干涉的分光<sup>[24]</sup>, 因此本文设计了 PG 和 PM 的组合来实现反射型横向剪切结构, 如图 3 所示, 平面镜的反射可以改变两个衍射光束的圆偏振方向, 并且反射后的两个光束再次通过 PG 后又一次改变圆偏振方向并发生横向移动, 移动量即剪切量  $s = 4d \sin \theta$ , 这两束光为正交圆偏振光, 通过一个 QWP 后转化为正交线偏振光, 用于横向剪切干涉, 旋转 PG 即可进行垂直方向的测量, 调节 PG 与 PM 之间的距离即可调节剪切量的大小, 同时 QWP 还可调节两束剪切光的能量分布。

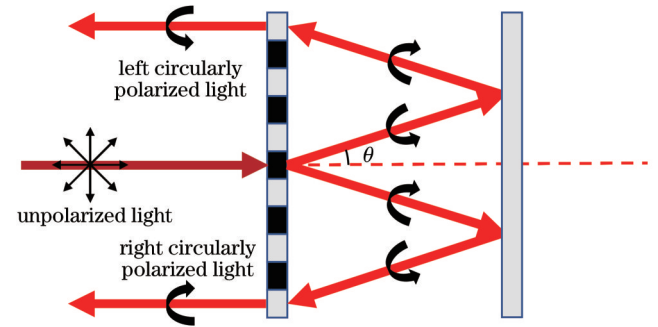


图 3 PG 与 PM 构成的反射型横向剪切结构

Fig. 3 Reflective transverse shear structure composed of PG and PM

### 2.3 相位复原算法与波面重构算法

对采集到的  $x, y$  两个方向的移相干涉图分别采用基于相位相关的图像配准算法、四步移相算法以及基于离散余弦变换法 (DCT) 的相位解包裹算法进行处理, 再用差分 Zernike 多项式对其进行波前重构, 得到待测波面。

本文采用了基于相位相关的图像配准算法<sup>[25-26]</sup>对移相干涉图进行匹配, 即当一幅图像平移之后, 其空间频谱相对于基准图像发生了线性移相, 通过提取该移相信息可以确定空间平移量, 从而达到图像配准的目的。

对待配准图像和基准图像进行傅里叶变换, 计算得到的单位脉冲函数  $C(x, y)$  可以表示为

$$C(x, y) = \delta(x - \Delta x, y - \Delta y), \quad (16)$$

式中:  $\delta(\cdot)$  为狄拉克函数。通过确定单位脉冲函数的最大值所对应的坐标, 即可得到平移量。

本文采用基于离散余弦变换的最小二乘解包裹算法<sup>[27-29]</sup>,其主要思想是采用 DCT 求解离散泊松方程,并获取最小二乘意义下的展开相位解,从而得到连续的展开相位。

设  $M \times N$  矩形区域离散点的包裹相位为  $\Psi_{i,j}, \Phi_{i,j}$  为对应的解包相位,则有

$$\Delta_{i,j}^{(x)} = \begin{cases} W_r\{\Psi_{i+1,j} - \Psi_{i,j}\} & i=0,1,\dots,M-2; j=0,1,\dots,N-1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}, \quad (19)$$

$$\Delta_{i,j}^{(y)} = \begin{cases} W_r\{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j}\} & i=0,1,\dots,M-1; j=0,1,\dots,N-2 \\ 0, & \text{others} \end{cases}. \quad (20)$$

通过求解最小二乘意义下的方程组  $S$ ,即可获得解包相位  $\Phi_{i,j}$ :

$$S = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} [\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^{(x)}]^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} [\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^{(y)}]^2. \quad (21)$$

对式(21)进行求导并令结果为 0,整理可得  $M \times N$  矩形网格上的离散泊松方程,泊松方程具有 Neumann 边界条件,之后进行相关的二维 DCT 和二维离散余弦反变换,最终可得到解包裹后的连续相位。

本文采用基于 Canny 算子的边缘检测与拟合进行剪切量的标定,对  $x, y$  两个方向的移相横向剪切干涉图进行边缘检测与拟合,通过求两圆圆心的距离并取平均值,得到剪切量。

本文基于差分 Zernike 多项式为基底函数,并利用最小二乘法重构待测波面<sup>[30-33]</sup>。根据 Zernike 多项式,波面可以表示为

$$W(x, y) = \sum a_i Z_i(x, y), \quad (22)$$

式中:  $Z_i(x, y)$  为第  $i$  项 Zernike 多项式;  $a_i$  为  $Z_i(x, y)$  对应的系数。

$\Delta W_x(x, y)$  和  $\Delta W_y(x, y)$  沿  $x, y$  方向的差分波前分别表示为

$$\Delta W_x(x, y) = W(x+s, y) - W(x, y) = \sum a_i [Z_i(x+s, y) - Z_i(x, y)] = \sum a_{xi} Z_i(x, y), \quad (23)$$

$$\Delta W_y(x, y) = W(x, y+s) - W(x, y) = \sum a_i [Z_i(x, y+s) - Z_i(x, y)] = \sum a_{yi} Z_i(x, y), \quad (24)$$

式中:  $a_{xi}$  和  $a_{yi}$  分别为第  $i$  项差分波前的 Zernike 系数。将上述关系写成向量形式:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} Z = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} aZ, \quad (25)$$

式中:  $Z$  为 Zernike 多项式矩阵;  $a_x = [a_{x1}, a_{x2}, \dots, a_{xi}]^T$ ;

$$\Phi_{i,j} = \Psi_{i,j} + 2k\pi, \quad (17)$$

式中:  $k$  为干涉级次;  $-\pi \leq \Psi_{i,j} \leq \pi, i=0,1,\dots,M-1, j=0,1,\dots,N-1$ 。定义包裹算子  $W_r$ ,可得

$$W_r\{\Phi_{i,j}\} = \Psi_{i,j} \quad (18)$$

$x$  方向和  $y$  方向上的相邻像素间包裹相位差可以表示为

$a_y = [a_{y1}, a_{y2}, \dots, a_{yi}]^T$ ;  $T_x$  和  $T_y$  为由差分 Zernike 多项式和 Zernike 多项式消相关列得到的系数转换矩阵,

$$T_x = \begin{bmatrix} s & 0 & 2s^2 & s^2 & \dots \\ 0 & 2s & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 4s & 2s & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad T_y = \begin{bmatrix} s & 0 & 2s^2 & -s^2 & \dots \\ 0 & 0 & 4s & -2s & \dots \\ 0 & 2s & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}. \quad (26)$$

则被测波前的 Zernike 系数可表示为

$$a = T^+ \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}, \quad (27)$$

式中:  $T^+$  为  $T$  的广义逆矩阵,  $T^+ = (T^+ T^-) T^T$ 。由此完成了从差分波前到待测波前的重构任务。

## 3 实验结果

### 3.1 实验装置搭建

本文实验在光学平台上进行搭建,使用了由 JDSU 公司生产的 1103P 线偏振 He-Ne 激光器,其工作波长为 632.8 nm,输出功率为 2 mW。光纤耦合器的单模光纤数值孔径 NA 为 0.10~0.14,光纤模场直径为 3.6~5.3  $\mu\text{m}$ 。

PG 采用 LBTEK 公司生产的 PZGS25-7.3-633-SP,其工作波长为 633 nm,直径为 25.4 mm,通光孔径为 20 mm,光栅周期为 7.3  $\mu\text{m}$ ,偏转角度为 5°,衍射效率达到 98.82%。

PRA 是由 4 个尺寸均为 12.7 mm  $\times$  12.7 mm 且快轴方向均沿水平方向的波片胶合在玻璃基底上而成,4 个波片分别为 QWP、半波片、3/4 波片和全波片,这 4 个波片能够在同一时刻得到移相量分别为  $\pi/2, \pi, 3\pi/2$  和  $2\pi$  的剪切量。

利用 FLIR 公司的型号为 GS3-U3-41C6M-C 的

CCD 相机并搭配相应的软件对移相干涉图进行采集, 该 CCD 相机的分辨率为  $2048 \text{ pixel} \times 2048 \text{ pixel}$ , 采用全局快门实现对整帧图像的同时曝光, 能够在高感光度的情况下保证图像的信噪比。

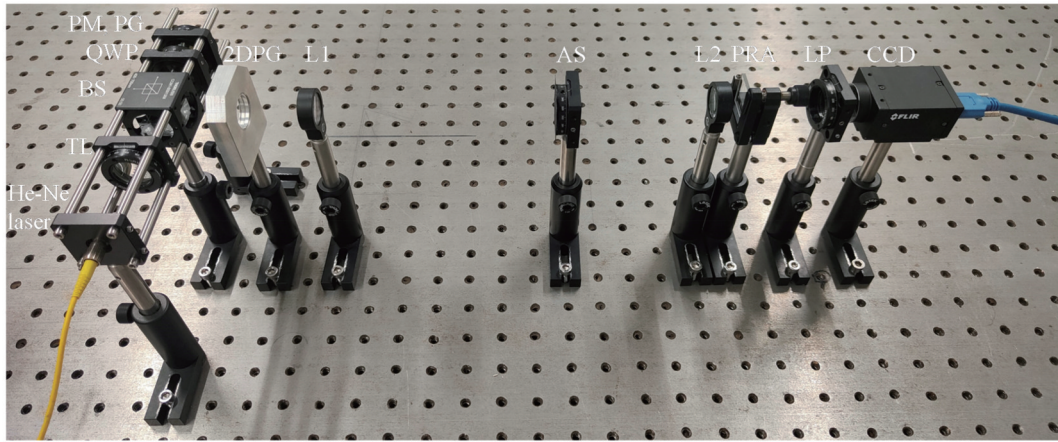


图 4 测量透射波前的实验装置图

Fig. 4 Experimental device diagram for measuring transmitted wavefront

### 3.2 透射波前测量的实验结果

本文在实验室的光学平台下搭建基于 PG 的同步移相剪切干涉测量装置, 如图 4 所示, 对一块口径为  $25.4 \text{ mm}$ 、焦距为  $50 \text{ mm}$  的透镜进行测量。

实验采集并配准后的  $x$  和  $y$  方向的移相剪切干涉

图如图 5 所示。

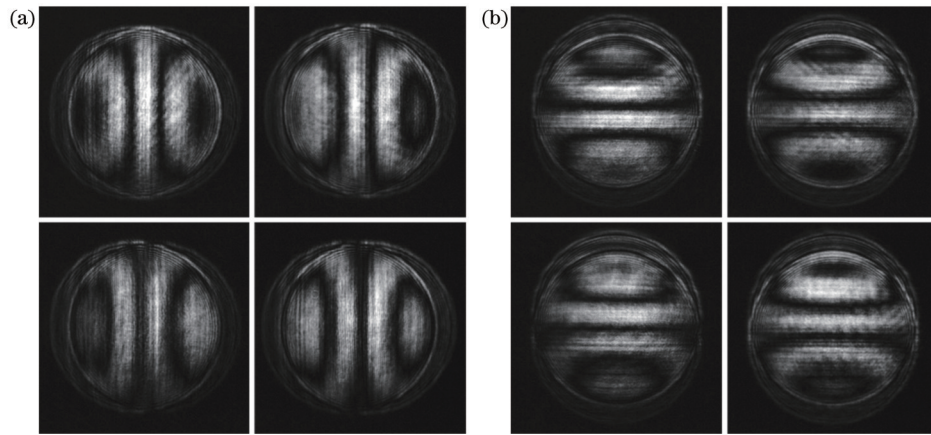


图 5 实验剪切干涉图。(a) $x$ 方向剪切干涉图;(b) $y$ 方向剪切干涉图

Fig. 5 Experimental shear interferograms. (a) $x$ -direction shear interferograms; (b) $y$ -direction shear interferograms

对两个方向的剪切干涉图进行分割配准后, 采用四步移相算法进行处理, 得到包裹相位图, 对包裹相位进行解包裹, 结果如图 6 所示。

接下来进行待测波面的重构, 首先进行剪切量的标定, 得到的剪切量为  $50 \text{ pixel}$ , 再用 Zernike 多项式对解包裹复原出的差分波面图进行拟合, 得到两个剪切方向拟合的 Zernike 系数, 使用最小二乘法进一步得到待测波前的 Zernike 系数, 重构出的待测波前相位分布如图 7 所示, 待测波前的峰谷 (PV) 值为  $0.5366\lambda$ , 均方根 (RMS) 值为  $0.1519\lambda$ 。

为了验证本文提出的基于 PG 的同步移相剪切干涉测量方法结果的正确性, 使用法国 Phasics 公司生产的 SID4 波前传感器对同一位置的波前进行测量, 并将两者的测量结果进行对比。SID4 波前传感器的测量

结果如图 8 所示, PV 值为  $0.520\lambda$ , RMS 值为  $0.136\lambda$ , 本文方法与 SID4 波前传感器测量结果的对比如图 1 所示。

从图 7 和图 8 的结果对比可以看出, 通过两种系统测量得到的待测波面非常相似, 而且二者的测量结果中的 PV 值和 RMS 值也非常吻合, PV 值误差为  $0.0166\lambda$ , RMS 值误差为  $0.0159\lambda$ , 均在  $\lambda/100$  量级, 误差非常小, 由此可以证明本文提出的基于 PG 的同步移相剪切干涉测量方法准确, 且能够实现高精度透射波前测量。

为了避免实验的偶然性, 进一步验证本文方法的测量精度和可靠性, 在实验室的光学平台保持恒温、稳定的条件下, 对同一块 TL 进行 10 次重复性波前测量, 将得到的最终测量结果制成折线图, 如图 9 所示, 其中

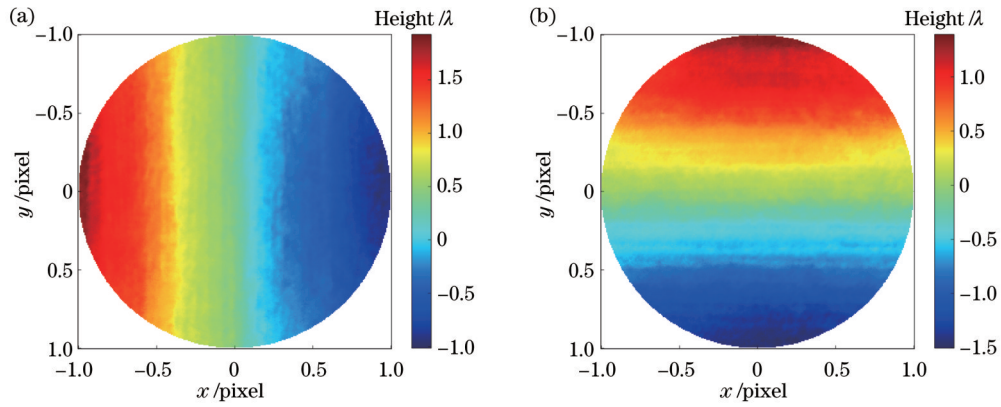


图 6 复原差分波面图。(a)x方向差分波面图;(b)y方向差分波面图

Fig. 6 Restored difference wavefront diagrams. (a)  $x$ -direction difference wavefront diagram; (b)  $y$ -direction difference wavefront diagram

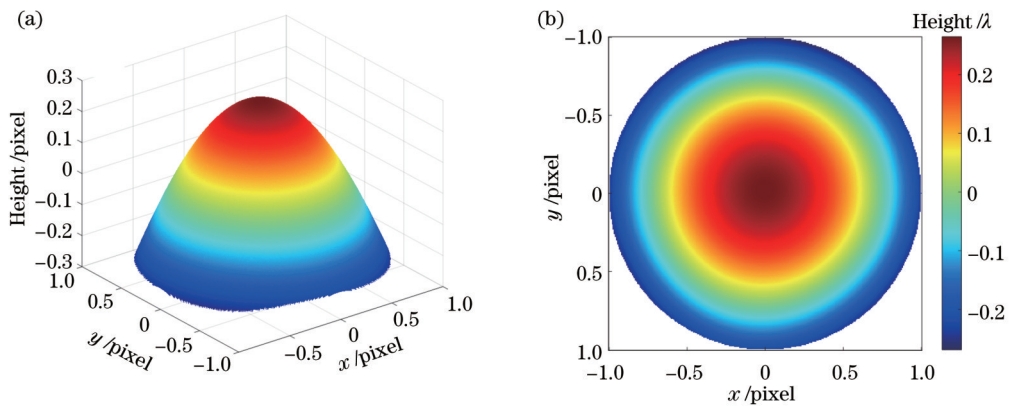


图 7 重构待测波面图。(a)待测波面三维图;(b)待测波面二维图

Fig. 7 Reconstructed wavefront maps to be measured. (a) Three-dimensional map of wave surface to be measured; (b) two-dimensional map of wave surface to be measured

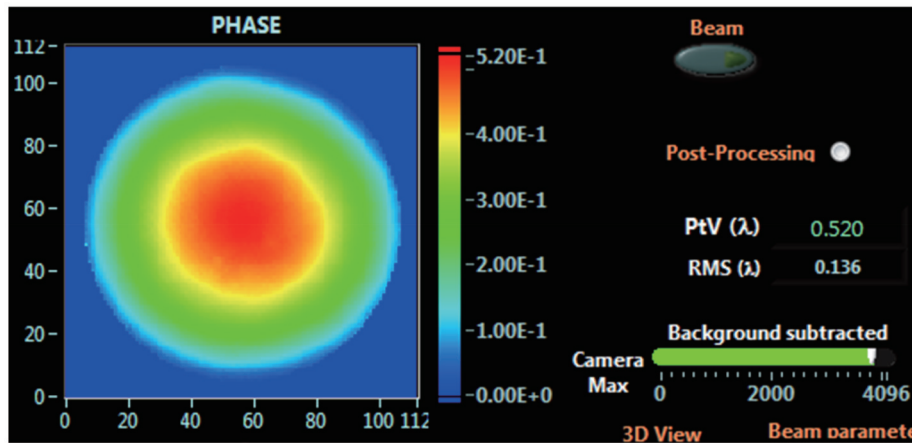


图 8 透射波前的SID4波前传感器测量结果

Fig. 8 Measurement results of SID4 wavefront sensor for transmitted wavefront

实线代表的是透射波前误差的PV值和RMS值,虚线代表的是它们的平均值。从图9中可以看出,测量结果在平均值附近波动,波动范围分别在 $0.004\lambda$ 和 $0.005\lambda$ 以内,因此可以证明本文所提测量系统准确、稳定,能够很好地应用于波前动态测量。

### 3.3 光学元件面形测量的实验结果

本文通过在实验室的光学平台下搭建基于PG的同步移相剪切干涉测量对于反射面形进行测量的装置,如图10所示,对一块口径为25.4 mm、焦距为50 mm的凹面反射镜进行测量。

表 1 本文方法与 SID4 波前传感器测量透射波前的结果对比  
Table 1 Comparison of measurement results between two methods for transmitted wavefront

Parameter	PV / $\lambda$	RMS / $\lambda$
Method in this paper	0.5366	0.1519
ZYGO interferometer	0.5200	0.1360
Error between them	0.0166	0.0159

实验采集并配准后的  $x$  和  $y$  方向的移相剪切干涉图如图 11 所示。

对两个方向的剪切干涉图进行分割配准后,采用四步移相算法进行处理,得到包裹相位图,再进行解包裹,结果如图 12 所示。

接下来进行待测波面的重构,得到待测反射波面,如图 13 所示,PV 值为  $0.6044\lambda$ ,RMS 值为  $0.1669\lambda$ 。

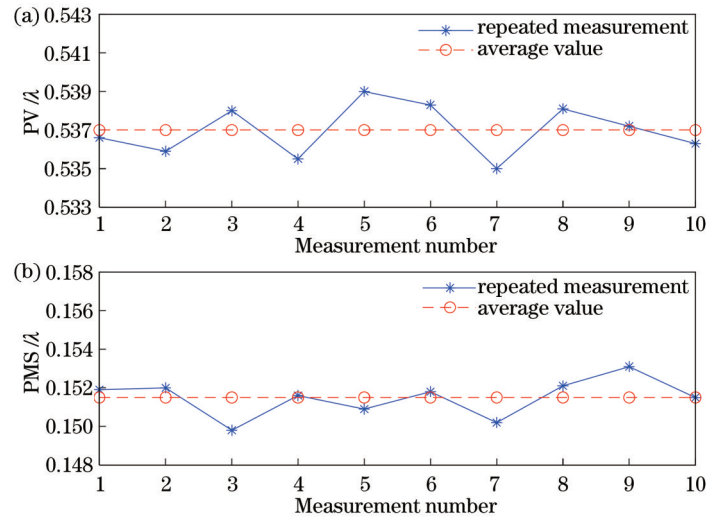


图 9 重复测量透射波前得到的 PV、RMS 值。(a)PV 值;(b)RMS 值

Fig. 9 PV and RMS values obtained by repeatedly measuring the transmitted wavefront. (a) PV value; (b) RMS value

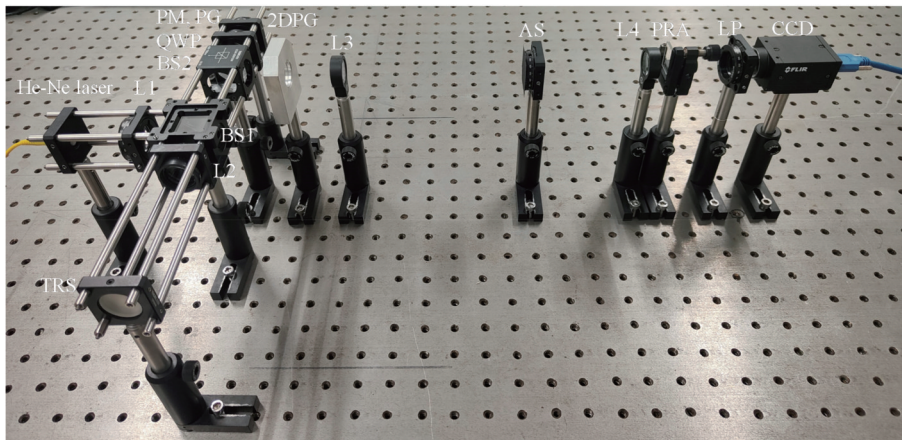


图 10 测量光学元件面形的实验装置图

Fig. 10 Experimental device diagram for measuring surface shape of optical elements

为了验证测量结果的正确性,需要进行结果对比, SID4 波前传感器的测量结果如图 14 所示, PV 值为  $0.591\lambda$ , RMS 值为  $0.126\lambda$ , SID4 波前传感器的测量结果与本文所提系统的测量结果对比如表 2 所示。

从图 13 和图 14 的结果对比可以看出,两种系统测量得到的待测波面非常相似,而且二者的测量结果 PV 值和 RMS 值也非常吻合, PV 值误差为  $0.0134\lambda$ , RMS 值误差为  $0.0409\lambda$ , 误差非常小,均在  $\lambda/100$  量级,由此可以证明本文所提方法能够实现高精度反射波面的测量。

本文对一块待测反射镜进行了 10 次重复性波前测量,将得到的最终测量结果制成折线图,如图 15 所示,测量结果在平均值附近波动,波动范围分别在  $0.006\lambda$  和  $0.004\lambda$  以内,因此可以证明本文提出的测量系统准确、稳定,能够很好地应用于光学元件面形的动态测量。

### 3.4 波前重构精度与剪切量的关系

在横向剪切干涉测量中,剪切量是影响重构波前精度的重要因素,因此选取合适的剪切量以及准确标定剪切量十分重要,本文提出的反射型剪切结构可以

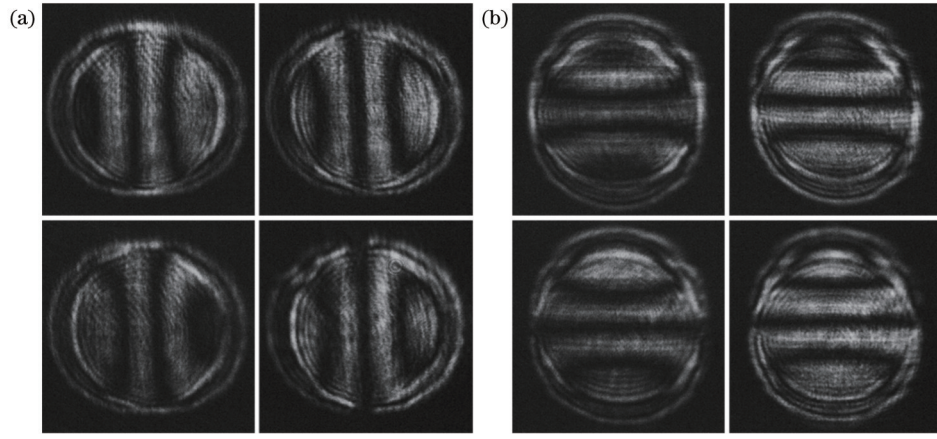


图 11 实验剪切干涉图。(a) $x$ 方向剪切干涉图;(b) $y$ 方向剪切干涉图

Fig. 11 Experimental shear interferograms. (a)  $x$ -direction shear interferograms; (b)  $y$ -direction shear interferograms

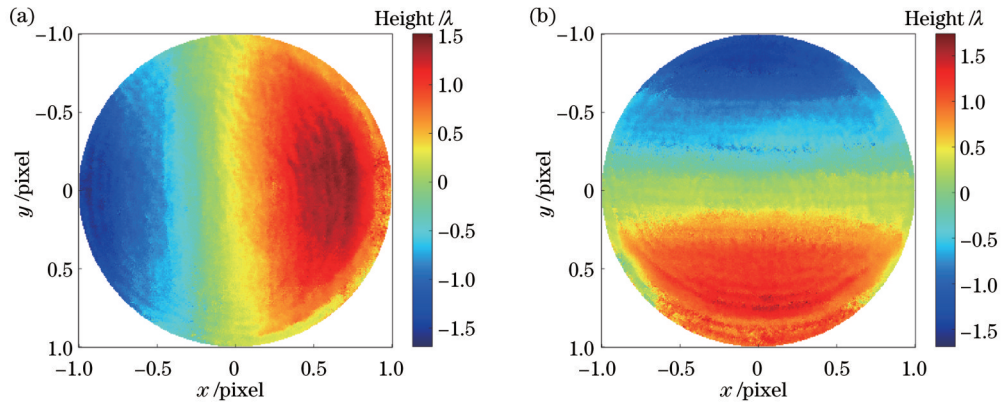


图 12 复原差分波面图。(a) $x$ 方向差分波面图;(b) $y$ 方向差分波面图

Fig. 12 Restored difference wavefront diagrams. (a)  $x$ -direction difference wavefront diagram; (b)  $y$ -direction difference wavefront diagram

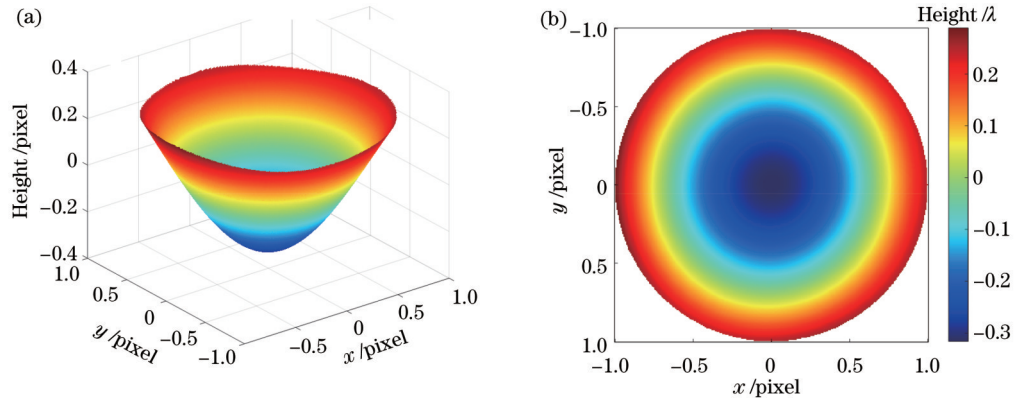


图 13 重构待测波面图。(a)待测波面三维图;(b)待测波面二维图

Fig. 13 Reconstructed wavefront maps to be measured. (a) Three-dimensional map of wave surface to be measured; (b) two-dimensional map of wave surface to be measured

调节剪切量的大小,使用的剪切量标定方法也可能会有误差,因此需要对剪切量标定误差造成的重构波前误差进行分析。

为了研究重构波前与剪切量大小的关系,仿真  $512 \times 512$  的波面,通过设置不同的剪切量生成干涉图,对干涉图进行相位复原与波前重构,得到重构波前,将

其与仿真波面相减得到重构误差。仿真波面 PV 值为  $4.4638\lambda$ , RMS 值为  $1.3111\lambda$ ,选取的剪切量范围为  $20 \sim 60$  pixel,每隔 4 pixel 进行一次计算,在  $20 \sim 60$  pixel 之间重构的波面面形与仿真面形基本一致,但波前相位幅值有着显著差异,得到的重构误差变化如图 16 所示。



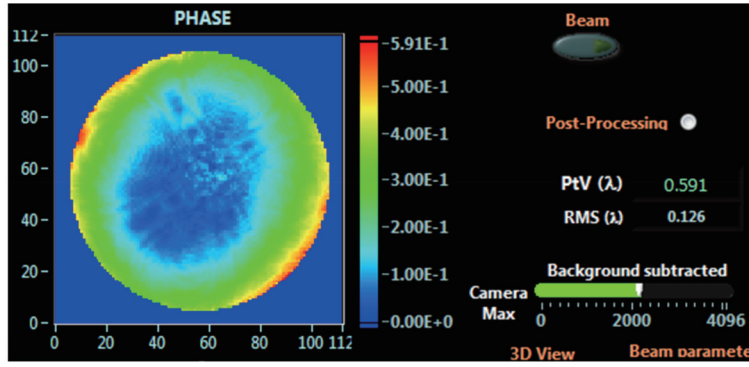


图 14 反射波前的 SID4 波前传感器测量结果

Fig. 14 Measurement results of SID4 wavefront sensor for reflected wavefront

表 2 本文方法与 SID4 波前传感器测量反射波前的结果对比  
Table 2 Comparison of measurement results of reflected wavefront between two methods

Parameter	PV /λ	RMS /λ
Method in this paper	0.6044	0.1669
ZYGO interferometer	0.5910	0.1260
Error between them	0.0134	0.0409

由图 16 可以看出:剪切量选取并不是越大越好,而且剪切量越大,波面有效测量区域就会越小,因此选取合适的剪切量可以有更高的重构精度,选取的剪切量大小为波面直径的 8%~10%,可以保证重构精度和有效测量区域合适。

剪切量标定的误差会直接影响重构波前的精度。为了分析重构波前与剪切量标定误差的关系,设定仿真波面剪切量为 40 pixel,设置剪切量标定误差,标定

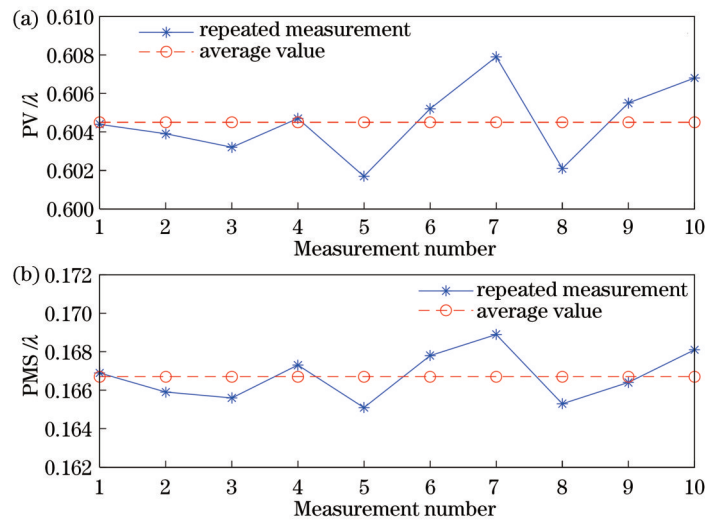


图 15 重复测量反射波前得到的 PV、RMS 值。(a)PV 值;(b)RMS 值

Fig. 15 PV and RMS values obtained by repeatedly measuring reflected wavefront. (a) PV value; (b) RMS value

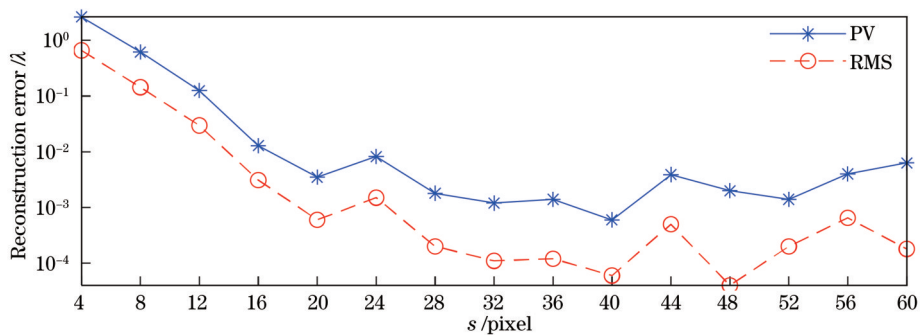


图 16 重构误差与剪切量  $s$  大小的关系曲线

Fig. 16 Relationship between reconstruction error and shear amount

误差选取 $\pm 5$  pixel以内,每隔 1 pixel进行一次计算,有剪切量误差时重构的波面面形与仿真面形基本一致,

但波前相位幅值有着显著差异,得到的重构误差变化如图 17 所示。

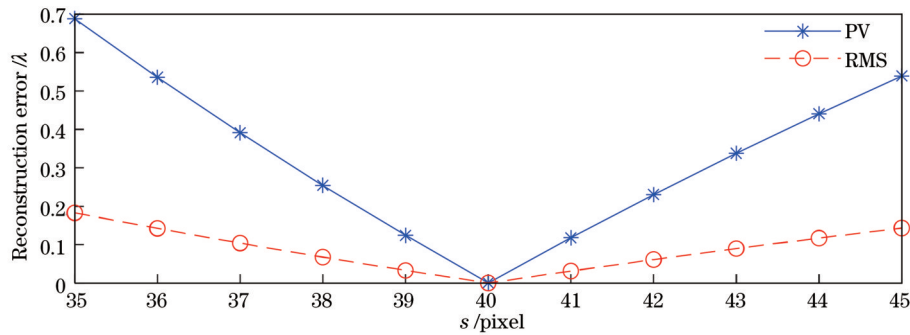


图 17 重构误差与剪切量标定误差的关系曲线

Fig. 17 Relationship between reconstruction error and shear calibration error

综上所述,在本文的横向剪切测量方法中,选取合适的剪切量时,剪切量标定时误差对重构波前的面形基本无影响,而对波前的 PV 值和 RMS 值有影响,因此横向剪切测量波前时需要准确标定剪切量,以减小测量误差。

## 4 结 论

本文研究了一种基于 PG 分光的同步移相剪切干涉测量方法,用于透射波前和光学元件面形的检测。该方法使用了基于 PG 分光的反射型剪切结构,该结构的光学配置紧凑且灵活,而且 PG 相比于传统光栅有超高的衍射效率,分出的两束光束能量均匀,光能利用率高。通过将剪切干涉与同步移相技术相结合,可实现待测波面的准共光路移相测量,摆脱了环境振动和空气扰动对干涉测量的影响。对  $x$  和  $y$  方向的剪切干涉图采用基于相位相关的图像配准算法、四步移相算法以及基于 DCT 的相位解包裹算法进行处理,得到差分相位分布,再用基于差分 Zernike 多项式的最小二乘波前重构算法对其进行重构,得到待测波面。结果表明,该方法的测量结果准确、稳定,该方法能够实现高精度波前动态测量,对光学元件的面形和透射波前的检测具有重要意义。

### 参 考 文 献

- [1] 杨国光. 近代光学测试技术[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1997.  
Yang G G. Modern optical testing technology[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1997.
- [2] Neauport J, Lemaignere L, Bercegol H, et al. Polishing-induced contamination of fused silica optics and laser induced damage density at 351 nm[J]. Optics Express, 2005, 13(25): 10163-10171.
- [3] 李强, 沈忙作. 基于相位差法的波前检测技术[J]. 光电工程, 2006, 33(11): 114-119.  
Li Q, Shen M Z. Wavefront sensing using phase diversity method[J]. Opto-Electronic Engineering, 2006, 33(11): 114-119.
- [4] 周翔. 基于点衍射干涉的波前动态测试技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2018.  
Zhou X. Research on wavefront dynamic measurement technology based on point diffraction interference[D]. Nanjing:

Nanjing University of Science and Technology, 2018.

- [5] Schreiber H, Schwider J. Lateral shearing interferometer based on two Ronchi phase gratings in series[J]. Applied Optics, 1997, 36(22): 5321-5324.
- [6] 解来运. 基于径向剪切干涉波前检测技术的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.  
Xie L Y. Research on wavefront detection technology based on radial shearing interference[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011.
- [7] 王永红, 姚彦峰, 李骏睿, 等. 剪切散斑干涉关键技术研究及应用进展[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(14): 1415004.  
Wang Y H, Yao Y F, Li J R, et al. Progresses of shearography: key technologies and applications[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(14): 1415004.
- [8] 沙定国, 林家明, 张旭升. 光学测试技术[M]. 2版. 北京: 北京理工大学出版社, 2010.  
Sha D G, Lin J M, Zhang X S. Optical testing technology[M]. 2nd ed. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2010.
- [9] 左芬, 陈磊, 徐春生. 基于二维光栅分光的同步移相干涉测量技术[J]. 光学学报, 2007, 27(4): 663-667.  
Zuo F, Chen L, Xu C S. Simultaneous phase-shifting interferometry based on two-dimension grating[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 663-667.
- [10] Abdelsalam D G, Yao B L, Gao P, et al. Single-shot parallel four-step phase shifting using on-axis Fizeau interferometry[J]. Applied Optics, 2012, 51(20): 4891-4895.
- [11] 王益民. 同步相移剪切干涉在线表面精密测量研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.  
Wang Y M. Research on on-line precision measurement of surface by synchronous phase-shifting shear interferometry[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2007.
- [12] 郭小娟. 同步移相横向剪切干涉测量技术的研究[D]. 上海: 中国科学院上海光学精密机械研究所, 2009.  
Guo X X. Research on the technique of synchronous phase-shifting transverse shear interferometry[D]. Shanghai: Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2009.
- [13] Murty M V R K. The use of a single plane parallel plate as a lateral shearing interferometer with a visible gas laser source[J]. Applied Optics, 1964, 3(4): 531-534.
- [14] Song J B, Lee Y W, Lee I W, et al. Simple phase-shifting method in a wedge-plate lateral-shearing interferometer[J]. Applied Optics, 2004, 43(20): 3989-3992.
- [15] Dubra A, Paterson C, Dainty C. Double lateral shearing interferometer for the quantitative measurement of tear film topography[J]. Applied Optics, 2005, 44(7): 1191-1199.
- [16] Nercissian V, Harder I, Mantel K, et al. Diffractive simultaneous bidirectional shearing interferometry using tailored

- spatially coherent light[J]. Applied Optics, 2011, 50(4): 571-578.
- [17] Primot J. Three-wave lateral shearing interferometer[J]. Applied Optics, 1993, 32(31): 6242-6249.
- [18] Hasegawa T, Ouchi C, Hasegawa M, et al. EUV wavefront metrology system in EUVA[J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5374: 797-807.
- [19] 刘克, 张孝天, 钟慧, 等. 四波前横向剪切干涉仪的关键技术研究[J]. 光学学报, 2023, 43(15): 1512001.  
Liu K, Zhang X T, Zhong H, et al. Key technologies of quadri-wave lateral shearing interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(15): 1512001.
- [20] 袁方, 谭庆贵, 王光耀, 等. 基于液晶偏振光栅的快速大角度光束偏转[J]. 液晶与显示, 2022, 37(11): 1411-1419.  
Yuan F, Tan Q G, Wang G Y, et al. Fast large-angle beam deflection based on liquid crystal polarization grating[J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2022, 37(11): 1411-1419.
- [21] 张美玲. 基于偏振光栅的点衍射数字全息显微技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2021.  
Zhang M L. Research on point diffraction digital holographic microscopy based on polarization grating[D]. Xi'an: Xidian University, 2021.
- [22] 夏人杰. 偏振光栅的光学特性及其应用研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2019.  
Xia R J. Study on optical characteristics and application of polarization grating[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2019.
- [23] Tan L, Ho J Y, Kwok H S. Extended Jones matrix method for oblique incidence study of polarization gratings[J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(5): 051107.
- [24] Bin Jeong H, Park H M, Ghim Y S, et al. Flexible lateral shearing interferometry based on polarization gratings for surface figure metrology[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2022, 154: 107020.
- [25] Kuglin C D, Hines D C. The phase correlation image alignment method[C]//Proceedings of the International Conference on Cybernetics and Society. New York: International Conference on Cybernetics and Society, 1975: 163-165.
- [26] 王运, 颜昌翔. 光谱仪图像的亚像素配准[J]. 光学精密工程, 2012, 20(3): 661-667.  
Wang Y, Yan C X. Sub-pixel image registration of spectrometer images[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(3): 661-667.
- [27] 王永红, 陈维杰, 钟诗民, 等. 相位解包裹技术及应用研究进展[J]. 测控技术, 2018, 37(12): 1-7, 16.  
Wang Y H, Chen W J, Zhong S M, et al. Research progress in phase unwrapping technology and its applications[J]. Measurement & Control Technology, 2018, 37(12): 1-7, 16.
- [28] 彭景, 张蓉竹. 干涉检测中常用解包裹算法噪声处理能力比较[J]. 光学与光电技术, 2019, 17(4): 77-83.  
Peng J, Zhang R Z. Comparison on the noise processing ability of common unwrapping algorithms in interference detection[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2019, 17(4): 77-83.
- [29] 赵硕. 相移干涉中基于 DCT 域掩膜的相位解包裹方法[J]. 科技通报, 2017, 33(1): 119-122, 158.  
Zhao S. Phase unwrapping method based on DCT domain mask in phase shifting interferometry[J]. Bulletin of Science and Technology, 2017, 33(1): 119-122, 158.
- [30] 郭向峰. 非球面反射镜横向剪切干涉检测技术仿真与实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.  
Guo X F. Simulation and experimental study on transverse shear interference detection technology of aspheric mirror[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014.
- [31] 谷晨风. 四波横向剪切干涉波前重构技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2015.  
Gu C F. Research on wavefront reconstruction technology of four-wave transverse shear interference[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2015.
- [32] 方超. 光刻物镜系统波像差横向剪切干涉测量研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2018.  
Fang C. Research on wave aberration transverse shear interferometry of lithographic objective system[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, University of Chinese Academy of Sciences, 2018.
- [33] 隆仙. 基于子孔径拼接和横向剪切干涉技术的非球面检测与算法研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2020.  
Long X. Research on aspheric surface detection and algorithm based on sub-aperture stitching and transverse shear interference technology[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2020.

## Synchronous Phase-Shifting Shearing Interferometry Based on Polarization Grating

Jiang Jinwei, Guo Renhui\*, Qian Yu, Liu Yang, Xue Liang, Li Jianxin

School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China

### Abstract

**Objective** In the precision polishing stage of optical element processing, optical interference detection methods are often employed to detect the surface shape and transmitted wavefront. Among them, the shearing interference method is a measurement technology that adopts its light wave and copied light wave, and there is a dislocation between the light wave and copied light wave in space, which makes it unnecessary to introduce the reference light wave. At present, the synchronous phase-shifting technology is the interference measurement method with the best anti-vibration effect. It can obtain multiple phase-shifting interferograms spontaneously, and then adopt the phase-shifting algorithm to restore the wavefront information to be measured. The combination of shearing interferometry and synchronous phase-shifting technology can realize the absolute common optical path phase-shifting measurement of the phase to be measured and

remove the influence of environmental vibration and air disturbance on the interferometry. The study of synchronous phase-shifting shearing interferometry is significant for detecting transmission wavefront pairs and the surface shape of optical elements. In the wavefront measurement, due to the influence of the surface error of the reference mirror, insufficient utilization of light energy, environmental vibration, and air disturbance on the interference measurement results, we propose a synchronous phase-shifting shearing interferometry method based on polarization grating splitting. This can achieve high-precision detection of transmission wavefront and reflection wavefront.

**Methods** The proposed method is based on polarization grating beam splitting to achieve the wavefront test method of synchronous phase-shifting shearing interference, which can be utilized to test the transmission wavefront. The shearing module is a reflective transverse shearing structure composed of a polarization grating, a plane mirror, and a quarter wave plate. The polarization grating is a diffractive optical element that realizes selective beam splitting based on the polarization state of the incident light. The beams carrying the wavefront to be measured are divided into two orthogonal circularly polarized beams by the polarization grating, and then transverse shearing occurs again after being reflected by the plane mirror via the polarization grating. The orthogonal polarized light with certain transverse shear is formed after passing through a quarter wave plate. The phase-shifting module adopts a synchronous phase-shifting structure composed of a two-dimensional phase grating, a small aperture diaphragm, and a phase delay array. The orthogonal linearly polarized light is diffracted by the two-dimensional phase grating, and the diffracted light of  $(\pm 1, \pm 1)$  order is selected by the small aperture diaphragm. Then the phase shifting is generated by the phase delay array, and the interference occurs after passing through the linear polarizer. The vertical phase-shifting shearing interferogram can be obtained by rotating the polarization grating. Meanwhile, via adopting the transformation of the test scheme, the surface wavefront generation module of the optical element is added in front of the shear module, which can detect the surface shape of the optical element. For the shearing interference fringes in  $x$  and  $y$  directions collected by CCD, the image registration algorithm based on phase correlation, the four-step phase-shifting algorithm, and the phase unwrapping algorithm based on DCT are leveraged to obtain the phase distribution to be measured. Subsequently, the wavefront to be measured is reconstructed by the least square wavefront reconstruction algorithm based on differential Zernike polynomials.

**Results and Discussions** We build a phase-shifting shearing interferometer based on polarization grating on the optical platform of the laboratory, and measure a lens with a diameter of 25.4 mm and a focal length of 50 mm. The PV value of the wavefront to be measured is  $0.5366\lambda$  and the RMS value is  $0.1519\lambda$  (Fig. 7). The results are compared with the measured results of the SID4 wavefront sensor (Fig. 8), which proves the accuracy of this method. The repeatability experiment proves the stability of the measurement results of this method. Then, we construct a measuring device of optical element surface shape based on polarization grating synchronous phase-shifting shearing interferometry on the optical platform of the laboratory. A concave mirror with a diameter of 25.4 mm and a focal length of 50 mm is measured. The PV value of the wavefront to be measured is  $0.6044\lambda$  and the RMS value is  $0.1669\lambda$  (Fig. 13). The comparison experiment with the measurement results of the SID4 wavefront sensor (Fig. 14) and the repeatability experiment are also carried out. This can verify the accuracy and stability of the measurement results of the synchronous phase-shifting shearing interferometry based on polarization grating.

**Conclusions** A phase-shifting shearing interferometry based on polarization grating splitting is studied to detect the transmission wavefront and the surface shape of optical elements. The method employs a reflective shearing structure based on polarization grating splitting, with a compact and flexible optical configuration. Compared with traditional grating, the polarization grating has ultra-high diffraction efficiency, the energy of the two beams is uniform, and the light energy utilization is high. By combining shearing interference with synchronous phase-shifting technology, the quasi common path phase-shifting measurement of the wavefront to be measured is realized, which removes the influence of environmental vibration and air disturbance on the interferometry. The shearing interferograms in  $X$  and  $Y$  directions are processed by the image registration algorithm based on phase correlation, and the four-step phase-shifting algorithm and phase unwrapping algorithm based on DCT are adopted to obtain the shearing phase distribution. Then the wavefront to be measured is reconstructed by the least square wavefront reconstruction algorithm based on differential Zernike polynomials. The results show that the measurement results of this method are accurate and stable, and can achieve high-precision wavefront dynamic measurement, which is of significance for detecting the surface shape and transmission wavefront of optical elements.

**Key words** measurement; wavefront detection; shearing interference; synchronous phase-shifting; phase recovery and reconstruction algorithm