

光学学报

量子行走

薛鹏^{1*}, 王坤坤²

¹北京计算科学研究中心, 北京 100084;

²安徽大学物理与光电工程学院, 安徽 合肥 230601

摘要 作为经典随机行走在量子世界的对应,量子行走在量子相干性和纠缠的作用下,能够以更快的速度使行走者遍历所有位置,可以应用于实现各类算法,加速解决各类问题。此外,作为描述微观粒子动力学演化的有效模型,量子行走还可以作为普适的平台实现所有么正演化,实现量子态制备、量子逻辑门操作和量子测量等,进而实现信息处理中所有关键步骤。近年来,量子行走中的新机理和新应用的研究成为了人们普遍关注的焦点。首先介绍量子行走基本模型,再结合近年来本课题组在量子行走方向上取得的相关研究成果,介绍量子行走在实现量子通信、量子计算和量子测量方面的研究进展。

关键词 量子光学; 量子信息处理; 量子行走; 量子通信; 量子计算; 量子测量

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS230929

1 引言

量子行走的概念最早是 1993 年由三位物理学家 Aharonov、Davidovich 和 Zagury^[1]首次提出。量子行走是经典随机行走在量子世界中的推广。经典随机行走是指行走者在特定路线或区域无规律的运动,例如花粉的布朗运动。自 1905 年爱因斯坦根据扩散方程揭示布朗运动的原理以来,经典随机行走不仅对物理学产生了深远的影响,还广泛地应用于化学、地理、生物及经济学等学科。对比经典情形,量子叠加和量子干涉等特性导致量子行走的扩散速度与经典随机行走相比有平方方式的增长,体现出优于线性的经典扩散——以更快的速度来扩散所携带的量子信息。因此,最初科学家关注的是利用量子行走开发新的量子算法^[2-4]。对一些经典的难题,例如黑盒子问题,基于量子行走的算法可以提供指数加速。而对于另外一些特定问题,例如元素分离问题^[5]、三角搜索问题^[6]、NSND 树判断问题^[7]等,相比于经典算法,量子行走算法也可以提供多项式加速。随着这一领域的不断发展,量子行走的新机理和新应用成为了人们普遍关注的焦点。

与经典随机行走一样,量子行走也可以分为连续时间量子行走^[8]和离散时间量子行走^[9]。连续时间量子行走的思路来源于经典的马尔可夫过程,微观粒子在希尔伯特空间的任意演化过程都可以理解为连续时间量子行走,可见量子行走的普适性。相比于连续时

间量子行走,离散时间量子行走中存在两个自由度:行走者和硬币。行走者抛掷硬币,决定行走的方向。在经典行走过程中,行走者每次只能朝一个方向走,例如:硬币抛掷的结果是字向上,行走者就向左走一步;硬币抛掷的结果是花向上,行走者就向右走一步。而在量子化的行走过程中,由于硬币是量子化的粒子,遵循量子力学的叠加性,因此硬币抛掷的结果可以是字和花的叠加态,量子行走者可以以一定的概率同时向两个方向走。在量子行走中,抛掷硬币可由对量子硬币的么正演化实现,量子行走可由量子硬币和行走者之间的相互作用实现。在这一过程中,行走者可将硬币的态携带至合适的位置,而硬币旋转的过程即可实现对特定位置的硬币态的么正演化,进而可以验证量子物理的基本问题,为量子通信、量子测量、量子模拟等量子信息处理的实现提供新的视角。连续时间和离散时间量子行走看似不同,实则都是微观粒子的么正演化过程,而行走者扩散速度与经典行走相比均呈现平方方式的增长,并且经证明两者是可以空间维度扩展实现相互之间的转换。

量子行走过程中,行走者携带量子信息在不同位置下进行演化,这不仅是传递量子信息实现量子通信的高效方式,其相较于经典行走平方方式的加速扩散,还被广泛地应用于设计量子算法以实现通用量子计算;此外,量子行走还可以实现正定算符测量,应用于量子精密测量。将量子行走作为通用平台,实现量子信息

收稿日期: 2023-05-05; 修回日期: 2023-06-29; 录用日期: 2023-07-11; 网络首发日期: 2023-08-02

基金项目: 国家自然科学基金(92265209, 12025401, 12104009)

通信作者: *gnep.eux@gmail.com

处理中诸多关键步骤,探索其新机理和新应用,成为当前学术界的研究热点。本文结合近年来本课题组在量子行走方向上取得的一系列研究成果,主要介绍量子行走在实现量子通信、量子计算和量子测量方面的研究进展。

2 量子行走模型简介

连续时间量子行走主要研究体系整体的动力学演化过程,行走者的行走过程一般由对应体系的哈密顿量定义下的连续时间演化算符来描述。以连续时间量子行走为例,定义图 $G(V, E)$ (V 表示顶点, E 表示不同顶点之间的连接边) 对应的邻接矩阵为 A , 相关矩阵元素为

$$A_{ij} = 1, (i, j) \in E \text{ or } A_{ij} = 0, (i, j) \notin E. \quad (1)$$

邻接矩阵 A 表示对应顶点 i 和 j 之间存在连接边时, 对应矩阵元素为 1, 否则为 0。对于具有不同连接权重的图, 具有连接边的对应矩阵元素还可以表示为相关权重系数。对于自由粒子图上的连续时间量子行走, 以不同的顶点作为行走者所处位置态对应的基矢可定义为 $|i\rangle$, 其对应的哈密顿量可以由图的拉普拉斯矩阵 $H = -\gamma L$ 来描述, 其中: $L = A - D$, D 表示图的度矩阵, 其仅在对角元有 $D = \text{deg}(i)$, 非对角元为 0; γ 为对应跃迁概率的比例系数。此外, 图上连续时间量子行走还可以由单一的邻接矩阵 $H = -\gamma A$ 来表示, 且在规则图或特定不规则图中, 两种方式描述的连续时间量子行走等价。连续时间量子行走时间演化算符可以写作 $V(t) = e^{-iHt}$ 。

离散时间量子行走可以看作体系演化的瞬态行为, 演化时间 t 呈现离散化。系统态空间 H_s 主要包括行走者位置态空间 H_x 与硬币态空间 H_c , 且有 $H_s = H_x \otimes H_c$ 。一步离散时间量子行走可以分为两部分。第一部分为硬币抛掷, 在这一过程中对处于不同位置的硬币态进行旋转, 该操作不会对行走者位置态产生影响。硬币抛掷算符可以表示为

$$C(\theta) = \sum_x |x\rangle\langle x| \otimes R_x(\theta), \quad (2)$$

式中: $R_x(\theta)$ 为作用在硬币态上的旋转操作。第二部分为行走, 根据系统所处硬币态, 操控行走者向不同方向移动单位位置, 这可以用平移算符 S 来描述, 并有

$$S = \sum_x |x+1\rangle\langle x| \otimes |1\rangle\langle 1| + |x-1\rangle\langle x| \otimes |0\rangle\langle 0|. \quad (3)$$

当硬币态处于 $|1\rangle$ 态时, 行走者位置加 1; 当硬币态处于 $|0\rangle$ 态时, 行走者位置减 1。因此, 离散时间量子行走的一步演化可以写为幺正演化算符 $U = SC$ 。将其重复性地作用在系统的初始态 $|\psi_i\rangle$, 就可以得到 t 步行走后系统的演化末态 $|\psi_i(t)\rangle = U^t |\psi_i\rangle$ 。

至今, 量子行走已经在超导系统、核磁共振、囚禁离子等多种平台通过实验实现, 而其中光子系统自由

度较多, 具备高稳定性, 是应用量子行走实现量子计算和量子测量的高效载体之一。此外, 光子作为加载量子信息的飞行载体, 也是构建量子行走实现量子通信的理想平台。对于连续时间量子行走, 其过程可用时间演化算符 $V(t)$ 来描述, 其实验可通过含时间参数的幺正演化 $V(t)$ 来实现。而对于离散时间量子行走, 往往需要设计编码行走者位置及硬币态, 再通过一步一步 U 的演化实现整个量子行走过程。因此, 在光子系统中, 离散时间量子行走的实验可根据编码行走者位置态的光子自由度主要将其分为路径空间、轨道角动量及时间域上的量子行走。

对于路径空间光子量子行走, 以最简单的一维量子行走为例, 由式(2)、(3)可知, 行走者的硬币对应于一个量子比特, 可用光子的水平方向偏振态和竖直方向偏振态编码硬币态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。而行走者的位置可以通过光子不同的空间路径自由度来编码。如图 1 所示, 在进行路径空间光子量子行走的过程中, 以参量下转换产生的预报单光子作为行走者, 其编码硬币态的偏振自由度可以通过 1/4 波片 (QWP) 和半波片 (HWP) 进行控制。实验上, 两块 1/4 波片和一块半波片可以实现偏振自由度的任意旋转操作, 实现硬币抛掷算符。而对于位置依赖的硬币抛掷, 仅需在相应空间位置放置对应的波片即可。对于平移算符 S 来说, 根据硬币态的不同, 其作用效果会使行走者位置加 1 或减 1。在路径空间中, 这一操作可以通过光束偏移器 (BD) 来实现。光束偏移器一般可用方解石晶体, 偏振光垂直入射到光束偏移器时, 会使水平偏振的光子路径发生偏折, 竖直偏振的光子路径不发生改变, 由此利用一块光束偏移器即可实现平移算符操作。以图 1 所示的两步量子行走为例, 光子初始处于 0 位置, 经硬币抛掷操作 $R_0(\theta)$ 后, 竖直偏振的光子透过光束偏移器, 对应位置 +1, 水平偏振的光子向下偏折, 对应位置 -1, 完成第一步量子行走。对于第二步量子行走, 位置依赖的硬币抛掷分别作用于 +1 和 -1 位置, 再经第二块光束偏移器, +1 位置水平偏振与 -1 位置竖直偏振光子发生合束, 处于 0 位置, +1 位置竖直偏振光子透过光束偏移器后位置变为 +2, -1 位置水平偏振光子再次向下偏折到达 -2 位置。由上可知, 对于路径空间量子行走, 在实验实现行走的过程中需要搭建级联干涉仪, 且随着行走步数的增加, 级联干涉仪的数目和尺寸均会增加, 实验难度不断增大, 实验装置占地空间也会变大, 不利于集成, 且实验中对级联干涉仪的稳定性要求非常高。

针对路径空间光子量子行走随行走步数的增加, 空间尺寸不断变大, 不利于集成这一问题, 人们提出了利用光的轨道角动量自由度编码行走者位置态, 实现光子量子行走的方案。如图 2 所示, 可通过空间光调制器调节光子轨道角动量模式, 以制备处于不同初始位置态的光子。利用光子的左旋和右旋偏振态编码量子行

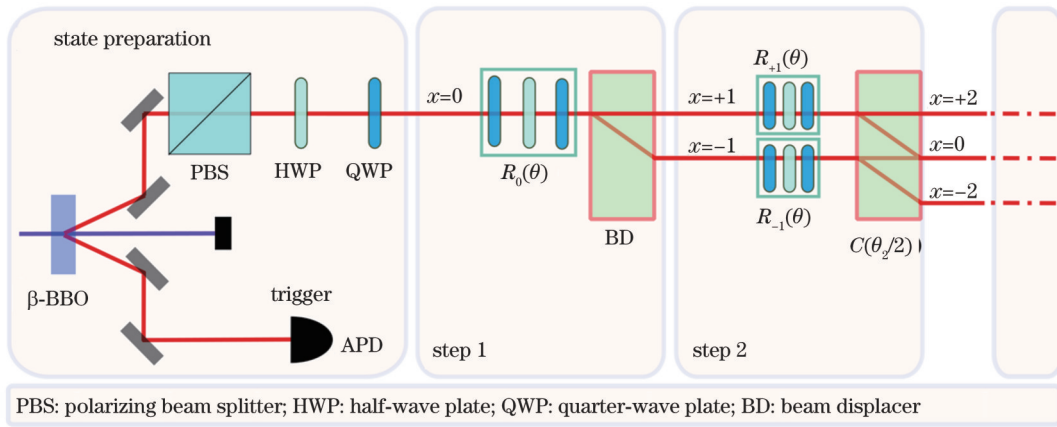


图 1 路径空间光子行走实验装置示意图

Fig. 1 Experimental scheme for discrete-time quantum walk in space

走硬币态,其硬币抛掷依然可以通过波片来实现。对于平移算符,可以通过涡旋波片(Q-plate)来实现,对于不同的光子偏振态,涡旋波片可实现光子轨道角动量相应的变化。对其演化态轨道角动量的测量,可以通过空间光调制器结合单模光纤的方式进行。因此,对于轨道角动量光子行走,光子不会

发生分束,始终处于同一路径,不存在路径空间变大和干涉仪稳定性的问题。但随着轨道角动量维度的增加,对轨道角动量测量的误差也会增加,这限制着实验实现轨道角动量光子行走的步数,且行走过程中硬币旋转操作无法实现依赖于位置的操作,可控性较差。

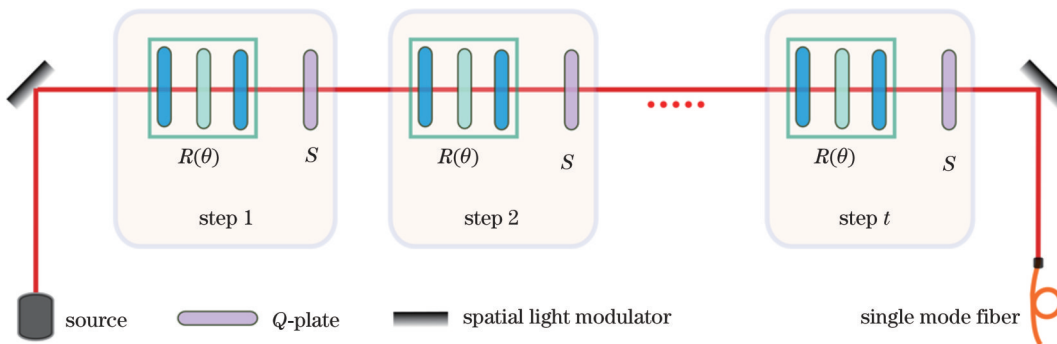


图 2 轨道角动量光子行走示意图

Fig. 2 Diagram of quantum walk using orbital angular momentum of photons

为了克服上述局限性,将行走者的位置态加载在光子的时间域,成为实现光子行走的又一有效途径。时间域光子行走采用光子水平和竖直偏振编码行走者硬币态,以光子的不同到达时间作为正交基矢,编码行走者位置态如图 3 所示,一步量子行走中,硬币抛掷可以通过波片旋转来控制。处于不同偏振的光子经过偏振分束器 1(PBS1),经水平偏振发生透射,通过短路径的到达时间较短,因此编码位置态加 1;竖直偏振发生反射,经过长路径的到达时间较长,设定位置态减 1,两路光束经过第二块偏振分束器后发生合束,实现平移算符。循环通过硬币抛掷及行走算符装置可实现多步量子行走。在此过程中,演化后的光子始终处于一个路径,且多步行走可循环利用上述装置,位置依赖的硬币抛掷也可以通过采用光电调制装置替换波片来实现,因此具备高度可控性和可集成性的优点。

3 量子行走实现量子通信

量子行走的理论模型早在 20 世纪 90 年代初便已建立^[1],随着对其物理机制和应用的广泛研究,人们开始尝试用各种物理体系在实验上演示和实现量子行走。本团队则选用光子的偏振作为量子硬币、光子的路径自由度作为行走者来实现量子行走。光子是很好的飞行量子比特,常用于量子通信。

随着研究者对量子行走在理论和实验方面的深入研究,我们开始思考量子行走能否应用于量子通信。我们认为这主要取决于量子行走中是否存在信息的传播扩散与恢复。2015 年本课题组对量子行走中多种不同自由度的位置、相位、演化时间等条件逐一加以控制操作,通过依赖于演化时间的硬币抛掷操作,只要选择合适的抛掷参数,携带信息的量子行走者和量子硬

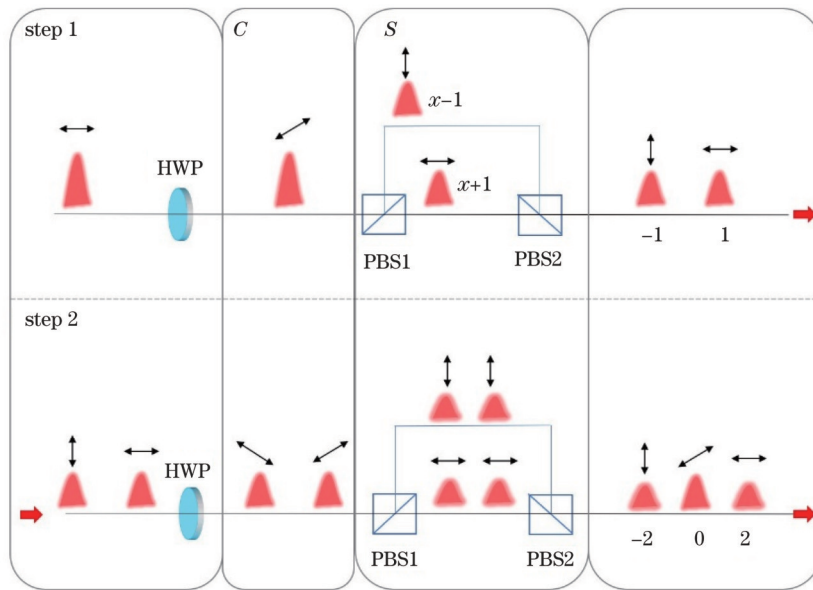


图 3 时间域光量子行走示意图

Fig. 3 Diagram of discrete-time quantum walk

币的态可以在任意的偶数演化时间后恢复至初始状态,而在此之前态依然遵从量子行走的扩散规律,这证实了量子行走中存在信息的扩散与恢复。利用参量下转换产生的标记单光子的空间模式作为量子行走者,单光子的偏振作为硬币,实现了在由光束偏移器构建的部分级联的干涉仪中 16 次演化,连续 2 次观测到了周期为 8 步的量子行走中信息完全恢复的现象。实验中涉及的利用三明治式波片组实现依赖于演化时间的硬币抛掷操作及具有极高干涉可见度的 15 级的部分级联干涉仪,均为该实验的创新点和技术难点,而 16 步的演化也打破了当时澳大利亚研究团队创造的单光子量子行走的最长演化纪录。这一理论的提出及实验的验证^[10]修正了人们以前对量子行走的认识,并为量子行走在量子通信中的应用提供了新的方向。

量子信息存储单位可以用 2 个正交态矢组成的量子比特来描述,对应希尔伯特空间为二维。而在更高维度的希尔伯特空间中,编码量子信息的高维量子态不仅可以具备更大的信息容量,还具备更强的信息通信能力和更高的噪声容忍度,可用于实现高维量子通信。量子行走为构建高维量子系统提供了一个有效的平台。将高维系统态加载在行走者的位置态中,经过位置依赖的量子行走过程,行走者从初始位置出发,携带不同硬币态的行走者会走到不同的位置,通过对硬币态的不断抛掷操控行走者的行走路径,这不仅可以实现任意高维量子态的制备^[11],还可以实现行走者位置态与硬币态之间混合纠缠态的制备^[12],用于实现高维量子通信。此外,通过扩大编码行走者的粒子个数,并通过量子行走控制不同粒子之间的纠缠传输和积累,还能够实现不同粒子之间纠缠态的制备^[13]。在这些过程中,对系统维度进行扩展,不需要通过与额外的

辅助系统发生耦合,仅需增加量子行走的演化时间,这极大地降低了通过构建高维量子系统实现高维量子通信的难度。

量子行走还可以用于实现不同节点之间的量子态传输,通过构建量子网络实现量子通信。2004 年,Christandl 等^[14]研究发现自旋链中量子态的时间演化可以解释为粒子在链上的连续时间量子行走,提出了基于量子行走的量子态传输。由此,通过量子行走实现量子态传输引起了人们极大的研究兴趣,Štefaňák 等^[15]通过离散时间量子行走,探究了星图及双粒子图中的态传输过程;Yalçinkaya 等^[16]通过向整个系统的演化中加入恢复算符,设计了 N 点圆上和线上的量子态传输。2014 年,本团队将量子信息编码在离散时间量子行走中的硬币空间,通过实现位置依赖的硬币抛掷操作,实现了完美量子态传输^[17]。该方案不仅可以实现完全可控的由一点到多点的完美态传输,进一步编码纠缠态于多个行走者的硬币态,还可以应用于实现纠缠态的传输和量子路由协议。本团队还在无序晶格中通过实验实现了量子行走,观测到量子行走过程中的局域现象,并实现量子态传输^[18]。此外,量子行走还可以应用于量子保密通信^[19]、随机数生成^[20]及量子直接通信^[21]等。

4 量子行走实现量子计算

量子计算以遵循量子力学原理的微观粒子为载体,利用量子特性实现量子并行计算,不仅可以加快解决各类问题的速度、解决一些经典计算机不能有效解决的问题,还是模拟量子动力学演化、探索新奇物理现象的高效工具。然而,量子计算并行性的有效利用往往需要根据所解决的问题设计相应算法。量子算法将

经典难解问题与量子并行计算能力相结合,是量子计算的核心,也是推动量子计算发展的力量源泉。量子行走作为经典行走的量子对应,在量子资源的加持下,成为设计实现多种算法的有力平台。

经典行走已被证明是解决搜索、优化和排序等问题的重要工具。由于量子干涉和量子纠缠的存在,粒子在量子行走的框架下的扩散速度相较于经典行走有着平方方式的加速。相较于依托经典行走的算法,无论是连续时间量子行走还是离散时间量子行走,都具有加速解决各类问题的巨大潜力。其中,连续时间量子行走在解决图上搜寻标记点等方面有着直观的对应以及天然的优势,多用于开发量子算法^[22]。在这类量子算法设计中,可将图对应的邻接矩阵作为哈密顿量,其对应的随时间演化的幺正算符就是量子行走的过程,初始状态设为图的所有顶点的等权叠加,量子行走的过程就是反复迭代放大要寻找的演化末态,即待搜寻的点。而当图的邻接矩阵的最大本征值对应的本征态足够局域化,以及其次最大本征值与最大本征值之间比值存在一个小于1的常数边界时,连续时间量子行走总能实现图上二次方式加速搜寻算法^[23]。此外,在实现诸如投资组合优化^[24]、玻色采样^[25-26]以及机器学习^[27]等多个方面,连续时间量子行走均有着优于经典方法的表现。2017年,本团队在线性光学系统中实现了四点星形图上的连续时间量子行走,演示了 quantum centrality 算法^[28],随后通过扩展系统维度,实现了有向图上的连续时间量子行走,演示了 quantum PageRank 算法^[29]。

相较于连续时间量子行走,离散时间量子行走中硬币自由度的存在,使其动力学演化过程更易控制。因此,在设计量子算法方面,离散时间量子行走也具有独特的优越性和广泛的应用。2003年,Shenvi等^[30]证明离散时间量子行走可以等价于 Grover 搜寻算法,用于实现无序数据库中的标记点搜寻。离散时间量子行走也被应用于实现诸如量子聚类算法^[31]、图同构对比算法^[32]、解决相遇问题^[33]、实现快速传递^[34]等。2022年,本团队通过扩展空间维度,将离散时间量子行走转化为连续时间量子行走,通过实验演示了确定性的搜寻算法^[35],与相对应的经典算法相比,所需搜索速度呈二次方式增长,展现出量子优势。而在2009年 Childs^[36]提出连续时间量子行走以实现通用的量子计算;2013年 Childs等^[37]又进一步发展多粒子连续时间量子行走方案,减少了实现通用量子计算所需量子资源;2010年 Lovett等^[38]证明了离散时间量子行走也可以实现通用量子计算,这是量子行走的研究历程中里程碑式的进展。

量子行走在构建对应哈密顿量演化中具有普适性,还可以用于量子模拟,所谓量子模拟通常是指利用一个我们比较熟悉的物理系统,让其在与欲模拟的系统(往往是相互作用复杂,实验难以实现的系统)相同

的规律下演化,通过对演化结果的观察来获得想要的信息。尤其是光子行走,因为光子的静止质量为零,无法构建真实的时间演化,而量子行走则提供了一个离散的真实的演化过程,因此更加有利于实现量子模拟。而以往人们对量子行走的研究集中在量子体系的幺正演化,这是因为在传统的量子力学中,描述一个量子体系的哈密顿量必须具有厄米性,对应的演化是幺正过程。但实际体系往往是开放的,对其进行有效的描述时必须用非厄米性的哈密顿量,对应的演化是非幺正过程。而这种演化的实验面临着本征能量不是实数的问题。研究发现,非厄米但满足宇称-时间对称性的哈密顿量具有实的本征能量,这为解决前述问题提供了可能。在此基础上,设计了这样的开放系统以满足宇称-时间对称性,并在实验上实现了非厄米的量子行走,研究该行走过程的新机理和新物性。

2017年本团队^[39]提出了一个适用于开放系统且满足宇称-时间对称性的无源量子行走模型,该模型可以描述现实的量子体系。而且,不同于以往实验中所采取的经典光场,本团队使用单光子量子光源在线性光学体系中实现了满足宇称-时间对称的“真正”的量子系统的动力学演化过程,观测到新型的一维拓扑保护边界态;进一步把宇称-时间对称量子行走的定义和框架拓展到更为普适的非厄米量子行走,通过研究其拓扑性质,实现了对拓扑不变量的直接测量。拓扑不变量可由几何相位或卷绕数来描述,可通过计算得到。但是,直接测出拓扑不变量是一个极具挑战性的实验技术问题。通过测量量子行走中光子的平均位移,本团队实现了拓扑不变量的直接测量^[40]。2019年初,本团队开始应用量子行走来研究非平衡系统的动力学量子相变,这是一种量子多体系统的重要物性,是近年来量子计算和量子模拟领域的一个重要的研究前沿。不同于传统意义上温度驱动的相变,动力学量子相变是一种非平衡相变,是时间驱动的量子非解析行为,对于理解量子多体系统的动力学演化过程及其物理特性至关重要,这方面的实验装置和原理可用于开发及制备量子非互易器件。运用单光子量子行走,本团队模拟了拓扑系统的动力学淬火过程,系统地研究了淬火过程中的动力学量子相变,直接测量得到动力学拓扑序参量^[41]。本团队再次利用量子行走的动力学淬火过程,设计了通过位置空间测量来重构动量空间密度矩阵的实验方案,观测到动量-时间域衍生的斯格明子结构,展示宇称-时间对称性稳定衍生斯格明子结构的关键作用^[42-43]。

2020年,本团队开展了在开放系统的光量子行走中非厄米趋肤效应和非厄米体-边对应关系的研究。趋肤效应原本是指当导体中有交流电或交变电磁场时电流集中在导体外表层的现象,这里借用这个名词来描述非厄米体系中拓扑边界态和体态都会局域在拓扑体系边界上的现象。这种效应的出现意味着传统厄米

体系中拓扑物相的体-边对应关系在非厄米体系中不再成立;因此如何描述和确定非厄米拓扑体系中的拓扑物相则需要新的体-边对应关系和新的拓扑不变量,这是一个重要的、亟待解决的科学问题。为了解决这一问题,利用单光子量子行走的物理平台,设计了直接测量光子演化的波函数的方案。利用这项创新性实验技术,在理论合作者的协助下,本团队从理论上给出了能够正确表征非厄米体系拓扑边界态的拓扑不变量和体-边对应关系,并在实验上成功地开展动力学的量子模拟,首次观测到非厄米趋肤效应及鲁棒的拓扑边界态,确立并验证了非厄米体系的体-边对应关系^[44]。

2021年,本团队^[45]通过实验发现了非布洛赫能带性质导致的一大类新的宇称-时间对称,即非布洛赫宇称-时间对称。通过观测光子分布概率的时间演化来区分对称保持相和对称破缺相。这一实验证实了一类新型的宇称-时间对称机制,揭示了宇称-时间对称和非厄米趋肤效应之间的密切关系,为实验探索非布洛赫能带方面的新颖物理现象开辟了新途径。此外,本团队还在单光子非厄米量子行走的动力学演化中,通过观测演化过程中光子的平均手性位移,以及量子行走动力学淬火过程中动量-时间域的斯格明子结构两种不同的方式,首次实现了对非布洛赫拓扑不变量的直接测量^[46],这不仅为非布洛赫能带理论提供重要实验支持,进一步加深人们对开放系统拓扑物相的了解,更为开放系统拓扑物相的研究提供了新的手段。

非厄米量子行走也可以应用于模拟非厄米拓扑材料。本团队在实验上模拟了两类具有不同拓扑奇异线能带结构的非厄米半金属^[47]。拓扑半金属材料因其在费米面附近存在能级交叉简并点,具有奇特的电子输运特性及高载流子迁移率等优势,近年来备受关注。与此对应的非厄米金属体系由于存在非厄米体系特有的对称性,表现出新奇的临界现象。本团队实验模拟了相关非厄米金属模型的动力学演化,实现了对非厄米金属能带结构完整的模拟和刻画。这一实验工作创新性地使用单光子干涉仪模拟并测量了两类非厄米金属能带结构,观测到了非厄米金属能带中丰富的奇异线结构,并验证了奇异线在非厄米系统中的稳定性。

在传统的拓扑材料中,拓扑边缘态由拓扑不变量所刻画,其稳定性源于体系本征态在希尔伯特空间的全局几何特性。然而,这一传统范式在无序或非厄米体系中受到挑战:一方面,体系中的无序在导致局域化的同时,也可能诱导出具有全局拓扑性质的拓扑安德森绝缘体;另一方面,许多非厄米拓扑模型的本征态在非厄米趋肤效应的影响下,会失去布洛赫波的空间延展性而趋向体系边界。这些非厄米体系的拓扑边缘态需要用非布洛赫拓扑不变量描述。2022年,本团队^[48]将上述两个对体系拓扑产生重要影响的因素融合在一起,利用量子行走模拟非厄米拓扑安德森绝缘体,在实验上观测到由无序导致的局域化和非厄米趋肤效应导

致的局域化在演化过程中的相互竞争,以及由无序诱导的拓扑相变。

与之前的实验装置不同,本团队采取了时间域的量子行走,通过偏振分束器将不同偏振的光子分开,继而使其进入不同长度的光纤,光子到达的时间作为行走者,每步行走都在同一套由长短光纤搭成的干涉仪中进行。硬币抛掷可以通过电光调制器来实现。与空间光的量子行走相比,这套装置的优势是干涉仪较稳定,同时演化时间可以突破光学晶体的通光孔径的限制,实现更长时间的演化。

对于在封闭系统中的一维准晶模型而言,人们已经开展了广泛的研究,包括整数量子霍尔效应、准周期结构导致的波函数局域化等。在开放体系中考虑准晶模型,更多新奇的物性将会出现。同样利用时间域的量子行走,进一步通过实验模拟了非厄米且具有宇称时间对称的 Aubry-André-Harper(AAH)模型,通过添加依赖于位置和偏振的无序相位来实现准周期势场,并在此基础上通过设计动力学可观测量[如李雅普诺夫指数、动力学逆参与比(dIPR)、时间演化的光子总概率],在实验上观测到局域化、宇称时间对称性、趋肤效应的三重相变。传统的AAH模型具有自对偶性,一般情况下并不具有迁移率边,而在非厄米量子行走中,由于非厄米性的引入,体系中存在区分拓展和局域态的临界能量(迁移率边),且这一现象能够很好地被dIPR所衡量,通过这一点在实验上观测到了在准晶体中由非厄米性所引起的迁移率边^[49]。

5 量子行走实现量子测量

本团队已经证实量子行走可以用于量子通信和量子计算,而量子信息科学的另一核心目标是量子测量,量子行走能否应用于量子测量呢?量子测量既是研究量子信息必要的技术手段,也是一种利用量子特性实现超越经典极限的高精密测量的方法。最为普适的量子测量是广义量子测量即正定算符测量(POVM),其不但能识别正交的态,而且可借由辅助量子比特对非正交量子态进行无差错的识别,因此在量子信息中有着重要的地位。

实现正定算符测量最重要的步骤是对测量算符的构造。正定算符测量集合中的测量算符的元素个数增加,则辅助量子比特的希尔伯特空间维度随之增加,这就给实验实现带来了相当的难度。本团队基于对量子行走这一课题的深入研究,发现其中行走者和硬币的关联提供一个理想的待测和辅助体系。将待测信息加载在硬币的初始态,经过依赖于位置的量子行走过程,携带不同初始硬币态的行走者会走到不同的位置,通过对行走者的位置进行正交测量,完成对待测硬币初始态的正定算符测量。与以往不同的是,随着正定算符测量集合中的元素数目的增加,只需要增加量子行走的演化时间而不需要扩展辅助比特的维度即可完成

正定算符测量,这大大降低了实验难度,提高了正定算符测量的可实现性及可扩展性。基于这一理论,本团队用线性光学体系在实验上实现了基于量子行走的正定算符测量。通过依赖光子空间模式的量子行走演化,构建了正定算符的测量算符,成功地对非正交态进行了最优化的无差错态识别,同时通过实验构建了完全对称信息的正定算符测量。实验中通过特定角度的波片实现依赖空间模式的单光子偏振态的操作,从而影响行走者+硬币的体系即光子演化,这个是此项实验中的主要难点。本团队可以实现总的可见度高达 99.2% 的多阶级联的马赫-曾德尔干涉仪,从而通过依赖位置的量子行走实验构建任意 rank1/2 的单比特的正定算符测量^[50]。利用量子行走实现量子测量这一理论的提出及实验的实现为量子行走量子测量中的应用提供了新的方向,与量子算法和通用的量子计算并列列为量子行走的三大应用。之后本团队利用量子行走实现的非负性测量和钝化测量研究了量子世界与经典世界中的互文性^[51-53]和宏观实在性^[54-56]之间的矛盾。

如上所述,量子行走可以用于实现正定算符测量,而在实现量子精密测量方面,量子行走也具有极大的应用潜力。在量子行走过程中,行走者携带硬币态在不同的位置进行演化,使硬币态与不同路径产生纠缠,而纠缠正是实现量子精密测量的有效量子资源。Lovett 等^[57]通过多粒子量子行走中增设反馈式操作,提出了基于决策树模型的量子增强相位估计实验方案。Motes 等^[58]利用单光子线性光学干涉仪,结合简单的单模不相交光子探测器,探索了基于量子行走中产生的瞬时纠缠实现超越经典散粒噪声极限的量子精密测量实验方案。编码未知参数于一维离散量子行走中的硬币自由度,Annabestani 等^[59]从理论上证明,量子行走还可以用于实现对多参数的量子精密测量。在这一方向上,本团队利用单光子及双光子纠缠偏振态为指针态、使用路径作为纠缠辅助,在线性光学干涉仪的框架下,通过量子行走以空间分波复用的方式实现了多种噪声信道,并通过量子 Fisher 信息及相位最优测量,证明了路径纠缠可以用于抵抗噪声对编码于指针态上相位测量精度的影响^[60],这对于推动量子精密测量实用化具有重要作用。

6 结 论

量子行走以其优越的量子特性及多个可独立调控的自由度,提供了一种可程序化的简单模式,实现了量子信息处理过程中的诸多关键步骤,而量子行走的新机理和新应用依然吸引着更多的科研工作者的关注。

参 考 文 献

[1] Aharonov Y, Davidovich L, Zagury N. Quantum random walks [J]. *Physical Review A*, 1993, 48(2): 1687-1690.
 [2] Ambainis A, Kempe J, Rivosh A. Coins make quantum walks faster[C]//*Proceedings of the Sixteenth Annual ACM-SIAM*

Aymposium on Discrete Algorithms, January 23-25, 2005, Vancouver, British Columbia. New York: ACM Press, 2005: 1099-1108.
 [3] Childs A M, Goldstone J. Spatial search by quantum walk[J]. *Physical Review A*, 2004, 70(2): 022314.
 [4] Aaronson S, Ambainis A. Quantum search of spatial regions [C]//44th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, 2003. Proceedings, October 11-14, 2003, Cambridge, MA, USA. New York: IEEE Press, 2003: 200-209.
 [5] Ambainis A. Quantum walk algorithm for element distinctness [C]//45th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, October 17-19, 2004, Rome, Italy. New York: IEEE Press, 2004: 22-31.
 [6] Magniez F, Santha M, Szegedy M. Quantum algorithms for the triangle problem[J]. *SIAM Journal on Computing*, 2007, 37(2): 413-424.
 [7] Saks M E, Wigderson A. Probabilistic Boolean decision trees and the complexity of evaluating game trees[C]//27th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, October 27-29, 1986, Toronto, ON, Canada. New York: IEEE Press, 2008: 29-38.
 [8] Farhi E, Gutmann S. Quantum computation and decision trees [J]. *Physical Review A*, 1998, 58(2): 915-928.
 [9] Aharonov D, Ambainis A, Kempe J, et al. Quantum walks on graphs[C]//*Proceedings of the Thirty-Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, July 6, 2001, Hersonissos, Greece. New York: ACM, 2001: 50-59.
 [10] Xue P, Zhang R, Qin H, et al. Experimental quantum-walk revival with a time-dependent coin[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(14): 140502.
 [11] Giordani T, Polino E, Emiliani S, et al. Experimental engineering of arbitrary qudit states with discrete-time quantum walks[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(2): 020503.
 [12] Gratsea A, Lewenstein M, Dauphin A. Generation of hybrid maximally entangled states in a one-dimensional quantum walk [J]. *Quantum Science and Technology*, 2020, 5(2): 025002.
 [13] Giordani T, Innocenti L, Suprano A, et al. Entanglement transfer, accumulation and retrieval via quantum-walk-based qubit-qudit dynamics[J]. *New Journal of Physics*, 2021, 23(2): 023012.
 [14] Christandl M, Datta N, Ekert A, et al. Perfect state transfer in quantum spin networks[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(18): 187902.
 [15] Štefaňák M, Skoupý S. Perfect state transfer by means of discrete-time quantum walk search algorithms on highly symmetric graphs[J]. *Physical Review A*, 2016, 94(2): 022301.
 [16] Yalçınkaya İ, Gedik Z. Qubit state transfer via discrete-time quantum walks[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2015, 48(22): 225302.
 [17] Zhan X A, Qin H, Bian Z H, et al. Perfect state transfer and efficient quantum routing: a discrete-time quantum-walk approach [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(1): 012331.
 [18] Xue P, Zhang R, Bian Z H, et al. Localized state in a two-dimensional quantum walk on a disordered lattice[J]. *Physical Review A*, 2015, 92(4): 042316.
 [19] Rohde P P, Fitzsimons J F, Gilchrist A. Quantum walks with encrypted data[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(15): 150501.
 [20] Bae M, Krawec W O. Semi-source independent quantum walk random number generation[C]//2021 IEEE Information Theory Workshop (ITW), October 17-21, 2021, Kanazawa, Japan. New York: IEEE Press, 2021.
 [21] Panda S S, Yasir P A A, Chandrashekar C M. Quantum direct communication protocol using recurrence in k -cycle quantum walks[J]. *Physical Review A*, 2023, 107(2): 022611.
 [22] Venegas-Andraca S E. Quantum walks: a comprehensive review

- [J]. *Quantum Information Processing*, 2012, 11(5): 1015-1106.
- [23] Apers S, Chakraborty S, Novo L, et al. Quadratic speedup for spatial search by continuous-time quantum walk[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 129(16): 160502.
- [24] Slate N, Matwiejew E, Marsh S, et al. Quantum walk-based portfolio optimisation[J]. *Quantum*, 2021, 5: 513.
- [25] Broome M A, Fedrizzi A, Rahimi-Keshari S, et al. Photonic boson sampling in a tunable circuit[J]. *Science*, 2013, 339(6121): 794-798.
- [26] Tillmann M, Dakić B, Heilmann R, et al. Experimental boson sampling[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(7): 540-544.
- [27] Paparo G D, Dunjko V, Makmal A, et al. Quantum speedup for active learning agents[J]. *Physical Review X*, 2014, 4(3): 031002.
- [28] Izaac J A, Zhan X A, Bian Z H, et al. Centrality measure based on continuous-time quantum walks and experimental realization [J]. *Physical Review A*, 2017, 95(3): 032318.
- [29] Wang K K, Shi Y H, Xiao L, et al. Experimental realization of continuous-time quantum walks on directed graphs and their application in PageRank[J]. *Optica*, 2020, 7(11): 1524-1530.
- [30] Shenvi N, Kempe J, Whaley K B. Quantum random-walk search algorithm[J]. *Physical Review A*, 2003, 67(5): 052307.
- [31] Roy S G, Chakrabarti A. A novel graph clustering algorithm based on discrete-time quantum random walk[M]// Bhattacharyya S, Maulik U, Dutta P. *Quantum inspired computational intelligence*. Amsterdam: Elsevier, 2017: 361-389.
- [32] Berry S D, Wang J B. Two-particle quantum walks: entanglement and graph isomorphism testing[J]. *Physical Review A*, 2011, 83(4): 042317.
- [33] Štefanák M, Kiss T, Jex I, et al. The meeting problem in the quantum walk[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 2006, 39(48): 14965-14983.
- [34] Hoyer S, Meyer D A. Faster transport with a directed quantum walk[J]. *Physical Review A*, 2009, 79(2): 024307.
- [35] Qu D K, Marsh S, Wang K K, et al. Deterministic search on star graphs via quantum walks[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 128(5): 050501.
- [36] Childs A M. Universal computation by quantum walk[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(18): 180501.
- [37] Childs A M, Gosset D, Webb Z. Universal computation by multiparticle quantum walk[J]. *Science*, 2013, 339(6121): 791-794.
- [38] Lovett N B, Cooper S, Everitt M, et al. Universal quantum computation using the discrete-time quantum walk[J]. *Physical Review A*, 2010, 81(4): 042330.
- [39] Xiao L, Zhan X, Bian Z H, et al. Observation of topological edge states in parity-time-symmetric quantum walks[J]. *Nature Physics*, 2017, 13(11): 1117-1123.
- [40] Zhan X, Xiao L, Bian Z H, et al. Detecting topological invariants in nonunitary discrete-time quantum walks[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(13): 130501.
- [41] Wang K K, Qiu X Z, Xiao L, et al. Simulating dynamic quantum phase transitions in photonic quantum walks[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(2): 020501.
- [42] Qiu X Z, Deng T S, Hu Y, et al. Fixed points and dynamic topological phenomena in a parity-time-symmetric quantum quench[J]. *iScience*, 2019, 20: 392-401.
- [43] Wang K K, Qiu X Z, Xiao L, et al. Observation of emergent momentum-time skyrmions in parity-time-symmetric non-unitary quench dynamics[J]. *Nature Communications*, 2019, 10: 2293.
- [44] Xiao L, Deng T S, Wang K K, et al. Non-Hermitian bulk-boundary correspondence in quantum dynamics[J]. *Nature Physics*, 2020, 16(7): 761-766.
- [45] Xiao L, Deng T S, Wang K K, et al. Observation of non-Bloch parity-time symmetry and exceptional points[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 126(23): 230402.
- [46] Wang K K, Li T Y, Xiao L, et al. Detecting non-Bloch topological invariants in quantum dynamics[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(27): 270602.
- [47] Wang K K, Xiao L, Budich J C, et al. Simulating exceptional non-Hermitian metals with single-photon interferometry[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(2): 026404.
- [48] Lin Q, Li T Y, Xiao L, et al. Observation of non-Hermitian topological Anderson insulator in quantum dynamics[J]. *Nature Communications*, 2022, 13: 3229.
- [49] Lin Q A, Li T Y, Xiao L, et al. Topological phase transitions and mobility edges in non-Hermitian quasicrystals[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 129(11): 113601.
- [50] Bian Z H, Li J A, Qin H, et al. Realization of single-qubit positive-operator-valued measurement via a one-dimensional photonic quantum walk[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(20): 203602.
- [51] Zhan X A, Zhang X, Li J A, et al. Realization of the contextuality-nonlocality tradeoff with a qubit-qutrit photon pair [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(9): 090401.
- [52] Zhan X A, Cavalcanti E G, Li J A, et al. Experimental generalized contextuality with single-photon qubits[J]. *Optica*, 2017, 4(8): 966-971.
- [53] Zhan X A, Kurzyński P, Kaszlikowski D, et al. Experimental detection of information deficit in a photonic contextuality scenario[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(22): 220403.
- [54] Wang K K, Emary C, Zhan X A, et al. Enhanced violations of Leggett-Garg inequalities in an experimental three-level system [J]. *Optics Express*, 2017, 25(25): 31462-31470.
- [55] Wang K K, Knee G C, Zhan X A, et al. Optimal experimental demonstration of error-tolerant quantum witnesses[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(3): 032122.
- [56] Wang K K, Emary C, Xu M Y, et al. Violations of a Leggett-Garg inequality without signaling for a photonic qutrit probed with ambiguous measurements[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(2): 020101.
- [57] Lovett N B, Crosnier C, Perarnau-Llobet M, et al. Differential evolution for many-particle adaptive quantum metrology[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(22): 220501.
- [58] Motes K R, Olson J P, Rabeaux E J, et al. Linear optical quantum metrology with single photons: exploiting spontaneously generated entanglement to beat the shot-noise limit[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(17): 170802.
- [59] Annabestani M, Hassani M, Tamascelli D, et al. Multiparameter quantum metrology with discrete-time quantum walks[J]. *Physical Review A*, 2022, 105(6): 062411.
- [60] Wang K K, Wang X P, Zhan X A, et al. Entanglement-enhanced quantum metrology in a noisy environment[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(4): 042112.

Quantum Walk

Xue Peng^{1*}, Wang Kunkun²

¹*Beijing Computational Science Research Center, Beijing 100084, China;*

²*School of Physics and Optoelectronic Engineering, Anhui University, Hefei 230601, Anhui, China*

Abstract

Significance Classical random walk involves the erratic motion of walkers along some random routes or areas, such as pollen's Brownian motion. Meanwhile, quantum walk is an extension of classical random walk in the quantum realm, and compared with the classical case, it is characterized by quantum superposition and entanglement. The diffusive quantum walk speed increases quadratically rather than linearly as in classical random walk, demonstrating an advantage over classical diffusion by spreading quantum information at a faster rate. Thus, quantum walk can be utilized to develop such quantum algorithms as quantum searching. Compared with classical algorithms, quantum-walk-based algorithms can provide quadratic enhancement. Additionally, as an effective model for describing micro-particle dynamics, quantum walk can serve as a universal platform to achieve arbitrary unitary evolutions, quantum state preparation, quantum logic gate operations, quantum measurements, etc. Finally, quantum walk can realize all key steps in quantum information processing.

Progress Recently, many efforts have been devoted to exploring new mechanisms and applications of quantum walk. During a quantum walk, the walker carries quantum information and evolves in different positions. Thus, quantum walk is an effective way to achieve quantum communication and is extensively employed for developing quantum algorithms and achieving universal quantum computation. In addition, quantum walk can realize positive operator measurement and can be applied to quantum precision measurement.

Specifically, by controlling various parameters like position, phase, and evolution time across multiple degrees of freedom during the quantum walk, the coin state can be restored to its initial state after a specific evolution time. This approach can be utilized for implementing quantum state transfer. Any arbitrarily high-dimensional quantum state can be prepared by loading a high-dimensional system state onto the walker position state and employing a position-dependent quantum-walk process. This can be adopted for high-dimensional quantum communication purposes. Additionally, quantum walk can also be employed for quantum secure communication, random number generation, and direct quantum communication.

For quantum computation applications, both continuous-time quantum walks and discrete-time quantum walks have been proven to be applicable to universal quantum computation. Among them, continuous-time quantum walks have intuitive correspondences and natural advantages in solving such problems as searching for marked points on graphs. The presence of coin degrees of freedom in discrete-time quantum walks makes the dynamic evolution process easier to control. Therefore, discrete-time quantum walks also have unique advantages and wide applications in designing quantum algorithms. Meanwhile, quantum walk is universal in constructing different Hamiltonian and can be utilized for quantum simulation.

By performing the orthogonal measurements on walker positions, the quantum walk can achieve coin state positive operator-valued measurements. This greatly reduces the experimental difficulty in implementing positive operator-valued measurements and improves their feasibility and scalability. During the quantum walk, the walker carrying coin states evolves at different positions, causing entanglement between coin states and different paths. Entanglement is an effective quantum resource for implementing precise quantum measurements, which makes quantum walk have great potential for applications in quantum metrology.

Conclusions and Prospects Quantum walks provide a programmable and simple model for implementing many key steps in quantum information processing. In summary, quantum walk can be widely applied to quantum communications, quantum computation, and quantum measurements. The new mechanisms and applications of quantum walks attract the attention of many researchers in quantum information processing.

Key words quantum optics; quantum information processing; quantum walk; quantum communications; quantum computation; quantum measurement