

## 圆燕尾光束在大气湍流中的传输调控

刘娜娜<sup>1</sup>, 洪佩龙<sup>2</sup>, 任煜轩<sup>3</sup>, 梁毅<sup>1\*</sup><sup>1</sup>广西大学物理科学与工程技术学院, 广西 南宁 530004;<sup>2</sup>安庆师范大学数理学院, 安徽 安庆 246133;<sup>3</sup>复旦大学脑科学转化研究院, 上海 200032

**摘要** 光吸收和光散射给大气光通信以及生物活体光操控等应用带来极大的挑战。探索受光散射影响小的光束一直是光场调控研究的难点。本文设计了具有自会聚特性的圆燕尾光束,并研究其在大气湍流中的传输特性。通过分析光束在复杂环境中的畸变和强度波动发现,在湍流增强时,燕尾光束的传输质量下降,并伴随漂移和闪烁。通过对光束的尺寸因子和初始横向位置进行优化,可以提高其自会聚稳定性。模拟发现,自会聚能力强的圆燕尾光束,在湍流中表现更优越。这些研究显示圆燕尾光束在抗湍流散射方面具有优势,为复杂环境中的光通信、光捕获和光操纵技术提供了重要的选择。

**关键词** 物理光学; 圆燕尾光束; 自会聚; 大气湍流; 传输

**中图分类号** O436 **文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS232012

## 1 引言

在复杂环境如大气湍流和复杂生物介质中实施光通信、光捕获等任务时,一个主要的难题在于光束的传输会受到强吸收和强散射的干扰<sup>[1-4]</sup>。为了应对这一挑战,在光通信方面,研究人员提出了多种解决方案,如采用贝塞尔-高斯光束、拉盖尔-高斯光束、涡旋光束和矢量光束等结构光,减轻湍流对光学系统的影响<sup>[1-2]</sup>。光束在复杂环境中实现高保真度传输是活体深层次光捕获和操纵的瓶颈。结构光在强散射环境中的自聚焦是实现在活体深层次有效的光捕获和操纵的不可忽视的解决方法<sup>[4]</sup>。目前,常用的主流方法通过波前整形聚焦光束的策略需要对散射过程进行精细的预校准,并通过复杂的算法进行还原,这无疑增加了实施的难度和复杂性<sup>[5-6]</sup>。相对而言,结构光是一个更直接有效的选择。结构光具有独特的传播特性,能够在一定程度上自适应地应对复杂环境中的散射和湍流,从而实现更高效的光捕获和操纵。

自会聚光束<sup>[7-8]</sup>作为新兴结构光,在光镊和操纵领域得到广泛关注<sup>[3-4,9-10]</sup>。自会聚光束无需透镜或非线性元件,能够实现自动聚焦,产生高强度的焦点。在湍流环境中,高斯光束容易受到严重的畸变和连续的“质心”跳动的影响,而艾里光束则表现出较小的畸变和漂

移<sup>[11-12]</sup>。由此,源自艾里光束的自会聚光束,如圆形艾里光束,在复杂环境中传播时具有更大的稳健性<sup>[13]</sup>。这种自会聚特性不仅提高了光束的稳定性,而且增强了在各种复杂环境下的光捕获和操纵能力。近来,一种源自燕尾突变的高阶加速光束——燕尾光束<sup>[14]</sup>也像艾里光束一样,可实现加速调控<sup>[15]</sup>。由此,基于燕尾光束的自会聚光束——圆形燕尾光束(CSB),也能实现丰富的可控自会聚传输<sup>[16-18]</sup>。然而,关于圆形燕尾光束在复杂环境,特别是在大气湍流中的传输特性仍然没有报道。通过对圆形燕尾光束在复杂环境中的传输稳健性进行研究,有望为实际应用中光束的稳定传输和控制提供重要的依据。

本文通过对圆燕尾光束在大气湍流中的传输特性进行理论研究,系统地分析光束在复杂环境中传输时出现的畸变和强度波动,并关注了燕尾光束在自会聚传播过程中对空气湍流变化的响应。研究结果显示,通过调控圆燕尾光束的尺寸因子和初始横向位置,可产生自会聚能力更强的圆燕尾光束,能在湍流传输中展现出更优越的传输效果。这些发现表明,圆燕尾光束在抵抗空气湍流散射影响方面具有显著优势,为它在组织或介质穿透中的光捕获和操纵中的应用提供了重要的参考。

收稿日期: 2023-12-29; 修回日期: 2024-03-06; 录用日期: 2024-03-07; 网络首发日期: 2024-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(11604058)、广西自然科学基金(2020GXNSFAA297041)、广西研究生教育创新计划(YCSW2023083)

通信作者: \*liangyi@gxu.edu.cn

## 2 基本原理

燕尾光场可以用如下燕尾突变积分<sup>[17]</sup>来表示:

$$\psi_{\text{CSB}}(r, 0) = A_0 \times Sw\left(\frac{r_0 - r}{w}, 0, 0\right)q(r), \quad (1)$$

式中:  $A_0$  是振幅;  $Sw(X, Y, Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i(s^5 + Zs^3 + Ys^2 + Xs)]ds$  是燕尾积分函数, 其中  $X=x/x_0$ 、 $Y=y/y_0$ 、 $Z=z/z_0$  代表空间中的无量纲坐标,  $x, y, z$  是三维空间的实际坐标,  $x_0, y_0, z_0$  是任意比例因子,  $s$  是状态函数;  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  是径向坐标;  $r_0$  是光束初始半径的控制参数;  $w$  是横向尺寸因子;  $q(r) = \text{rect}(r/r_1)$  ( $r \geq 0$ ) 是用于限制生成光束功率和限制光束区域的圆形截趾函数, 其中  $r_1$  用于限制光束范围。为确保对传播行为进行准确且一致的比较, 设定波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , 输入功率  $P = 1 \text{ W}$ 。

在理论上, 本文采用了被广泛认可的 Kolmogorov 湍流理论<sup>[19]</sup>来分析光束在湍流环境下的传播特性。运用指数结构参数  $C_n^2$  来定义大气湍流的强度<sup>[20]</sup>:

$$C_n^2 = \left[ 77.6 \times 10^{-6} (1 + 7.52 \times 10^{-3} \lambda^{-2}) \frac{P}{T} \right]^2 C_T^2, \quad (2)$$

式中:  $T$  为温度;  $P$  为压强;  $C_T^2$  为温度结构参数, 表示由于湍流引起的折射率波动。指数结构参数越大, 说明大气受湍流影响大, 扰动程度高; 指数结构参数越小, 说明大气受湍流影响小, 扰动程度低。

借助多相位屏法有效地模拟光束在湍流大气中的传播过程<sup>[12, 21]</sup>。由于在自然界中一般的湍流为非均匀各向异性, 须采用修正的 Kolmogorov 折射率功率谱密度表达式, 能同时有内部尺度(高频)和外部尺度(低频)的影响因素, 更加准确地模拟仿真实际情形中圆燕尾光束在湍流中的传输。根据 Kolmogorov 湍流理论, 修正后的 von Kármán 功率谱密度(PSD)<sup>[2, 20]</sup>表达式为

$$\phi_n^{\text{mvk}}(\kappa) = \frac{0.033 C_n^2 \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\frac{11}{6}}}, \quad (3)$$

式中:  $\kappa = 2\pi(f_x \hat{i} + f_y \hat{j})$  是角空间频率, 单位为  $\text{rad/m}$ , 其中  $f_x$  为  $\hat{i}$  方向上的空间频率,  $f_y$  为  $\hat{j}$  方向上的空间频率,  $\hat{i}$  和  $\hat{j}$  代表空间上的方向。  $\kappa$  越大,  $\phi_n^{\text{mvk}}(\kappa)$  越小, 湍流的影响越小。系数  $\kappa_m = 5.92/l_0$ ,  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ , 其中  $l_0$  称为内尺度,  $L_0$  称为外尺度。在近轴菲涅耳衍射条件下, 可以研究不同主瓣尺度因子  $w$  和初始位置  $r_0$  的圆燕尾光束在大气湍流中的传播过程。

## 3 分析与讨论

### 3.1 理论分析

通过调整几何参数以确保圆燕尾光束具有相同的焦距, 使得它们经历相同的大气湍流过程。图 1(a)~

(c) 所示为在没有湍流时, 即  $C_n^2 = 0$  的情况下的三组参数的圆燕尾光束(CSB)的传输过程。定义三组不同参数的圆燕尾光束分别为 CSB1、CSB2 和 CSB3, 分别对应不同的初始光束尺寸和初始半径的组合。图 1 中第一列给出了各个圆燕尾光束初始平面光强分布, 第二列为焦平面  $z = 88 \text{ mm}$  处的光强分布, 第三列为传播过程的侧视图, 白线表示光束的焦点位置, 第四列为传播过程的三维图示,  $I_{\text{max}}$  为每个传播位置上的最大光强。光传输模拟表明, 不同参数条件和传输位置下的圆燕尾光束具有不同的光强分布状态。对于 CSB1 ( $w = 15 \mu\text{m}$ ,  $r_0 = 418 \mu\text{m}$ ): 在初始位置上, 其光环最细, 主环半径最大。经过  $88 \text{ mm}$  的自会聚传输后, 在焦点处形成小的主瓣(约  $30 \mu\text{m}$ ), 峰值光强达到  $16.7 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 。对于 CSB2 ( $w = 20 \mu\text{m}$ ,  $r_0 = 200 \mu\text{m}$ ): 初始位置的光环会变粗, 尺寸缩小。经过类似传输后, 焦点上的峰值光强为  $18.4 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ , 焦点光束主瓣比 CSB1 大了约一倍。对于 CSB3 ( $w = 25 \mu\text{m}$ ,  $r_0 = 120 \mu\text{m}$ ): 初始位置的光环最粗, 主环半径进一步变小。在经过相同传输后, 焦点上的光强为  $10.25 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ , 光束主瓣尺寸比 CSB2 大近两倍。此外, 本文同样模拟了圆艾里光束(CAB)的传输情况, 如图 1(d) 所示。为了方便比较, 对于 CAB ( $w = 30 \mu\text{m}$ ,  $r_0 = 418 \mu\text{m}$ ), 同样设置成与圆燕尾光束有相同的焦距。在经过相同的传输之后, 其焦点上的光强为  $11.2 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ 。在所有参数条件下, 光束在焦点之后的光强迅速减弱, 如图 1 第一列和第四列分图所示。此外, 通过计算发现, CSB1 的焦点峰值强度与初始平面处的最大强度之间的强度比(可定义为自会聚因子  $K$ , 表示自会聚能力)约为 35.1; 而 CSB2、CSB3 和 CAB 的强度比分别为 32.7、19.6 和 31.1。这表明在无湍流条件下, CSB1 具有更优越的自会聚焦性能。

在完成对无湍流情况下圆燕尾光束传输特性的研究后, 接着进一步探讨在特定湍流条件下三组参数圆燕尾光束和圆艾里光束的传输特性, 如图 2 所示, 其中第一列为传播过程的侧视图, 第二列为在  $z = 88 \text{ mm}$  处的光强分布, 第三列为光束在焦点位置的横向瞬时动态位置统计分布 ( $C_n^2 = 10^{-7} \text{ m}^{-2/3}$ ), 第四列为光束在焦点位置的横向瞬时动态位置统计分布 ( $C_n^2 = 10^{-8} \text{ m}^{-2/3}$ ), 白线表示光束在  $z = 88 \text{ mm}$  处的焦点位置。这三组光束通过相同距离和强度的湍流会经历不同的传输波动。与无湍流的情况(图 1)相比, 在  $C_n^2 = 10^{-7} \text{ m}^{-2/3}$  的湍流中, CSB1、CSB2、CSB3 和 CAB 的峰值强度分别衰减了 52%、40%、35% 和 56%。从侧视图(图 2 第一列)可以观察到, 在传输方向上, CSB1 偏离原始焦点纵向位置最小, CSB2 和 CSB3 的偏离程度相近, 而 CSB3 偏离最远。在焦点处的光强分布显示, CSB1 和 CSB2 偏离原始焦点横向位置相近, 而 CSB3 偏移最远。这些观察结果表明, 在保持相同自会聚传播距离的条件下, 自会聚能力更强、光强对

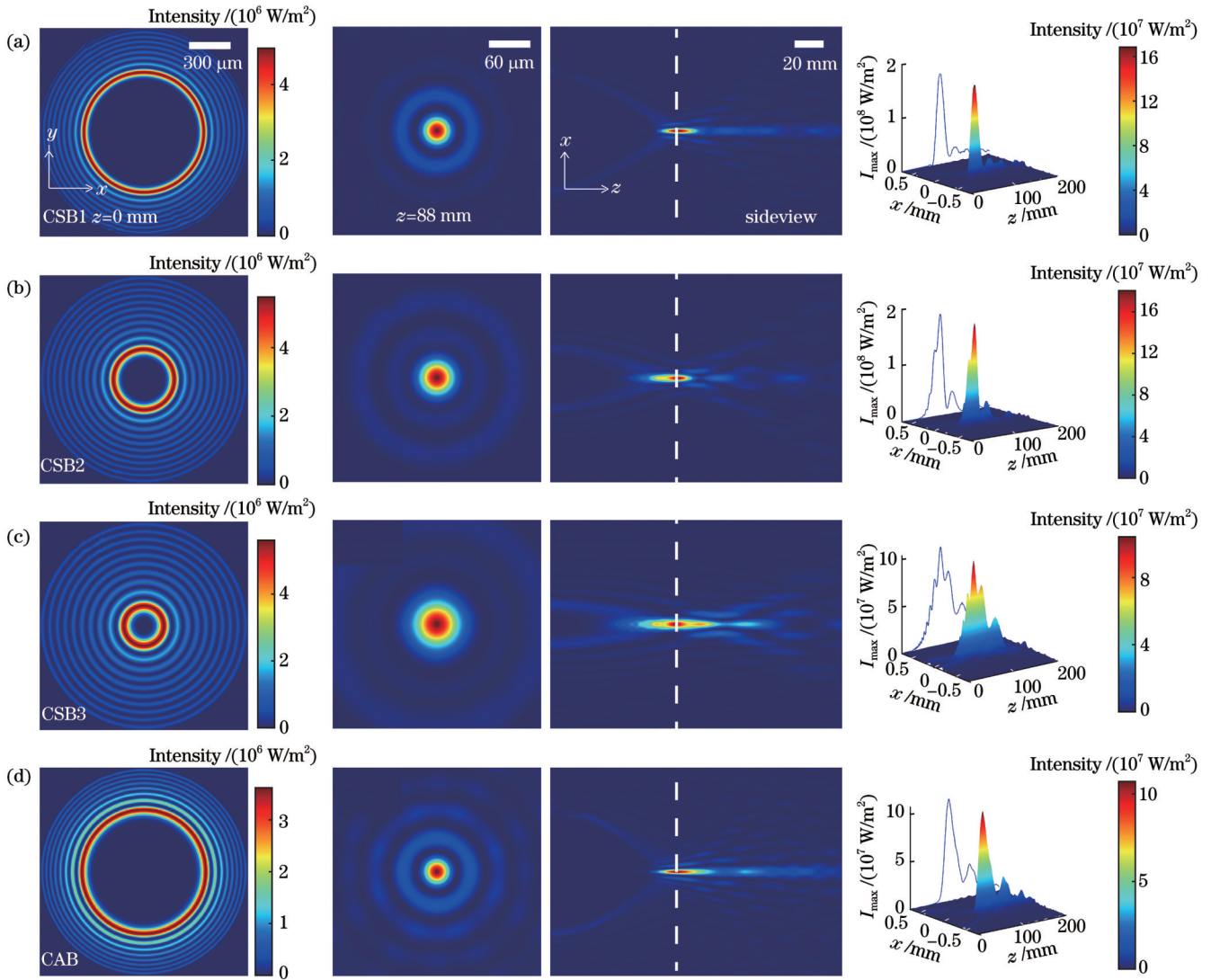


图 1 圆燕尾光束和圆艾里光束在自由空间中的传输模拟结果。(a) CSB1:  $w=15 \mu\text{m}$ ,  $r_0=418 \mu\text{m}$ ; (b) CSB2:  $w=20 \mu\text{m}$ ,  $r_0=200 \mu\text{m}$ ; (c) CSB3:  $w=25 \mu\text{m}$ ,  $r_0=120 \mu\text{m}$ ; (d) CAB:  $w=30 \mu\text{m}$ ,  $r_0=418 \mu\text{m}$

Fig. 1 Simulation results of propagation of circular swallowtail beam and circular Airy beam in free space. (a) CSB1:  $w=15 \mu\text{m}$ ,  $r_0=418 \mu\text{m}$ ; (b) CSB2:  $w=20 \mu\text{m}$ ,  $r_0=200 \mu\text{m}$ ; (c) CSB3:  $w=25 \mu\text{m}$ ,  $r_0=120 \mu\text{m}$ ; (d) CAB:  $w=30 \mu\text{m}$ ,  $r_0=418 \mu\text{m}$

比度更大的光束在湍流中表现出更强的传播特性,其强度波动更小,更能抵抗湍流的干扰。图 2 第三列和第四列展示了焦点处光束的横向瞬时动态位置的统计分布。对应位置的统计方差分别为 0.063%、0.059%、0.064%、0.059%  $\text{mm}^2$ , 结果显示相差不大,但 CSB2 和 CAB 的位置集中。更换湍流强度,即令  $C_n^2=10^{-8} \text{m}^{-2/3}$ , 新的统计方差分别为 0.0048%、0.0054%、0.0062%、0.0055%  $\text{mm}^2$ , 这时 CSB1 的位置最为集中。所以,综合三个光束在横向和纵向偏移原始中心的结果发现,在湍流中传输时,CSB1 表现最佳。

### 3.2 闪烁指数分析

湍流会对光束的传播带来强烈的随机扰动。闪烁是指由这种随机扰动引起的强度波动<sup>[22]</sup>。通常,强度波动采用闪烁指数(SI, 下式中用  $S_I$  表示)<sup>[2,21]</sup>来定量描述:

$$S_I = \frac{\langle I(r, z)^2 \rangle}{\langle I(r, z) \rangle^2} - 1, \quad (4)$$

式中:  $I$  表示瞬时强度;角括号表示平均值。SI 越大表示光束的强度波动越剧烈。

图 3(a)~(d) 展示了在不同结构参数  $C_n^2$  下, CSB1、CSB2 和 CSB3 的整体光束的平均 SI 随传播距离的变化。随着  $C_n^2$  的增加和传播距离的延长, SI 明显上升, 但是到达峰值后就会下降。这种模式是由于畸变光束中受湍流影响的分裂部分的自动补偿效应或衍射扩展而产生的<sup>[23-24]</sup>。值得注意的是, CSB1 在整个过程特别是焦点前的 SI 变化较小, 即使在湍流较强时, 其 SI 也最小。这表明 CSB1 受到闪烁的影响较小, 具有更稳定的传播特性。在强湍流条件下, SI 的差异没有那么显著。这些结果进一步验证了先前的结论, 自会聚能力更强的圆燕尾光束在复杂环

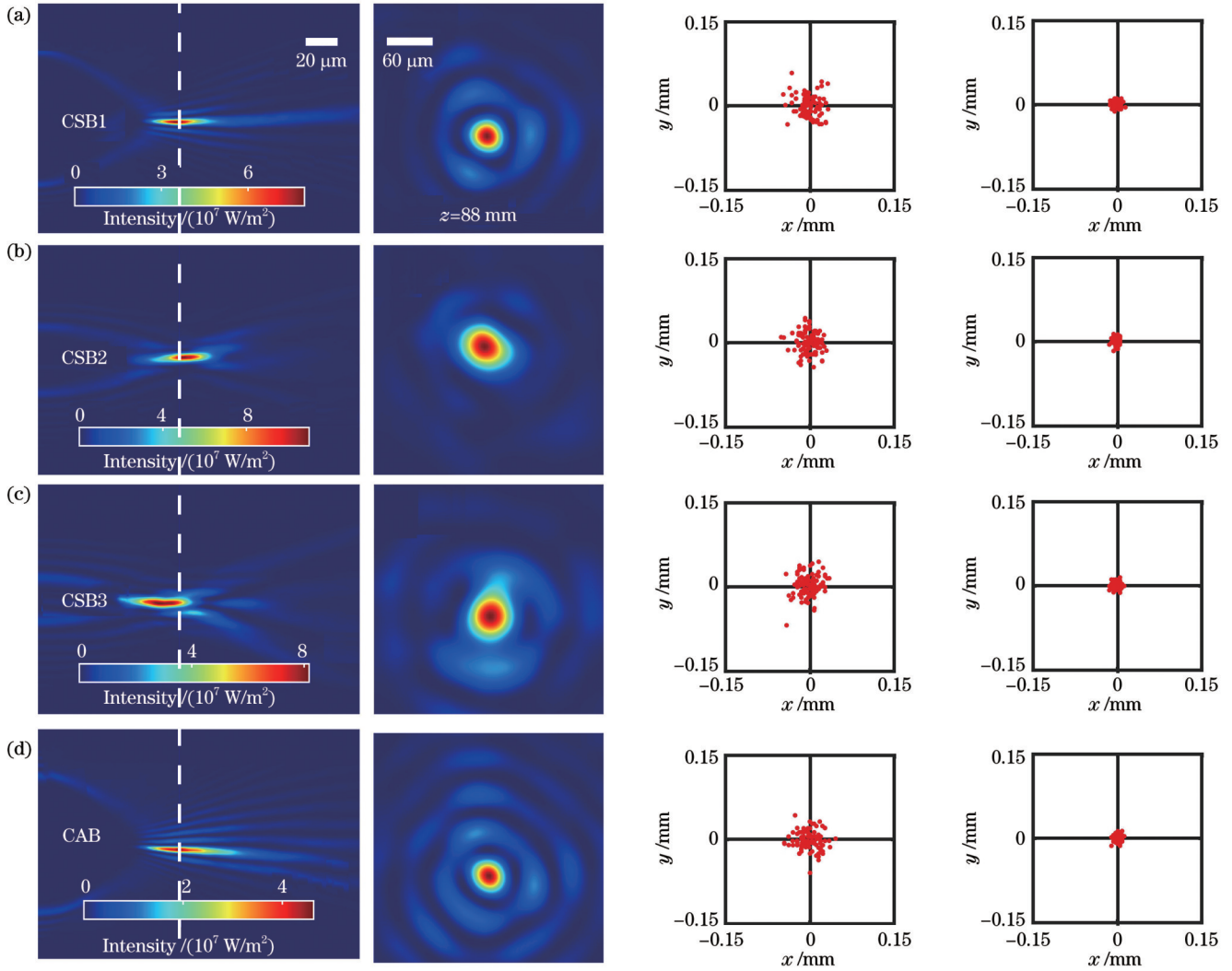


图 2 圆燕尾光束在湍流中传输的模拟结果。(a) CSB1; (b) CSB2; (c) CSB3; (d) CAB

Fig. 2 Simulation results of propagation of circular swallowtail beams in atmosphere turbulence. (a) CSB1; (b) CSB2; (c) CSB3; (d) CAB

境中展现出更强的稳健性,对于需要高精度聚焦和操作的应用具有更大的潜在价值。

为了证实上述观点,本文通过参数扫描,找到了一系列同焦距(焦距 $f=88$  mm)不同尺寸因子 $w$ 和控制半径参数 $r_0$ 的圆燕尾光束来计算自会聚因子和闪烁指数,如图 4 所示。图 4(a)、4(c)展示了圆燕尾光束自会聚因子 $K$ 随 $w$ 和 $r_0$ 的变化关系。很显然,随着 $w$ 或 $r_0$ 增加, $K$ 先增大后减小,在 $w=17.5$   $\mu\text{m}$ 和 $r_0=300$   $\mu\text{m}$ 时, $K$ 达到最大。图 4(b)显示了 $C_n^2=10^{-7}$   $\text{m}^{-2/3}$ 时,圆燕尾光束在不同组尺寸因子 $w$ 和控制半径参数 $r_0$ 条件下的 SI 随传播距离变化。可以看到,与图 3 一致,随着传播距离增加,由于畸变光束中受湍流影响的分裂部分的自动补偿效应或衍射扩展,SI 先增加后减小。而随着 $w$ 或 $r_0$ 增加,SI 整体也是先减小再增大,在达到 $w=17.5$   $\mu\text{m}$ 和 $r_0=305$   $\mu\text{m}$ 时,SI 最小。同时,SI 的峰值整体往远传播距离移动。为了方便比较焦点上光束的表现,焦点位置上的闪烁指数 SI 和自会聚因子 $K$ 随 $w$ 和 $r_0$ 的变化曲线如图 4(c)所示。

显然,SI 确实随着 $w$ 和 $r_0$ 先减小后增加,自会聚因子同步先增加后减小。这些结果进一步证实了自会聚能力更强的圆燕尾光束在湍流环境中展现出更强的稳健性,更能抵抗湍流的影响。在复杂环境中,这种光束在光捕获和光操控方面具有巨大的应用潜力。除自会聚能力外,最大 $K$ 值两边的 SI 变化幅度有所不同,左边的变化较快,而右边的变化较慢。这表明湍流对光束的影响与光束的尺寸有关。具体来说,当 $w$ 越大时,光束初始面的主环越粗,焦点的尺寸也越大,从而使得湍流对光束的影响相对较小,漂移也较小。综上,可以根据具体情况调整光束参数,以提高其在湍流环境中的传输稳定性。

### 3.3 讨论

上述研究表明,圆燕尾光束在湍流环境中表现出一定的传播稳健性。这一特性源自于燕尾光束的自我修复能力,与艾里光束和皮尔斯光束的自修复特性类似<sup>[11,25]</sup>,可以使光束在遇到障碍后快速恢复其强度分布,接近原始状态。更详细地说,基于突变衍

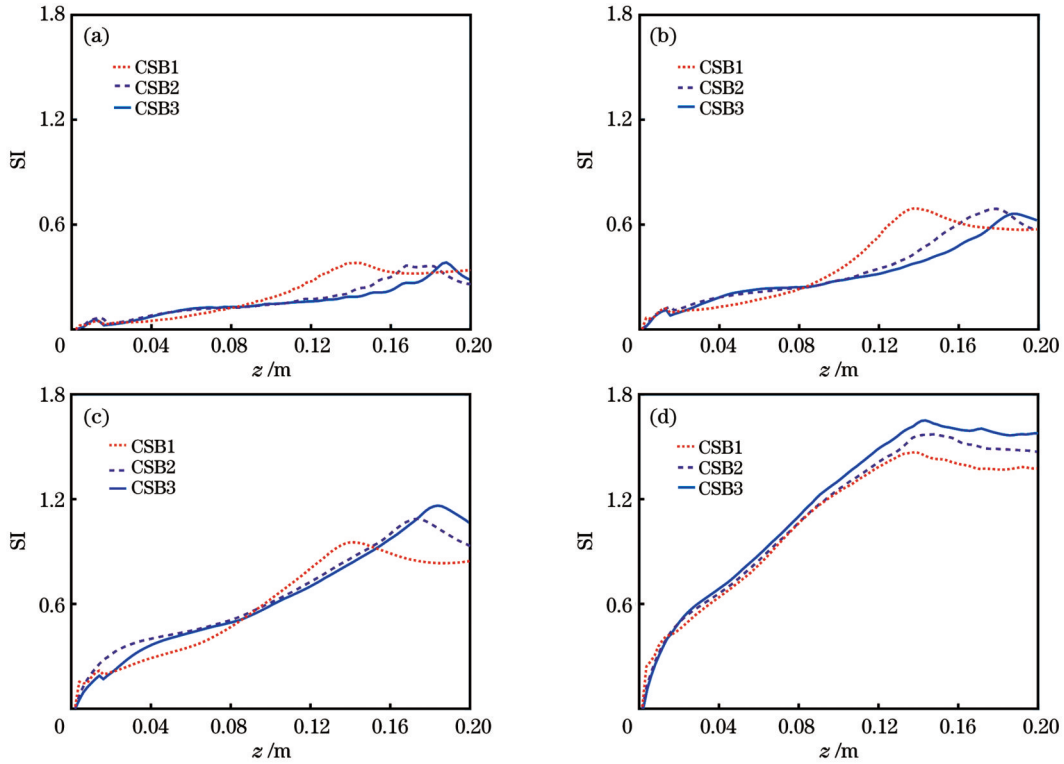


图 3 在不同结构参数下 CSB 的 SI 随传播距离  $z$  的变化。(a)  $C_n^2 = 10^{-9} \text{ m}^{-2/3}$ ; (b)  $C_n^2 = 10^{-8} \text{ m}^{-2/3}$ ; (c)  $C_n^2 = 10^{-7} \text{ m}^{-2/3}$ ; (d)  $C_n^2 = 10^{-6} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 3 SI of CSB varying with propagation distance  $z$  under different structure parameters. (a)  $C_n^2 = 10^{-9} \text{ m}^{-2/3}$ ; (b)  $C_n^2 = 10^{-8} \text{ m}^{-2/3}$ ; (c)  $C_n^2 = 10^{-7} \text{ m}^{-2/3}$ ; (d)  $C_n^2 = 10^{-6} \text{ m}^{-2/3}$

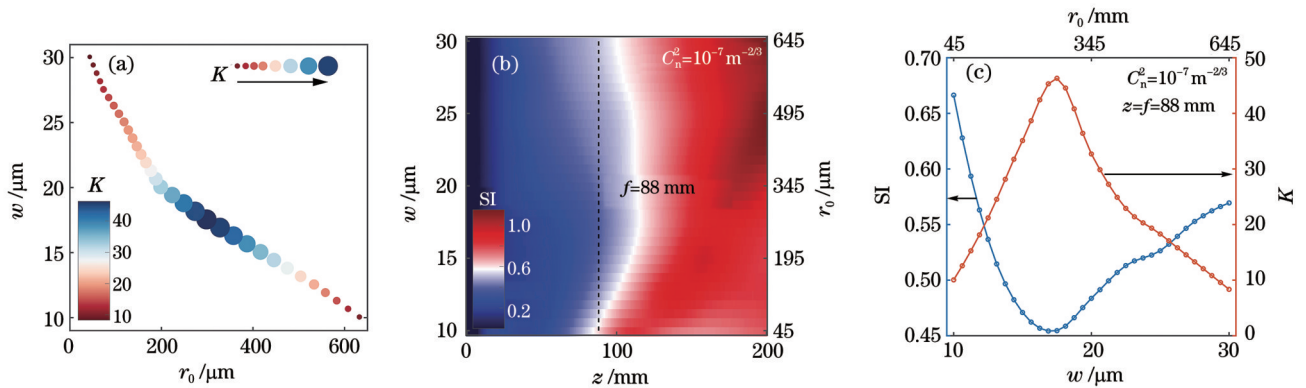


图 4 在  $C_n^2 = 10^{-7} \text{ m}^{-2/3}$  下同焦距 CSB 在不同尺寸因子  $w$  和控制半径参数  $r_0$  下 SI 的变化。(a) 自会聚因子  $K$  的变化; (b) SI 随传播距离  $z$  的变化; (c)  $K$  和焦点位置上 SI 的变化

Fig. 4 Changes in SI of CSBs with the same focal length under different scale factors  $w$  and controlling radius parameters  $r_0$  when  $C_n^2 = 10^{-7} \text{ m}^{-2/3}$ . (a) Changes of autofocusing factor  $K$ ; (b) SI varying with propagation distance  $z$ ; (c) changes of  $K$  and SI at focal position

射理论,燕尾光束和艾里光束的自加速传播特性源于突变焦散。突变焦散是光强度达到最大值的区域,与稳定的“奇点”紧密相关<sup>[26-27]</sup>。这里的“奇点”是光束角谱的全相位二阶导数为零的位置,即焦散。事实上,结构稳定性是突变光束焦散的固有特征<sup>[28]</sup>,由此在湍流环境中,这些光束展现出独特的优势,如自我修复特性和更强的传播能力。值得注意的是,自会聚能力越强,突变焦散达到的最大值比例越大,

且在到达焦点前,散射的影响越小。因此,自由空间中自会聚能力更强的圆燕尾光场在湍流环境中的传播更为稳健,更能抵抗湍流的影响。对于湍流场景,选择自会聚能力更强的参数设计圆燕尾光束是更佳的选择。

## 4 结 论

本文对圆燕尾光束在湍流中的传输特性进行了

深入探究。重点分析了经过湍流后光束的焦点位置的统计分布,发现自会聚能力较强的圆燕尾光束展现出卓越的稳健性,其强度失真和波动都相对较小。此外,通过研究闪烁指数随传播距离的变化发现,自会聚能力强的圆燕尾光束受到的扰动更小,闪烁也更轻微,这突显了其强度稳定性的优势。这些研究结果为调控圆燕尾光束在湍流中的传输特性提供了有力依据,为选择在复杂环境中保持稳定、高焦点强度和有效传播的光束提供了理论支持。这一结论对圆燕尾光束在光通信、生物光子学成像<sup>[29]</sup>、光捕获<sup>[30]</sup>和光-物质相互作用<sup>[31]</sup>等领域的应用研究具有重要的借鉴意义,有助于在这些领域选择适用于湍流环境的稳定传输光束。

## 参 考 文 献

- [1] Klug A, Peters C, Forbes A. Robust structured light in atmospheric turbulence[J]. *Advanced Photonics*, 2023, 5(1): 016006.
- [2] Cox M A, Mphuthi N, Nape I, et al. Structured light in turbulence[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2021, 27(2): 7500521.
- [3] Bunea A I, Glückstad J. Strategies for optical trapping in biological samples: aiming at microrobotic surgeons[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2019, 13(4): 1800227.
- [4] Yang Y J, Ren Y X, Chen M Z, et al. Optical trapping with structured light: a review[J]. *Advanced Photonics*, 2021, 3(3): 034001.
- [5] Wang Q Y, Fink M, Ma G C. Maximizing focus quality through random media with discrete-phase-sampling lenses[J]. *Physical Review Applied*, 2023, 19(3): 034084.
- [6] Liu K G, Zhang H K, Du S S, et al. Particle manipulation behind a turbid medium based on the intensity transmission matrix[J]. *Photonics Research*, 2022, 10(10): 2293-2301.
- [7] Efremidis N K, Christodoulides D N. Abruptly autofocusing waves[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(23): 4045-4047.
- [8] Zhang P, Prakash J, Zhang Z, et al. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(15): 2883-2885.
- [9] Liang Y, Tan L, Liu N N, et al. Tunable autofocusing and enhanced trapping forces with circular pearcey airy beams[J]. *Physical Review Applied*, 2023, 19(1): 014016.
- [10] Efremidis N K, Chen Z G, Segev M, et al. Airy beams and accelerating waves: an overview of recent advances[J]. *Optica*, 2019, 6(5): 686-701.
- [11] Broky J, Siviloglou G A, Dogariu A, et al. Self-healing properties of optical Airy beams[J]. *Optics Express*, 2008, 16(17): 12880-12891.
- [12] Liang Y, Hu Y, Song D H, et al. Image signal transmission with Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(23): 5686-5689.
- [13] Liu N N, Tan L, Chen K J, et al. Robust autofocusing propagation in turbulence[EB/OL]. (2023-08-27) [2023-11-12]. <http://arxiv.org/abs/2308.14088v1>.
- [14] Zannotti A, Diebel F, Denz C. Dynamics of the optical swallowtail catastrophe[J]. *Optica*, 2017, 4(10): 1157-1162.
- [15] Jiang Y F, Huang K K, Lu X H. Radiation force of abruptly autofocusing Airy beams on a Rayleigh particle[J]. *Optics Express*, 2013, 21(20): 24413-24421.
- [16] Zhang Y, Tu J L, He S L, et al. Experimental generation of the polycyclic tornado circular swallowtail beam with self-healing and auto-focusing[J]. *Optics Express*, 2022, 30(2), 1829-1840.
- [17] Teng H A, Qian Y X, Lan Y P, et al. Abruptly autofocusing circular swallowtail beams[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(2): 270-273.
- [18] Wu Y, Lin Z J, Xu C J, et al. Abruptly autofocusing twisted optical bottle beams[J]. *Physical Review Applied*, 2022, 17(5): 054014.
- [19] Jiménez J. The Contributions of A. N. Kolmogorov to the theory of turbulence[J]. *Arbor*, 2004, CLXXVIII(704): 589-606.
- [20] Schmidt J D. Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB[M]. Bellingham: SPIE, 2010.
- [21] Gu Y L, Gbur G. Scintillation of Airy beam arrays in atmospheric turbulence[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(20): 3456-3458.
- [22] Mabena C M, Roux F S. Optical orbital angular momentum under strong scintillation[J]. *Physical Review A*, 2019, 99(1): 013828.
- [23] Singh S, Mishra S K, Mishra A K. Ring Pearcey vortex beam dynamics through atmospheric turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2023, 40(9): 2287-2295.
- [24] Berman G P, Gorshkov V N, Torous S V. Scintillation reduction for laser beams propagating through turbulent atmosphere[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2011, 44(5): 055402.
- [25] Ring J D, Lindberg J, Mourka A, et al. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams[J]. *Optics Express*, 2012, 20(17): 18955-18966.
- [26] Hu Y, Bongiovanni D, Chen Z G, et al. Multipath multicomponent self-accelerating beams through spectrum-engineered position mapping[J]. *Physical Review A*, 2013, 88(4): 043809.
- [27] Vaveliuk P, Martínez-Matos Ó, Ren Y X, et al. Dual behavior of caustic optical beams facing obstacles[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(6): 063838.
- [28] Berry M V, Upstill C. IV catastrophe optics: morphologies of caustics and their diffraction patterns[M]//*Progress in optics*. Amsterdam: Elsevier, 1980: 257-346.
- [29] Ren Y X, University S F S, Lamstein J, et al. Biophotonic rogue waves in red blood cell suspensions[J]. *Photonics Research*, 2023, 11(11): 1838-1846.
- [30] 巩凡, 任煜轩. 激光双光镊在单分子生物物理中的研究进展[J]. *中国激光*, 2023, 50(15): 1507402. Gong F, Ren Y X. Advances in laser dual-trap optical tweezers in single-molecule biophysics[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2023, 50(15): 1507402.
- [31] Hong P L, Liang Y, Chen Z G, et al. Robust moiré flatbands within a broad band-offset range[J]. *Advanced Photonics Nexus*, 2023, 2(6): 066001.

# Propagation Control of Circular Swallowtail Beams in Atmospheric Turbulence

Liu Nana<sup>1</sup>, Hong Peilong<sup>2</sup>, Ren Yuxuan<sup>3</sup>, Liang Yi<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>*School of Physical Science and Technology, Guangxi University, Nanning 530004, Guangxi, China;*

<sup>2</sup>*School of Mathematics and Physics, Anqing Normal University, Anqing 246133, Anhui, China;*

<sup>3</sup>*Institute for Translational Brain Research, Fudan University, Shanghai 200032, China*

## Abstract

**Objective** Light absorption and scattering pose great challenges to applications such as atmospheric optical communication and biological optical manipulation. Exploring special beams with minimal influence has been a research hotspot in light field manipulation. Currently, a mainstream method is to shape the beam by wavefront shaping to restore its light field. However, this method is quite complex and requires pre-calibration of the scattering process and restoration via complex algorithms, which increases the difficulty. Therefore, we directly look for a more robust beam that can reduce the light field distortion in complex environments. Meanwhile, we investigate the propagation characteristics of circular swallowtail beams with autofocusing properties in atmospheric turbulence. By analyzing the distortion and intensity fluctuations of the beam in complex environments, we study circular swallowtail beams' propagation in resisting turbulence scattering. Finally, theoretical support is provided for selecting beams that are stable and have high focal intensity and effective propagation in complex environments.

**Methods** We utilize the Kolmogorov turbulence theory to model turbulence strength, and employ a modified power spectral density and the multi-phase screen method to simulate turbulence. The turbulence magnitude indicates the level of turbulent disturbance. Initially, we adopt the multi-phase screen method to simulate the propagation of beams in turbulence. Then, we observe the propagation process and perform statistical analysis of instantaneous intensity at the focal point. In experiments, an alcohol lamp and tin foil are leveraged to mimic turbulence conditions. The beam passes above the tin foil during monitoring beam disturbance via a CCD camera. Additionally, we calculate the scintillation index (SI) of the circular swallowtail beam using simulations to observe intensity fluctuations. Finally, we analyze variations in SI and autofocusing factor with parameters of the circular swallowtail beam, providing a quantitative analysis for selecting appropriate parameters.

**Results and Discussions** As turbulence increases, the propagation quality of the swallowtail beam decreases, leading to beam drift and scintillation. By optimizing the beam scale factor and initial transverse position, the autofocusing stability can be improved. Theoretical studies have shown that circular swallowtail beams with strong autofocusing ability perform better in turbulence. This characteristic is attributed to the self-healing ability of swallowtail beams, which allows the beams to quickly restore their intensity distribution to a state close to the original after encountering obstacles. Specifically, based on catastrophe diffraction theory, the self-accelerating propagation properties of swallowtail and Airy beams arise from catastrophe caustics. Catastrophe caustics are regions where light intensity reaches the maximum, and are closely associated with stable "singularities", also known as caustics. The structural stability of caustics is an inherent feature of catastrophe beams. The results demonstrate that circular swallowtail beams have advantages in resisting turbulence scattering, providing important options for optical communication, optical trapping, and light field manipulation in complex environments.

**Conclusions** We analyze the propagation of beams after passing through turbulence, the longitudinal offset at the focal point, and the statistical distribution of the focal intensity position. The results indicate that circular swallowtail beams with strong self-healing abilities exhibit excellent robustness, with relatively small intensity distortion and fluctuations. Furthermore, by studying the SI variation with propagation distance, it is observed that circular swallowtail beams with strong autofocusing abilities are less disturbed, with lighter scintillation and advantages in intensity stability. Finally, by parameter scanning, a series of circular swallowtail beams with the same focal length but different size factors  $w$  and control radius parameters  $r_0$  are identified. The autofocusing factor and SI are calculated for these beams. It is observed that the SI initially decreases and then increases with  $w$  and  $r_0$ , while the autofocusing factor ( $K$ ) simultaneously increases and then decreases. The research results not only provide a solid basis for regulating the propagation characteristics of circular swallowtail beams in turbulence but also theoretical support for selecting stable, high focal intensity, thus effectively propagating beams in complex environments.

**Key words** physical optics; circular swallowtail beams; autofocusing; atmosphere turbulence; propagation