

光学学报

二维光子晶体板动量空间中的偏振场(特邀)

王为民¹, 寇君龙^{1,2,4**}, 陆延青^{1,3,4*}¹南京大学电子科学与工程学院, 江苏 南京 210023;²南京大学集成电路学院, 江苏 苏州 215163;³南京大学现代工程与应用科学学院, 江苏 南京 210023;⁴武进南京大学未来技术创新研究院, 江苏 常州 213153

摘要 二维光子晶体板的介电常数分布具有面内的空间周期性, 并支持可辐射到自由空间的导模共振。这些辐射到远场的模式可以用动量进行标记, 并具有偏振态, 因此可以定义动量空间中的偏振场。通过研究不同结构参数和对称性下偏振场的特性以及与外界相互作用的规律, 能够为光场操控提供新思路。本文介绍了二维光子晶体板在动量空间中的偏振场的相关特性, 并综述了近年来相关的研究和应用。

关键词 物理光学; 光子晶体; 偏振场; 偏振奇点; 拓扑电荷

中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS240428

1 引言

具有面内空间周期性的二维光子晶体(PhCs)以其独特的光学特性, 自发现以来便受到光学领域研究者的广泛关注^[1-16]。相比传统的超构材料, 二维光子晶体板(PhCS)能够基于傅里叶光学原理, 在动量空间中对光场进行调控。借助定义在动量空间的能带结构, 能够完整地描述系统与外界相互作用的规律。其中一些能态能够辐射到远场, 并具有特定的偏振, 由此可以定义 PhCS 在动量空间中的偏振场, 并映射到庞加莱球上。

目前, 偏振场的特性已受到从理论到实验上的广泛研究。人们提出对称性理论^[17-22]、多极子理论^[23-27]和时域耦合模理论^[28-35]等多种理论对能带结构以及偏振场进行分析。偏振场中偏振奇点的演化与对称性和结构参数等因素的关系也得到了充分的研究^[24, 35-44]。人们普遍认为, 偏振场可能携带着系统的拓扑信息, 这是以往基于频率和动量对能带的研究所缺乏关注的维度^[8-9, 11, 45]。研究者们还发现, 偏振奇点与具有无限大 Q 因子的连续体中的束缚态(BICs)具有一定的关系, 这提供了一种调控 BICs 的重要手段^[35, 39-43]。此外, 通过设计特定结构的 PhCS, 能够实现所有可能的偏振态, 并实现庞加莱球上的全覆盖^[46]。目前, 偏振场特性在激光^[47-54]、单向导模共振^[55-59]、边缘检测^[60]等领域得

到广泛应用。

本文从基本原理出发, 介绍了 PhCS 动量空间中偏振场的定义、特性和相关研究结论, 并讨论了目前基于偏振场的应用及未来展望。

2 二维光子晶体动量空间中的偏振场与偏振奇点

2.1 偏振场的定义与特征

PhCS 的介电常数分布具有 x - y 面内的空间周期性, 因此能在动量空间中定义系统的每一个本征态, 并用 $(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega)$ 进行标记。本征态具有布洛赫波的形式, 并可以表示为 $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{\mathbf{k}_{\parallel}n}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}_{\parallel}n}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}_{\parallel}\cdot\mathbf{r}}$ ^[22]。周期性条件保证了 \mathbf{k}_{\parallel} 与 $\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{G}$ 等效, 其中 \mathbf{G} 为动量空间的倒格矢。当 z 方向的尺寸有限时, 系统不再是厄米系统, 而是非厄米系统, 能够与外界进行能量交换。此时辐射态的波矢 \mathbf{k} 要满足 $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = n^2\omega^2/c^2$, 其中 n 为外部空间的折射率, c 为真空中的光速。由此, 沿着 z 方向的波矢分量^[19]满足

$$k_z = \sqrt{\frac{n^2\omega^2}{c^2} - \left(\mathbf{k}_{\parallel} + \sum_{i=1,2} m_i \mathbf{G}_i\right)^2}, \quad (1)$$

式中 m_i 为整数, 用来标记辐射通道的阶数。由此可见, 在第一布里渊区内, 只有位于光锥之上 ($\omega > c|\mathbf{k}_{\parallel}|/n$) 的态才能辐射到远场, 被称为辐射连续域, 而

收稿日期: 2024-01-02; 修回日期: 2024-02-26; 录用日期: 2024-03-04; 网络首发日期: 2024-03-13

基金项目: 国家重点研发计划(2022YFA1405000)、江苏省自然科学基金(BK20212004)、江苏省前沿引领技术基础研究重大专项(BK20232001)、国家自然科学基金优秀青年科学基金(海外)

通信作者: *yqlu@nju.edu.cn; **jlkou@nju.edu.cn

位于光锥以下的则是传统束缚态^[61],如图 1(a)所示。

对于辐射态 (\mathbf{k}, ω) ,由麦克斯韦方程组推导的本征频率通常具有 $\omega(\mathbf{k}_{\parallel}) = \omega_0 - i\gamma$ 的形式;其远场分布往往可以近似为平面波,并具有确定的偏振态。将偏振态与面内波矢 \mathbf{k}_{\parallel} 一一对应,可以获得动量空间中的偏振场,并用偏振矢量 \mathbf{d} 进行描述^[42],即

$$\mathbf{d}(k_x, k_y) = \frac{1}{\iint_{\text{cell}} dx dy} \iint_{\text{cell}} \exp(ik_x x + ik_y y) \mathbf{E}(k_x, k_y) dx dy, \quad (2)$$

积分区域为 PhCS 在 x - y 面内的单胞。因此,偏振场通常被定义在光锥之上。

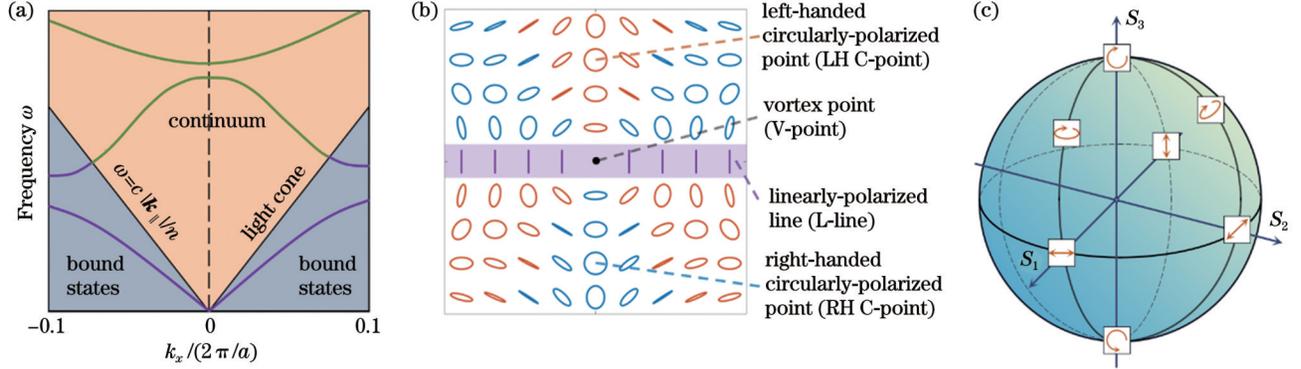


图 1 偏振场的定义与偏振态示意图。(a)辐射态与传统束缚态的示意图;(b)参数空间中 C 点、L 线和 V 点示意图;(c)庞加莱球示意图

Fig. 1 Definition of polarization field and schematics of polarization states. (a) Schematic of radiative states and traditional bound states; (b) illustration of C points, L lines, and V points in parameter space; (c) schematic of the Poincaré sphere

偏振态可以分为线偏振、椭圆偏振和圆偏振三类,并用斯托克斯参数 (S_0, S_1, S_2, S_3) 进行标记。斯托克斯参数包含光强和偏振态等信息。具有左旋或右旋圆偏振的态被称为 C 点^[62-63](circularly-polarized point),对应于 $S_3/S_0 = \pm 1$;线偏振态在动量空间所连成的线被称为 L 线(linearly-polarized line),对应于 $S_3/S_0 = 0$ 。每一种偏振态都能单射到庞加莱球上。坐标轴的选取会影响参数 S_1 和 S_2 的取值,因此需要一个全局规范进行确定。当参数点的偏振态无法映射到庞加莱球面上时,偏振态将无法确定,这种情况也被称为 V 点^[64](vortex point)。图 1(b)给出了参数空间中的 C 点、L 线和 V 点的示意图,图 1(c)给出了庞加莱球的示意图。我们选用面内的分量 (d_x, d_y) 来描述斯托克斯参数,则有 $S_0 = |d_x|^2 + |d_y|^2$ 、 $S_1 = |d_x|^2 - |d_y|^2$ 、 $S_2 = 2\text{Re}(d_x d_y^*)$ 、 $S_3 = -2\text{Im}(d_x d_y^*)$ 。容易证明, $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ 。定义偏振角 $\psi(\mathbf{k}_{\parallel}) = \text{Arg}(S_1 + iS_2)/2$,可以得到动量空间中任意一点的绕数(winding number)为

$$q = \frac{1}{2\pi} \oint_C \nabla_{\mathbf{k}_{\parallel}} \psi(\mathbf{k}_{\parallel}) \cdot d\mathbf{k}_{\parallel}. \quad (3)$$

通常情况下,对某些偏振奇异点或奇异线的绕数,也称为拓扑电荷 q 。拓扑电荷是一个广义的概念,用来描述参数空间中的拓扑性质^[65],也经常用于描述涡旋光束的轨道角动量^[66-67]。从式(3)可以看出, $q \neq 0$ 可能存在 3 种情况,分别是 $|d_x| = |d_y| = 0$ 、 $|d_x| = |d_y|$ 且 $d_x d_y^* = 0$ 以及 $d_x d_y^*$ 不确定。第一种情况意味着 $S_0 = S_1 = S_2 = S_3 = 0$,即非简并的 V 点;第二种情况

满足 $S_1 = S_2 = 0$ 且 $S_3 = \pm 1$,对应于 C 点;第三种情况通常对应简并态。

借助斯托克斯参数定义动量空间中的偏振场与贝里联络具有较多相似性,二者都依赖于能带的固有特性。通过绕数分别定义的拓扑电荷和陈数(Chern number)刻画了能带的拓扑性质^[68-71],但它们之间的联系有待进一步揭示。

2.2 高对称点对称性与拓扑电荷的关系

二维光子晶体的面内对称性可以用点群进行描述,并且只能拥有 1、2、3、4 和 6 重旋转对称性和面内的镜面对称性。假设点群在对称操作 \mathcal{R} 下保持不变,对于 \mathbf{k}_{\parallel} 处具有拓扑电荷为 $q_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ 的能态,容易证明 $\mathcal{R}\mathbf{k}_{\parallel}$ 处能态的拓扑电荷 $q_{\mathcal{R}\mathbf{k}_{\parallel}} = q_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ ^[43]。

对于布里渊区上的高对称点,拓扑电荷与旋转对称性 C_n 和镜面对称性 σ 紧密相关。以点群对称性为 C_{4v} 的系统[图 2(a)]为例,能态可以用点群的不可约表示进行标记(不可约表示的特征标表见表 1)^[72]。动量空间中的 Γ 点具有点群的全部对称性。通过将扩展的倒易空间中相互等价的 $\Gamma^{(n)}$ 所对应的波函数进行组合,作为点群可约表示的基函数,并分解成一系列不可约表示的直和^[22],每一个不可约表示标记着相应的能态,并描述着能态的对称性。一维不可约表示(A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2)对应单重态,二维不可约表示(E)对应二重简并态。通常能态的 n 越大,对应的频率越高。从特征标表可以看出,单重态的对称性可以根据对称操作 (σ_v, σ_d) 的奇偶性分为 4 类。结合旋转对称性,可以分析 Γ 点周围偏振的可能方向,并进一步得到这 4 种情

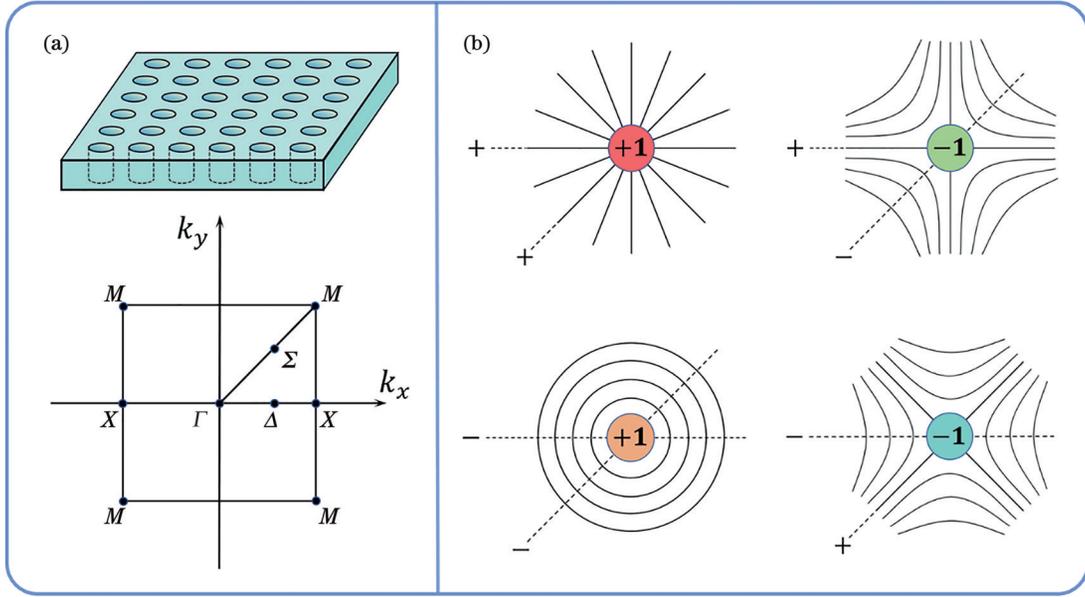


图2 对称性与拓扑电荷的关系。(a)具有 C_{4v} 对称性的 PhCS 和对应的布里渊区示意图；(b)镜面对称性的奇偶性与拓扑电荷的关系
Fig. 2 Relationship between symmetry and topological charges. (a) PhCS with C_{4v} symmetry and the corresponding Brillouin zone; (b) relationship between parity under mirror symmetry and topological charge

表1 C_{4v} 点群的特征标表
Table 1 Character table for C_{4v} point group

C_{4v}	E	$2C_4$	C_2	$2\sigma_v$	$2\sigma_d$
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	1	-1
B_2	1	-1	1	-1	1
E	2	0	-2	0	0

况的最低阶偏振场分布示意图[图 2(b)]。可以直观地看出, A_1 和 A_2 模态对应的拓扑电荷为 1, B_1 和 B_2 模态对应的拓扑电荷为 -1。这和特征标表上 C_4 操作对应的特征标符号一致。由于将偏振矢量从一条高对称线移动到另一条高对称线的过程中, 矢量方向额外旋转 π 的整数倍后仍然符合对称性的要求, 因此 $q + 4n$ (其中 n 为整数) 也符合系统的对称性要求。其他高对称点, 如 M 点和 X 点, 也可以用类似的方法进行分析^[40]。

对于 E 所标记的二重简并态, 需要沿着高对称线来降低系统的对称性, 将简并态破缺成两个非简并态, 进而单独分析各自的偏振场。在 ΓX 连线上的 Δ 点, 对称性满足 C_{1h} , 有两个一维不可约表示 A 和 B , 分别对应 $\sigma_v = 1$ 和 $\sigma_v = -1$ 。当 \mathbf{k}_{\parallel} 从 Γ 点移动到 Δ 点时, 二维不可约表示 E 将作为 C_{1h} 群的可约表示存在, 并可以约化为 $A + B$ 。这意味着通常情况下, 二重简并的能态将演化为两个单重态。同理可以分析得到, 沿着 ΓM 连线, E 模态也将演化为 A 模态和 B 模态。因此, Γ 点存在二重简并的能带, 每条能带都可以单独进行 (σ_v, σ_d) 奇偶性分类, 并分析各自的偏振场特性。

不同对称性点群在 Γ 点处的拓扑电荷可以参照表 2, 其中 n 的取值可能与模态频率所对应的 $\Gamma^{(n)}$ 的阶数有关^[43]。基于同一个能态的偏振奇点进行对称性演化的过程中, n 的取值通常不变。高对称点的拓扑电荷和对称性的联系已经得到了充分验证^[35, 40-41, 43, 46, 73-74]。具有更高阶旋转对称性的准晶能够实现数值更大的拓扑电荷^[75-76]。

表2 点群的不可约表示以及对应的拓扑电荷
Table 2 Irreducible representation of point group and corresponding topological charge

Symmetry	Representation	Charge
C_{2v}	A_1, A_2	$2n \pm 1$
	B_1, B_2	$2n$
C_{3v}	A_1, A_2	$3n + 1$
	E	$3n + 1$
C_{4v}	A_1, A_2	$4n + 1$
	B_1, B_2	$4n - 1$
C_{6v}	E	$4n \pm 1$
	A_1, A_2	$6n + 1$
	B_1, B_2	$6n - 2$
	E_1	$6n + 1$
	E_2	$6n - 2$

2.3 时域耦合模理论对偏振场的描述

时域耦合模理论(TCMT)是一种有效的理论框架, 已被广泛应用于具有多个输入和输出端口的弱耦合光学谐振系统的研究^[28-35]。借助这一理论模型, 人们预言了二维的 PhCS 与外界的相互作用模式, 尤其

是 BICs 和动量空间的偏振特性^[29-31,34-35]。本节将简要介绍 TCMT 对偏振场的描述。

考虑一个均匀的二维 PhCS, 板在 x 和 y 方向均具有空间周期性。借助 TCMT, 与面内波矢量 $\mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$ 对应的共振动力学特性^[30, 40]可以描述为

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = (-i\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Gamma}_m)\mathbf{A} + \mathbf{K}^T \mathbf{s}^+, \quad (4)$$

$$\mathbf{s}^- = \mathbf{C}\mathbf{s}^+ + \mathbf{D}\mathbf{A}, \quad (5)$$

式中: \mathbf{A} 为包含 N 个共振成分的共振振幅; $\boldsymbol{\Omega} = \text{Diag}(\omega_1, \dots, \omega_N)$ 为相应的共振频率; $\boldsymbol{\Gamma} = \{\gamma_{i,j,r}\}_{i,j=1}^N$ 为辐射引起的衰减率; $\boldsymbol{\Gamma}_m$ 为吸收引起的非辐射衰变; 列向量 $\mathbf{s}^{\pm} = (s_s^{\pm}, s_s^{\pm}, s_p^{\pm}, s_p^{\pm})^T$ 描述了入射 (+) 和出射 (-) 波的振幅, 其中上标表示向上 (u) 和向下 (d) 的辐射通道, 下标表示平行于 x - y 平面的分量 (s) 和与之垂直的分量 (p)。这里忽略了高阶的衍射情况。列向量 \mathbf{K} 和 \mathbf{D} 包含从共振到 4 个输入/输出通道的耦合系数: $\mathbf{K} = (\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N)$ 、 $\mathbf{D} = (\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_N)$, 其中 $\mathbf{k}_i = (k_s^u, k_s^d, k_p^u, k_p^d)^T$ 、 $\mathbf{d}_i = (d_s^u, d_s^d, d_p^u, d_p^d)^T$ 。 \mathbf{C} 为描述直接 (非共振) 响应的散射矩阵。上述的物理量都是面内波矢 \mathbf{k}_{\parallel} 的函数。忽略增益或吸收带来的损耗 ($\boldsymbol{\Gamma}_m = 0$), 系统具有时间反演对称性, 并满足能量守恒^[32,35], 因此有

$$\mathbf{K}(\mathbf{k}_{\parallel}) = -(\tau_z \otimes \mathbf{I})\mathbf{D}(-\mathbf{k}_{\parallel}), \quad (6)$$

$$\mathbf{D}^{\dagger}(\mathbf{k}_{\parallel})\mathbf{D}(\mathbf{k}_{\parallel}) = 2\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{k}_{\parallel}), \quad (7)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{k}_{\parallel})(\tau_z \otimes \mathbf{I})(\mathbf{k}_{\parallel})\mathbf{D}^*(\mathbf{k}_{\parallel}) = \mathbf{D}(-\mathbf{k}_{\parallel}), \quad (8)$$

式中: τ_z 为泡利矩阵; \mathbf{I} 为 2×2 的单位矩阵。利用上述公式, 能够对辐射场的特征进行数值上的预言。

考虑一种简单的情况: 假设 PhCS 具有关于 x - y 平面的 σ_z 对称性、绕 z 轴的 C_n 对称性以及关于包含 z 轴所在平面的镜面对称性 σ 。利用 σ_z 对称性, 可以进一步将耦合系数简化为

$$(d_s^u, d_s^d)^T = d_s(1, \sigma_z)^T, (d_p^u, d_p^d)^T = d_p(1, -\sigma_z)^T, \quad (9)$$

式中: $\sigma_z = \pm 1$, 与 TE 模式和 TM 模式相关。由于均匀板不耦合两个极化, 因此散射矩阵 \mathbf{C} 能够写成块对角化形式

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_{s,p} = \begin{pmatrix} r_{s,p} & t_{s,p} \\ t_{s,p} & r_{s,p} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

进一步, 假设共振来源于近场激发或荧光激发, 此时入射场 $\mathbf{s}^+ = \mathbf{0}$, 代入式 (5), 可以得到 $\mathbf{s}^- = \mathbf{D}\mathbf{A}$, 因此远场辐射的偏振状态主要由 \mathbf{D} 决定。此时辐射场远场的偏振矢量可以写为 $\mathbf{d}^{u,d} = d_s^{u,d}\hat{s} + d_p^{u,d}\hat{p}$, 其中 $\hat{s} = \hat{z} \times \hat{k}/|\hat{z} \times \hat{k}|$, $\hat{p} = \hat{k} \times \hat{s}$ 。绕着 z 轴的旋转对称性 C_n 保证了^[35]

$$\mathbf{D}(C_n \mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{d_s^u(C_n \mathbf{k}_{\parallel})}{d_s^u(\mathbf{k}_{\parallel})} \mathbf{D}(\mathbf{k}_{\parallel}) \equiv e^{i\phi} \mathbf{D}(\mathbf{k}_{\parallel}), \quad (11)$$

式中: ϕ 为任意相位。考虑最简单的 C_2 对称性, 并联立式 (8)~(11), 可以得到

$$\text{Arg} \left[\frac{d_s^u(\mathbf{k}_{\parallel})}{d_p^u(\mathbf{k}_{\parallel})} \right] = \frac{1}{2} \text{Arg} \left(-\frac{r_s + \sigma_z t_s}{r_p - \sigma_z t_p} \right) + \pi N', \quad N' \in \mathbf{Z}. \quad (12)$$

上述表达式不包含 $d_p(\mathbf{k}_{\parallel}) = 0$ 的情况。对于布里渊区中心点 Γ 点, 直接散射系数满足 $r_s = -r_p$ 和 $t_s = t_p$, 因此相对相位为 0 或者 π ^[35], 对应的 $S_3/S_0 = 0$ 。当偏离 Γ 点时, 相对相位往往会偏离 0 或者 π , 偏振态将偏离线偏振态。

此外, PhCS 系统通常还存在垂直于 x - y 平面的镜面对称性 σ 。同样地, 可以得到^[35]

$$\mathbf{D}(\sigma \mathbf{k}_{\parallel}) =$$

$$\frac{d_s^u(\sigma \mathbf{k}_{\parallel})}{d_s^u(\mathbf{k}_{\parallel})} (\tau_z \otimes \mathbf{I}) \mathbf{D}(\mathbf{k}_{\parallel}) \equiv e^{i\phi'} (\tau_z \otimes \mathbf{I}) \mathbf{D}(\mathbf{k}_{\parallel}), \quad (13)$$

式中: ϕ' 也为任意相位。当 $\sigma \mathbf{k}_{\parallel} = -\mathbf{k}_{\parallel}$ 时, 联立式 (8)~(10)、(13) 同样可以得到:

$$\text{Arg} \left[\frac{d_s^u(\mathbf{k}_{\parallel})}{d_p^u(\mathbf{k}_{\parallel})} \right] = \frac{1}{2} \text{Arg} \left(\frac{r_s + \sigma_z t_s}{r_p - \sigma_z t_p} \right) + N''\pi, \quad N'' \in \mathbf{Z}. \quad (14)$$

在 $\mathbf{k}_{\parallel} \rightarrow 0$ 时, 相对相位为 $\pm \pi/2$, 这通常与圆偏振相关。

通常情况下, 辐射态的远场偏振为椭圆偏振。定义 $d_L = (d_p + id_s)/\sqrt{2}$ 和 $d_R = (d_p - id_s)/\sqrt{2}$, 可以对偏振态的偏振度 ρ_c 进行描述:

$$\rho_c = \left| \frac{|d_R|^2 - |d_L|^2}{|d_R|^2 + |d_L|^2} \right|. \quad (15)$$

诸多仿真和实验结果表明: 对于保留 C_2 对称性的系统, 布里渊区中心点附近的偏振态通常可以近似为线偏振, $\rho_c \approx 1$; 对于破坏了 C_2 对称性的系统, 偏振态往往呈现椭圆偏振和圆偏振^[35-36,46,74]。

3 偏振奇点的演化

3.1 拓扑电荷的守恒定律

对于具有时间反演不变性的二维光子晶体而言, 二维能带在陈数分类下是拓扑平庸的, 第一布里渊区的总陈数始终为 0^[68-69]。虽然辐射场的偏振场能在一定程度反映能带的拓扑性质, 但由于光锥以下的能带所对应的偏振场无法被准确定义, 因此动量空间的偏振场并不闭合, 光锥以上能带的拓扑电荷总数并不严格守恒。

拓扑电荷源自偏振场的极性, 并可以通过偏振奇点附近的绕数来定义。通常情况下, 动量空间中的偏振态可以连续地映射到庞加莱球上。当沿着庞加莱球面走一个不包括南北极点的闭合路径时, 由于偏振椭圆本身的 C_2 对称性, 其长轴旋转角度将会是 π 的整数

倍。定义某一特定的偏转角 ψ_{\parallel} 和偏振态与之垂直的偏转角 $\psi_{\perp} = \psi_{\parallel} + \pi/2$, 则二者分别对应于庞加莱球的两条经线, 这两条线也被称为偏振节点线。可以看出: 若闭合路径沿着逆时针方向经历了 n 次 $\psi_{\parallel} \rightarrow \psi_{\perp} \rightarrow \psi_{\parallel}$ 的过程, 偏振长轴将旋转 $n\pi$; 若沿着顺时针方向经历 n 次, 则旋转的角度为 $-n\pi$ 。

Jiang 等^[77]借助图论, 详细论述了偏振节点线与偏振奇点的联系。动量空间中的偏振如图 3 所示, 节点线的交点处将产生偏振奇点, 而交点附近节点线的分布将决定交点处的拓扑电荷。节点线相互交错, 形成网格结构, 并将偏振场划分为多个面。每个面只存在一种颜色, 并且面内部的总拓扑电荷为 0。由于偏振场随参数改变而连续变化, 节点线也将连续变化。此时偏振奇点的演化也可以视为两种类型节点线的交叉和分离。这一结果说明, 在没有出现偏振奇点通过光

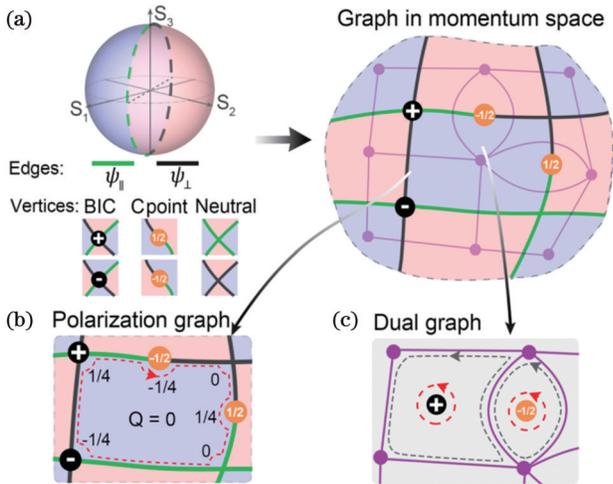


图 3 动量空间中的偏振图^[77]。(a) 偏振图及其对偶图的原理图; (b) 偏振图中面内的总拓扑电荷为 0; (c) 对偶图中界面的电荷等于原图中相应顶点的电荷。

Fig. 3 Polarization graph in momentum space^[77]. (a) Schematic of a polarization graph and its dual graph; (b) total topological charge of a bounded face in the polarization graph is zero; (c) charge of a bounded face in the dual graph is exactly the charge of corresponding vertex in the original graph

锥的情况下, 总的拓扑电荷将守恒, 即拓扑电荷的守恒定律。这一定律在实验上已经得到验证^[40,46]。

借助图论可以清晰地看出, 偏振奇点的拓扑电荷只能是 1/2 的整数倍。对应于庞加莱球南北极的 C 点位于一组不同的节点线的交界处, 具有 $|q| = 1/2$ 。只有一对具有相同(相反)手性和相反(相同)拓扑电荷的 C 点才能湮灭(合并)在一起^[39]。当两个 C 点合并到一起时, 会产生一个 V 点, 因此 C 点也往往被认为是更为基本的偏振奇点。尽管 V 点也可以具有半整数的拓扑电荷, 但是这通常出现在简并的狄拉克锥中。

3.2 非简并能带的偏振奇点

前面提到, 光锥以上的辐射态的远场近似为平面波。平面波作为横波, 具有确定的偏振态。当非简并的辐射态远场出现 V 点时, 意味着这一模式不支持传播, 成为 Q 因子无穷大的束缚态。这种情况也被称为连续体中的束缚态, 即 BICs^[1-16,78]。此时 $S_0 = S_1 = S_2 = S_3 = 0$ 。因此, 可以通过调控非简并 V 点的演化来调控非简并的 BICs。

最早研究偏振奇点与 BIC 的关系可以追溯到 2014 年 Zhen 等^[43]的工作。他们通过计算具有 C_{4v} 对称性的光子晶体板在 TM_1 波段的 Q 因子和偏振场, 发现 BIC 与偏振奇点 V 点具有一一对应的关系[图 4(a)]。随后, 他们在 x 方向上具有一维周期性、 y 方向上无限长的一维光栅的计算也进一步验证了这一结论, 并展示了偏振奇点随着参数的变化而运动和合并的过程。2018 年, Zhang 等^[40]通过测量具有 C_{4v} 对称性的等离子体晶体板的角分辨消光光谱, 首次从实验上观测到远场的 V 点, 也验证了 V 点具有高 Q 值特性。同年, Doeleman 等^[37]基于一维光栅, 从实验上证实了 BIC 与 V 点的联系。2019 年, Liu 等^[46]在基于 C_{4v} 对称性的光子晶体板的研究中发现, 在改变单胞内正方形孔的结构参数, 使其变为等腰梯形并最终过渡到等腰三角形的过程中, 系统的 C_{4v} 对称性会被打破, 不再具有 C_2 对称性。此时原本位于布里渊区中心且 $q = 1$ 的非简并 V 点会被破坏, 并形成两个 $q = 1/2$ 的 C 点, Γ 点处原有的 BICs 也会转变成有限 Q 值的准 BICs [图 4(b)]。两个 C 点连线的中垂线上分布着受到 σ_v 对称性保护的

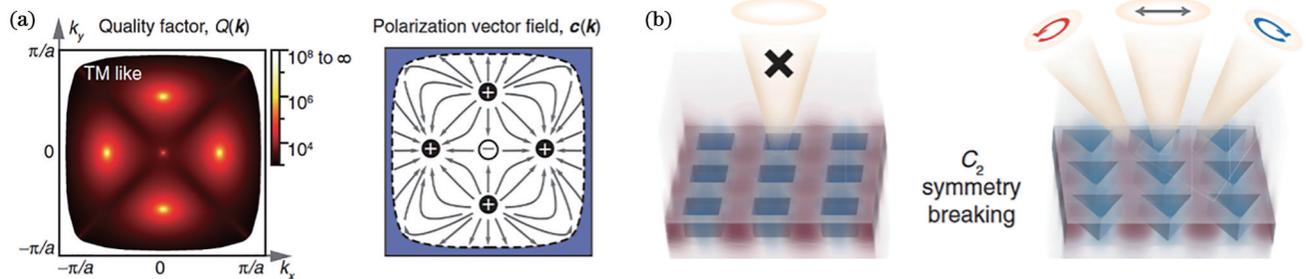


图 4 非简并能带的偏振奇点的相关研究结果。(a) BIC 与 V 点的对应^[43]; (b) V 点破坏 C_2 对称性得到 C 点^[46]

Fig. 4 Results related to polarization singularities in non-degenerate bands. (a) Correspondence between BICs and V points^[43]; (b) generation of C points by breaking C_2 symmetry and disrupting V points^[46]

L 线。这预示着 C 点可能是比 V 点更为基本的偏振奇点。

偏振奇点的演化也是人们相当关注的话题之一。通常有两种调控偏振奇点演化的方式,一种是在保持对称性的基础上改变晶格的参数,如折射率、板的厚度、孔径大小等;另一种是改变面内以及面外的对称性。Zhen 等^[43]在研究 C_{4v} 系统的偏振奇点时,通过改变 PhCS 的厚度,成功在 Γ 点处 $q = +1$ 的 V 点周围产生对称分布的 4 个 $q = +1$ 和 4 个 $q = -1$ 的 V 点。随着厚度与孔径的比值增加,这些偏振奇点逐渐远离 Γ 点并最终落到光锥以下,演化过程如图 5(a) 所示。随

后,Kang 等^[42]在 C_{6v} 系统中,通过改变 PhCS 的厚度,成功在 Γ 点处 $q = -2$ 的 V 点周围产生对称分布的 6 个 $q = +1$ 和 $q = -1$ 的 V 点。他们通过改变空气柱的形状实现了 C_{2v} 系统,并通过调节厚度实现了偏振奇点在高对称线上的合并与分离。Yoda 等^[35]通过改变 C_{6v} 系统中空气柱的形状,破坏系统的 C_2 对称性,在正中心 $q = +1$ 的 V 点周围产生 6 个 $q = -1/2$ 的 C 点。通过改变空气柱的相对位置,可以进一步打破系统的 C_{3v} 对称性,此时系统在 Γ 点处不再有 $C_n (n \geq 2)$ 的旋转对称性, $q = +1$ 的 V 点分裂成两个 $q = +1/2$ 的 C 点。这一结果展示在图 5(b)~(e) 中。

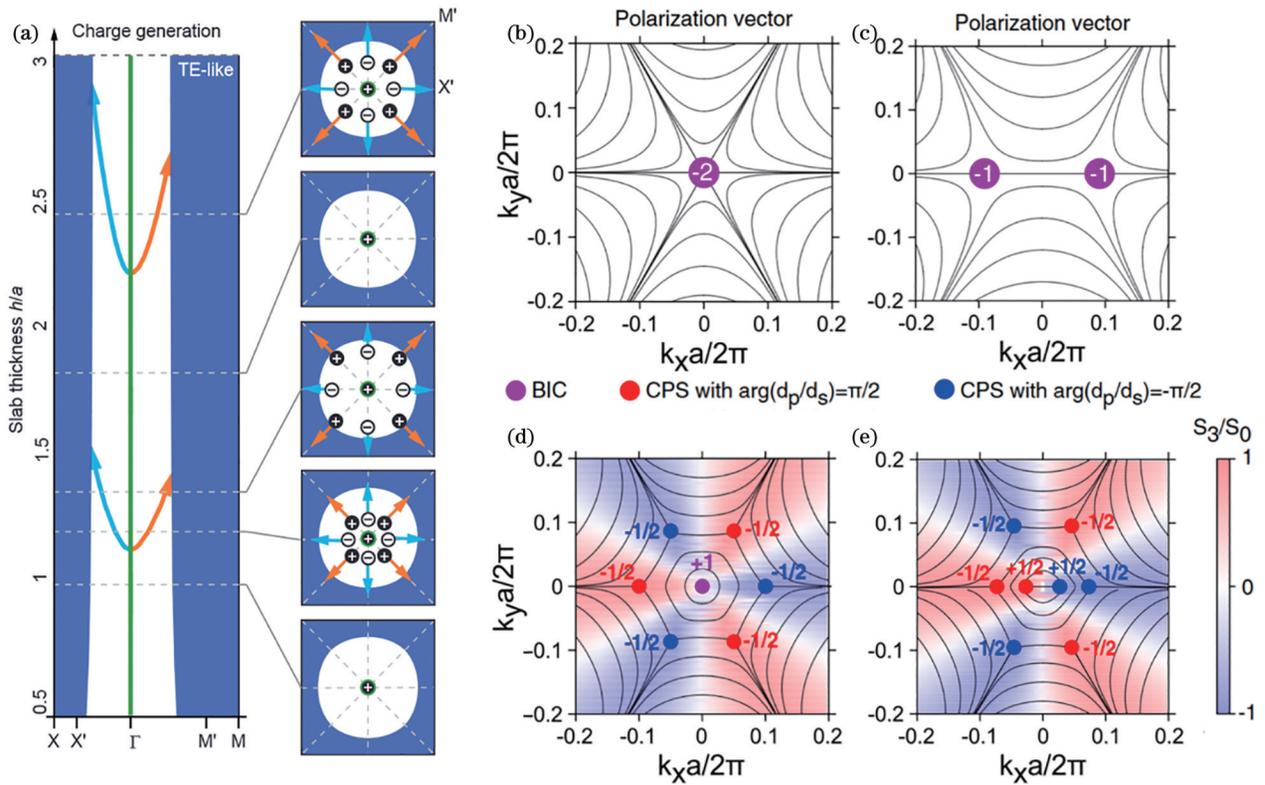


图 5 非简并能带的偏振奇点的演化。(a) 结构参数变化下 V 点的演化^[43]; (b) C_{6v} 、(c) C_{2v} 、(d) C_{3v} 、(e) C_{1h} 对称性系统的偏振场和偏振奇点^[35]

Fig. 5 Evolution of polarization singularities in non-degenerate bands. (a) Evolution of V points under structural parameter changes^[43]; polarization fields and polarization singularities in systems with (b) C_{6v} , (c) C_{2v} , (d) C_{3v} , and (e) C_{1h} symmetries^[35]

值得一提的是,尽管打破面内 C_2 对称性来破坏 V 点已经成为获得 C 点的常用方式,但是 C 点的产生并不要求打破面内的 C_2 对称性。Ye 等^[39]在同时具有时间反演对称性和空间反演对称性(C_2 对称性)的蜂窝晶格 PhCS 中,发现在 K 点或狄拉克简并点附近可以存在 C 点,这可能是由高于衍射极限的多个辐射通道之间的干涉实现的。

3.3 简并能带的偏振奇点

简并态在二维光子晶体中普遍存在。由于简并点上的几个正交本征态本身可以提供不确定的偏振,因此动量空间中的简并点对应于简并 V 点,但这同样意味着简并的 V 点并不严格对应于 BICs,这是因为一些

简并态所对应的不可约表示可能与自由空间中的平面波相匹配(如 C_{3v} 和 C_{4v} 系统的 E 表示, C_{6v} 系统的 E_1 表示),从而导致辐射态^[79]。这一点与非简并的情况是不同的。

根据简并点附近的色散关系,可以简单地将简并分为线性简并(狄拉克简并)和二次简并。其中,线性简并通常受到时间反演对称性(\mathcal{T})和空间反演对称性(C_2)乘积的保护,而二次简并则来源于高对称点处高于二重的旋转对称性^[11]。这两种简并点本质上是拓扑不等价的。具体来说,线性简并点的 Berry 相位是非平凡的(π),而二次简并点的 Berry 相位通常是平庸的(0 或 2π)^[80]。Chong 等^[81]借助有效模型指出,在 C_{4v} 系

统中高对称点的二次简并可以视作一对线性简并,并在系统从 C_{4v} 向 C_{2v} 的对称性破缺过程中,二次简并态会退化为一对一次简并态。随后 Chen 等^[80]从实验上证明了这一点,并确认了 C_{4v} 的 Γ 点处具有 $q = -1$ 的简并 V 点会随着对称性降低被破缺为一对 $q = -1/2$ 的简并 V 点,分布在 Γ 点两侧,如图 6(a) 所示。他们也发现, C_{6v} 的 Γ 点处 $q = -2$ 的简并 V 点也会随着系统对称性降低为 C_{2v} ,而在两侧出现一对 $q = -1/2$ 的简并 V 点,拓扑电荷守恒给出 Γ 点处会遗留下 $q = -1$

的非简并 V 点,如图 6(b) 所示^[80]。Ye 等^[39]在 C_{6v} 对称性的蜂窝晶格 PhCS 中发现, K 点处具有 $q = -1/2$ 的简并 V 点具有有限 Q 值,但随着空气柱半径的改变, K 点附近相反手性的 C 点会与简并 V 点结合,并形成 $q = 1/2$ 的简并 V 点。此时的简并 V 点成为简并的 BIC 对。偏振奇点的演化过程可以参照图 6(c)。Guo 等^[73]通过改变蜂窝晶格不同位置的空气柱半径,实现了 C_{6v} 系统向 C_{3v} 系统的转变,原有 K 点处受 C_2 对称性保护的狄拉克简并被移除,每个带半整数电荷的简并 V 点将变成带相同电荷的 C 点。

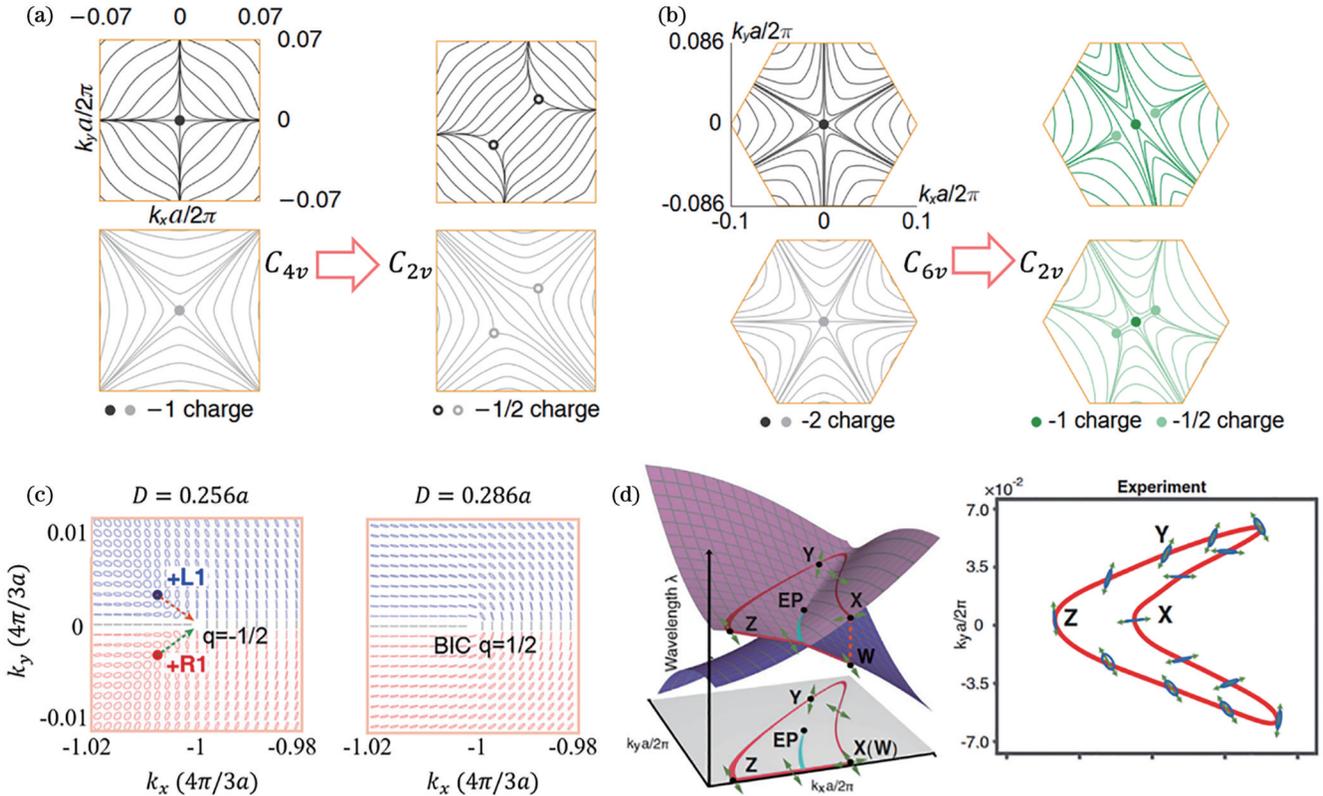


图 6 简并能带的偏振奇点的演化。(a) C_{4v} 系统退化为 C_{2v} 系统^[80]; (b) C_{6v} 系统退化为 C_{2v} 系统^[80]; (c) C 点与半整数 V 点的合并^[39]; (d) 费米弧^[82]

Fig. 6 Evolution of polarization singularities in degenerate bands. (a) C_{4v} system degenerates to C_{2v} ^[80]; (b) C_{6v} system degenerates to C_{2v} ^[80]; (c) merging of C points and half-integer V points^[39]; (d) Fermi arc^[82]

由于简并的 V 点可以是辐射态,系统有较强的非厄米性,原有的狄拉克简并会退化成体费米弧,并导致奇异点^[82-84],这一现象最早由 Zhen 等^[83]观测到。他们在 C_{4v} 光子晶体板中发现,在特定的参数下, Γ 点处对称保护的二重辐射态和非辐射单态会形成偶然的三重简并态,而具有相同对称性的两个能带之间的反交叉导致了线性狄拉克色散。系统的非厄米性导致 Γ 点处的狄拉克简并演变成奇异环。随后, Zhou 等^[82]发现,非厄米性会导致 C_2 保护的狄拉克点演变为费米弧,但整段弧的拓扑电荷仍满足拓扑电荷守恒,整体具有半整数的拓扑电荷,如图 6(d) 所示。Chen 等^[84]则在费米弧附近发现了两个携带半整数拓扑电荷的 C 点。C

点的引入会使得费米弧的拓扑电荷测量偏离预期,而只有关闭两个 C 点才能得到预期的结果。

除了上述提到的内容, Chen 等^[80]还发现,偶然简并不会显著影响能带的偏振特性。他们基于 C_{4v} 系统,通过调节正方形空气柱的边长,在 Γ 点处使得对称保护的二重简并态与单重态形成三重简并态。能隙的关闭与打开过程中,每条能带的偏振分布基本没有变化,拓扑电荷也保持不变。

4 动量空间偏振场的应用

偏振场能在动量空间中对光场的相位进行调节。通过设计合适的对称性以及结构参数等,能够实现不

同特性的偏振场,从而实现各种有趣的应用。目前的应用主要集中于偏振奇点 V 点与 BIC 的对应关系、偏振奇点本身具有的相位奇性、偏振奇点的演化与对称性的关联,以及不同类型偏振态对光场响应的特性。

4.1 合并 BICs

由于远场的非简并 V 点与非简并的 BICs 具有一一对应关系,因此,利用拓扑电荷守恒来产生 BICs 以及调控其在动量空间中的位置和演化成为热门话题,最常见的便是聚集多个 V 点形成合并 BICs^[41-42,49,87]。

传统 BICs 的 Q 因子对波矢和对称性非常敏感,当结构存在缺陷和偶然散射时, Q 因子会显著降低,从而限制了 BICs 的实际应用。2019 年, Jin 等^[87]在 C_{4v} 的硅

PhCS 中发现,适当调节空气柱的间距,能够将通信波段上 Γ 点周围 8 个 V 点调控到其附近,从而形成合并 BICs。相比传统 BICs 的 $Q \propto k^{-2}$, 合并 BICs 能实现 $Q \propto k^{-6}$, 抑制了互易系统中的面外散射损失,极大地增强了 BICs 的鲁棒性。此外,他们在有限尺寸的真实系统上进行验证,证实了合并 BICs 比传统的单个 BIC 的 Q 因子高一个数量级,达到 $4.9 \times 10^{5[87]}$ 。2021 年, Hwang 等^[49]利用这一原理,在有限的尺寸上实现了超低阈值的激光器。2022 年, Kang 等^[42]进一步在具有 C_{6v} 对称性的系统实现了合并 BICs,如图 7(a)所示,证实了拓扑电荷为 $q = \pm n$ 的合并 BICs 能实现 $Q \propto k^{-2n-4}$ 。这些工作弥补了以往基于单个 BIC 的应用所具有的缺陷,有助于激光器的小型化和集成化。

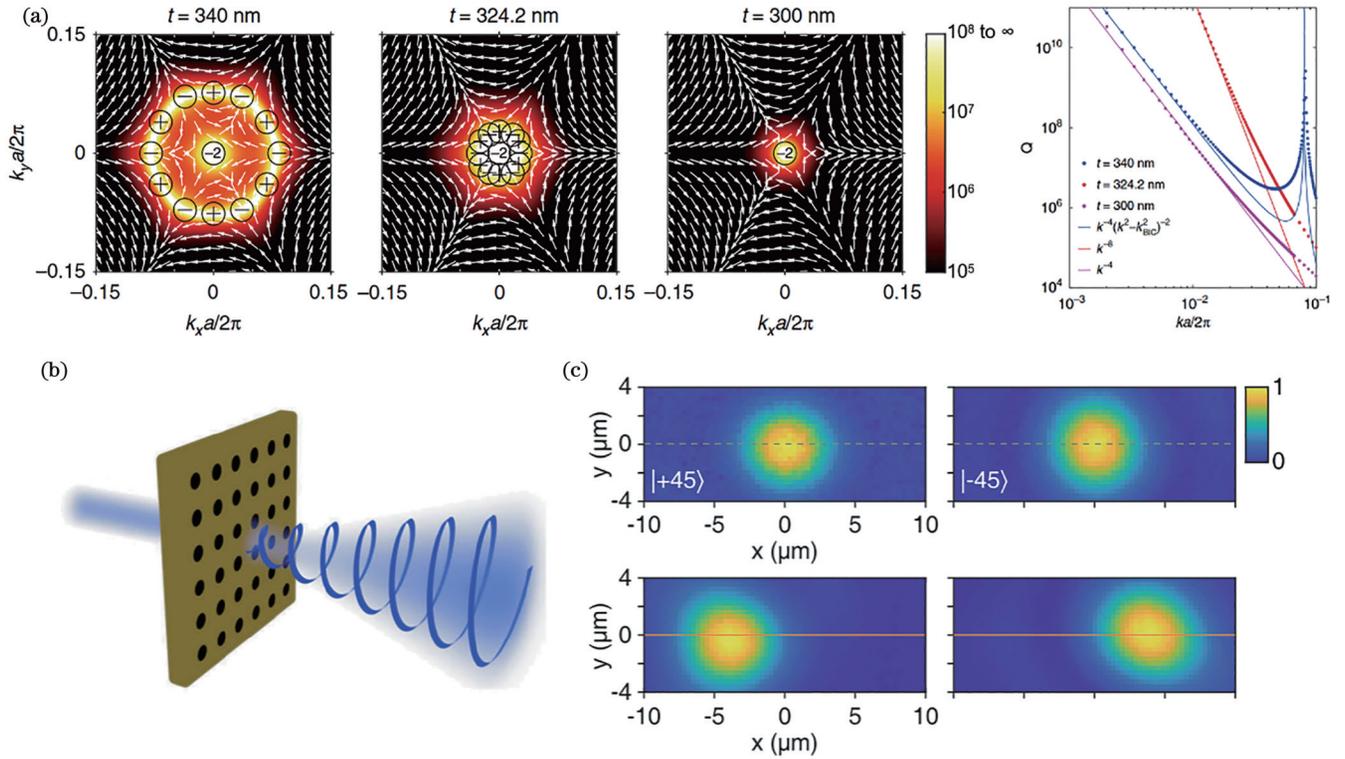


图 7 偏振场的应用。(a)合并 BICs^[42]; (b)涡旋光束的产生^[85]; (c)光束位移^[86]

Fig. 7 Applications of polarization fields. (a) Merging BICs^[42]; (b) generation of vortex beams^[85]; (c) beam shift^[86]

4.2 动量空间中的涡旋光束

前面提到,非简并的 V 点所对应的 BICs 具有无穷大的 Q 因子,并在对称扰动下退化成为高 Q 因子的准 BICs,能够用来实现激光器。由于动量空间中 V 点携带着拓扑电荷,周围的偏振场偏振矢量的方向与动量有关,因此辐射光场具有轨道角动量^[48,50,85,88-89]。这一特性能够用于产生涡旋光束。Wang 等^[88]证明了当光通过 PhCS 传播时,在 Γ 点附近用来描述散射场的琼斯矩阵在螺旋基底上满足

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} t_a + t_b & (t_a - t_b)e^{-2i\theta} \\ (t_a - t_b)e^{2i\theta} & t_a + t_b \end{pmatrix}, \quad (16)$$

式中: t_a 和 t_b 分别为偏振主轴和小轴的散射系数; θ 为

引导共振的偏振长轴方向。它们均为 \mathbf{k}_{\parallel} 的函数。因此,当入射光为圆偏振光时, PhCS 散射的交叉偏振光获得 $2\theta\sigma$ 的 PB (Pancharatnam-Berry) 相移^[90-93], 其中 $\sigma = +1$ 对应左旋偏振光 (LCP), 而 $\sigma = -1$ 对应右旋偏振光 (RCP)。由于对称性为 C_{4v} 和 C_{6v} 的 PhCS 在 Γ 点处存在受对称性保护的 V 点,并具有拓扑电荷 q , 这使得交叉偏振光将获得螺旋相位 $l = 2q\sigma$, 这一现象在实验上得到了验证^[88]。

传统方法对光场相位进行调制通常通过实空间相位梯度来实现,如螺旋相位板或超表面等,这些方法要么需要大量的光学元件,要么对光束中心非常敏感,这都影响了结构的小型化和模式的纯度。借助 PhCS 动量空间中的偏振场和偏振奇点来实现相位调制,成功

规避了对光束中心的依赖,并提高了涡旋激光的质量。此外,通过控制泵浦光束的空间强度分布,能够实现涡旋激光与线偏振激光之间的超快切换,这一特性能够用于超高速和超低能耗的全光开关构造^[50]。

值得一提的是,在光束通过 PhCS 的过程中,透射光的交叉偏振分量获得一个额外的相位,为了满足总角动量的守恒定律,交叉偏振光的光束中心将会产生一个横向位移^[94]。这一现象已在 Wang 等^[86]的工作中被提及。他们选择 $S_2/S_0 = \pm 1$ 的两种线偏振态作为对称性为 C_{1h} 的 PhCS 的正入射光束,并用相应正交的检偏器检测出射光,发现光束产生了图 7(c) 所示的横向位移,位移量约为光波长的 5 倍^[86]。由于位移量正比于动量空间中的相位梯度,因此这种方法可以获得比 G-H (Goos-Hänchen) 位移^[95-96] 和 I-F (Imbert-Fedorov) 位移^[97-98] 更大的位移量,有着更为广阔的应用前景。

4.3 单向导模共振

当 PhCS 关于 x - y 平面的镜面对称性 σ_x 被打破时,向上和向下的辐射通道将变得不同,两处的偏振场也

将分别演化。通过选取合适的结构,能够实现特定的辐射场。2020 年, Yin 等^[56] 在具有一维空间周期性的光子晶体板上,通过改变截面为矩形的介质柱一侧的倾斜角,成功地打破了面内的镜面对称性和面外的 σ_z 对称性。随着倾斜角的改变,上下两个辐射通道的 V 点各自被破缺成两个 C 点。在 75° 倾角附近,向下的辐射通道中远场的两个 C 点重新合并为一个非简并的 V 点,并形成 BIC,这意味着向下的辐射通道将被关闭,系统具有单向辐射的特性。这也被称为单向导模共振 (UGR)。2021 年, Zeng 等^[55] 通过将两个相同的具有一维空间周期性的光子晶体板错位堆叠放置 [图 8(a)], 同样也打破了 σ_x 对称性,并且能够通过调节错位大小 δ 来调控上下辐射通道 [图 8(b)], 从而实现 UGR。这种设计在操控远场辐射上具有较大的灵活性,并有望实现位移量和辐射场强度之间的转化,从而应用到一些传感器上。值得注意的是,UGR 的实现并不要求面内对称性破缺。Xu 等^[59] 在一维介质光栅的基础上加上衬底来打破 σ_x 对称性,成功实现了 UGR。借助衬底厚度、面内单胞截面梯形的几何参数等,可以对 UGR 进行灵活调节。

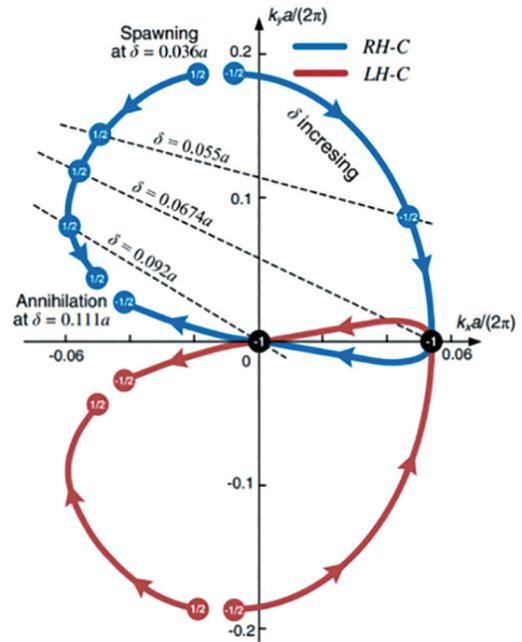
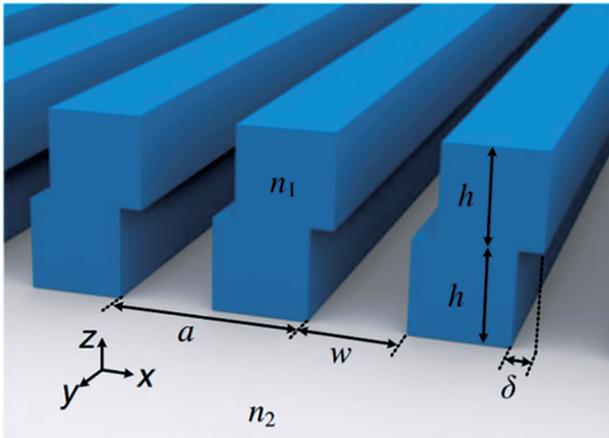


图 8 实现 UGR 的结构示意图和向下辐射通道的偏振奇点与 δ 的关系^[55]

Fig. 8 Schematic of the structure achieving UGR and relationship between polarization singularities and δ in the downward radiation channel^[55]

Yin 等^[57] 还提出了更为系统的产生 UGR 的方法。他们通过理论分析,发现在破坏 σ_x 对称性后,原本不受干扰的奇偶性不同的两个本征态将发生耦合,并线性组合成新的辐射本征态,而 UGR 对应于远场辐射的相位奇点^[57]。他们还通过分析几种二维 PhCS 的 UGR 随着结构参数的演化,揭示了 UGR 在一般参数空间中的产生、演化和湮灭的拓扑性质^[57],从而为光操纵的新可能性铺平了道路。

4.4 成像与边缘检测

通过设计合适对称性和结构参数的系统,能够在动量空间上实现所有可能的偏振态,实现庞加莱球面上的全覆盖^[46],从而对入射光的不同偏振态产生不同的响应^[99],进而对光场信息进行处理,譬如图像的边缘检测^[60,100-104]。

目前,基于二维光子晶体的边缘检测受到广泛关注。Chen 等^[60] 通过打破 C_{4v} 系统的 C_2 对称性^[46],

使得原来在 Γ 点处受对称性保护的非简并 V 点分裂成对称分布的 LHC 点和 RHC 点。他们发现,当 LCP 光入射时, LHC 点附近的透射率接近 1, 而 RCP 光入射时的透射光谱呈现洛伦兹线型, 结果如图 9(a)、(b) 所示。利用这一特性, 他们构造了图 9(c) 所示的 $4f$ 成像系统。当携带信息的 LCP 以特定角度入射到 LHC 点附近时, 图像信息保持不

变, 实现亮场成像; 换成 RCP 入射时, 图像几乎只有边缘处能够透射, 边缘处光强增大, 从而实现边缘检测的功能^[60]。相比传统的利用超表面来实现边缘检测的方法, 二维的 PhCS 具有非局域的特点, 既不像暗场成像那样需要额外的光学元件^[105], 也不需要光轴对准, 显著降低了系统的复杂性。

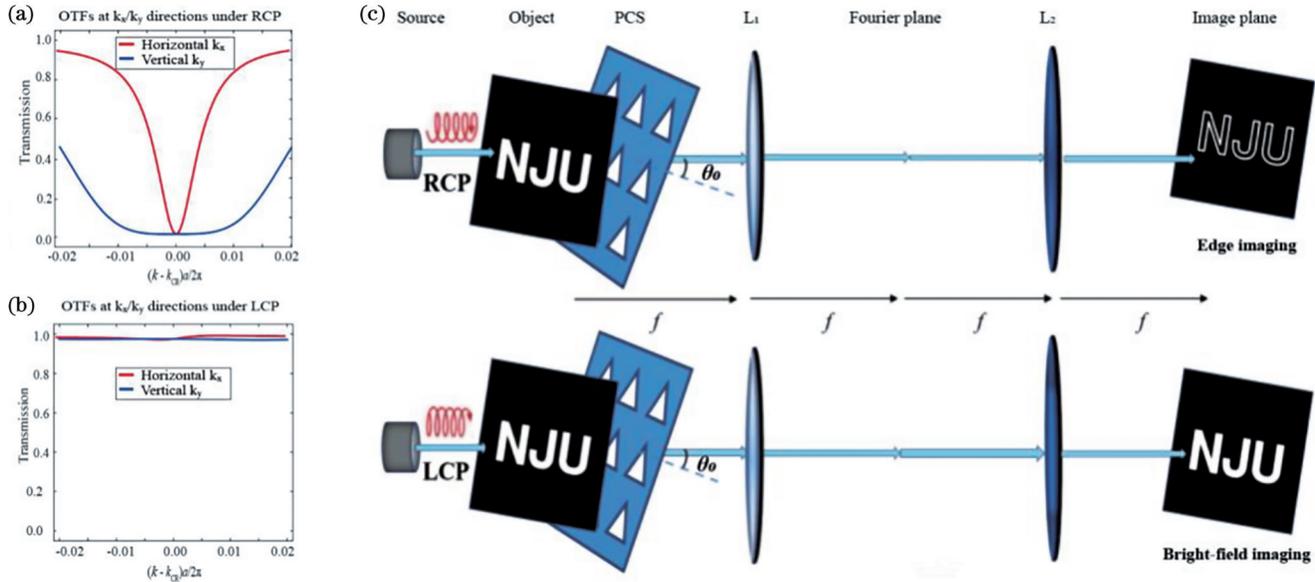


图9 边缘检测的原理和实验装置示意图^[60]。(a) RCP和(b) LCP光入射时LHC点附近的透射曲线;(c)将PhCS集成到传统的 $4f$ 成像系统中实现亮场成像和边缘检测

Fig. 9 Principles of edge detection and schematic of the experimental setup^[60]. Transmission curves near the LHC point for (a) RCP and (b) LCP incident light, respectively; (c) integration of PhCS into a conventional $4f$ imaging system, enabling bright-field imaging and edge detection

5 总结与展望

本文综述了PhCS在动量空间中偏振场的特性以及相关的应用。首先,详细介绍了偏振场的起源及其在动量空间中的定义,并引入两类偏振奇点(C点和V点)和拓扑电荷的计算;其次,详细探讨了对称性与偏振奇点拓扑电荷的关系,并介绍了时域耦合模理论对偏振场的描述;然后,介绍了偏振场演化过程中拓扑电荷的守恒规律,并基于能带非简并和简并两种情况分别介绍了偏振奇点的演化规律和相关的理论与实验进展;最后,介绍了基于偏振场和偏振奇点的一些应用。

目前,二维光子晶体已经得到了相当广泛的研究和应用。借助其非局域和远场辐射特性,PhCS能够实现传统光学系统无法实现的功能,并在小型化和集成化方面具有相当大的优势。依赖于能带拓扑结构的偏振场进一步加深了人们对传统BIC的理解,并极大地拓宽了PhCS的应用范围。尽管还有很多问题有待明确,比如非厄米拓扑理论对偏振奇点的辐射拓扑的具体描述,以及结构参数是如何具体影响偏振奇点的演化等。深入研究这些现象,有助于进一步掌握偏振

场的演化规律,并将偏振奇点操纵的思想扩展到更多的材料、器件和应用场景中。此外,大多数应用都聚焦于偏振奇点,偏振场与外部光场相互作用的特性在应用层面还未被充分研究,多层PhCS的辐射场特性也有待挖掘^[106],进一步的研究有助于在光通信、激光雷达、AR/VR和生物传感等领域实现重要突破。

参考文献

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(20): 2059-2062.
- [2] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(23): 2486-2489.
- [3] 毕千惠, 彭于娟, 陈润, 等. 光子学连续域束缚态的理论及应用[J]. 光学学报, 2023, 43(16): 1623008.
Bi Q H, Peng Y J, Chen R, et al. Theory and application of bound states in the continuum in photonics[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(16): 1623008.
- [4] 姚建铨, 李继涛, 张雅婷, 等. 周期光学系统中的连续域束缚态[J]. 中国光学, 2023, 16(1): 1-23.
Yao J Q, Li J T, Zhang Y T, et al. Bound states in continuum in periodic optical systems[J]. Chinese Optics, 2023, 16(1): 1-23.
- [5] 柴若衡, 刘文玮, 程化, 等. 人工光学微纳结构中的连续体束缚态:原理、发展及应用[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0123001.

- Chai R H, Liu W W, Cheng H, et al. Bound states of continuum in optical artificial micro-nanostructures: fundamentals, developments and applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0123001.
- [6] Koshelev K, Bogdanov A, Kivshar Y. Meta-optics and bound states in the continuum[J]. *Science Bulletin*, 2019, 64(12): 836-842.
- [7] Özdemir Ş K, Rotter S, Nori F, et al. Parity-time symmetry and exceptional points in photonics[J]. *Nature Materials*, 2019, 18(8): 783-798.
- [8] Kang M, Liu T, Chan C T, et al. Applications of bound states in the continuum in photonics[J]. *Nature Reviews Physics*, 2023, 5: 659-678.
- [9] Wang F F, Yin X F, Zhang Z X, et al. Fundamentals and applications of topological polarization singularities[J]. *Frontiers in Physics*, 2022, 10: 862962.
- [10] Peng Y, Liao S L. Bound states in continuum and zero-index metamaterials: a review[EB/OL]. (2020-07-02) [2024-02-25]. <https://arxiv.org/abs/2007.01361>.
- [11] Liu W Z, Liu W, Shi L, et al. Topological polarization singularities in metaphotonics[J]. *Nanophotonics*, 2021, 10(5): 1469-1486.
- [12] Koshelev K, Favraud G, Bogdanov A, et al. Nonradiating photonics with resonant dielectric nanostructures[J]. *Nanophotonics*, 2019, 8(5): 725-745.
- [13] Xu G Z, Xing H Y, Xue Z Q, et al. Recent advances and perspective of photonic bound states in the continuum[J]. *Ultrafast Science*, 2023, 3: 33.
- [14] Azzam S I, Kildishev A V. Photonic bound states in the continuum: from basics to applications[J]. *Advanced Optical Materials*, 2021, 9(1): 2001469.
- [15] Hsu C W, Zhen B, Stone A D, et al. Bound states in the continuum[J]. *Nature Reviews Materials*, 2016, 1(9): 16048.
- [16] Joseph S, Pandey S, Sarkar S, et al. Bound states in the continuum in resonant nanostructures: an overview of engineered materials for tailored applications[J]. *Nanophotonics*, 2021, 10(17): 4175-4207.
- [17] Ochiai T, Sakoda K. Dispersion relation and optical transmittance of a hexagonal photonic crystal slab[J]. *Physical Review B*, 2001, 63(12): 125107.
- [18] SymmetrySakoda K., degeneracy, and uncoupled modes in two-dimensional photonic lattices[J]. *Physical Review B*, 1995, 52(11): 7982-7986.
- [19] Cerjan A, Jörg C, Vaidya S, et al. Observation of bound states in the continuum embedded in symmetry bandgaps[J]. *Science Advances*, 2021, 7(52): eabk1117.
- [20] Overvig A C, Malek S C, Carter M J, et al. Selection rules for quasibound states in the continuum[J]. *Physical Review B*, 2020, 102(3): 035434.
- [21] Chen Y, Li M J, Zhao M, et al. Multiple quasibound states in the continuum of permittivity-asymmetric all-dielectric metasurface: group-theoretical description[J]. *Optical Materials*, 2023, 138: 113693.
- [22] Sakoda K. *Optical properties of photonic crystals*[M]. 2nd ed. Berlin: Springer, 2005.
- [23] Koshelev K, Kruk S, Melik-Gaykazyan E, et al. Subwavelength dielectric resonators for nonlinear nanophotonics[J]. *Science*, 2020, 367(6475): 288-292.
- [24] Chen W J, Chen Y T, Liu W. Singularities and Poincaré indices of electromagnetic multipoles[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(15): 153907.
- [25] Abujetas D R, Olmos-Trigo J, Sánchez-Gil J A. Tailoring accidental double bound states in the continuum in all-dielectric metasurfaces[J]. *Advanced Optical Materials*, 2022, 10(15): 2200301.
- [26] Sadrieva Z, Frizyuk K, Petrov M, et al. Multipolar origin of bound states in the continuum[J]. *Physical Review B*, 2019, 100(11): 115303.
- [27] Chen W J, Chen Y T, Liu W. Multipolar conversion induced subwavelength high-Q Kerker supermodes with unidirectional radiations[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2019, 13(9): 1900067.
- [28] Fan S H, Joannopoulos J D. Analysis of guided resonances in photonic crystal slabs[J]. *Physical Review B*, 2002, 65(23): 235112.
- [29] Luo H Q, Liu L L, Xi Z, et al. Dynamics of diverse polarization singularities in momentum space with far-field interference[J]. *Physical Review A*, 2023, 107(1): 013504.
- [30] Hsu C W, Zhen B, Soljačić M, et al. Polarization state of radiation from a photonic crystal slab[EB/OL]. (2017-08-07) [2024-02-25]. <https://arxiv.org/abs/1708.02197v1>.
- [31] Song Q J, Dai S W, Han D Z, et al. PT symmetry induced rings of lasing threshold modes embedded with discrete bound states in the continuum[J]. *Chinese Physics Letters*, 2021, 38(8): 084203.
- [32] Suh W, Wang Z, Fan S H. Temporal coupled-mode theory and the presence of non-orthogonal modes in lossless multimode cavities[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2004, 40(10): 1511-1518.
- [33] Zhao Z X, Guo C, Fan S H. Connection of temporal coupled-mode-theory formalisms for a resonant optical system and its time-reversal conjugate[J]. *Physical Review A*, 2019, 99(3): 033839.
- [34] Guo Y, Xiao M, Fan S H. Topologically protected complete polarization conversion[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(16): 167401.
- [35] Yoda T, Notomi M. Generation and annihilation of topologically protected bound states in the continuum and circularly polarized states by symmetry breaking[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(5): 053902.
- [36] Li J T, Yue Z, Li J, et al. Ultra-narrowband terahertz circular dichroism driven by planar metasurface supporting chiral quasi bound states in continuum[J]. *Optics & Laser Technology*, 2023, 161: 109173.
- [37] Doeleman H M, Monticone F, den Hollander W, et al. Experimental observation of a polarization vortex at an optical bound state in the continuum[J]. *Nature Photonics*, 2018, 12: 397-401.
- [38] Chen W J, Chen Y T, Liu W. Line singularities and Hopf indices of electromagnetic multipoles[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2020, 14(7): 2000049.
- [39] Ye W M, Gao Y, Liu J L. Singular points of polarizations in the momentum space of photonic crystal slabs[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(15): 153904.
- [40] Zhang Y W, Chen A, Liu W Z, et al. Observation of polarization vortices in momentum space[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(18): 186103.
- [41] Kang M, Zhang S P, Xiao M, et al. Merging bound states in the continuum at off-high symmetry points[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 126(11): 117402.
- [42] Kang M, Mao L, Zhang S P, et al. Merging bound states in the continuum by harnessing higher-order topological charges[J]. *Light, Science & Applications*, 2022, 11: 228.
- [43] Zhen B, Hsu C W, Lu L, et al. Topological nature of optical bound states in the continuum[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(25): 257401.
- [44] Zhao W, Wang W, Chen Z X, et al. Evolution of degenerate pairs of bound states in the continuum with broken symmetry[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2024, 16(2): 1-7.
- [45] Liu W Z, Shi L, Chan C T, et al. Momentum-space polarization fields in two-dimensional photonic-crystal slabs: physics and applications[J]. *Chinese Physics B*, 2022, 31(10): 104211.
- [46] Liu W Z, Wang B, Zhang Y W, et al. Circularly polarized

- states spawning from bound states in the continuum[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(11): 116104.
- [47] Liu X Y, Xia S Q, Jajtić E, et al. Universal momentum-to-real-space mapping of topological singularities[J]. *Nature Communications*, 2020, 11: 1586.
- [48] Wang Z X, Liang Y, Beck M, et al. Topological charge of finite-size photonic crystal modes[J]. *Physical Review B*, 2020, 102(4): 045122.
- [49] Hwang M S, Lee H C, Kim K H, et al. Ultralow-threshold laser using super-bound states in the continuum[J]. *Nature Communications*, 2021, 12: 4135.
- [50] Huang C, Zhang C, Xiao S M, et al. Ultrafast control of vortex microlasers[J]. *Science*, 2020, 367(6481): 1018-1021.
- [51] Kodigala A, Lepetit T, Gu Q, et al. Lasing action from photonic bound states in continuum[J]. *Nature*, 2017, 541(7636): 196-199.
- [52] Contractor R, Noh W, Redjem W, et al. Scalable single-mode surface-emitting laser via open-Dirac singularities[J]. *Nature*, 2022, 608(7924): 692-698.
- [53] Wang Z Y, Liu X, Wang P Y, et al. Continuous-wave operation of 1550 nm low-threshold triple-lattice photonic-crystal surface-emitting lasers[J]. *Light: Science & Applications*, 2024, 13: 44.
- [54] Chen Z, Yin X, Jin J, et al. Observation of miniaturized bound states in the continuum with ultra-high quality factors[J]. *Science Bulletin*, 2022, 67(4): 359-366.
- [55] Zeng Y X, Hu G W, Liu K P, et al. Dynamics of topological polarization singularity in momentum space[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(17): 176101.
- [56] Yin X F, Jin J C, Soljačić M, et al. Observation of topologically enabled unidirectional guided resonances[J]. *Nature*, 2020, 580(7804): 467-471.
- [57] Yin X F, Inoue T, Peng C, et al. Topological unidirectional guided resonances emerged from interband coupling[J]. *Physical Review Letters*, 2023, 130(5): 056401.
- [58] Zhang Y J, Liu X G, Zhao R, et al. Unidirectional asymmetry transmission based on quasi-accidental bound states in the continuum[J]. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 2023, 25(46): 31869-31873.
- [59] Xu W, Hong Q L, Liu P, et al. High quality factor unidirectional guided resonances of a silicon-on-lithium niobate photonic crystal slab for a tunable Gires-Tournois interferometer[J]. *Optics Letters*, 2023, 48(18): 4761-4764.
- [60] Chen J L, Chen Z X, Kou J L, et al. Multifunctional imaging enabled by optical bound states in the continuum with broken symmetry[EB/OL]. (2023-10-27) [2024-02-25]. <https://arxiv.org/abs/2310.17184>.
- [61] Johnson S G, Fan S H, Villeneuve P R, et al. Guided modes in photonic crystal slabs[J]. *Physical Review B*, 1999, 60(8): 5751-5758.
- [62] Nye J F. Lines of circular polarization in electromagnetic wave fields[J]. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 1983, 389(1797): 279-290.
- [63] Dennis M R. Polarization singularity anisotropy: determining monstardom[J]. *Optics Letters*, 2008, 33(22): 2572-2574.
- [64] Schoonover R W, Visser T D. Polarization singularities of focused, radially polarized fields[J]. *Optics Express*, 2006, 14(12): 5733-5745.
- [65] *Encyclopedia of mathematical physics*[M]. Amsterdam: Elsevier, 2006.
- [66] Kotlyar V V, Kovalev A A, Nalimov A G. Topological charge of optical vortices[M]. Boca Raton: CRC Press, 2022.
- [67] Bliokh K Y, Rodríguez-Fortuno F J, Nori F, et al. Spin-orbit interactions of light[J]. *Nature Photonics*, 2015, 9: 796-808.
- [68] Ozawa T, Price H M, Amo A, et al. Topological photonics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2019, 91(1): 015006.
- [69] Lu L, Joannopoulos J D, Soljačić M. Topological photonics[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8: 821-829.
- [70] Resta R. Geometry and topology in electronic structure theory[M]. Trieste: Università degli studi di Trieste, 2022.
- [71] Xiao D, Chang M C, Niu Q. Berry phase effects on electronic properties[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82(3): 1959-2007.
- [72] Dresselhaus M S, Dresselhaus G, Jorio A. Group theory: application to the physics of condensed matter[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- [73] Guo C, Xiao M, Guo Y, et al. Meron spin textures in momentum space[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(10): 106103.
- [74] Wang K D, Guan C Y, Wan S, et al. Observing tunable evolutions of optical singularities by C_2 symmetry breaking[J]. *Physical Review B*, 2023, 108(16): 165305.
- [75] Che Z Y, Zhang Y B, Liu W Z, et al. Polarization singularities of photonic quasicrystals in momentum space[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(4): 043901.
- [76] Wang P, Fu Q D, Konotop V V, et al. Observation of localization of light in linear photonic quasicrystals with diverse rotational symmetries[J]. *Nature Photonics*, 2024, 18: 224-229.
- [77] Jiang Q, Hu P, Wang J, et al. General bound states in the continuum in momentum space[J]. *Physical Review Letters*, 2023, 131(1): 013801.
- [78] Koshelev K L, Sadrieva Z F, Shcherbakov A A, et al. Bound states in the continuum in photonic structures[J]. *Physics-Uspokhi*, 2021, 66(5): 494-517.
- [79] Zhao M D, Fang K J. Mechanical bound states in the continuum for macroscopic optomechanics[J]. *Optics Express*, 2019, 27(7): 10138-10151.
- [80] Chen A, Liu W Z, Zhang Y W, et al. Observing vortex polarization singularities at optical band degeneracies[J]. *Physical Review B*, 2019, 99(18): 180101.
- [81] Chong Y D, Wen X G, Soljačić M. Effective theory of quadratic degeneracies[J]. *Physical Review B*, 2008, 77(23): 235125.
- [82] Zhou H Y, Peng C, Yoon Y, et al. Observation of bulk Fermi arc and polarization half charge from paired exceptional points[J]. *Science*, 2018, 359(6379): 1009-1012.
- [83] Zhen B, Hsu C W, Igarashi Y, et al. Spawning rings of exceptional points out of Dirac cones[J]. *Nature*, 2015, 525(7569): 354-358.
- [84] Chen W J, Yang Q D, Chen Y T, et al. Evolution and global charge conservation for polarization singularities emerging from non-Hermitian degeneracies[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2021, 118(12): e2019578118.
- [85] Bai T R, Li Q, Wang Y Q, et al. Terahertz vortex beam generator based on bound states in the continuum[J]. *Optics Express*, 2021, 29(16): 25270-25279.
- [86] Wang J J, Zhao M X, Liu W Z, et al. Shifting beams at normal incidence via controlling momentum-space geometric phases[J]. *Nature Communications*, 2021, 12: 6046.
- [87] Jin J C, Yin X F, Ni L F, et al. Topologically enabled ultrahigh-Q guided resonances robust to out-of-plane scattering[J]. *Nature*, 2019, 574(7779): 501-504.
- [88] Wang B, Liu W Z, Zhao M X, et al. Generating optical vortex beams by momentum-space polarization vortices centred at bound states in the continuum[J]. *Nature Photonics*, 2020, 14: 623-628.
- [89] Mohamed S, Wang J, Rekola H, et al. Controlling topology and polarization state of lasing photonic bound states in continuum[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2022, 16(7): 2100574.
- [90] Pancharatnam S. Generalized theory of interference, and its applications[J]. *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, 1956, 44(5): 247-262.

- [91] Berry M V. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes[J]. Proceedings of the Royal Society of London A, 1984, 392(1802): 45-57.
- [92] Ling X H, Zhou X X, Huang K, et al. Recent advances in the spin Hall effect of light[J]. Reports on Progress in Physics, 2017, 80(6): 066401.
- [93] Bliokh K Y, Gorodetski Y, Kleiner V, et al. Coriolis effect in optics: unified geometric phase and spin-Hall effect[J]. Physical Review Letters, 2008, 101(3): 030404.
- [94] Wang J J, Shi L, Zi J. Spin Hall effect of light via momentum-space topological vortices around bound states in the continuum [J]. Physical Review Letters, 2022, 129(23): 236101.
- [95] Goos F, Hänchen H. Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion[J]. Annalen Der Physik, 1947, 436(7): 333-346.
- [96] Saito H, Neo Y, Matsumoto T, et al. Giant and highly reflective Goos-Hänchen shift in a metal-dielectric multilayer Fano structure[J]. Optics Express, 2019, 27(20): 28629-28639.
- [97] Imbert C. Calculation and experimental proof of the transverse shift induced by total internal reflection of a circularly polarized light beam[J]. Physical Review D, 1972, 5(4): 787-796.
- [98] Luo H L, Zhou X X, Shu W X, et al. Enhanced and switchable spin Hall effect of light near the Brewster angle on reflection[J]. Physical Review A, 2011, 84(4): 043806.
- [99] Zhang X D, Liu Y L, Han J C, et al. Chiral emission from resonant metasurfaces[J]. Science, 2022, 377(6611): 1215-1218.
- [100] Zhou Y, Zheng H Y, Kravchenko I I, et al. Flat optics for image differentiation[J]. Nature Photonics, 2020, 14: 316-323.
- [101] Zhu T F, Zhou Y H, Lou Y J, et al. Plasmonic computing of spatial differentiation[J]. Nature Communications, 2017, 8: 15391.
- [102] Cordaro A, Kwon H, Sounas D, et al. High-index dielectric metasurfaces performing mathematical operations[J]. Nano Letters, 2019, 19(12): 8418-8423.
- [103] Cotrufo M, Singh S, Arora A, et al. Polarization imaging and edge detection with image-processing metasurfaces[J]. Optica, 2023, 10(10): 1331-1338.
- [104] Kwon H, Cordaro A, Sounas D, et al. Dual-polarization analog 2D image processing with nonlocal metasurfaces[J]. ACS Photonics, 2020, 7(7): 1799-1805.
- [105] Gao P F, Lei G, Huang C Z. Dark-field microscopy: recent advances in accurate analysis and emerging applications[J]. Analytical Chemistry, 2021, 93(11): 4707-4726.
- [106] Zhang T C, Dong K C, Li J C, et al. Twisted Moiré photonic crystal enabled optical vortex generation through bound states in the continuum[J]. Nature Communications, 2023, 14: 6014.

Polarization Field in Momentum Space of Two-Dimensional Photonic Crystal Slabs (Invited)

Wang Weimin¹, Kou Junlong^{1,2,4**}, Lu Yanqing^{1,3,4*}

¹School of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210023, Jiangsu, China;

²School of Integrated Circuit, Nanjing University, Suzhou 215163, Jiangsu, China;

³College of Engineering and Applied Sciences, Nanjing University, Nanjing 210023, Jiangsu, China;

⁴Wujin-NJU Institute of Future Technology, Changzhou 213153, Jiangsu, China

Abstract

Significance The two-dimensional photonic crystal slab (PhCS) is a structure characterized by the spatial periodicity of the dielectric constant within the plane. In contrast to traditional metamaterial surfaces, the two-dimensional PhCS enables light field manipulation in momentum space based on the Fourier principle, thus achieving complex and diverse functionalities. Since modes above the light cone can radiate to the far field and possess definite polarization states, polarization is matched with wave vectors, defining polarization fields in momentum space. Various polarization singularities exist within the polarization field, such as V points and C points. Previous studies generally focus on information such as frequency and momentum, while the polarization field can reflect the topological information of the bands and provide a new dimension for light field manipulation. For example, by controlling the evolution of polarization singularities, researchers have obtained bound states in the continuum (BICs) with robust characteristic and unidirectional guided resonances (UGRs). By utilizing these characteristics, researchers have designed high-performance lasers and realized complex light field manipulation and such functionalities as optical information processing. Compared to traditional structures, the two-dimensional PhCS exhibits non-local characteristics and has significant advantages in miniaturization and integration. Thus, it holds promising prospects for device applications. Studying the evolution of the polarization field helps guide the structural design of photonic crystal slabs, which expands the applications in communication, sensing, and other fields, and provides a deeper understanding of how topological photonics is manifested in optical systems.

Progress We start by introducing the definition of the polarization field in the momentum space of the two-dimensional PhCS and introduce the concept of polarization singularities (Fig. 1). Subsequently, an analysis is conducted from the perspective of symmetry, with the relationship between the topological charge of polarization singularities and the in-plane

point group symmetry examined (Fig. 2 and Table 2). Additionally, we outline the description of the polarization field using the temporal coupled mode theory (TCMT). Furthermore, the conservation law followed by the topological charges during their evolution is discussed (Fig. 3) to detail the research on the evolution of polarization singularities based on whether the band is non-degenerate or degenerate. It is observed that non-degenerate V points correspond to BICs and are split into more fundamental C points during symmetry change (Fig. 4). The evolution of these polarization singularities is controlled by structural parameters and symmetry (Fig. 5). Degenerate V points typically correspond to band degeneracy points and are also influenced by structural parameters and symmetry (Fig. 6). Based on the evolution patterns of polarization singularities, researchers have designed robust merging BICs and utilized the topological charge to generate vortex beams and beam shifts (Fig. 7), providing significant guidance for laser design. Furthermore, by altering the out-of-plane symmetry, UGR can be achieved (Fig. 8). Additionally, appropriately designed PhCS can achieve full coverage on the Poincaré sphere and perform complex image processing tasks such as edge detection (Fig. 9).

Conclusions and Prospects Generally, the investigation of the polarization field characteristics of PhCS guides the design of appropriate structures and can help achieve complex and rich functionalities. Despite the presence of numerous unresolved physical issues currently, the application potential of the polarization field remains largely untapped. However, these unknowns are expected to stimulate enthusiasm for exploration and boost progress in related fields.

Key words physical optics; photonic crystal; polarization field; polarization singularity; topological charge