

## 光学学报

## 无衍射贝塞尔光束的传输调控研究进展(特邀)

李岩珂, 刘圣\*, 李鹏, 魏冰妍, 温丹丹, 赵建林\*\*

西北工业大学物理科学与技术学院, 光场调控与信息感知工业和信息化部重点实验室, 陕西省光信息技术重点实验室, 陕西 西安 710129

**摘要** 贝塞尔光束以其独特的无衍射传输特性得到了广泛的关注,在光学操控、光学加工、信息传输、光学成像等领域具有巨大的应用前景。为了丰富光束的传输特性,通过不同手段对贝塞尔光束传输的调控成为了热点问题。研究者提出不同的理论和方法,通过对贝塞尔光束进行不同维度的调控,构造了沿任意轨迹传输、轴上强度和偏振可调的新型类贝塞尔光束。从贝塞尔光束的基本特性出发,总结了近年来贝塞尔光束传输调控相关的研究进展,包括贝塞尔光束的传输轨迹控制、轴向强度和偏振态控制、束宽控制等基本调控手段,并分析了其传输和调控机理。

**关键词** 光场调控; 无衍射光束; 贝塞尔光束; 光传输

**中图分类号** O436 **文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS231943

## 1 引言

1960年激光器的发明,使得以激光为基础的各个科学技术领域得到迅速发展,进而催生出许多新型的光子技术,这些技术广泛应用于光学操纵、精密测量、激光通信、激光加工、显微成像等领域。传统高斯激光模式的传输规律单一,随着激光技术的快速发展,其在各应用领域逐渐遇到技术瓶颈。由此,光场调控技术应运而生。通过调制激光的振幅、相位和偏振函数,人们开发了许多新型的激光模式,统称为空间结构光场,如光学涡旋和矢量光束。为满足实际应用中对抗扰动、抗衍射特性的需求,人们发现了一类新的空间结构光场,即无衍射光束。无衍射光束的概念由Durnin等<sup>[1]</sup>于1987年提出。尽管“无衍射”这个概念在提出时引起了争议<sup>[2-3]</sup>,但该光束优秀的抗衍射特性很快引起了研究人员的重点关注,“无衍射”的概念也逐渐为人们所接受。理想条件下无衍射光束可以在传输过程中不改变横向强度分布,且受遮挡时可以快速恢复。与传统的高斯型激光模式相比,无衍射光束可以进行超长距离传输,且能量损耗很小。随着研究的深入,人们发现了一系列具有不同空间结构的无衍射光束,如马丢光束、韦伯光束、艾里光束、贝塞尔光束等。这些新型光束均展现出了无衍射光束的共同特性。

作为亥姆霍兹方程传输不变模式的精确解<sup>[1,4]</sup>,贝塞尔光束是最典型的一类无衍射光束,其主瓣在长距

离传输中不发生明显展宽,表现出无衍射特性。贝塞尔光束的另一个特性是自恢复,也被称为自重建<sup>[5]</sup>。当贝塞尔光束被部分遮挡时,其在传输一定距离后会恢复初始形貌。基于这些优异的特性,贝塞尔光束被引入光学<sup>[6-7]</sup>和声学<sup>[8-10]</sup>的各个应用研究领域中。例如,在光学显微成像中<sup>[11-16]</sup>;贝塞尔光束的自恢复特性可以使透过强散射介质后的光场快速重建,从而能抑制光束散射,增加照明深度<sup>[17]</sup>;贝塞尔光束的无衍射特性确保了光束在生物样品内长距离传输的稳定性<sup>[18]</sup>,有利于增大成像景深和信噪比<sup>[19-20]</sup>。在微粒操控中,可利用贝塞尔光束的自重建特性来同时捕获多个样品池中的粒子<sup>[21-24]</sup>。在声学领域,贝塞尔波束可用于超声成像系统<sup>[25-26]</sup>,其长距离传输和细束宽可在成像系统中获得更高分辨率和衬比度的图像,其无衍射特性使其能够深入样品内部,并提供比高斯波束更高的轴向分辨率。此外,贝塞尔光束在光通信<sup>[27-32]</sup>和材料加工<sup>[33-39]</sup>等应用中也具有独特的优势。

自贝塞尔光束被提出以来,研究者对其进行了大量的研究。贝塞尔光束的理论描述、产生和调控机制,以及应用等都成为了研究重点。随着光场调控技术的不断发展,人们逐渐尝试通过不同手段对贝塞尔光束进行调控,许多新的研究思路和方法随之被提出。经过调制后的类贝塞尔光束具有不同于传统贝塞尔光束的非线性轨迹、可变轴上强度及偏振态等特点。与其他空间结构光场或光场调控器件的相互结合,也使得

收稿日期: 2023-12-15; 修回日期: 2024-01-11; 录用日期: 2024-01-30; 网络首发日期: 2024-02-20

基金项目: 国家重点研发计划(2022YFA1404800)、国家自然科学基金(12074312, 12174309, 12074313, 62175200)、中央高校基本科研业务费(3102019JC008)

通信作者: \*shengliu@nwpu.edu.cn; \*\*jlzhao@nwpu.edu.cn

贝塞尔光束的调控自由度得到进一步拓展,许多新颖的光学效应也被陆续报道。本文从贝塞尔光束的基本特性出发,着重介绍几类调控贝塞尔光束传输特性的研究进展,分析相关的调制机制。首先介绍贝塞尔光束的基本理论及几种产生贝塞尔光束的方式,其次综述利用不同手段实现的贝塞尔光束传输轨迹控制、轴向强度管理、偏振态纵向调控、轴上束宽控制,最后简要总结和展望贝塞尔光束相关的研究及应用前景。

## 2 贝塞尔光束的基本特性

### 2.1 亥姆霍兹方程的贝塞尔模式解

理想的无衍射光场是指强度分布在任何横向平面上完全相同且不随传输变化的光场。波长为 $\lambda$ 的单色波场在三维自由空间的复振幅 $U(x, y, z)$ 满足标量亥姆霍兹方程:

$$(\nabla^2 + k_0^2)U(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

式中: $\nabla^2$ 为拉普拉斯算子; $k_0 = 2\pi/\lambda$ 代表波数; $(x, y, z)$ 为三维空间坐标。假设光波沿 $z$ 轴传输,则式(1)的无衍射解可表示为

$$U(x, y, z) = V(x, y) \exp(-i\beta z), \quad (2)$$

式中: $\beta$ 是一个常数,通常表示光束的纵向波数; $V(x, y)$ 是一个与传输距离 $z$ 无关的函数,表示无衍射解的横向复振幅分布。这种类型的解具有传输不变的强度分布,即 $|U(x, y, z)|^2 = |V(x, y)|^2 = |U(x, y, 0)|^2$ 在 $z \geq 0$ 条件下成立。将式(2)代入式(1),即可得到传输不变标量波的基本微分方程:

$$(\nabla_{\perp}^2 + \alpha^2)V(x, y) = 0, \quad (3)$$

式中: $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 为横向拉普拉斯算子; $\alpha = \sqrt{k_0^2 - \beta^2}$ 代表横向波数。式(3)的一般解可用 Whittaker<sup>[40]</sup>和 Havelock<sup>[41]</sup>提出的形式表示为

$$V(x, y) = \int_0^{2\pi} A(\phi) \exp[i\alpha(x \cos \phi + y \sin \phi)] d\phi, \quad (4)$$

式中: $A(\phi)$ 是一个以角坐标 $\phi$ 为变量的任意复函数。从形式上看,式(4)将 $V(x, y)$ 表示为横向波数为 $\alpha$ 、振幅为 $A(\phi)$ 的均匀平面波的叠加。引入极坐标 $(\rho, \varphi)$ ,即 $x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi$ ,则式(4)可表示为

$$V(\rho, \varphi) = \int_0^{2\pi} A(\phi) \exp[i\alpha\rho \cos(\varphi - \phi)] d\phi. \quad (5)$$

贝塞尔模式是上述一般无衍射场的特解。将式(4)中的 $A(\phi)$ 用傅里叶展开,即

$$A(\phi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp(im\phi), \quad (6)$$

式中: $m$ 为阶数; $a_m$ 为傅里叶系数,其表达式为

$$a_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A(\phi) \exp(-im\phi) d\phi, \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)并结合贝塞尔函数的积分公式可得

$$V(\rho, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m J_m(\alpha\rho) \exp(im\varphi), \quad (8)$$

式中:系数 $c_m = 2\pi i^m a_m$ ;  $J_m$ 是 $m$ 阶贝塞尔函数。式(8)即使用贝塞尔函数叠加形式表示的无衍射场的完全通用标量表达式。最典型的无衍射特解则是式(8)中各项分量 $J_m(\alpha\rho) \exp(im\varphi)$ ,表示 $m$ 阶贝塞尔光束的复振幅分布。

图1给出了不同阶贝塞尔光束的强度和相位分

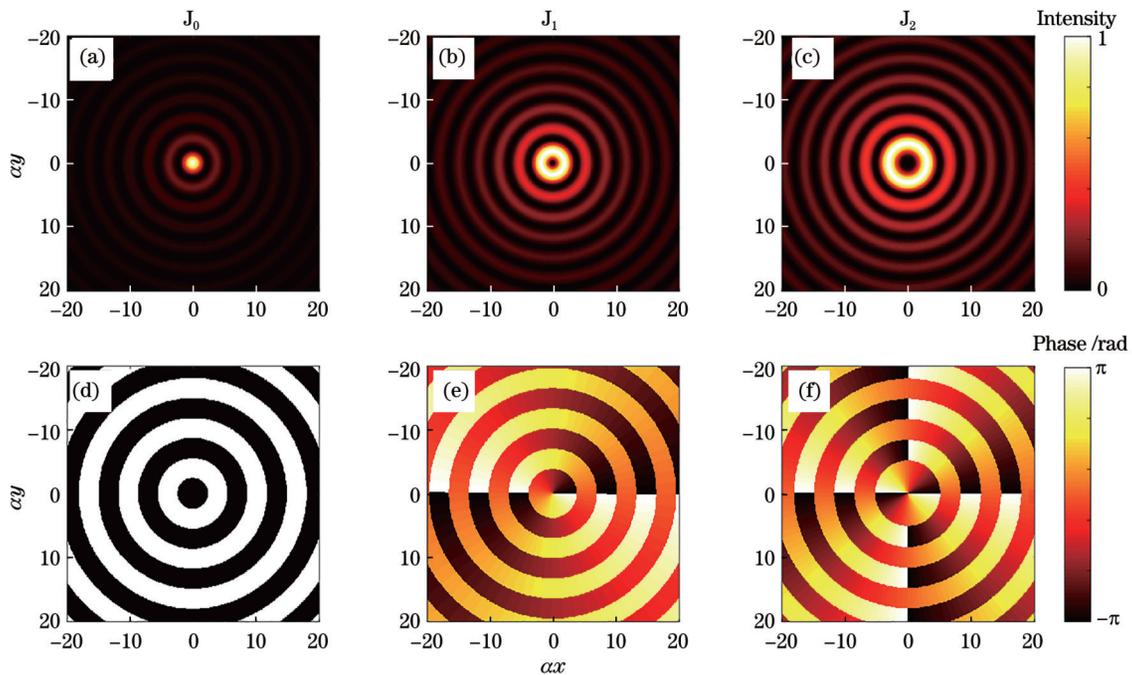


图1 零阶至二阶贝塞尔光束的横向强度与相位分布。(a)~(c)横向强度;(d)~(f)相位分布

Fig. 1 Transverse intensity and phase distributions of zeroth-order to second-order Bessel beams. (a)~(c) Transverse intensity; (d)~(f) phase distributions

布,可以看出贝塞尔光束的横向强度 $I(\rho)$ 呈旋转对称分布, $I(\rho)\propto J_m^2(\alpha\rho)$ 。零阶贝塞尔光束的强度具有一个主瓣和一系列同心旁瓣[图1(a)和(d)],中心强度的最大半峰全宽位于 $\rho\approx 2.25/\alpha$ ,第一个零点位于 $\rho\approx 2.405/\alpha$ ;第一个旁瓣的最大值约为主瓣峰值强度的16.2%,位于 $\rho\approx 3.832/\alpha$ 。一阶贝塞尔光束中心存在一个光强奇点,周围环绕着一个较强的圆环形主瓣和一系列较弱的同心圆环旁瓣[图1(b)];主瓣的最大值位于 $\rho\approx 1.841/\alpha$ 处。高阶贝塞尔光束的轴向暗斑更宽[图1(c)]。所有 $m\neq 0$ 的高阶贝塞尔光束都携带螺旋相位[图1(e)和(f)],表明它们具有轨道角动量。在非近轴区,可以使用贝塞尔函数的渐近表达式:

$$J_m^2(\alpha\rho)\approx \frac{2}{\pi\alpha\rho}\cos^2\left[\alpha\rho - \frac{\pi}{2}\left(m - \frac{1}{2}\right)\right], \quad (9)$$

即贝塞尔光束的环状旁瓣在远离中心处具有 $\pi/\alpha$ 的径向周期。事实上,强度的局部周期会迅速收敛到这个值。根据式(9),环形光瓣强度峰值的包络线以 $1/\rho$ 的形式衰减。由于环的周长随 $\rho$ 呈线性增加,从渐近的角度来看,每个环所含的能量几乎是相等的。这也意味着整个贝塞尔光束的能量是有限的,那么它在物理意义上就无法实现。若要实现有限能量的贝塞尔光束,则需要给光束施加孔径限制(如受高斯型包络限制的贝塞尔高斯光束),但这就会导致其无衍射传输的距离变短。

## 2.2 贝塞尔光束的产生

贝塞尔光束可以看作是不同波矢方向的等振幅平面波的叠加<sup>[1]</sup>,如图2(a)所示,其波矢位于一个圆锥体上。锥体的半径等于横向波矢大小 $\alpha$ ,斜高为 $k_0=2\pi/\lambda$ ,高度为 $\beta=\sqrt{k_0^2-\alpha^2}$ 。因此,在空间频谱面上,这些平面波分量投射到一个半径为 $\alpha$ 的环上。根据这一频谱特征,Durnin等<sup>[4]</sup>提出了一种实验生成零阶贝塞尔光束的方法,原理如图2(b)所示。他们利用一个锐细的环形狭缝作为衍射屏,其透射光经透镜的傅里叶变换而转换为贝塞尔光束。该方法的缺点在于:大部分能量在通过环形狭缝时被过滤掉了,导致贝塞尔光束的转换效率极低。考虑到完美的贝塞尔光束应该由一个无边界的锥形波面会聚而成,Scott等<sup>[42]</sup>于1992年利用锥透镜实验产生了贝塞尔光束。如图2(c)所示,波长 $\lambda=10.6\ \mu\text{m}$ 的细激光束经扩束准直后通过一个半径为 $R$ 的孔径,再经过一个锥透镜产生了半径为 $170\ \mu\text{m}$ 的贝塞尔光束,并保持了长达11 cm的无衍射传输。通过设计球差透镜组<sup>[43]</sup>或具有径向折射率梯度的透镜<sup>[44]</sup>也可实现等效的锥透镜。

目前更普遍使用的是一种效率更高且更为灵活的贝塞尔光束产生方法,即计算全息法<sup>[45-47]</sup>。通常,为了更加方便地构造计算全息图,将要产生的贝塞尔光束简化成为锥波形式,即通过纯相位函数 $\exp(-i\alpha\rho-im\varphi)$

代替高阶贝塞尔函数 $J_m(\alpha\rho)\exp(-im\varphi)$ ,进而得到更加简洁的全息图。1989年,Vasara等<sup>[48]</sup>设计并加工了一种计算全息图,可在共轴和离轴情况下产生零阶和高阶贝塞尔光束。图2(d)为采用离轴全息图所产生的1阶(左)和6阶(右)贝塞尔光束传输至一定距离时的强度分布。

利用其他材料和结构也可以制作出类似于锥透镜效果的光学器件,例如超表面。超表面是一种低维度的超材料,通常由亚波长尺度下离散的光学谐振器阵列构成,具有空间变化的几何参数,其与光场相互作用时具有空间变化的光学响应,可以非常方便地调控光场波前<sup>[49-54]</sup>。超表面结构可以实现亚波长的空间分辨率,可使光束以非常大的角度偏转,因而不仅能够实现高数值孔径,而且也能够产生尺度更小的光束。利用电介质超表面,Chen等<sup>[55]</sup>制作了可见光范围内数值孔径高达0.9的超锥透镜[图2(e)]。该器件不仅能产生零阶贝塞尔光束,而且无需使用额外元件就能产生高阶贝塞尔光束,其焦斑强度的半峰全宽约为波长的 $1/3$ 。此外,通过设计超表面结构,还可以在入射波长改变时不会影响光束的横向光强分布。Liu等<sup>[56]</sup>提出了用于太赫兹波段的传输型编码超表面,其可在正向和斜向上产生无衍射贝塞尔光束。

人们也提出了一些其他的方法来生成贝塞尔光束。1989年,Uehara等<sup>[57]</sup>用一种新型腔体的氩离子激光器产生了具有无衍射特性的贝塞尔-高斯光束。1991年,Cox和Dibble<sup>[58]</sup>采用法布里-珀罗谐振腔成功地产生了贝塞尔光束[图2(f)]。该方法与Durnin最初提出的环缝法类似。由氦-氖激光器输出的细光束经过空间滤波器后进入一个由两块反射镜组成的法布里-珀罗谐振腔。在谐振腔后放置一个焦距为 $f_1$ 的透镜 $L_1$ ,通过谐振腔后的平行光被透镜 $L_1$ 聚焦,形成一个环形图案。利用透镜 $L_2$ 对滤波后的环形光束进行傅里叶变换,即可产生贝塞尔光束。此外,还有一类基于光纤产生贝塞尔光束的方案,如通过机械抛光<sup>[59]</sup>或光学微加工<sup>[60]</sup>的方法在光纤末端制作微型锥透镜,或通过高阶包层模式激发来产生贝塞尔光束<sup>[61]</sup>。

采用环缝法产生无衍射贝塞尔光束的方法具有装置结构简单、易于实现的优点,但只利用了少部分入射光束的能量,传输效率低;锥透镜法产生的无衍射贝塞尔光束对锥透镜的加工精度要求较高,但所产生的光束尺寸稳定性好,且光束能量利用率高。随着各类空间光调制器的普及,基于锥透镜相位的计算全息法成为目前生成贝塞尔光束的普遍思路,在超表面、液晶元件中被广泛采用。

## 2.3 贝塞尔光束的无衍射和自恢复特性

无衍射是贝塞尔光束最突出的特性。由式(2)可知,理论上贝塞尔光束可以在无限传输距离内保持光强分布不变。然而,实验产生的贝塞尔光束都

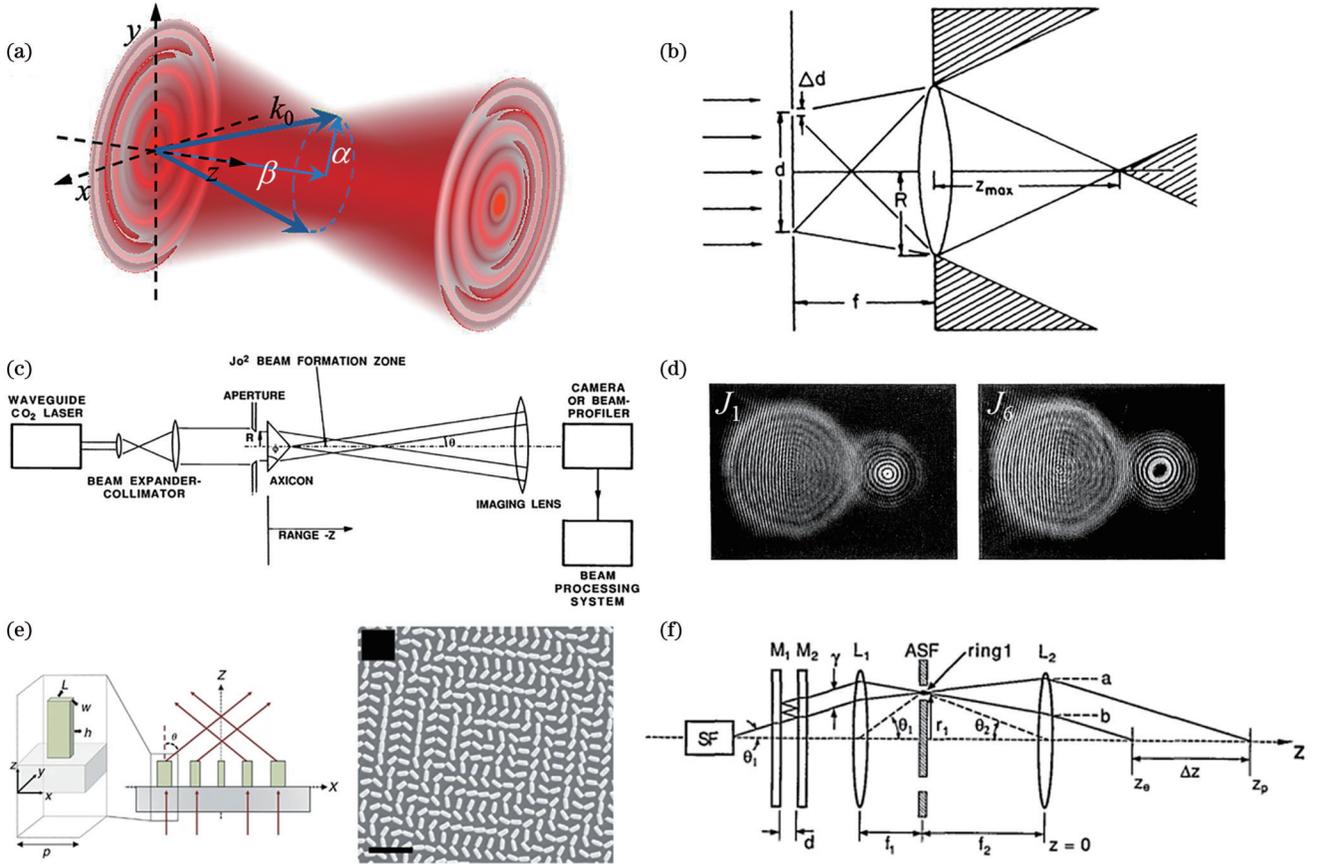


图2 贝塞尔光束的产生。(a)贝塞尔光束的锥形波矢分布；(b)环缝法<sup>[4]</sup>；(c)锥透镜法<sup>[42]</sup>；(d)全息图法<sup>[48]</sup>；(e)电介质超表面法<sup>[55]</sup>；(f)谐振腔法<sup>[58]</sup>

Fig. 2 Generation of Bessel beams. (a) Conical wave vector of Bessel beams; (b) annular aperture method<sup>[4]</sup>; (c) axicon method<sup>[42]</sup>; (d) hologram method<sup>[48]</sup>; (e) dielectric metasurface method<sup>[55]</sup>; (f) Fabry-Perot resonator method<sup>[58]</sup>

受孔径限制,导致其只能在有限的距离内保持无衍射传输特性,但传输距离仍要远大于同等束宽的高斯光束。需要强调的是,“无衍射”或“抗衍射”本身存在概念上的争议。严格来说,对于在自由空间中传输的任何光束,其衍射不会被抑制。贝塞尔光束只是在中心区域表现出了无衍射现象,而维持长距离的无衍射则主要依赖其旁瓣向中心区域输送能量。如果不以光束的半峰全宽来评价,贝塞尔光束整体的传输性能不会优于同等孔径的高斯光束。然而,概念上的争议并没有使贝塞尔光束的传输优势受到否认。光束主瓣在长距离传输中能基本保持不变,这种特性在许多领域中有着实际的应用价值。因此,光束的“无衍射特性”逐渐得到了人们的广泛认同。自恢复是无衍射光束的一个主要特点,受到障碍物干扰的光束能够通过自恢复重建其初始轮廓。Bouchal等<sup>[5]</sup>最早研究了贝塞尔光束的自恢复特性。如果入射场的复振幅为 $U_1$ ,障碍物位于 $z=0$ 平面上,根据巴比涅原理,在 $z>0$ 范围内传输的光场可表示为 $U_D=U_1-U_C$ ,其中 $U_C$ 为与障碍物互补的衍射场,可称为扰动场。假设入射场已知,那么光束受障碍物遮挡后的远场衍射可写为

$$\lim_{z \rightarrow \infty} |U_D|^2 = \lim_{z \rightarrow \infty} (|U_1|^2 + |U_C|^2 - U_1 U_C^* - U_1^* U_C), \quad (10)$$

式中: $*$ 代表共轭。由于衍射作用,扰动场 $U_C$ 会随着传输逐渐消散,最终在足够长的传输距离后趋近于0,此时衍射场强度分布满足 $\lim_{z \rightarrow 0} |U_D|^2 = |U_1|^2$ ,即光束的振幅分布恢复为初始状态[图3(a)]。由于上述分析并未涉及光场的具体形式,因此,自恢复特性不仅存在于无衍射光束<sup>[62]</sup>中,也存在于具有稳定传输特征各类光场模式<sup>[63-65]</sup>中。

另一方面,人们也从几何光学的角度对贝塞尔光束的自恢复特性进行了解释<sup>[66]</sup>,这也有助于人们对有限孔径下贝塞尔光束的无衍射距离 $z_{\max}$ 及自恢复距离 $z_{\min}$ 的直观理解。贝塞尔光束可看作图3(b)所示的锥形波,锥形光线与传输轴的夹角为 $\theta$ , $\theta$ 大小由其锥波波数 $\alpha$ 决定,即 $\tan \theta = \alpha/\beta$ 。半径为 $R$ 的孔径下产生的贝塞尔光束,其无衍射传输距离取决于孔径边缘发出的倾斜光波投射到轴上的位置,即 $z_{\max} \approx R/\theta$ 。当光束在传输过程中受到半径为 $D$ 的障碍物遮挡时,光束将在继续传输 $z_{\min} \approx D/\theta$ 后恢复为锥形光线并叠加形成贝塞尔光束。理论上,锥形光线的倾角越大,光束恢复得越快。

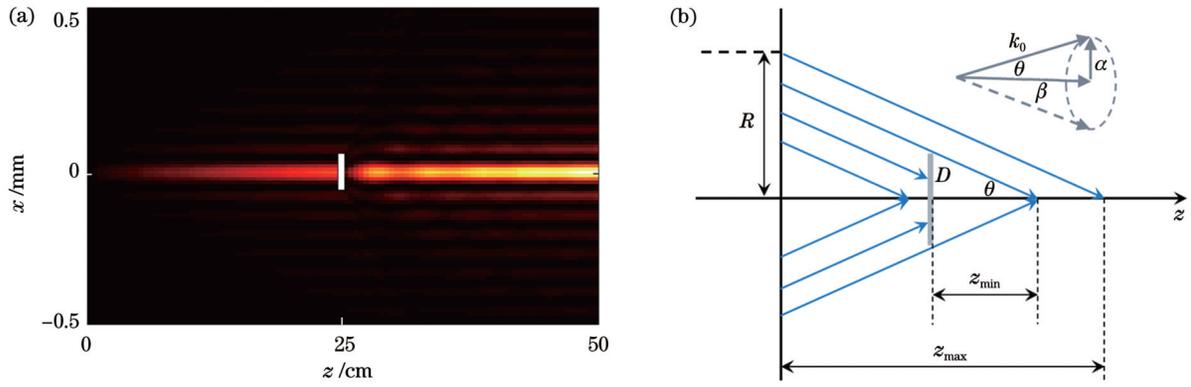


图3 贝塞尔光束的自恢复特性。(a)受到障碍物遮挡后贝塞尔光束的传输;(b)从几何光学角度解释贝塞尔光束的自恢复特性  
Fig. 3 Self-recovery of Bessel beams. (a) Propagation of obstructed Bessel beam; (b) geometrical explanation of self-recovery of Bessel beams

### 3 贝塞尔光束的传输轨迹控制

自 Berry 和 Balazs<sup>[67]</sup>于 1979 年从理论上预测艾里 (Airy) 光束以来,具有特殊传输轨迹的无衍射光束吸引了越来越多研究者的兴趣<sup>[68-69]</sup>。目前,此类具有无衍射和自加速特性的光束已被应用于许多领域,包括粒子操纵和推进<sup>[70]</sup>、弯曲等离子体产生<sup>[71]</sup>、单分子成像<sup>[72]</sup>、弯曲表面等离子体和电子<sup>[73]</sup>、光片显微镜<sup>[74]</sup>等。与艾里光束相比,贝塞尔光束在无衍射传输过程中会保持轴对称分布,不会发生横向加速。因此,人们也开始考虑对贝塞尔光束实施特定的调制使其在保持无衍射传输的同时发生横向自加速,其中的关键问题是控制贝塞尔光束的传输轨迹。

#### 3.1 螺旋传输贝塞尔光束

艾里光束的一个主要特征是在二维空间中沿着特

定的笛卡儿坐标系加速[图 4(a)]。2014 年, Vetter 等<sup>[75]</sup>基于贝塞尔光束的叠加理论提出了一类沿螺旋轨迹自加速的光束,如图 4(b)所示。此类光束沿着等距螺旋轨迹传输,且在旋转参考系  $x'y'$  中,光束的振幅和相位保持不变。这类具有特殊传输性质的光束是全标量亥姆霍兹方程的解,由无衍射贝塞尔模式叠加形成。相比较而言,自加速艾里光束的加速度方向为横向,自加速艾里光束属于横向加速光束,其轨迹为抛物线;而这类沿螺旋线轨迹传输的贝塞尔光束的加速度矢量则永远指向传输轴,因此也被称为“径向加速光束”。图 4(c)展示了这类光束沿传输方向的实验以及模拟结果,光束能够在 101.5 mm 的距离上约匀速旋转两周,并保持光束轮廓不变。径向自加速光束是全标量亥姆霍兹方程的解,它们可以在除光波外的许多线性波动系统中实现,例如声波、弹性波、流体和软物质中的表面波。

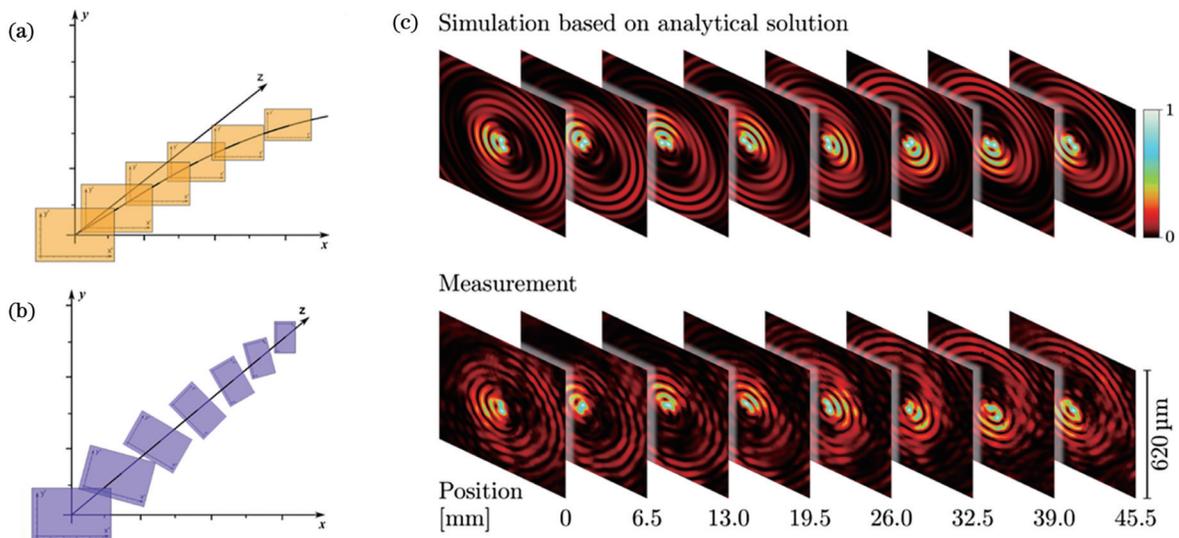


图4 径向自加速光束<sup>[75]</sup>。(a)(b)艾里光束和径向自加速光束的自加速示意图;(c)径向自加速光束的传输演化  
Fig. 4 Radially self-accelerating beams<sup>[75]</sup>. (a)(b) Schematics of accelerations of Airy beam and radially self-accelerating beam; (c) propagation dynamics of radially self-accelerating beam

2015年, Schulze等<sup>[76]</sup>设计了一种在传输过程中加速旋转的高阶类贝塞尔光束。两束拓扑荷相反的涡旋光束  $\exp(\pm il\varphi)$  同轴叠加后, 其强度分布会呈现出花瓣状, 其中瓣数为  $2l$  [图 5(a)]。基于此, 他们对涡旋贝塞尔光束进行了特殊设计, 使其相位随方位角呈非线性变化, 即  $\Psi(\varphi) = l\varphi + \chi\cos(l\varphi)$ , 其中  $\chi$  是一个可调参量, 决定了光束波前相位的非线性变化。将

两束具有相反非线性涡旋相位的贝塞尔光束进行叠加, 即可产生旋转的类贝塞尔光束, 其在传输过程中具有非线性的旋转角速度。图 5(b) 为光束在传输过程中强度分布的理论和实验结果。可以看到, 光束旋转的角速度在传输过程中不断变化。此外, 通过改变拓扑荷等参数, 也可以控制光束的非线性旋转速率。

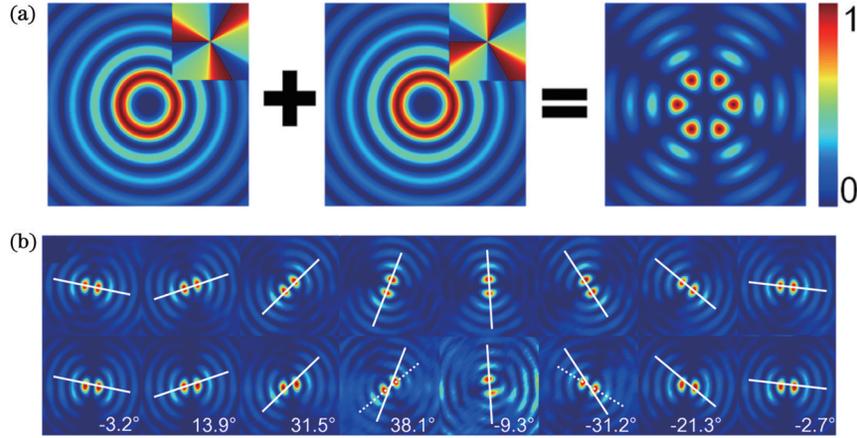


图 5 非线性涡旋光束叠加产生的自加速旋转光束<sup>[76]</sup>。(a)具有非线性涡旋相位的贝塞尔光束的叠加原理;(b)模拟(第一行)和实验(第二行)产生的自加速旋转光束

Fig. 5 Self-accelerating rotating beams produced by superposition of nonlinear vortex beams<sup>[76]</sup>. (a) Superposition of Bessel beams with nonlinear vortex phases; (b) simulated (1st row) and measured (2nd row) self-accelerating rotating beams

此外, 研究者还基于贝塞尔光束的特性, 提出了通过对初始场分布进行调制进而实现光束轨迹变化的方法。2009年, Jarutis等<sup>[77]</sup>通过将贝塞尔光束的锥形波前进行分割后拼接, 实现了螺旋传输的贝塞尔光束。首先基于利用锥透镜产生贝塞尔光束的原理, 将贝塞尔光束等效为由锥透镜产生的传递函数  $F(\rho) = \exp(-i\alpha\rho)$ , 其中  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$  为锥透镜的半径。若光束发生横向位移  $(x_0, y_0) = (\Delta\cos\psi, \Delta\sin\psi)$  ( $\Delta$  为螺旋轨迹的半径), 则传递函数将发生相应的变换, 可表示为

$$F_{\Delta,\psi}(\rho, \varphi) = \exp\left\{-i\alpha\left[\rho^2 - 2\rho\Delta\cos(\varphi - \psi) + \Delta^2\right]^{1/2}\right\}. \quad (11)$$

将锥透镜在横向平面上分割成同心圆环区域, 假设每个圆环可以独立控制, 如图 6(a) 所示。从几何光学角度来看, 半径为  $\rho$  的圆环将控制光束在传输轴上  $z = \beta\rho/\alpha$  处的光斑。因此, 通过对每一个分割的圆环区域施加横向坐标平移, 即可精确操纵光束主瓣在相应传输距离处的位移, 进而改变整个光束的轨迹。对于螺旋传输的贝塞尔光束, 最终设定的传递函数可表示为

$$F_{\Delta,r}(\rho, \varphi) = \exp\left[-i\alpha\rho + i\alpha\Delta\cos(\varphi - \Gamma\rho)\right], \quad (12)$$

式中:  $2\pi/\Gamma$  为周期。光束的传输示意图如图 6(b) 所示。

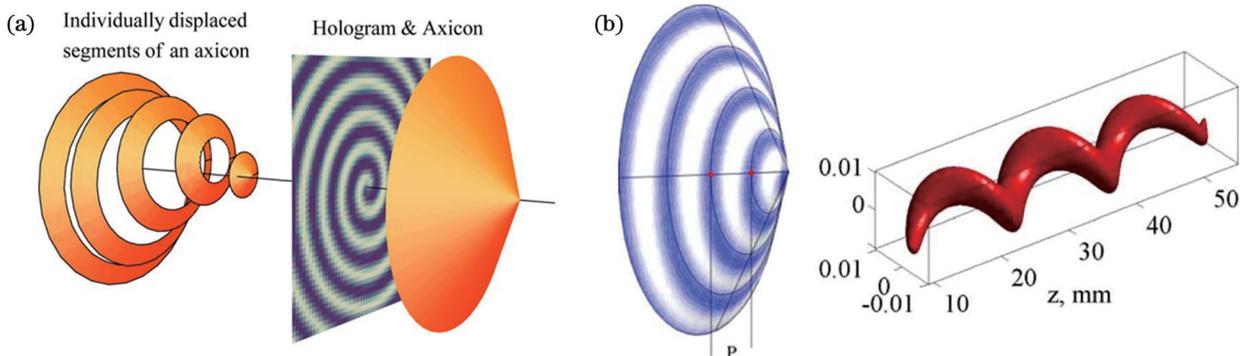


图 6 光束锥面拼接实现螺旋贝塞尔光束<sup>[77]</sup>。(a)锥面拼接示意图;(b)光束轨迹示意图

Fig. 6 Spiral Bessel beam produced by beam cone splicing<sup>[77]</sup>. (a) Schematic of cone splicing; (b) schematic of beam trajectory

### 3.2 任意传输轨迹的贝塞尔光束

2012年,Chremmos等<sup>[78]</sup>基于焦散线理论提出了一种构造任意传输轨迹的类贝塞尔光束的方法。通过设计输入光波相位,引导光线的会聚点形成任意曲线。曲线上的任何一点对应输入平面上一个圆环发出的锥形光束的顶点,且顶点位置可任意设计。由此,入射平面上非同心圆环处的光束干涉形成沿指定路径传输的类贝塞尔光束[图7(a)]。采用该方法,通过目标轨迹反演

设计了对应的相位调制函数,实现了具有抛物线、蛇形、双曲正割等轨迹的类贝塞尔光束。所构建光束具有锥形光线结构,它们均展现出标准贝塞尔光束的自恢复特性。图7(b)显示了双曲轨迹传输的类贝塞尔光束在其入射平面上被圆盘遮挡后的演化过程。尽管存在初始畸变,但经过一段距离传输后,光束轮廓完全恢复。此外,可通过设计轨迹引导光束绕过物体。在图7(c)中,光束沿着双曲正割路径传输,以避开轴上障碍。

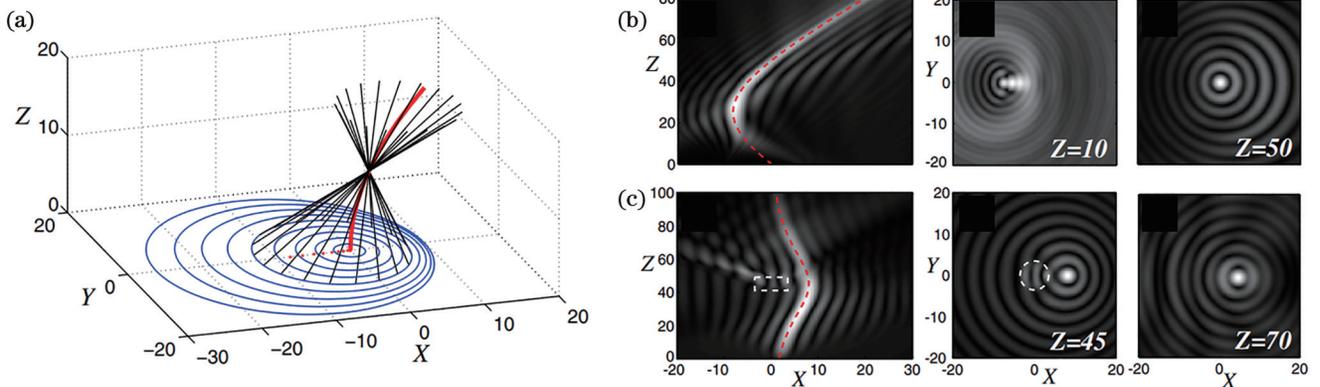


图7 基于焦散线理论构造沿任意轨迹传输的类贝塞尔光束<sup>[78]</sup>。(a)原理示意图;(b)双曲光束的自恢复;(c)绕过轴上物体的光束  
Fig. 7 Bessel-like beams propagating along arbitrary trajectories based on caustic principle<sup>[78]</sup>. (a) Principle diagram; (b) self-recovery of hyperbolic beam; (c) beam propagating around object on propagation axis

本课题组近期基于贝塞尔光束的横-纵映射原理提出了另一种轨迹调控的新思路<sup>[79]</sup>,即通过对零阶贝塞尔光束进行特殊的相位调制,直接改变其传输轨迹。从横向到纵向的映射意味着可以将光场横向平面上的调制映射到传输轴上对应的距离处。通过对贝塞尔光束附加纯相位调制,可将不同半径圆环上的锥形光线整体倾斜,使距离 $z$ 处的光束横向偏移 to 某一离轴位置。图8(a)为该理论的原理示意图。在一定程度上,不同距离上的偏移可以独立控制,因此光

束轨迹可灵活预设。通过设计调制相位,控制零阶贝塞尔光束沿着三类典型的曲线传输,实验上分别获得了沿抛物线、螺旋形和分段轨迹曲线传输的类贝塞尔光束。图8(b)展示了可沿着不同方向分段传输的自加速光束。可以看到:光束的主瓣在前7 cm内沿 $x$ 轴横向移动;接着主瓣停止移动,并快速跳转到 $y$ 轴正方向;在随后的传输过程中,光束的主瓣沿 $y$ 轴移动。显然,该方法操作简单,对光束轨迹的限制较少,适用范围广。

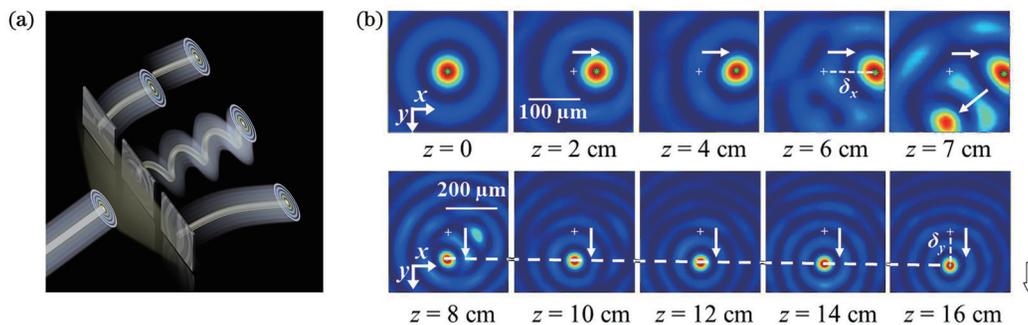


图8 采用纯相位调控灵活控制类贝塞尔光束轨迹<sup>[79]</sup>。(a)原理示意图;(b)分段传输的自加速类贝塞尔光束  
Fig. 8 Flexible trajectory control of Bessel beams with pure phase modulation<sup>[79]</sup>. (a) Principle diagram; (b) self-accelerating Bessel-like beam with piecewise trajectory

这种直接在贝塞尔光束上附加调制相位的方法为光束轨迹的控制提供了很大的便利。基于此原理,本课题组<sup>[80]</sup>实现了贝塞尔光束的振荡光子自旋霍尔效应。通过精心设计几何相位元件,贝塞尔光束的两个

自旋态各自受到不同几何相位的调制并发生分离,沿着螺旋或余弦曲线的轨迹传输。图9(a)为实现螺旋光子自旋霍尔效应的几何相位元件光轴分布及光束轨迹示意图,沿 $z$ 轴直线传输的零阶贝塞尔光束通过几

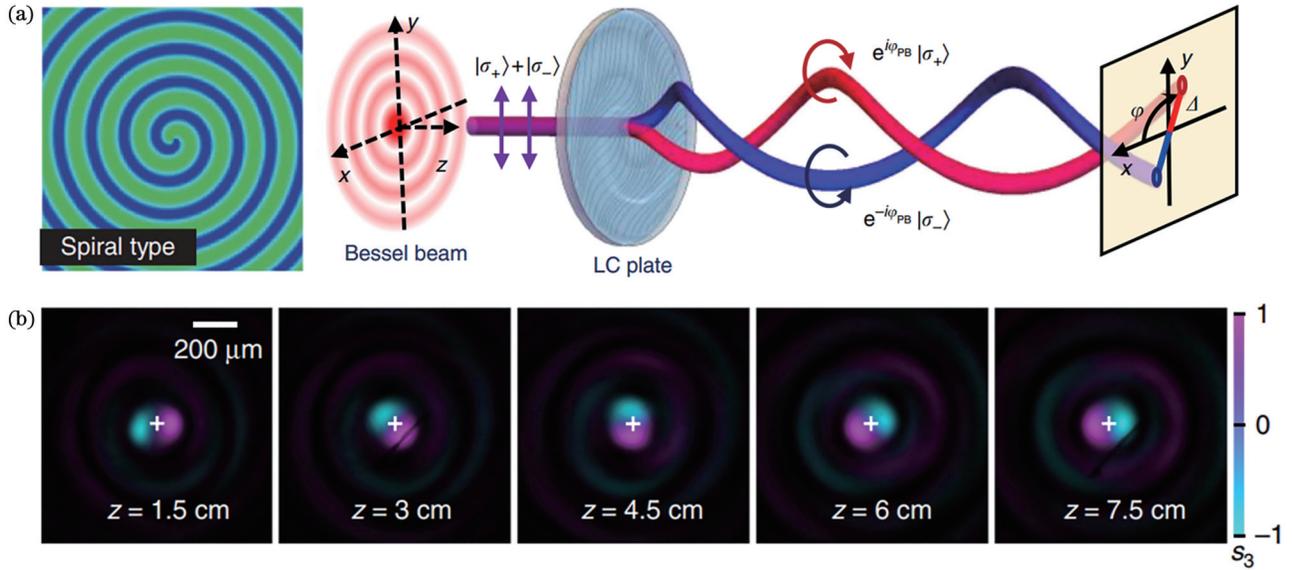


图 9 利用几何相位元件实现贝塞尔光束的可控自旋霍尔效应<sup>[80]</sup>。(a)光路示意图;(b)螺旋自旋霍尔效应

Fig. 9 Controllable spin Hall effect of Bessel beams realized by geometric phase elements<sup>[80]</sup>. (a) Schematic of optical path; (b) spiral photonic spin Hall effect

何相位元件后分裂为左、右旋的自旋态,并相互缠绕传输。图 9(b)为实验观测到的光束传输过程中斯托克斯分量  $S_3$  的演化结果,紫色和青色分别对应于右旋和左旋偏振态。由图可直观地看到贝塞尔光束的两个自旋态的缠绕传输过程,光束主瓣在  $x$  轴和  $y$  轴上的位移表现出周期振荡。这种通过设计几何相位来自如地调控光束的正交自旋态,为实现自旋相关分离提供了新的自由度。

### 3.3 非傍轴自加速光束

2012年,Kaminer等<sup>[81]</sup>和Zhang等<sup>[82]</sup>几乎同时从非傍轴亥姆霍兹方程中求得了一类贝塞尔模式解,描述了沿圆形轨迹传输的自加速类贝塞尔光束。Kaminer等工作考虑了矢量解的情况,发现TE和TM偏振的光束都能保持这样的大角度弯曲,并且TM偏振的光束会呈现出偏振旋转现象[图10(a)]。Zhang等<sup>[83-84]</sup>通过空间光调制器实验产生类非傍轴自

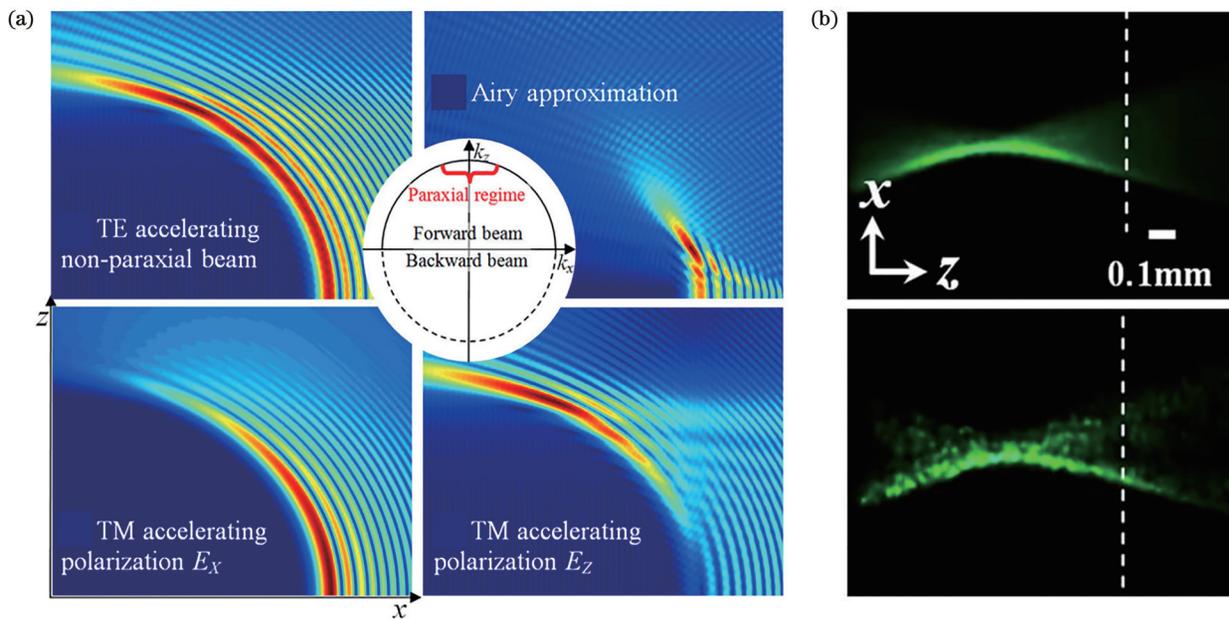


图 10 非傍轴自加速光束。(a)非傍轴自加速光束的矢量解<sup>[81]</sup>;(b)非傍轴自加速光束在线性介质(上)和非线性介质(下)中的传输<sup>[82]</sup>

Fig. 10 Nonparaxial self-accelerating beams. (a) Vector solutions of nonparaxial self-accelerating beam<sup>[81]</sup>; (b) linear (top) and nonlinear (bottom) propagation of nonparaxial self-accelerating beam<sup>[82]</sup>

加速光束,并利用纳米悬浮液提供的克尔非线性条件实验观察了非傍轴自加速光束的线性 and 非线性传输过程[图 10(b)],证明了该光束在不同的非线性条件下也能保持其加速轨迹。这些研究为非傍轴自加速光束的探索开辟了新的方向。在此基础上,各类新型非傍轴自加速光束被相继提出,包括沿椭圆轨迹传输的马丢光束和沿抛物线轨迹传输的韦伯光束。

考虑到 TM 偏振的自加速贝塞尔光束在沿圆形轨迹传输过程中会发生偏振旋转,本课题组将其拓展到径向对称的情况,从而实现了一类新的非傍轴

自动聚焦光束<sup>[85]</sup>,如图 11(a)所示。这类光束可沿着球面轨迹发生自动聚焦,其聚焦性能类似于高数值孔径透镜产生的紧聚焦效果,因此被称为自动紧聚焦光束。图 11(b)显示了该光场的传输过程。光束几乎沿着球面自动聚焦,光强分布在光束到达焦点之前几乎保持不变,但在接近焦平面时突然聚焦。由于该光束径向偏振分量的大部分能量会转化为纵向偏振分量的能量,因此纵向场可以得到极大的增强,其峰值强度是径向分量的近 10 倍,如图 11(c)所示。

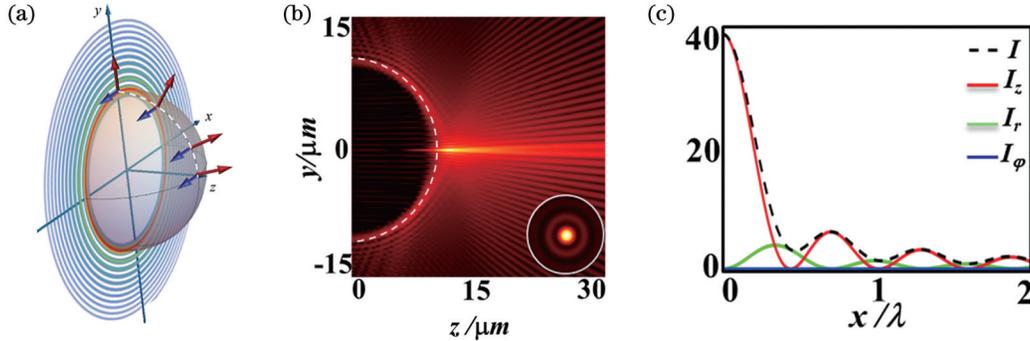


图 11 非傍轴自动紧聚焦光束<sup>[85]</sup>。(a)原理示意图;(b)径向偏振自动紧聚焦光束的聚焦特性;(c)焦平面上总场( $I$ )以及径向( $I_r$ )、角向( $I_\phi$ )和纵向( $I_z$ )偏振分量的强度分布

Fig. 11 Nonparaxial tightly autofocusing beams<sup>[85]</sup>. (a) Principle diagram; (b) focusing properties of radially polarized tightly autofocusing beam; (c) intensity distributions of radially ( $I_r$ ), azimuthally ( $I_\phi$ ), and longitudinally ( $I_z$ ) polarized components and total field ( $I$ ) at focal plane

## 4 贝塞尔光束的纵向强度控制

在光学捕获、相干层析成像等诸多应用中,人们希望无衍射光束能具有稳定的光强。但是,直接产生的贝塞尔光束在传输中会表现出明显的强度变化。如果光束的轴向强度可控,将对相关应用非常有利。接下来重点介绍贝塞尔光束纵向强度调控研究的一些进展。

### 4.1 光学“冻结波”的纵向强度控制

Zamboni-Rached<sup>[86]</sup>于 2004 年提出了“冻结波”的概念,通过贝塞尔光束叠加形成的光束,其纵向强度可以在传输过程中的特定区间内呈现任何所需的形状。在这样的空间区间内,可以构建一个具有许多不同形状的固定包络,包括一个或多个高强度峰值。这个强度包络保持静态,即群速度为 0。因此,人们将这种波动方程的解称为“冻结波”。图 12 为冻结波的一个例

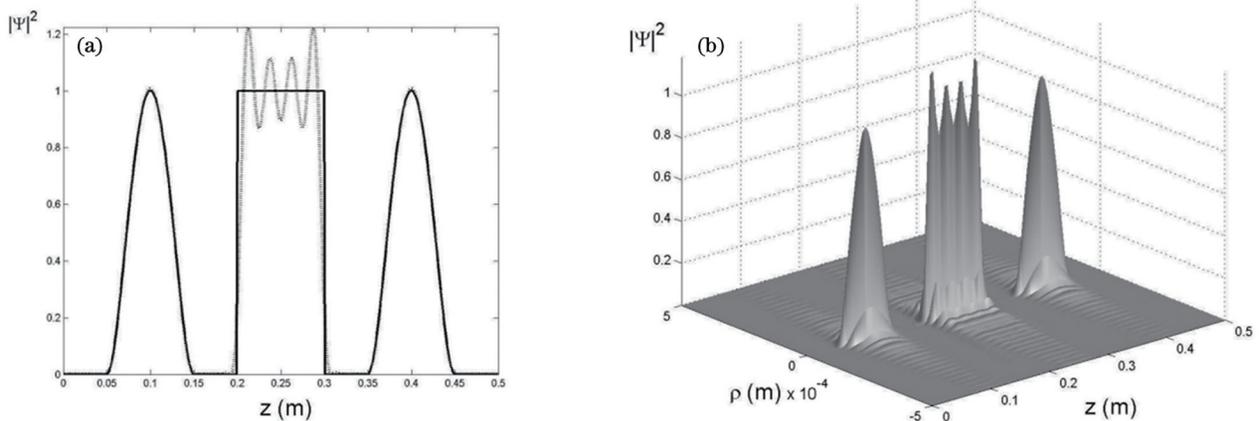


图 12 基于“冻结波”理论调控贝塞尔光束轴上强度<sup>[86]</sup>。(a)轴上强度分布与期望函数的比较;(b)传输过程的三维分布

Fig. 12 Axial intensity engineering of Bessel beams based on “frozen waves”<sup>[86]</sup>. (a) Axial intensity distribution compared with desired function; (b) 3D-plot of propagation process

子,光束的纵向强度分布在抛物线函数、阶跃函数、零值之间相互切换。随后,关于“冻结波”的相关研究也进一步展开,优化了对“冻结波”的理论描述。通过增加参与叠加的贝塞尔光束的数量,可以显著提升轴上强度设计的分辨率,理论上可实现任意的强度分布<sup>[87]</sup>。将“冻结波”表示为贝塞尔光束的连续叠加,可得到一个更简单、更紧凑的数学形式,尽管这会限制纵向调控分辨率<sup>[88]</sup>。此外,人们还利用“冻结波”光镊装置实现了微粒的光学捕获,不仅获得更稳定的光捕获性能,而且实现微粒子纵向捕获<sup>[89]</sup>。本课题组还将“冻结波”与能够实现光束模态纵向调控的超表面相结合,实现了纵向维度的信息编解码<sup>[90]</sup>。

2017年,Dorrah等<sup>[91]</sup>结合贝塞尔光束的轨迹控制理论,提出了一类“修正冻结波”。通过叠加冻结波,可以很好地控制合成光束的横向和纵向强度分布,还能同时控制冻结波的传输轨迹。图13(a)为沿离轴螺旋轨迹传输的光束演化过程。通过“冻结波”提供的纵向强度控制,可实现中心光斑的消失和出现,以及旋转方向的切换。图13(b)为蛇形轨迹传输的光束纵向强度分布。中心光斑在5~25 cm内沿轴线传输,之后呈现出蛇形轨迹,然后在65~85 cm内重新保持轴向路径。这种“修正冻结波”保证了光束的能量和整体动量不变,因而可为光学捕获和材料加工等应用提供便利。

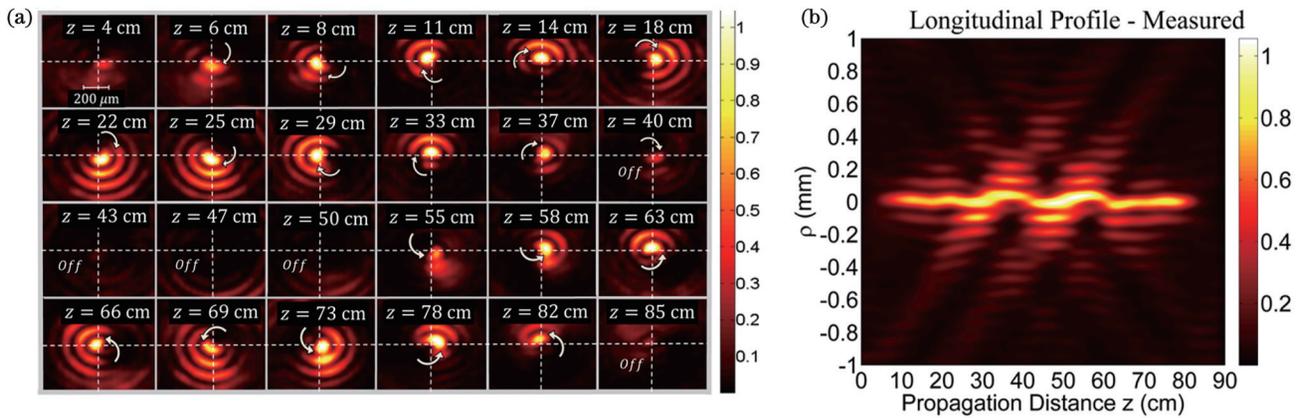


图13 沿着螺旋形和蛇形轨迹传输的“冻结波”<sup>[91]</sup>。(a)螺旋形;(b)蛇形

Fig. 13 “Frozen waves” following spiral and snake-like trajectories<sup>[91]</sup>. (a) Spiral trajectories; (b) snake-like trajectory

#### 4.2 基于空间频谱工程理论控制纵向强度

Čizmar等<sup>[92]</sup>在2009年提出了一种基于空间频谱工程的理论,用于实现贝塞尔光束的轴向强度调控。与贝塞尔光束叠加构建的“冻结波”不同的是,他们直接将光束的轴向演化与频谱联系起来,通过设定光束的轴向强度分布函数,反推入射光场的空间频谱成分。由此,通过空间频谱来计算类贝塞尔分布的入射场,进而演化得到具有任意设定强度分布的光束。图14(a)所示为分别实现的轴上均匀分布、强度线性增强与线性减弱的类贝塞尔光束。基于此理论,2020年,本课题组<sup>[93]</sup>提出了一种单层介质超透镜,其同时集成了频谱调制与傅里叶变换功能,用于定制光束的轴上强度分布。图14(b)为预设强度为矩形函数的光束纵向三维强度分布。除光束主瓣外,旁瓣沿 $z$ 轴的长度演化同样遵循预先设定。此外,还可以通过设计超透镜实现传输过程中的光强振荡。图14(c)为振荡光束的测量结果,左上为空间频谱分布和超透镜的局部SEM图像,下图为纵向三维强度分布,右上为轴上强度及其拟合曲线。可以看到光强完美地以正弦函数的形式振荡。2021年,Yan等<sup>[94]</sup>还将频谱工程理论用于定制产生自加速类贝塞尔光束。所构建的光束不仅可以控制传输轨迹,沿传输方向的强度也可以方便地调节。因

此,设计的光束既能够补偿散射引起的传输损失,也可以绕过或克服路径上的障碍[图14(d)]。

## 5 贝塞尔光束的纵向偏振控制

近年来,贝塞尔光束在传输方向上的偏振调控也得到越来越多的关注。得益于贝塞尔光束的横-纵映射关系和可叠加性,人们提出了一些新的调控手段,用于实现光束传输过程中强度、相位的调控,进而控制光束偏振态的纵向变化。这进一步拓展了贝塞尔光束的调控维度。

### 5.1 基于横-纵映射关系实现纵向偏振控制

贝塞尔光束的横-纵映射可以使人们更方便地操纵光场的纵向特性,例如:光束入射的偏振态被调控为随横向半径的变化而变化,就会产生在传输过程中纵向偏振态变化的光束。2015年,Moreno等<sup>[95]</sup>基于透射式空间光调制器设计了一个图15(a)所示的光路以实现纵向偏振调制。一个平行准直的激光经由一个反射式 $4f$ ( $f$ 代表焦距)系统,先后通过空间光调制器两个半区经受不同的锥形相位调制,其间两次通过同一个 $1/4$ 波片以改变接受调制的偏振分量,使两个锥形相位分别加载在两个正交的线偏振分量上。通过在两个偏振分量之间添加额外的径向相位延迟,可以调制光

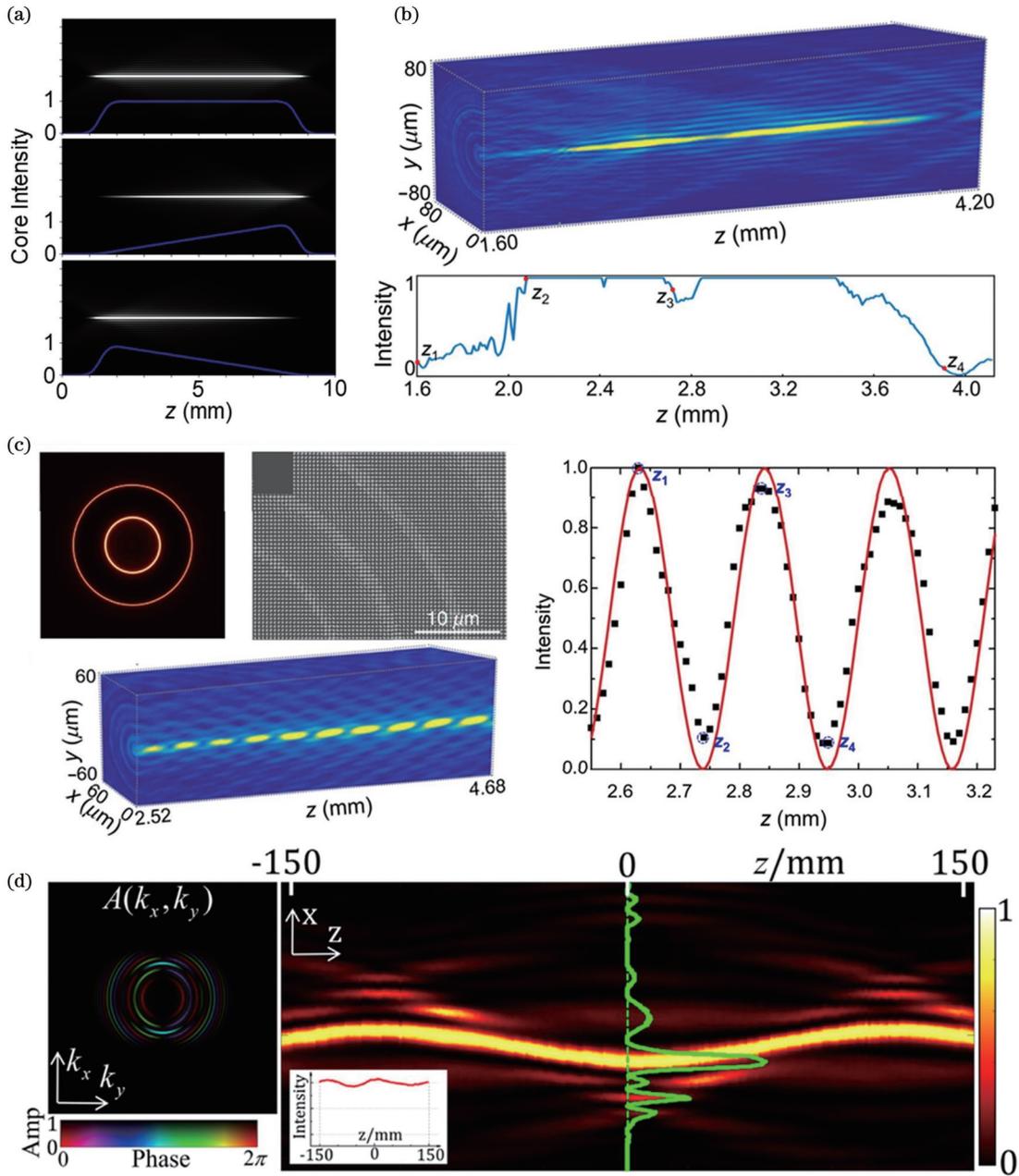


图 14 基于空间频谱工程理论控制纵向强度。(a)轴向强度分布可调的贝塞尔光束<sup>[92]</sup>;(b)(c)基于光学超表面实现的光束强度纵向调控<sup>[93]</sup>;(d)具有任意轨迹和可定制强度分布的自加速贝塞尔光束<sup>[94]</sup>

Fig. 14 Controlling longitudinal intensity based on spatial spectrum engineering theory. (a) Bessel beams with tunable axial intensity distribution<sup>[92]</sup>; (b)(c) longitudinally modulated beam intensity via metasurface<sup>[93]</sup>; (d) self-accelerating Bessel beams with on-demand tailored intensity profiles along arbitrary trajectories<sup>[94]</sup>

束传输轴上的偏振态,图 15(b)为实验结果。可以看出,经过检偏的光束在传输过程中主瓣光强发生明暗变化,证明了光束中心偏振态在不同方向的线偏振以及圆偏振之间相互转换。接着,Davis等<sup>[96]</sup>利用相同的装置,在两个偏振方向上编码拓扑荷相等但符号相反的涡旋相位,从而产生了矢量光束。当叠加沿径向变化的锥形相位时,可以在传输方向上改变光束的偏振态分布。

本课题组进一步提出了一个广义模型,通过设计两个正交偏振分量纵向变化的几何相位,构造了一种

零阶和高阶矢量贝塞尔光束,其偏振态可以在传输过程中沿庞加莱球的赤道或子午线变化<sup>[97]</sup>。如图 16(a)所示,入射到轴上的两个偏振分量,其几何相位的横向变化分别可表示为 $\Phi_{1,2}(\rho, \varphi, z=0) = \pm(m\varphi + \pi\rho/d)$ ,  $d$ 为径向周期,相位 $m\varphi$ 对应于高阶贝塞尔光束。通过锥透镜的线性聚焦,两个正交偏振分量的几何相位映射到轴向 $\Phi_{1,2}(r, \varphi, z) = \pm(m\varphi + \pi z \tan \theta/d)$ ,  $\theta$ 为波矢锥角。通过设置两个正交偏振分量及其轴上的相位变化,可控制合成光束轴上偏振态的任意变化。图 16(b)所示的是将两个正交偏振分量设置为左、右

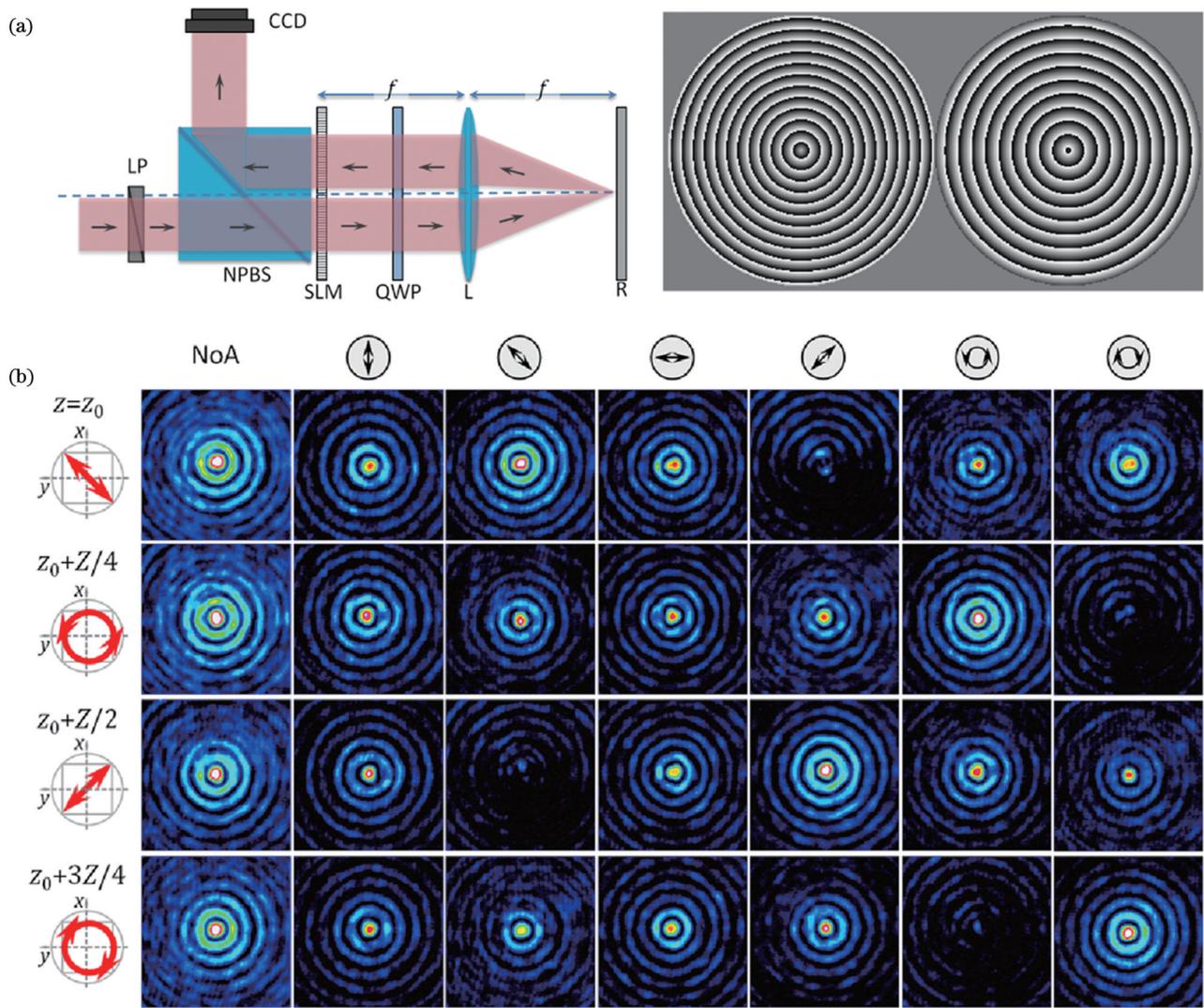


图 15 偏振态随传输距离变化的贝塞尔光束<sup>[95]</sup>。(a)实验光路系统；(b)不同检偏情况下的光束传输结果

Fig. 15 Bessel beams with polarization state varying with propagation distance<sup>[95]</sup>. (a) Experimental optical path; (b) beam propagation results through different analyzers

旋圆偏振态,当光束的轴上相位差随 $z$ 线性变化时,合成光束为线偏振,并且偏振面随传输距离旋转。在传输过程中,偏振方向逐渐由水平转向垂直,传输约 11.2 cm 后又回到水平方向。对应的偏振态沿庞加莱球赤道变化。如果设置 $m \neq 0$ ,则可以实现沿传输方向整体旋转的矢量贝塞尔光束。这些类贝塞尔光束仍然保留了无衍射和自恢复特性,即轴上放置障碍物时,光束会经一定距离的传输后恢复偏振旋转[图 16(a)下图]。

## 5.2 利用轴上强度调控实现的纵向偏振控制

利用贝塞尔光束的轴上强度调控,可以通过控制光束不同偏振分量的轴上强度,叠加合成随传输变化的偏振态。本课题组利用空间频谱工程理论来控制零阶贝塞尔光束两个正交偏振分量的轴上强度,通过两个分量的同轴叠加实现了纵向偏振变化<sup>[98]</sup>。该工作利用 Sagnac 干涉仪产生两束轴向光强互补、偏振态正交

的贝塞尔光束,使其同轴叠加,由此可使光束的轴向强度均匀分布,其偏振态则沿传输方向从水平偏振变化到右旋圆偏振,最后变为垂直偏振。此外,利用轴上强度调控可方便地操纵偏振态变化的轨迹、速度和周期。考虑到“冻结波”理论也可用于控制类贝塞尔光束的轴上强度,基于此理论提出了构造偏振振荡光束的一般性原理<sup>[99]</sup>。实验装置如图 17(a)所示,利用空间光调制器和一个 $4f$ 偏振转换系统生成光束的正交偏振分量,然后由朗琴光栅完成轴向合束。光栅的输出平面是贝塞尔光束的频谱面,因此需要通过透镜的傅里叶变换将其转换至实空间。图 17(b)为零阶纵向偏振态变化的“冻结波”的实验结果,第一、二行为光束的左右旋偏振分量的强度分布,第三行为由测量的 Stokes 参数计算出的局部偏振态分布。可以看到,“冻结波”的预设强度变化引起了偏振态的纵向变化。

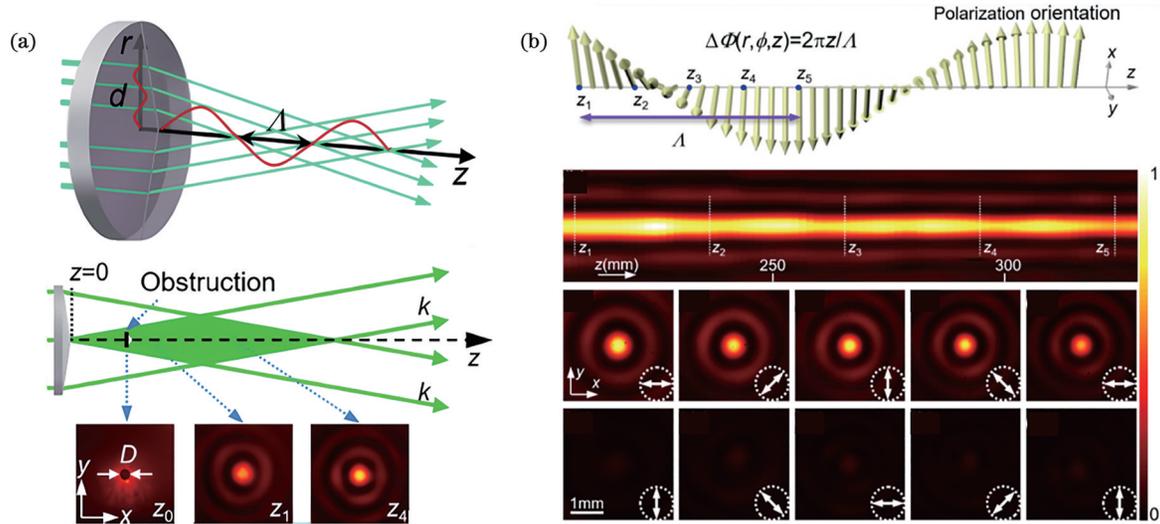


图 16 偏振态随传输距离变化的矢量贝塞尔光束<sup>[97]</sup>。(a)横-纵映射原理(上)及光束的自恢复特性(下);(b)传输过程及不同距离处的检偏结果

Fig. 16 Vector Bessel beams with polarization state varying with propagation distance<sup>[97]</sup>. (a) Schematic of transverse-to-longitudinal mapping (top) and beam self-recovery (bottom); (b) propagation process and intensity distributions with polarization analyzer at different distances

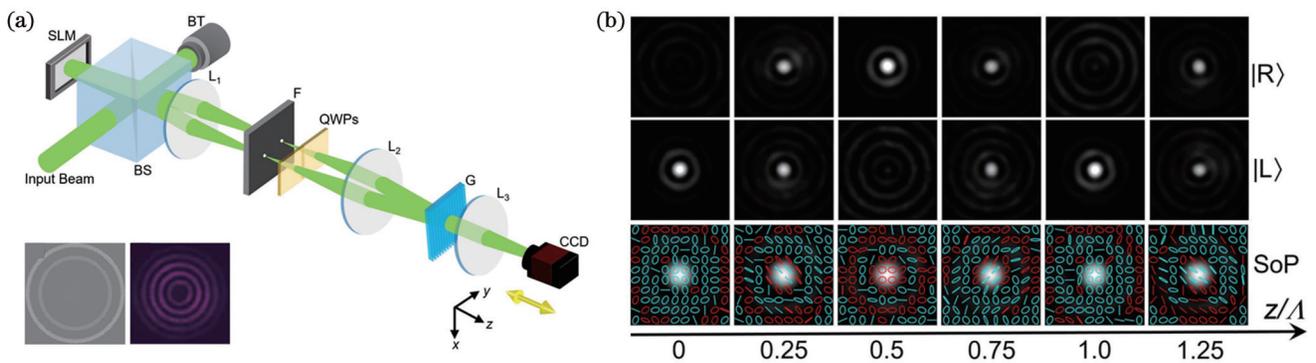


图 17 “冻结波”同轴叠加实现的偏振振荡光束<sup>[99]</sup>。(a)光路系统;(b)零阶“冻结波”的强度分量(第一、二行)与合成场的横向偏振分布(第三行)

Fig. 17 Polarization oscillating beams constructed by copropagating optical “frozen waves”<sup>[99]</sup>. (a) Optical setup; (b) intensities of right- and left-handed components of zeroth-order “frozen waves” (first and second rows) and transverse polarization states (third row) at different distances

### 5.3 利用古伊相移实现纵向偏振控制

贝塞尔光束在传输过程中沿轴向存在线性相移,即古伊相移。贝塞尔光束的古伊相移具有恒定空间变化率,是关于传输距离的线性函数,由其横向波数  $\alpha$  决定,且与贝塞尔光束的阶数无关<sup>[100]</sup>。该相移可具体表示为

$$\phi_{\text{Gouy}}(z) = (k_0 - \beta)z = \frac{\alpha^2}{k_0 + \sqrt{k_0^2 - \alpha^2}} z. \quad (13)$$

作为传输轴上的相位变化,古伊相移为贝塞尔光束的偏振调控提供了一种新的思路。本课题组利用贝塞尔光束和拉盖尔-高斯光束的古伊相移特征实现了自加速的旋光效应<sup>[101]</sup>。由于拉盖尔-高斯光束的古伊相移是传输距离的非线性函数,如果将光束的两个圆偏振分量分别设置为贝塞尔光束和拉盖尔-高斯光

束,则两光束的相位差也为非线性变化,如图 18(a)所示。根据偏振合成原理,两光束叠加后会形成线偏振态,且偏振方向由它们的相位差决定,由此便合成了偏振态非线性旋转的光束。巧妙的是,在一定参数下,贝塞尔光束和拉盖尔-高斯光束中心区域的复振幅分布几乎可以完全重合,因此两光束叠加后偏振态的均匀性很高,在近轴区域很大范围内都可以维持线偏振态。图 18(b)为光束总强度和两个正交偏振分量的演化过程。可以看出,该光束的偏振态在传输过程中发生有序变换。图 18(c)给出了光束偏振角度随传输变化的理论曲线和实验测量值。由偏振旋转角度可明显看出轴上的偏振态随传输距离的增加而加速旋转。为了证实光束近轴区域偏振态的稳定性,测量了光束的偏振椭圆度随传输距离的变化,可以看出

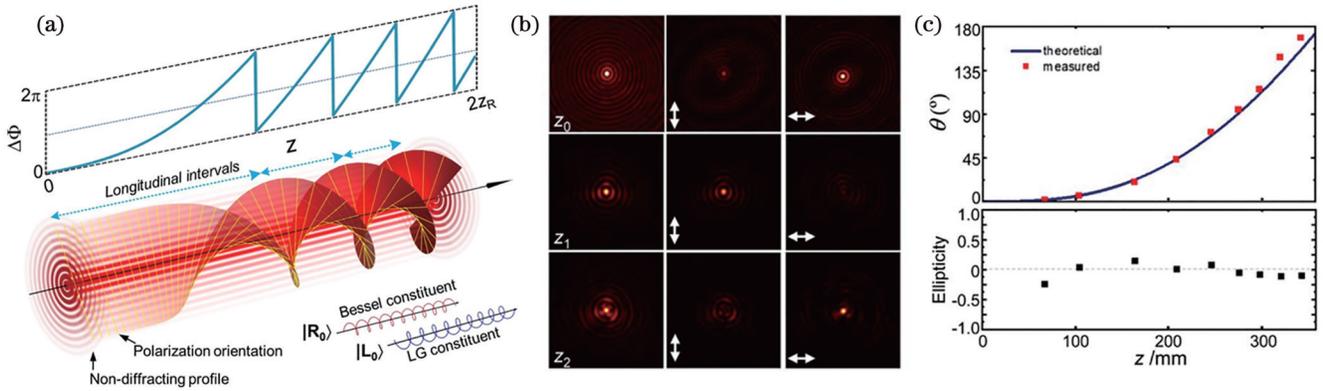


图 18 由古伊相移诱导的自由空间中自加速旋光效应<sup>[101]</sup>。(a)加速旋光示意图;(b)不同距离处的强度分布;(c)轴上偏振方向(上)和偏振椭圆度(下)

Fig. 18 Self-accelerating propagation rotation in free space induced by Gouy phase<sup>[101]</sup>. (a) Schematic of accelerating polarization rotation; (b) beam intensity distributions at different distances; (c) axial polarization orientations (top) and polarization ellipticities (bottom)

光束几乎保持线偏振态。此外,Lü等<sup>[102]</sup>基于幅相联合调控的方法,通过调节两叠加光束的径向参数和强度比,实现了对类贝塞尔光束的偏振旋转方向和速率的控制。

两个正交圆偏振分量之间不同的古伊相移会导致两个分量的传输相速度出现差异,这与光束的圆双折射现象非常类似。几何相位元件可以对贝塞尔光束的不同偏振分量附加相反的相位调制,进而改变两个圆偏振分量的古伊相移,因此可以用于实现贝塞尔光束在自由空间中的类旋光效应<sup>[103]</sup>。本课题组设计了一种可产生锥形相位分布的几何相位元件(称为锥波波片,CWP),可使贝塞尔光束波矢分裂为不同的横向波矢,形成具有不同古伊相移的贝塞尔光束。将该波矢的分裂分别施加于两个同轴传输的圆偏振分量,由此分别改变这两个分量的相速度,形成偏振旋转。该效应与传统的旋光效应有诸多可类比之处:1)偏振旋转

的角度随传输距离线性变化;2)该偏振旋转由介质(锥波波片)引发,旋光率正比于锥波波片的径向频率,可将该径向频率类比为介质的圆双折射率;3)旋光率与入射贝塞尔光束的横向波矢相关,可认为是旋光效应的“色散”;4)所实现的旋光效应与入射光的方向相关,与传统的旋光介质不同,更类似于法拉第旋光效应,具有非互易性;5)与介质中的旋光效应相比,贝塞尔光束的类旋光效应可持续地在自由空间中进行,直到它被另一个锥波波片卸载,才会再次转化为普通的贝塞尔光束。图 19(a)为应用该原理构造的偏振旋转器,光束在两个相对放置的锥波波片之间发生偏振态旋转,通过改变锥波波片之间的距离可以控制出射光的偏振旋转角。利用该装置可以制作无介质光隔离器和光环形器。古伊相移的固有性质表明,这种旋光效应适用于各种物理波动系统。

进一步的研究发现,这种自由空间的类圆双折射

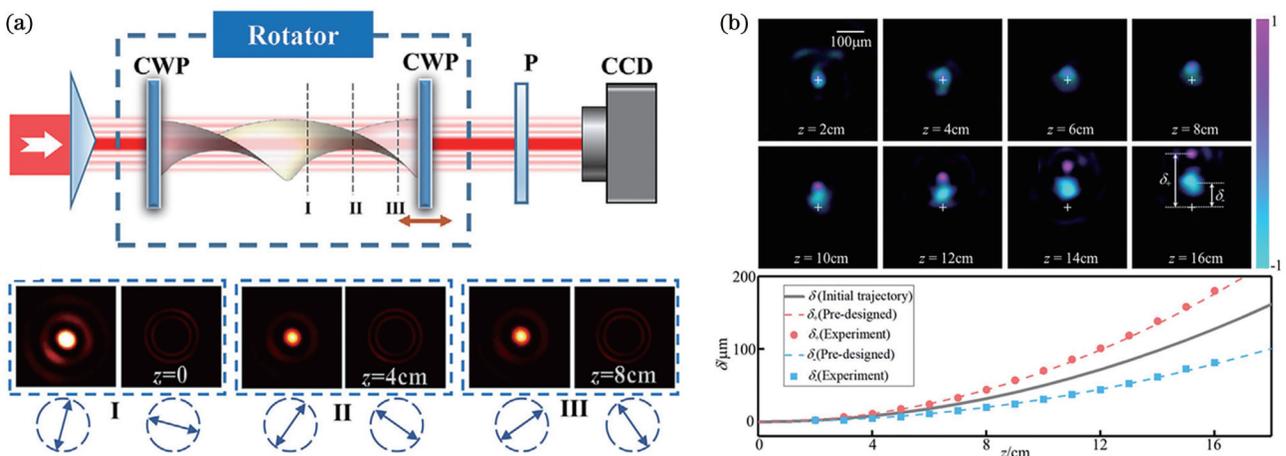


图 19 由古伊相移诱导的自由空间中的旋光效应。(a)一对锥波波片构造的偏振旋转器<sup>[103]</sup>;(b)自加速类贝塞尔光束的自旋霍尔效应<sup>[104]</sup>

Fig. 19 Optical rotation effect in free space induced by Gouy phase. (a) Polarization rotator consisting of a pair of conical wave plates<sup>[103]</sup>; (b) spin Hall effect induced by self-accelerating Bessel-like beam<sup>[104]</sup>

也存在一种离轴的双折射状态<sup>[104]</sup>。当贝塞尔光束以一定倾角入射到该锥波片时,由于两圆偏振分量的相速度不同,同一倾斜波矢下的折射角也不相同,从而发生离轴的圆双折射。此时,两个圆偏振分量在自由空间中发生横向分离,形成典型的光子自旋霍尔效应。倾斜光束的自旋分离程度与倾斜角度成正比,远大于传统自旋霍尔效应,但仍然难以观测。但如果引入具有非线性传输轨迹的类贝塞尔光束,则可极大地增大自旋相关分离程度,使该自旋霍尔效应无需放大便可直接观测到。图 19(b)为具有抛物线轨迹的离轴类贝塞尔光束的自旋分离过程,以及实验测量值与理论预测值的对比。光束在 200  $\mu\text{m}$  的离轴距离中产生了约 100  $\mu\text{m}$  的自旋分离,较同等情况下直线离轴光束的分离量增大了约三个数量级。更重要的是,这种增强的自旋相关分离效应也适用于已报道的其他具有非线性轨迹的类贝塞尔光束<sup>[77-78]</sup>。

## 6 自相似类贝塞尔光束

自相似类贝塞尔光束是另一类沿轴向调控的贝

塞尔光束,其横向轮廓在传输过程中始终会保持同一函数的空间缩放形式。2014 年, Gao 等<sup>[105]</sup>将自由空间衍射光束的概念推广到了抛物线标量光束。通过在旋转抛物线坐标系下求解傍轴波动方程,提出了一类具有不同比例因子的自相似光束。这类光束在传输过程中的束宽按抛物线函数变化,其精确表达式为

$$E(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2\pi} z^{-1/2} \exp(ik_0 z) \int_0^{2\pi} A(\phi) \times \exp\left[i \frac{k_0 \rho^2}{2z} \cos^2\left(\varphi - \frac{\phi}{2}\right)\right] d\phi. \quad (14)$$

该光束可视为不同角度的会聚柱形波的叠加,各柱形波会聚的线形焦场相互交叉,如图 20(a)所示。实验上,通过准直激光束照射具有交叉狭缝的掩模[图 20(b)],实现了这些柱状波的叠加。图 20(c)为实验得到的光束传输过程图,图中光束按二次函数进行了等比例缩放。进一步地,他们还求解了另外两类比例因子为线性和双曲椭圆的自相似光束<sup>[106]</sup>。

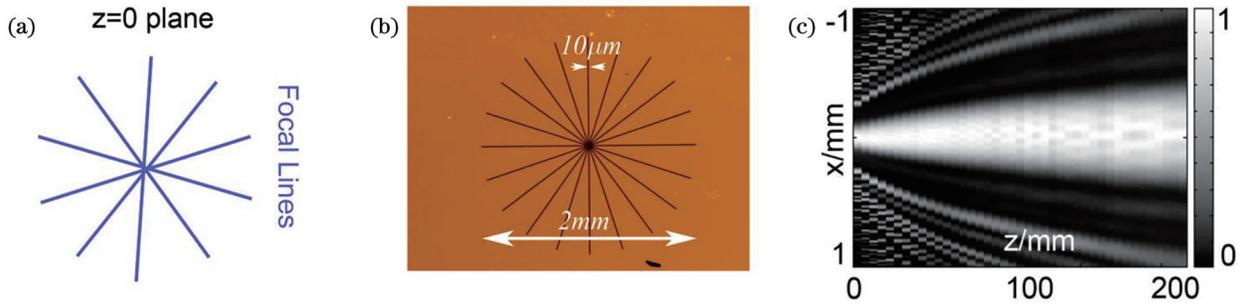


图 20 具有不同比例因子的自相似光束解<sup>[105]</sup>。(a)会聚柱形波的线形焦场;(b)掩模的显微图像;(c)光束传输过程

Fig. 20 Solution of self-similar beam with different scaling factor<sup>[105]</sup>. (a) Focal lines of converging cylindrical waves; (b) microscopic image of mask; (c) beam propagation process

利用上述自相似贝塞尔光束可求解出精确解,但在比例因子上有所限制。最近, Goutsoulas 等<sup>[107]</sup>基于菲涅耳积分给出了可调拉伸变换下任意阶的自相似类贝塞尔光束。通过设计实空间输入平面上的振幅和相位,可以产生在传输过程中的高阶涡旋光束,该光束的空心半径和最大强度完全可控。此外,

采用类似方法,也可以产生具有可控宽度和最大强度的零阶类贝塞尔光束。图 21(a)为空心半径为双曲正割函数的光束纵向传输图。图 21(b)和(c)为传输过程中最大光强以及半径的演化。可以看出,光束在具有恒定纵向强度的同时具有预设的半径变化。

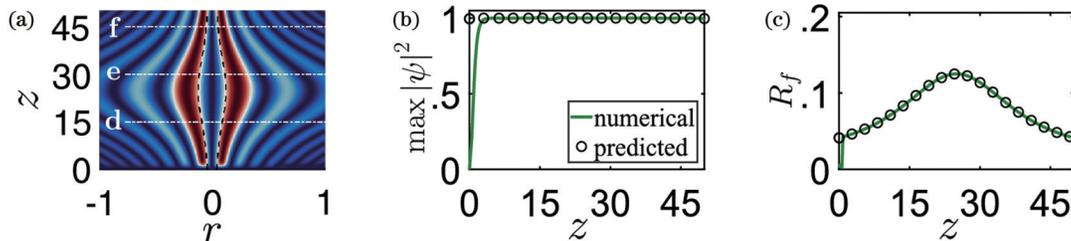


图 21 菲涅耳积分构造的任意阶自相似类贝塞尔光束<sup>[107]</sup>。(a)束宽呈双曲正割形变化的一阶自相似类贝塞尔光束;(b)(c)峰值光强和束宽随传输距离的变化

Fig. 21 Self-similar arbitrary-order Bessel-like beams based on Fresnel integral<sup>[107]</sup>. (a) First-order self-similar Bessel-like beam with beam width varying as hyperbolic secant; (b)(c) maximum intensity and beam width varying with propagation distance

为了进一步减小比例因子的限制并避免复杂的积分计算,本课题组利用贝塞尔光束的横-纵映射原理提出了一种更直接地构造任意自相似类贝塞尔光束的方法<sup>[108]</sup>。图 22(a)为原理示意图。该方法将贝塞尔光束的半峰全宽与横向波矢联系起来,将波矢的纵向变化映射回入射平面,从而得到对应的光场初始相位分布。理论上可以将传输方向上贝塞尔光束的束宽变化预设为任意函数。实验上,通过调控贝塞尔光束的锥形波

矢分布,实现了束宽按预设传输变化的零阶和高阶自相似类贝塞尔光束。对无法直接求出解析解的情况,如光束宽度为正弦形式的自相似光束,可以通过数值求解的方法计算出射面的相位分布,如图 22(b)所示。这些具有不同束宽函数的自相似类贝塞尔光束在传输过程中的光强分布与贝塞尔函数吻合得很好。该方法更直观、易于实现,支持点对点的束宽控制,这将有利于探索其在微粒操控和光学成像方面的应用。

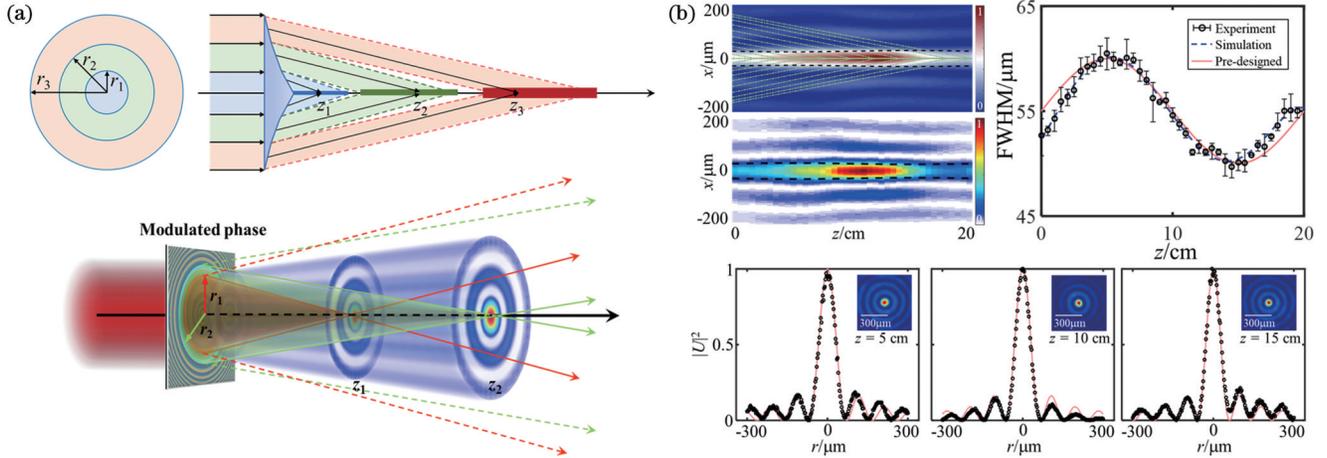


图 22 利用横-纵映射构造任意自相似类贝塞尔光束<sup>[108]</sup>。(a)原理示意图;(b)束宽呈正弦变化的零阶类贝塞尔光束

Fig. 22 Constructing arbitrary self-similar Bessel-like beams via transverse-longitudinal mapping<sup>[108]</sup>. (a) Principle diagram; (b) zero-order Bessel-like beams with sinusoidal varying beam width

## 7 总结与展望

贝塞尔光束自被提出以来,便因其独特的抗衍射、抗扰动能力得到大量的关注,成为无衍射光束研究的热点。贝塞尔光束以其优异的无衍射、自恢复特性,在显微成像、光操控、光学加工等领域展现出显著的优势。随着对贝塞尔光束基本特性研究的不断深入,研究者发现了更多由贝塞尔光束衍生出来的新的特性,从不同的角度拓展了以贝塞尔光束为基础的光场调控研究。本文从贝塞尔光束的求解过程出发,介绍了其基本的无衍射特性以及常用的实验产生方法,着重结合本课题组及国内外学者的研究成果,综述了基于贝塞尔光束提出的一些新颖的传输调控手段,包括传输轨迹控制、轴上强度管理、偏振态纵向调控和轴上束宽控制。这些调控手段有别于传统意义上对贝塞尔光束的无衍射特性的调控,结合了光场调控中出现的一些新思路 and 手段,如焦散线理论、空间编码、横-纵映射、“冻结波”理论等。经调制后的贝塞尔光束在一定程度上保持了其无衍射和自恢复特性,并在传输维度上展现出了更多可控的自由度,其传输轨迹、强度、偏振态、束宽等沿传输方向均表现出灵活的可控性。贝塞尔光束中这些新奇的传输可控特性将在光学操控、显微成像、精细加工等应用领域发挥巨大的作用。受限于篇幅,还有许多关于贝塞尔光束的调控工作在本文中未

提及,如对完美涡旋光束<sup>[109-110]</sup>、部分相干贝塞尔光束<sup>[111]</sup>、具有可变拓扑荷的贝塞尔光束<sup>[112]</sup>的研究等,本文对由贝塞尔光束衍生出来的应用研究也未曾展开。目前为止,以贝塞尔光束为基础的光场调控研究正在兴起阶段,依然有许多传输特性以及相关的应用潜力有待研究人员的进一步探索。

## 参考文献

- [1] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(4): 651-654.
- [2] Sprangle P, Hafizi B. Comment on nondiffracting beams[J]. Physical Review Letters, 1991, 66(6): 837.
- [3] Durnin J, Miceli J J, Eberly J H. Comment on nondiffracting beams-reply[J]. Physical Review Letters, 1991, 66(6): 838.
- [4] Durnin J, Miceli J, Jr, Eberly J H. Diffraction-free beams[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(15): 1499-1501.
- [5] Bouchal Z, Wagner J, Chlup M. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam[J]. Optics Communications, 1998, 151(4/5/6): 207-211.
- [6] Fahrback F O, Rohrbach A. Propagation stability of self-reconstructing Bessel beams enables contrast-enhanced imaging in thick media[J]. Nature Communications, 2012, 3: 632.
- [7] Li Z F, Alici K B, Caglayan H, et al. Generation of an axially asymmetric Bessel-like beam from a metallic subwavelength aperture[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(14): 143901.
- [8] Shi C Z, Dubois M, Wang Y, et al. High-speed acoustic communication by multiplexing orbital angular momentum[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2017, 114(28): 7250-7253.

- [9] Jiang X, Liang B, Cheng J C, et al. Twisted acoustics: metasurface-enabled multiplexing and demultiplexing[J]. *Advanced Materials*, 2018, 30(18): e1800257.
- [10] Marston P L. Scattering of a Bessel beam by a sphere[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2007, 121(2): 753-758.
- [11] Lorensen D, Singe C C, Curatolo A, et al. Energy-efficient low-Fresnel-number Bessel beams and their application in optical coherence tomography[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(3): 548-551.
- [12] Yi L Y, Sun L Q, Ding W W. Multifocal spectral-domain optical coherence tomography based on Bessel beam for extended imaging depth[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2017, 22(10): 106016.
- [13] Yin B W, Hyun C, Gardecki J A, et al. Extended depth of focus for coherence-based cellular imaging[J]. *Optica*, 2017, 4(8): 959-965.
- [14] Fan J L, Rivera J A, Sun W, et al. High-speed volumetric two-photon fluorescence imaging of neurovascular dynamics[J]. *Nature Communications*, 2020, 11: 6020.
- [15] Sheppard C J R, Castello M, Tortarolo G, et al. Image scanning microscopy with multiphoton excitation or Bessel beam illumination[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2020, 37(10): 1639-1649.
- [16] Chen B Y, Huang X S, Gou D Z, et al. Rapid volumetric imaging with Bessel-beam three-photon microscopy[J]. *Biomedical Optics Express*, 2018, 9(4): 1992-2000.
- [17] Fahrbach F O, Simon P, Rohrbach A. Microscopy with self-reconstructing beams[J]. *Nature Photonics*, 2010, 4: 780-785.
- [18] 谢家俊, 唐诗瑶, 陈永强, 等. 贝塞尔光束在生物组织中的自重建特性研究[J]. *中国激光*, 2022, 49(5): 0507302.
- Xie J J, Tang S Y, Chen Y Q, et al. Self-reconstruction characteristics of Bessel beam in biological tissue[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2022, 49(5): 0507302.
- [19] Chen X L, Zhang C, Lin P, et al. Volumetric chemical imaging by stimulated Raman projection microscopy and tomography[J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 15117.
- [20] Hua X W, Guo C L, Wang J, et al. Depth-extended, high-resolution fluorescence microscopy: whole-cell imaging with double-ring phase (DRiP) modulation[J]. *Biomedical Optics Express*, 2018, 10(1): 204-214.
- [21] Ayala Y A, Arzola A V, Volke-Sepúlveda K. Comparative study of optical levitation traps: focused Bessel beam versus Gaussian beams[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2016, 33(6): 1060-1067.
- [22] Garcés-Chávez V, McGloin D, Padgett M J, et al. Observation of the transfer of the local angular momentum density of a multiringed light beam to an optically trapped particle[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(9): 093602.
- [23] Porfirev A. Realisation of active pulling/pushing laser beams for light-absorbing particles in the air with a pair of diffractive optical elements[J]. *Optics & Laser Technology*, 2021, 133: 106584.
- [24] Garcés-Chávez V, McGloin D, Melville H, et al. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam[J]. *Nature*, 2002, 419(6903): 145-147.
- [25] Hsu D K, Margetan F J, Thompson D O. Bessel beam ultrasonic transducer: fabrication method and experimental results [J]. *Applied Physics Letters*, 1989, 55(20): 2066-2068.
- [26] Lu J Y, Song T K, Kinnick R R, et al. *In vitro* and *in vivo* real-time imaging with ultrasonic limited diffraction beams[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1993, 12(4): 819-829.
- [27] Zhao S M, Zhang W H, Wang L, et al. Propagation and self-healing properties of Bessel-Gaussian beam carrying orbital angular momentum in an underwater environment[J]. *Scientific Reports*, 2019, 9(1): 2025.
- [28] Willner A E, Zhao Z, Ren Y X, et al. Underwater optical communications using orbital angular momentum-based spatial division multiplexing[J]. *Optics Communications*, 2018, 408: 21-25.
- [29] Fu S Y, Gao C Q. Influences of atmospheric turbulence effects on the orbital angular momentum spectra of vortex beams[J]. *Photonics Research*, 2016, 4(5): B1-B4.
- [30] Zhu K C, Zhou G Q, Li X G, et al. Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2008, 16(26): 21315-21320.
- [31] Du J, Wang J. High-dimensional structured light coding/decoding for free-space optical communications free of obstructions[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(21): 4827-4830.
- [32] Zhang H, Ding W Q, Fu P, et al. Reducing orbital angular momentum crosstalk of the Bessel-Gaussian beam for underwater optical communications[J]. *Journal of Optics*, 2020, 22(6): 065702.
- [33] Amako J, Sawaki D, Fujii E. Microstructuring transparent materials by use of nondiffracting ultrashort pulse beams generated by diffractive optics[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2003, 20(12): 2562-2568.
- [34] Mikutis M, Kudrius T, Šlekys G, et al. High 90% efficiency Bragg gratings formed in fused silica by femtosecond Gauss-Bessel laser beams[J]. *Optical Materials Express*, 2013, 3(11): 1862-1871.
- [35] Bhuyan M K, Courvoisier F, Lacourt P A, et al. High aspect ratio taper-free microchannel fabrication using femtosecond Bessel beams[J]. *Optics Express*, 2010, 18(2): 566-574.
- [36] Yang L, El-Tamer A, Hinze U, et al. Two-photon polymerization of cylinder microstructures by femtosecond Bessel beams[J]. *Applied Physics Letters*, 2014, 105(4): 041110.
- [37] 燕超月, 孙盛芝, 张金云, 等. 皮秒贝塞尔光束切割医用玻璃管的研究[J/OL]. *激光与光电子学进展*: 1-11[2024-01-02]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1690.tn.20231009.1427.034.html>.
- Yan C Y, Sun S Z, Zhang J Y, et al. Study on the cutting of medical glass tubes using picosecond Bessel beam[J/OL]. *Laser & Optoelectronics Progress*: 1-11[2024-01-02]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1690.tn.20231009.1427.034.html>.
- [38] 孙伟高, 季凌飞, 郑锦灿, 等. 飞秒贝塞尔光束直写铌酸锂高深径比光子晶体结构[J]. *中国激光*, 2022, 49(10): 1002503.
- Sun W G, Ji L F, Zheng J C, et al. High-aspect-ratio photonic-crystal structure of lithium niobate fabricated via femtosecond Bessel beam direct writing[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2022, 49(10): 1002503.
- [39] 杨泽齐, 段军, 陈航, 等. 皮秒贝塞尔光束切割化学强化玻璃[J]. *中国激光*, 2019, 46(11): 1102010.
- Yang Z Q, Duan J, Chen H, et al. Chemically strengthened glass fabricated by picosecond Bessel beam cutting[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(11): 1102010.
- [40] Whittaker E T. On the partial differential equations of mathematical physics[J]. *Mathematische Annalen*, 1903, 57(3): 333-355.
- [41] Havelock T H. Mathematical analysis of wave propagation in isotropic of  $p$  dimensions[J]. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 1905, 2(1): 122-137.
- [42] Scott G, McArdle N. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon[J]. *Optical Engineering*, 1992, 31(12): 2640-2643.
- [43] 卢文和, 吴逢铁, 郑维涛. 透镜轴棱锥产生近似无衍射贝塞尔光束[J]. *光学学报*, 2010, 30(6): 1618-1621.
- Lu W H, Wu F T, Zheng W T. Generation of non-diffraction Bessel-liked beam using a lens axicon[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(6): 1618-1621.
- [44] 孙川, 何艳林, 陈婧, 等. 线性径向梯度折射率透镜产生贝塞尔光[J]. *中国激光*, 2015, 42(8): 0802002.
- Sun C, He Y L, Chen J, et al. Bessel beam generated by linear radial gradient-index lens[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(8): 0802002.
- [45] Herman R M, Wiggins T A. Production and uses of

- diffractionless beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1991, 8(6): 932-942.
- [46] Paterson C, Smith R. Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms[J]. *Optics Communications*, 1996, 124(1/2): 121-130.
- [47] Arlt J, Dholakia K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon[J]. *Optics Communications*, 2000, 177(1/2/3/4/5/6): 297-301.
- [48] Vasara A, Turunen J, Friberg A T. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1989, 6(11): 1748-1754.
- [49] Sun S L, Yang K Y, Wang C M, et al. High-efficiency broadband anomalous reflection by gradient meta-surfaces[J]. *Nano Letters*, 2012, 12(12): 6223-6229.
- [50] Arbabi A, Horie Y, Bagheri M, et al. Dielectric metasurfaces for complete control of phase and polarization with subwavelength spatial resolution and high transmission[J]. *Nature Nanotechnology*, 2015, 10(11): 937-943.
- [51] Yu N F, Genevet P, Kats M A, et al. Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction[J]. *Science*, 2011, 334(6054): 333-337.
- [52] Huang L L, Chen X Z, Bai B F, et al. Helicity dependent directional surface plasmon polariton excitation using a metasurface with interfacial phase discontinuity[J]. *Light: Science & Applications*, 2013, 2(3): e70.
- [53] Sun S L, He Q, Xiao S Y, et al. Gradient-index meta-surfaces as a bridge linking propagating waves and surface waves[J]. *Nature Materials*, 2012, 11(5): 426-431.
- [54] Sun W J, He Q, Sun S L, et al. High-efficiency surface plasmon meta-couplers: concept and microwave-regime realizations[J]. *Light, Science & Applications*, 2016, 5(1): e16003.
- [55] Chen W T, Khorasaninejad M, Zhu A Y, et al. Generation of wavelength-independent subwavelength Bessel beams using metasurfaces[J]. *Light, Science & Applications*, 2017, 6(5): e16259.
- [56] Liu S, Noor A, Du L L, et al. Anomalous refraction and nondiffractive Bessel-beam generation of terahertz waves through transmission-type coding metasurfaces[J]. *ACS Photonics*, 2016, 3(10): 1968-1977.
- [57] Uehara K, Kikuchi H. Generation of nearly diffraction-free laser beams[J]. *Applied Physics B*, 1989, 48(2): 125-129.
- [58] Cox A J, Dibble D C. Nondiffracting beam from a spatially filtered Fabry-Perot resonator[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1992, 9(2): 282-286.
- [59] Grosjean T, Saleh S S, Suarez M A, et al. Fiber microaxicons fabricated by a polishing technique for the generation of Bessel-like beams[J]. *Applied Optics*, 2007, 46(33): 8061-8067.
- [60] Xie C, Hu M L, Xu Z W, et al. High power femtosecond Bessel-X pulses directly from a compact fiber laser system[J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101(15): 151111.
- [61] Steinvurzel P, Tantiwanichapan K, Goto M, et al. Fiber-based Bessel beams with controllable diffraction-resistant distance[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(23): 4671-4673.
- [62] Shen Y J, Pidishety S, Nape I, et al. Self-healing of structured light: a review[J]. *Journal of Optics*, 2022, 24(10): 103001.
- [63] Ring J D, Lindberg J, Mourka A, et al. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams[J]. *Optics Express*, 2012, 20(17): 18955-18966.
- [64] Vyas S, Kozawa Y, Sato S. Self-healing of tightly focused scalar and vector Bessel-Gauss beams at the focal plane[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2011, 28(5): 837-843.
- [65] McGloin D, Garcés-Chávez V, Dholakia K. Interfering Bessel beams for optical micromanipulation[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(8): 657-659.
- [66] Indebetouw G. Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1989, 6(1): 150-152.
- [67] Berry M V, Balazs N L. Non-spreading wave packets[J]. *American Journal of Physics*, 1979, 47(3): 264-267.
- [68] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(8): 979-981.
- [69] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.
- [70] Zhang P, Prakash J, Zhang Z, et al. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(15): 2883-2885.
- [71] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, et al. Curved plasma channel generation using ultraintense Airy beams[J]. *Science*, 2009, 324(5924): 229-232.
- [72] Jia S, Vaughan J C, Zhuang X W. Isotropic three-dimensional super-resolution imaging with a self-bending point spread function[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8: 302-306.
- [73] Voloch-Bloch N, Lereah Y, Lilach Y, et al. Generation of electron Airy beams[J]. *Nature*, 2013, 494(7437): 331-335.
- [74] Vettenburg T, Dalgarno H I C, Nyk J, et al. Light-sheet microscopy using an Airy beam[J]. *Nature Methods*, 2014, 11(5): 541-544.
- [75] Vetter C, Eichelkraut T, Ornigotti M, et al. Generalized radially self-accelerating Helicon beams[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(18): 183901.
- [76] Schulze C, Roux F S, Dudley A, et al. Accelerated rotation with orbital angular momentum modes[J]. *Physical Review A*, 2015, 91(4): 043821.
- [77] Jarutis V, Matijošius A, di Trapani P, et al. Spiraling zero-order Bessel beam[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(14): 2129-2131.
- [78] Chremmos I D, Chen Z G, Christodoulides D N, et al. Bessel-like optical beams with arbitrary trajectories[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(23): 5003-5005.
- [79] Li Y K, Qi S X, Xie Y Q, et al. Flexible trajectory control of Bessel beams with pure phase modulation[J]. *Optics Express*, 2022, 30(14): 25661-25671.
- [80] Liu S, Qi S X, Li Y K, et al. Controllable oscillated spin Hall effect of Bessel beam realized by liquid crystal Pancharatnam-Berry phase elements[J]. *Light, Science & Applications*, 2022, 11(1): 219.
- [81] Kammer I, Bekenstein R, Nemirovsky J, et al. Nondiffracting accelerating wave packets of Maxwell's equations[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(16): 163901.
- [82] Zhang P, Hu Y, Cannan D, et al. Generation of linear and nonlinear nonparaxial accelerating beams[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(14): 2820-2822.
- [83] Zhang P, Hu Y, Li T C, et al. Nonparaxial Mathieu and Weber accelerating beams[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(19): 193901.
- [84] Aleahmad P, Miri M A, Mills M S, et al. Fully vectorial accelerating diffraction-free Helmholtz beams[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(20): 203902.
- [85] Liu S, Guo Z J, Li P, et al. Tightly autofocusing beams: an effective enhancement of longitudinally polarized fields[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(2): 575-578.
- [86] Zamboni-Rached M. Stationary optical wave fields with arbitrary longitudinal shape by superposing equal frequency Bessel beams: Frozen Waves[J]. *Optics Express*, 2004, 12(17): 4001-4006.
- [87] Zamboni-Rached M, Recami E, Hernández-Figueroa H E. Theory of "frozen waves": modeling the shape of stationary wave fields[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(11): 2465-2475.
- [88] Dartora C A, Nobrega K Z, Dartora A, et al. A general theory

- for the Frozen Waves and their realization through finite apertures[J]. *Optics Communications*, 2006, 265(2): 481-487.
- [89] Suarez R A B, Ambrosio L A, Neves A A R, et al. Experimental optical trapping with frozen waves[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(9): 2514-2517.
- [90] 樊鑫豪, 武炫光, 周亮, 等. 基于超表面的阵列光场纵向维度信息编解码[J]. *中国激光*, 2023, 50(18): 1813013.  
Fan X H, Wu X G, Zhou L, et al. Longitudinally encoding and decoding information in light field arrays based on metasurface [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2023, 50(18): 1813013.
- [91] Dorrah A H, Zamboni-Rached M, Mojahedi M. Frozen Waves following arbitrary spiral and snake-like trajectories in air[J]. *Applied Physics Letters*, 2017, 110(5): 051104.
- [92] Čižmár T, Dholakia K. Tunable Bessel light modes: engineering the axial propagation[J]. *Optics Express*, 2009, 17(18): 15558-15570.
- [93] Fan X H, Li P, Guo X Y, et al. Axially tailored light field by means of a dielectric metalens[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(2): 024035.
- [94] Yan W X, Gao Y, Yuan Z, et al. Non-diffracting and self-accelerating Bessel beams with on-demand tailored intensity profiles along arbitrary trajectories[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(7): 1494-1497.
- [95] Moreno I, Davis J A, Sánchez-López M M, et al. Nondiffracting Bessel beams with polarization state that varies with propagation distance[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(23): 5451-5454.
- [96] Davis J A, Moreno I, Badham K, et al. Nondiffracting vector beams where the charge and the polarization state vary with propagation distance[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(10): 2270-2273.
- [97] Li P, Zhang Y, Liu S, et al. Generation and self-healing of vector Bessel-Gauss beams with variant state of polarizations upon propagation[J]. *Optics Express*, 2017, 25(5): 5821-5831.
- [98] Li P, Zhang Y, Liu S, et al. Quasi-Bessel beams with longitudinally varying polarization state generated by employing spectrum engineering[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(20): 4811-4814.
- [99] Li P, Wu D J, Zhang Y, et al. Polarization oscillating beams constructed by copropagating optical frozen waves[J]. *Photonics Research*, 2018, 6(7): 756-761.
- [100] Martelli P, Tacca M, Gatto A, et al. Gouy phase shift in nondiffracting Bessel beams[J]. *Optics Express*, 2010, 18(7): 7108-7120.
- [101] Li P, Fan X H, Wu D J, et al. Self-accelerated optical activity in free space induced by the Gouy phase[J]. *Photonics Research*, 2020, 8(4): 475-481.
- [102] Lü J Q, Wang X L, Zhang G L, et al. Bessel-like beams with controllable rotating local linear polarization during propagation [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(7): 1738-1741.
- [103] Liu S, Qi S X, Li P, et al. Analogous optical activity in free space using a single Pancharatnam-Berry phase element[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2022, 16(1): 2100291.
- [104] Li Y K, Zou Y, Liu S, et al. Linear and nonlinear photonic spin Hall effect induced by analog circular birefringence of Bessel-like beams[J]. *Photonics Research*, 2023, 11(9): 1553-1561.
- [105] Gao N, Xie C Q. Parabolic scaling beams[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(12): 3619-3622.
- [106] Gao N, Xie C Q. Free space self-similar beams[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(7): 1216-1219.
- [107] Goutsoulas M, Bongiovanni D, Li D H, et al. Tunable self-similar Bessel-like beams of arbitrary order[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(7): 1830-1833.
- [108] Li Y K, Zou Y, Guo Z J, et al. Constructing arbitrary self-similar Bessel-like beams via transverse-longitudinal mapping[J]. *Chinese Optics Letters*, 2024, 22(2): 022601.
- [109] 王亚军, 李新忠, 李贺贺, 等. 完美涡旋光场的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(9): 090007.  
Wang Y J, Li X Z, Li H H, et al. Research progress of perfect vortex field[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(9): 090007.
- [110] Li X Z, Ma H X, Yin C L, et al. Controllable mode transformation in perfect optical vortices[J]. *Optics Express*, 2018, 26(2): 651-662.
- [111] Zhu J A, Zhang H, Wang Z Y, et al. Coherence singularity and evolution of partially coherent Bessel-Gaussian vortex beams[J]. *Optics Express*, 2023, 31(6): 9308-9318.
- [112] Yang Y J, Zhu X L, Zeng J, et al. Anomalous Bessel vortex beam: modulating orbital angular momentum with propagation [J]. *Nanophotonics*, 2018, 7(10): 1679-1686.

## Progress in Propagation Control of Non-Diffracting Bessel Beams (Invited)

Li Yanke, Liu Sheng\*, Li Peng, Wei Bingyan, Wen Dandan, Zhao Jianlin\*\*

*School of Physical Science and Technology, Key Laboratory of Light-Field Manipulation and Information Acquisition, Ministry of Industry and Information Technology, Shaanxi Key Laboratory of Optical Information Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, Shaanxi, China*

### Abstract

**Significance** The invention of lasers has led to a boom of laser technology in various science and engineering of many interdisciplinary fields, which have been widely applied in optical manipulation, precision measurement, optical communication, laser processing, microscopy imaging, and so on. However, the simple propagation characteristics of the traditional Gaussian laser mode have hit the bottleneck in the further development of laser technology and failed to meet the ever-increasing needs in the related fields. Consequently, light field manipulation has emerged. By modulating the amplitude, phase, and polarization of the light field, many new types of spatially structured fields with novel physics effects or propagation properties have been proposed. Optical vortices and cylindrical vector beams are among the most

well-known examples. To resist beam diffraction and environment disturbance, researchers have discovered a new class of spatially-structured field named “non-diffracting beam”. Theoretically, a non-diffracting beam can maintain its transverse intensity profile during propagation and can propagate over long distances with little beam spreading. Subsequently, a series of non-diffracting beams with different spatial structures, such as Mathieu beams, Weber beams, Airy beams, and Bessel beams, have been proposed, all of which exhibit the common characteristics of non-diffracting beams. As a typical non-diffracting beam, the Bessel beam quickly attracts great attention of research after being proposed as a propagation-invariant solution of the Helmholtz equation. Extensive research has been conducted on non-diffracting beams, including the applications in improving microscopy imaging quality and the performance of optical trapping. With the continuous development of light field manipulation, researchers have gradually attempted to control Bessel beams through different means by modulating or superposing the Bessel beams. Modulated Bessel beams can behave the self-accelerating propagation with nonlinear trajectories, with tunable on-axis intensities and polarizations, or even generate propagation-varied modes, which are different from traditional Bessel beams. Combining Bessel beams with other spatially structured light fields or optical elements for light field modulation would further expand the freedom degree for controlling Bessel beams. In this review, hence, we introduce the basic theory and generation methods of Bessel beams and review the research progress of the propagation control of Bessel beams, including the trajectory control, on-axis intensity management, longitudinally control of polarization, and self-similar Bessel beams.

**Progress** In section 2, we introduce the basic characteristics of Bessel beams. Subsection 2.1 presents the solution of Bessel modes from the Helmholtz equation. Typical intensity and phase profiles of Bessel beams with different orders are represented (Fig. 1). The principle and several methods of generating Bessel beams are introduced in subsection 2.2. Fig. 2(a) shows the conical wave vector of Bessel beams, based on which two typical methods of generating Bessel beams with annular aperture and axicon are represented in Figs. 2(b) and 2(c), respectively. Based on the axicon-type phase, we propose a computer-generated hologram [Fig. 2(d)] and dielectric metasurface [Fig. 2(e)] to generate Bessel beams. Additionally, we introduce some other methods with the Fabry-Perot resonator [Fig. 2(f)] and optical fibers. Fig. 3 demonstrates the self-healing properties of Bessel beams. In section 3, we introduce the propagation trajectory control of Bessel beams. Subsection 3.1 presents the spiral Bessel beams, including radially self-accelerating beams (Fig. 4), accelerating rotating beams produced by the superposition of nonlinear vortex beams (Fig. 5), and spiraling zero-order Bessel beams produced by splicing the beam cone (Fig. 6). In subsection 3.2, the Bessel-like beams propagating along arbitrary trajectories based on caustic principle and pure phase modulation are shown in Figs. 7 and 8, respectively. The controllable spin Hall effect of the Bessel beam realized by geometric phase elements is introduced (Fig. 9). Subsection 3.3 represents the nonparaxial self-accelerating beams in Fig. 10, based on which tightly autofocusing beam is proposed (Fig. 11). In section 4, we introduce the axial intensity engineering of Bessel beam. In subsection 4.1, we introduce the theory of “Frozen Waves” (Fig. 12) and the modified “Frozen waves” following spiral and snake-like trajectories (Fig. 13). In subsection 4.2, the on-axis intensity modulation based on the spatial spectrum engineering [Fig. 14(a)] is introduced. By using metasurface, the on-axis intensity with rectangle and sinusoidal profiles are realized [Figs. 14(b) and 14(c)]. The on-axis intensity management is also applied to the self-accelerating Bessel beams to realize the on-demand tailored intensity along arbitrary trajectories [Fig. 14(d)]. Section 5 introduces the longitudinal control of the polarization of the Bessel beam. In subsection 5.1, the Bessel beams with propagation-varied polarization state are proposed based on the transverse-longitudinal mapping (Fig. 15). Based on the mapping, the vector Bessel-Gauss beams with propagation-variant polarization state and the corresponding self-healing are introduced (Fig. 16). In subsection 5.2, polarization oscillating beams constructed by superposing the copropagating optical frozen waves are shown in Fig. 17. In subsection 5.3, we introduce the longitudinal polarization control via the Gouy phases of beams. The self-accelerated optical activity in free space according to the Gouy phase difference between the Bessel beam and Laguerre-Gauss beam is shown in Fig. 18. We introduce the analogous optical activity in free space using a single Pancharatnam-Berry phase element, which can highly resemble the on-axis circular birefringence of beams. Fig. 19(a) shows the polarization rotator based on the theory. In addition, the off-axis circular birefringence, triggered by a tilted input Bessel beam, can generate the photonic spin Hall effect, which can be enhanced by inputting a self-accelerating Bessel-like beam [Fig. 19(b)]. In section 6, we introduce the self-similar Bessel-like beam, including self-similar beams with different scaling factors by solving the paraxial wave equation (Fig. 20), self-similar arbitrary-order Bessel-like beams based on the Fresnel integral (Fig. 21), and constructing arbitrary self-similar Bessel-like beams via transverse-longitudinal mapping (Fig. 22).

**Conclusions and Prospects** Modulated Bessel beams exhibit increased controllability during propagation while retaining the non-diffracting and self-healing properties. The trajectory, intensity, polarization state, and beam width can be flexibly controlled in the propagation direction. These characteristics have significant potential in various applications, including optical manipulation, microscopy imaging, and precision machining.

**Key words** light field regulation; non-diffracting beam; Bessel beam; light transmission