

## 面向层绞光缆形变检测的空间曲线重建研究

卢恒, 沙洲, 封皓\*

天津大学精密仪器与光电子工程学院精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072

**摘要** 层绞式光缆广泛应用于电信、传感、工业监测等领域。研究层绞光缆的三维形状重建算法,对于光缆维护、断点查找、建筑物沉降监测、形变感知等具有重要意义。提出了一种层绞光缆三维形状重建算法,利用分布式光纤应变传感技术,测量光缆内对称纤芯的空间应变分布,根据纤芯的应变分布、几何排布,计算光缆等间隔离散截面的宏观形变(弯曲、扭转)。进一步地,根据宏观形变,利用Frenet框架进行光缆空间坐标的解算,最终获得三维形状信息。为验证所提算法的有效性,使用软件SOLIDWORKS对整个形状重建过程进行了仿真分析。仿真结果表明,在应变测量间隔10 mm的测量条件下,该算法可以重建300 mm光缆的三维形状,光缆末端绝对误差不超过2.61 mm。

**关键词** 光纤光学; 层绞光缆; 曲线重建; 仿真分析

中图分类号 TN253

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS222088

## 1 引言

光缆具有无源、易部署、抗干扰、耐腐蚀等特点,可以附着在被测物体表面,在形状感知领域具有良好的市场前景。当前,基于光缆的形状感知成为国内外广泛研究的热点<sup>[1-5]</sup>,对光缆的中心轴线进行曲线重建是其中的一个关键技术。

常见的光缆按照光纤排布方式可以分为束管式光缆和层绞光缆。针对束管式光缆,结合光纤光栅(FBG)、布里渊散射仪(BOTDA)、相位敏感光时域反射计( $\phi$ -OTDR)等分布式传感技术对空间曲线进行重建已经取得了一定的成果。Jäckle等<sup>[6]</sup>使用FBG传感器进行形状传感并用于血管内导航,详细分析了影响重建精度的因素,并最终取得了最大误差为0.75~7.53 mm的实验成果。Zhao等<sup>[7]</sup>首次报道了布里渊频移与光纤弯曲结构之间的关系,并将其成功用于二维形状传感。Szostkiewicz等<sup>[8]</sup>首次将 $\phi$ -OTDR技术用于形状传感,但光缆初始状态必须保持松弛且实验中仅给出了二维形状传感的结果。在这些成果中,多芯并列式的束管式光缆是实验的前提,层绞光缆由于其良好的力学性能和能够容纳大量光纤的优点,在现役光缆中得到了广泛的应用。由于层绞光缆是螺旋式光纤排布的结构,上述方法不能直接应用在层绞光缆上。

在原有的曲线重建方法的基础上,本文提出了一种基于层绞光缆的空间曲线重建方法。首先,对层绞光缆的模型进行简化,在软件SOLIDWORKS上以待

重建的空间曲线为中心轴线生成层绞光缆,并模拟得到光缆外纤芯上离散的应变值。接着,利用“应变-形变”模型得到曲线上各点的曲率和挠率。最后,利用Frenet框架对曲线进行重建<sup>[9]</sup>。通过比较重建曲线与真实曲线之间的坐标误差,验证所提方法是否有效。最后,调整了模型里的一些参数,进一步讨论了该方法的规律和适用范围。本文的改进主要体现在两个方面:1)现有的应变测量手段成本高昂,因此,本文在软件SOLIDWORKS里对应变进行了模拟,可以更加专注于模型的优化;2)针对层绞光缆自身的特点,对“应变-宏观形变”模型进行了改进,使得曲线的挠率求解不受螺旋结构的影响。

## 2 应变的仿真

层绞光缆自内向外,一般由中心加强芯、松套管、光纤、套管填充物、缆芯填充物、涂塑钢带、聚乙烯护套等组成。光纤起信号传输作用,剩余部分起保护作用,如防潮、防渗、防鼠咬、抗冲击等。为简化模型,仅考虑光缆螺旋半径 $r$ 、光纤绞合节距 $h$ 、光纤周向分布等几何参数,假设光缆为密度均匀的理想圆柱体,光纤在光缆中围绕中心轴线呈螺旋对称分布<sup>[10-11]</sup>,如图1所示。此时,层绞光缆类似于螺旋多芯光纤,典型结构为三芯螺旋光纤。

当层绞光缆发生弯曲时,螺旋光纤会出现应变波动<sup>[11]</sup>,不同光纤的应变波动存在相位差。应变波动的幅度反映了光缆弯曲的曲率,应变波动的相位差反映

收稿日期: 2022-12-02; 修回日期: 2022-12-24; 录用日期: 2023-01-11; 网络首发日期: 2023-02-07

基金项目: 国家自然科学基金(62005191,61873183)、广西自动检测技术及仪器重点实验室开放基金(YQ21205)

通信作者: \*fenghao@tju.edu.cn

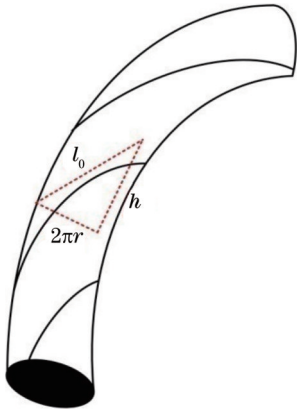


图 1 层绞光缆简化示意图

Fig. 1 Simplified diagram of stranded fiber optic cable

了光缆弯曲的方向。当光缆发生自身的扭曲时,光线会出现共模应变漂移,漂移的幅度反映了扭曲的大小,漂移的符号反映了扭曲的方向。因此,可以根据光纤的应变分布情况,计算光缆的弯曲、扭曲情况。

现在已有的分布式传感技术都无法完成对应变的连续测量,因此本文方法也将曲线进行等距离的分段以获得空间离散的应变点,应变采样密度越大,曲线重

建误差越小、重建时间和消耗的存储空间就越大,反之亦然。合适的应变采样密度应该达到两者的平衡。根据已发表的研究成果来看<sup>[12]</sup>,微段长度取 10 mm 是较为合适的。

如果不考虑光缆的轴向应力,当传感器的形状改变时,中心轴的长度近似为常数。只有偏离中心轴的外纤芯的长度会改变。对于外纤芯,每个分段点的应变可以通过其物理定义来计算<sup>[12]</sup>。因此,第  $m$  根外光纤上第  $j$  个分段点处的应变可以表示为

$$\epsilon_{mj} = \frac{l_{mj} - l_{cj}}{l_{cj}}, \quad (1)$$

式中: $l_{cj}$  是每个微段中心轴的长度; $l_{mj}$  是第  $m$  个外纤芯的第  $j$  个分段点和第  $j+1$  个分段点之间的长度; $m$  是外部光纤芯数,如果有三个外纤芯,则  $m=1,2,3$ 。

图 2(a) 是每个分段点应变的计算过程,图 2(b) 是圆弧形光缆各分段点的应变值,光缆的中心轴线是曲率半径为 500 mm 的圆弧,总共分成 30 个微段,每个微段长度是 10 mm,利用 SOLIDWORKS 软件仿真  $r=3$  mm、 $h=150$  mm 的层绞光缆,利用提出的应变仿真方法得出各分段点应变值。

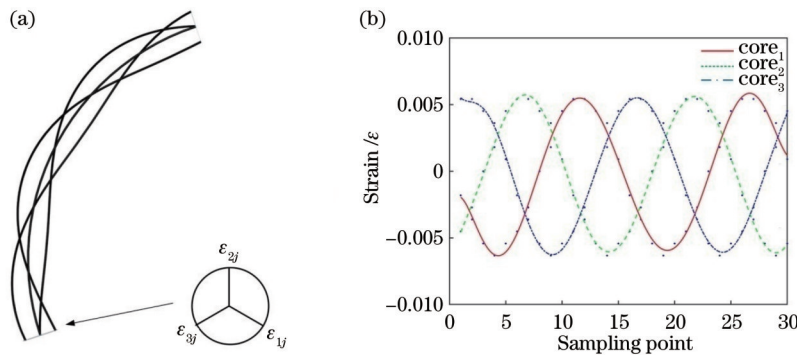


图 2 应变的仿真。(a)应变计算示意图;(b)圆弧形光缆的外纤芯应变

Fig. 2 Simulation of strain. (a) Diagram of strain calculation; (b) outer core strain of circular arc optical cable

### 3 曲线重建的理论基础和数学模型

#### 3.1 曲线重建的理论基础

Frenet 框架是曲线重建的理论基础,在曲线重建方面有着广泛的应用<sup>[13]</sup>。在三维空间中连续三次可微的曲线可以表示为

$$\mathbf{r}(s) = x(s)\mathbf{i} + y(s)\mathbf{j} + z(s)\mathbf{k}, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{r}(s)$  是曲线的自然参数方程; $s$  是曲线参数方程的自然参数; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  是空间中两两正交的单位向量。如图 3 所示, Frenet 框架由切向量  $T(s)$ 、主法向量  $N(s)$  和副法向量  $B(s)$  等组成。分别定义为

$$T(s) = \mathbf{r}'(s), \quad (3)$$

$$N(s) = \frac{\mathbf{r}''(s)}{\|\mathbf{r}''(s)\|}, \quad (4)$$

$$B(s) = T(s) \times N(s). \quad (5)$$

Frenet 方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} T'(s) \\ N'(s) \\ B'(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k(s) & 0 \\ -k(s) & 0 & \tau(s) \\ 0 & -\tau(s) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T(s) \\ N(s) \\ B(s) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: $k(s)$  和  $\tau(s)$  是曲线的曲率和挠率。它们分别被定义为

$$k(s) = \|\mathbf{r}''(s)\|, \quad (7)$$

$$\tau(s) = \frac{[\mathbf{r}'(s), \mathbf{r}''(s), \mathbf{r}'''(s)]}{k(s)^2}. \quad (8)$$

得到各个分段点的曲率和挠率后,为了减少运算时间和提高反解微分方程[式(6)]的成功率,第  $j$  分段曲线上各点的曲率和挠率用第  $j$  分段点的曲率和挠率近似代替。Frenet 框架的理论意义在于,已知曲线的

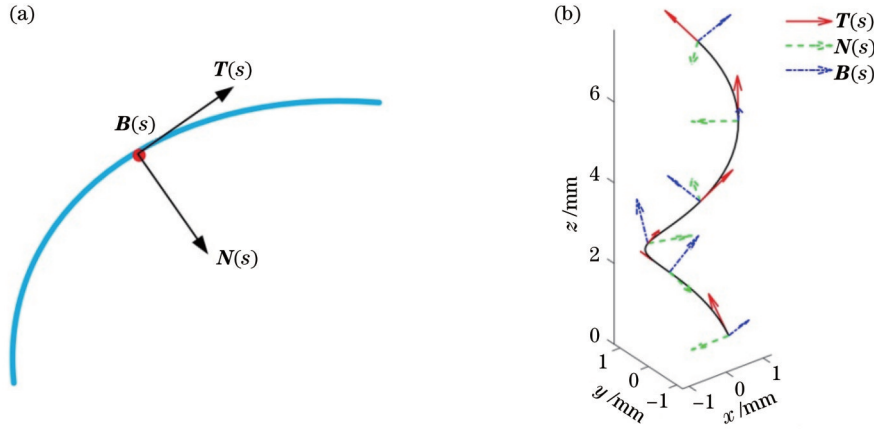


图 3 三维重建的理论基础。(a)三个基本向量;(b)曲线上连续的 Frenet 框架

Fig. 3 Theoretical basis of three-dimensional reconstruction. (a) Three basic vectors; (b) continuous Frenet frame on curve

初始点和初始向量(切向量、主法向量、副法向量),以及曲线的曲率和挠率,那么空间中这条曲线就唯一确定下来。该曲线的参数方程便可以表示为

$$r(s) = \int T(s) ds + r(0), \quad (9)$$

式中: $r(0)$ 是曲线的初始位置。通过反解微分方程[式(6)],便可以得到切向量 $T(s)$ 。

### 3.2 “应变-形变”模型的建立

在仿真得到层绞光缆三个外纤芯分段点的应变后,本节将重点讨论“应变-形变”的数学模型。层绞光缆在铺设的过程中除了因光缆的弯曲导致的应变 $\epsilon_a$ ,还不可避免地存在由于光缆自身扭曲导致的应变 $\epsilon_t$ 。将层绞光缆的外光纤展开后为直角三角形[图4(a)]<sup>[14]</sup>。高度和宽度将变为 $(1 + \epsilon_a)h$ 和 $2\pi r + \epsilon_t h$ ,其中, $r$ 表示中心轴线与外纤芯之间的距离, $h$ 表示螺旋的螺距。变形前,每个外纤芯的长度 $l_0$ 可表示为

$$l_0 = \sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}. \quad (10)$$

变形后,每个外纤芯的长度 $l_\epsilon$ 可表示为

$$l_\epsilon = \sqrt{(2\pi r + \epsilon_t h)^2 + [(1 + \epsilon_a)h]^2}. \quad (11)$$

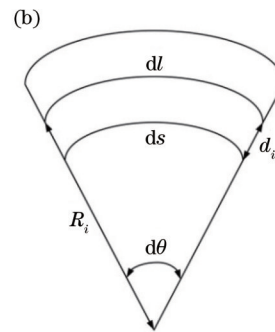
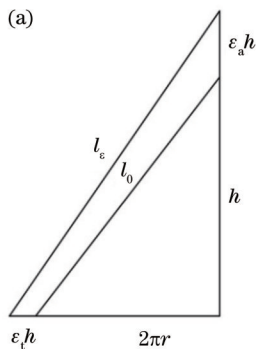


图 4 应变与光缆结构之间的关系。(a)螺旋多芯光纤单周期展开图;(b)光缆纯弯曲示意图

Fig. 4 Relationship between strain and cable structure. (a) Diagram of the fiber twisting on a micro-segment of a helical multicore fiber; (b) schematic diagram of optical fiber bending

因此,第*i*根光纤中的总应变可以表示为

$$\epsilon_i = \frac{l_\epsilon}{l_0} - 1. \quad (12)$$

式(12)揭示了第*i*根光纤中的总应变与 $\epsilon_a$ 、 $\epsilon_t$ 呈非线性关系。但这种非线性使计算变得困难。实际上, $\epsilon_a$ 和 $\epsilon_t$ 都是很小的值( $< 0.01$ )。因此,忽略高阶无穷小,式(12)可以线性化为

$$\epsilon_i = \omega_1 \epsilon_{a_i} + \omega_2 \epsilon_{t_i}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (13)$$

式中: $\omega_1$ 是弯曲应变的灵敏度, $\omega_2$ 是扭转应变的灵敏度, $\omega_1 = \frac{h^2}{l^2}$ , $\omega_2 = \frac{2\pi r h}{l^2}$ ;  $\epsilon_{a_i}$ 是第*i*根外纤芯的弯曲应变,由于扭转应变是共模应变,因此三根外纤芯的扭转应变都为 $\epsilon_{t_i}$ 。

图4(b)是光纤弯曲的微结构<sup>[15-18]</sup>,其中, $R_i$ 是第*i*根外光纤弯曲的曲率半径, $d_i$ 是光纤到中心轴的距离,光纤的弯曲应变 $\epsilon_{a_i}$ 可以表示为

$$\epsilon_{a_i} = \frac{ds - dl}{dl} = \frac{(R_i - d_i)d\theta}{R_i d\theta} = -\frac{d_i}{R_i}, \quad (14)$$

$$d_i = r \cos(\theta_b - \theta_i). \quad (15)$$

因此,每个纤芯中的弯曲应变 $\epsilon_{a_i}$ 可以表示为

$$\epsilon_{ai} = -\frac{d_i}{R} = -\frac{r \cos(\theta_b - \theta_i)}{R} \quad (16)$$

因此,第  $i$  根外纤芯因弯曲和扭转产生的总应变表示为

$$\epsilon_i = \omega_1 \epsilon_{ai} + \omega_2 \epsilon_{t_i} = -\frac{\omega_1 r}{R} \cos(\theta_b - \theta_i) + \omega_2 \epsilon_{t_i} \quad (17)$$

由于三芯对称分布的缘故(图 5),  $\theta_i$  存在如下关系:

$$\theta_{i+1} - \theta_i = \frac{2}{3}\pi, i = 1, 2. \quad (18)$$

通过解方程组,可以得到曲线上各点的曲率半径  $R$  和方向角  $\theta_b$ ,

$$\left\{ \begin{aligned} R &= \frac{\sqrt{3} \omega_1 r}{\sqrt{2 \left[ \left( \frac{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3}{3} \right)^2 + \left( \frac{2\epsilon_2 - \epsilon_1 - \epsilon_3}{3} \right)^2 + \left( \frac{2\epsilon_3 - \epsilon_1 - \epsilon_2}{3} \right)^2 \right]}} \\ \theta_b &= \theta_1 + \arctan \frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3} \end{aligned} \right. \quad (19)$$

该点的曲率  $k(s)$  是曲率半径  $R$  的倒数, 挠率  $\tau(s)$  是方向角  $\theta_b$  的导数<sup>[19]</sup>。

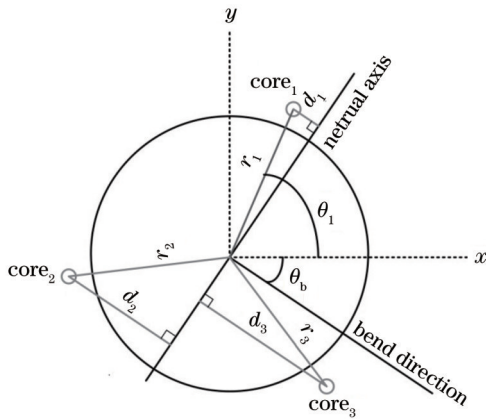


图 5 三芯对称螺旋光纤的横截面

Fig. 5 Cross section of three-core symmetric helically fiber

### 3.3 模型的改进

式(19)揭示了层绞光缆上任一点的曲率半径  $R$  和方向角  $\theta_b$  的求解过程,对于多芯并列式光缆,  $\theta_1$  与光缆的初始位置有关,且固定不变。而对于层绞光缆,  $\theta_1$  不仅与初始位置有关,而且以某种规律变化。因此,需要找出这种变化规律,层绞光缆的方向角才可以顺利求解。

如图 6 所示,  $\theta_1$  与  $\theta_{10}$  存在如下关系,

$$\theta_1 = \theta_{10} + \frac{360^\circ}{h} s_0, \quad (20)$$

式中:  $h$  是螺旋光纤的螺距;  $\theta_{10}$  是  $\theta_1$  的初始角度;  $s_0$  是该点距原点的弧长。

改进了求解  $\theta_1$  的模型后,进一步地,以实例讨论模型改进前后的效果。曲线的参数方程表示为

$$\mathbf{r}(t) = 50 \left( 1 - \cos \frac{t}{60} \right) \mathbf{i} + 40 \sin \frac{t}{50} \mathbf{j} + \frac{t}{2} \mathbf{k}. \quad (21)$$

以该曲线作为中心轴线生成一条层绞光缆。光缆的结构和上文相同,是典型的三芯螺旋结构,层绞光缆

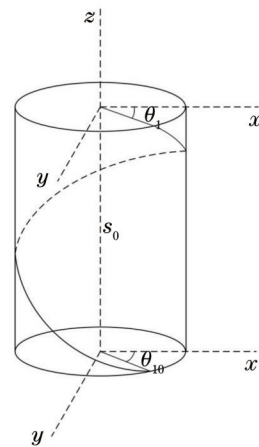


图 6  $\theta_1$  的求解模型

Fig. 6 Solution model of  $\theta_1$

等距分为 30 段,每段长度为 10 mm,中心线到每个外纤芯的距离  $r$  设置为 3 mm,螺距  $h$  设置为 150 mm,  $\theta_1$  的初始角度  $\theta_{10}$  设为  $-30^\circ$ 。图 7(a) 是模型改进前后前 10 个分段点的  $\theta_1$  的计算结果对比,图 7(b) 是改进前后前 10 个分段点挠率的计算结果对比。从图中可以明显看出,改进后的模型更适合层绞光缆的曲线重建,改进后曲线的挠率也更接近真实值。

## 4 实验及结果分析

### 4.1 方法验证

为了验证提出的针对层绞光缆的空间曲线重建方法的正确性,本节对两个曲线进行了重建实验。首先在计算机中生成一条模拟曲线,作为后续比较的真值。曲线的曲率、挠率预先设定并可以根据测试需要进行调节。模拟曲线生成后,以该曲线作为中心轴线生成一条层绞光缆。光缆的结构和上文相同,各个参数的设置也和上文相同,先仿真得到层绞光缆分段点的应变值,接着通过“应变-形变”模型得到分段点的曲率和挠率,将它们作为 Frenet 公式计算方法的输入数据,进行曲线的重建并得到重建曲线上各分段点坐标。之后

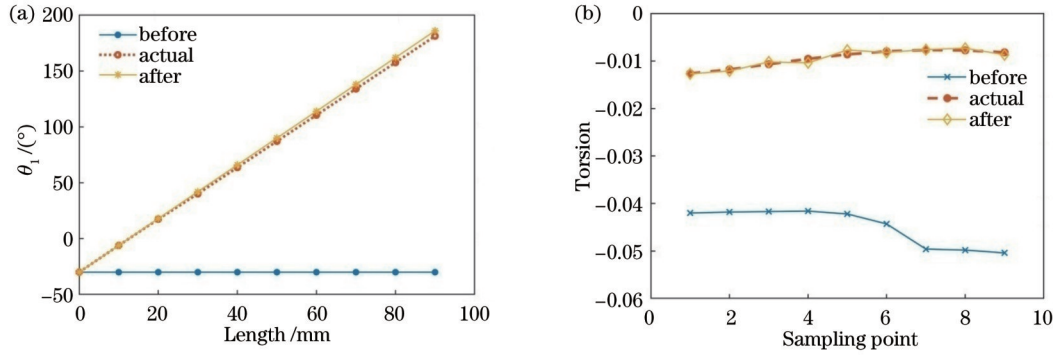


图 7 模型改进前后的效果对比。(a)  $\theta_1$ ; (b) 挠率

Fig. 7 Comparison of effects before and after model improvement. (a)  $\theta_1$ ; (b) torsion

再与真实的曲线坐标进行比较,得到各个分段点的重建误差。重建误差定义为

$$E_{\text{error}} = \frac{\|r(l_{x1}, l_{y1}, l_{z1}) - r(l_{x0}, l_{y0}, l_{z0})\|}{l}, \quad (22)$$

式中:  $r(\cdot)$  表示曲线的参数方程;  $\|\cdot\|$  表示取绝对值;  $l$  是该点距离原点的弧长;  $(l_{x1}, l_{y1}, l_{z1})$  是重建曲线对应弧长  $l$  的坐标点;  $(l_{x0}, l_{y0}, l_{z0})$  是原始设定曲线对应弧长  $l$  的坐标点。

为了验证本文方法的有效性,对两条曲线进行了

重建,曲线 1 和曲线 2 的参数方程分别为

$$r(t) = 45 \left( 1 - \cos \frac{t}{50} \right) i + 45 \sin \frac{t}{40} j + \frac{t}{2} k, \quad (23)$$

$$r(t) = 50 \left( 1 - \cos \frac{t}{60} \right) i + 40 \sin \frac{t}{50} j + \frac{t}{2} k. \quad (24)$$

按照上述方法进行曲线重建,图 8 是两条曲线的重建结果,图 9 是两条曲线各自的重建误差,曲线 1 和曲线 2 的最大误差分别为 2.9% 和 2.1%,末端误差均为 0.8%。

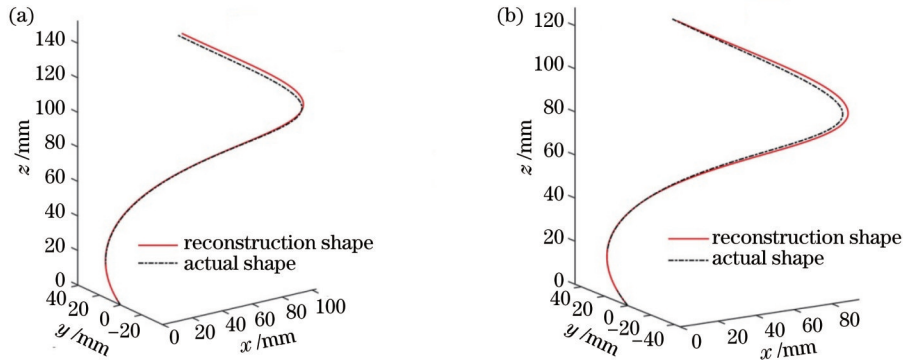


图 8 重建结果。(a) 曲线 1; (b) 曲线 2

Fig. 8 Reconstruction results. (a) Curve 1; (b) curve 2

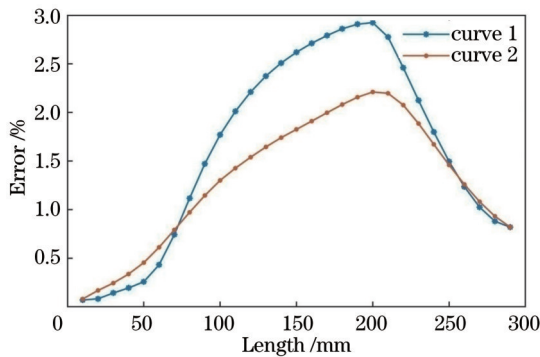


图 9 两条曲线的重建误差

Fig. 9 Reconstruction error of two curves

利用改进后的方法对上述两条曲线进行重建,重建效果达到预期。接下来,使用改进前的模型对曲线

2 进行了重建实验,图 10(a) 是曲线 2 的重建效果,图 10(b) 是模型改进前后的重建误差对比。从图中可以明显看出,如果不对模型加以改进,原模型方法几乎不可能针对层绞光缆进行空间曲线重建。

#### 4.2 曲线重建方法规律的研究

本文初步确认了这种方法对于层绞光缆空间曲线重建的有效性。然而重建误差却与应变点的采集密度、中心轴线到外纤芯的距离  $r$ 、待测量的曲线自身弯曲特性有着紧密的联系。当讨论应变点的采集密度、中心轴线到外纤芯的距离  $r$  对重建精度的影响时,层绞光缆中心线的参数方程为

$$r(t) = 50 \left( 1 - \cos \frac{t}{60} \right) i + 40 \sin \frac{t}{50} j + \frac{t}{2} k. \quad (25)$$

由该曲线生成的层绞光缆结构和上文的三维重建

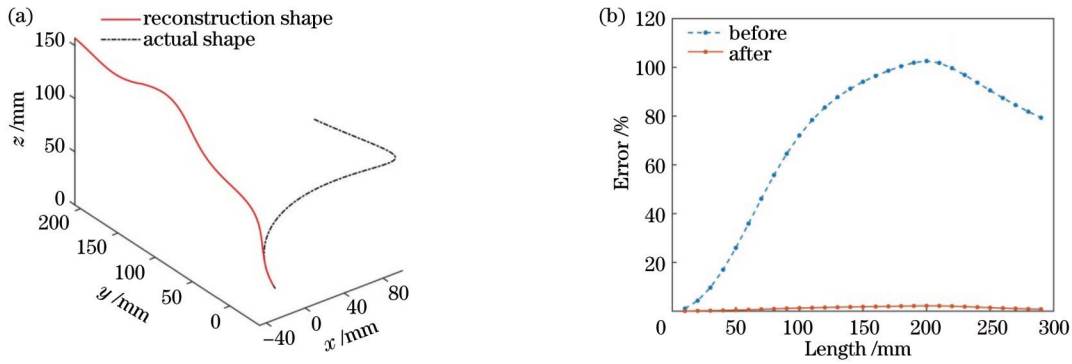


图 10 模型改进的效果。(a)原模型对曲线 2 的重建效果;(b)模型改进前后重建误差对比

Fig. 10 Improvement effect of the model. (a) Reconstruction effect of original model on curve 2; (b) comparison of reconstruction error before and after model improvement

实验相同。

1) 应变采样点的间距  $l_{cj}$ 。本部分旨在研究应变点间距变化时的重建效果。应变采样点间距分别为 10、15、30 mm, 取每个分段点的重建误差如图 11 所示。

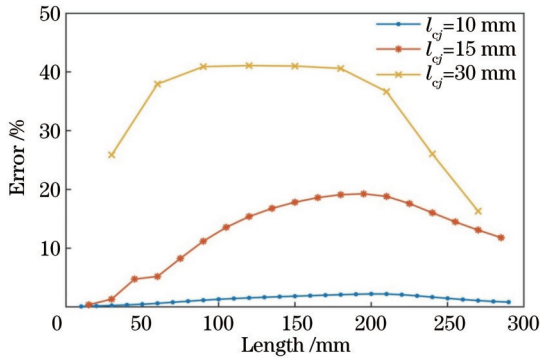


图 11 重建误差与应变点间距之间的关系

Fig. 11 Relationship between reconstruction error and strain point spacing

从图 11 可以看出, 随着应变采样点间距的增大, 重建误差也显著增大。当应变点间距为 10 mm 时, 最大误差为 2.1%。当应变点间距达到 30 mm 时, 最大误差可达 42%。出现这种情况主要是因为本文方法将各个分段曲线的曲率和挠率近似为常数处理, 当曲线的曲率和挠率时刻变化时, 必然会带来误差。当应变采样点密度足够大时, 这种误差可以忽略不计, 当应变采样点非常稀疏时, 这种误差会显著增大。

2) 中心轴线到外纤芯的距离  $r$ 。本部分旨在研究中心轴线到外纤芯的距离变化时的重建效果。 $r$  取值分别为 3、4、5、6、9 mm, 取每个分段点的重建误差如图 12 所示。

从图 12 可以看出, 当中心轴线到外纤芯的距离  $r$  在 3~9 mm 之间变化时, 曲线重建误差的变化趋势基本一致且维持在一个较低的水平,  $r$  从宏观上直接影响着层绞光缆的粗细, 这表明本文方法对于不同粗细的光缆都具有较好的适用性。

3) 曲线曲率。本部分旨在研究要重建的曲线自身

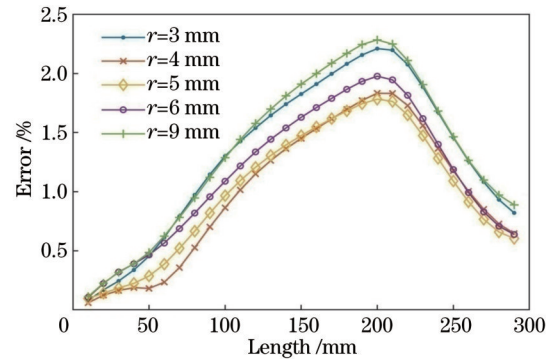


图 12 重建误差与中心线到外纤芯距离之间的关系

Fig. 12 Relationship between reconstruction error and distance from centerline to outer core

的曲率对曲线重建效果的影响。曲线的参数方程为

$$r(t) = -(50n) \cos \frac{t}{10} \mathbf{i} + (50n) \sin \frac{t}{10} \mathbf{j} + 0\mathbf{k},$$

$$n = 1, 2, 4, 6, 8. \quad (26)$$

当曲线的曲率半径分别为 400、300、200、100、50 mm 时, 得到的误差如图 13 所示。

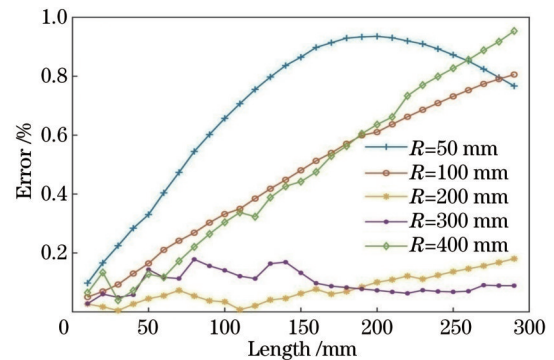


图 13 重建误差与曲率半径之间的关系

Fig. 13 Relationship between reconstruction error and radius of curvature

从图 13 可以看出, 不同曲率  $R$  会对曲线的重建精度造成一定影响, 但曲线的总体误差较小。这说明层绞光缆的弯曲半径可以在很大范围内变动。

## 5 结 论

本文给出了一种基于层绞光缆的空间曲线重建的方法,通过仿真手段,初步验证了该方法对空间曲线重建的有效性。接着,研究了一些超参数对该方法的影响。结果表明,该方法受应变采样密度的影响最大,受螺径和曲线的曲率的影响较小。对一段长度为 300 mm 的层绞光缆,等距分为 30 段可以达到最佳的重建效果,最大重建误差为 2.1%。

到目前为止,初步验证了所提针对层绞光缆的空间曲线重建方法的正确性,但同时还存在一些不足:1)在仿真层面进行了方法可行性的验证,但实际测试中的效果还有待进一步的测试;2)本文的应变仿真手段需要从软件 SOLIDWORKS 中读取各个微端的长度,目前还只能手工读取,比较费时费力。下一步的工作是开发出自动读取 SOLIDWORKS 中数据的程序。

### 参 考 文 献

- [1] Amanzadeh M, Aminossadati S M, Kizil M S, et al. Recent developments in fibre optic shape sensing[J]. *Measurement*, 2018, 128: 119-137.
- [2] 许西宁, 陈雍君. 基于七芯光纤和少模光纤拼接结构的曲率传感测量[J]. *光学学报*, 2019, 39(3): 0306001.  
Xu X N, Chen Y J. Curvature sensing measurement based on seven-core fiber and few-mode fiber splicing structure[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(3): 0306001.
- [3] Dang Y L, Zhao Z Y, Tang M, et al. Towards large dynamic range and ultrahigh measurement resolution in distributed fiber sensing based on multicore fiber[J]. *Optics Express*, 2017, 25(17): 20183-20193.
- [4] 郑狄, 潘炜, Salvador Sales. 基于匹配滤波解调的多芯 Bragg 光栅曲率传感器[J]. *光学学报*, 2018, 38(3): 0328014.  
Zheng D, Pan W, Salvador S. Multicore fiber Bragg grating-based curvature sensor interrogated by matched-filter technique[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(3): 0328014.
- [5] 付广伟, 李颀峰, 李昀璞, 等. 温度不敏感的错位熔接-粗锥型光子晶体光纤曲率传感器[J]. *光学学报*, 2016, 36(11): 1106007.  
Fu G W, Li Q F, Li Y P, et al. Temperature insensitive curvature sensor of photonic crystal fiber based on core-offset splicing and waist-enlarged fiber taper[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(11): 1106007.
- [6] Jäckle S, Eixmann T, Schulz-Hildebrandt H, et al. Fiber optical shape sensing of flexible instruments for endovascular navigation[J]. *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, 2019, 14(12): 2137-2145.
- [7] Zhao Z Y, Soto M A, Tang M, et al. Distributed shape sensing using Brillouin scattering in multi-core fibers[J]. *Optics Express*, 2016, 24(22): 25211-25223.
- [8] Szostkiewicz Ł, Soto M A, Yang Z S, et al. High-resolution distributed shape sensing using phase-sensitive optical time-domain reflectometry and multicore fibers[J]. *Optics Express*, 2019, 27(15): 20763-20773.
- [9] Paloschi D, Bronnikov K A, Korganbayev S, et al. 3D shape sensing with multicore optical fibers: transformation matrices versus frenet-serret equations for real-time application[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 21(4): 4599-4609.
- [10] Westbrook P S, Kremp T, Feder K S, et al. Continuous multicore optical fiber grating arrays for distributed sensing applications[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2017, 35(6): 1248-1252.
- [11] Lally E M, Reaves M, Horrell E, et al. Fiber optic shape sensing for monitoring of flexible structures[J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8345: 83452Y.
- [12] Cui J W, Zhao S Y, Yang C Q, et al. Parallel transport frame for fiber shape sensing[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 10(1): 6801012.
- [13] Bishop R L. There is more than one way to frame a curve[J]. *The American Mathematical Monthly*, 1975, 82(3): 246-251.
- [14] Xu R, Yurkewich A, Patel R V. Curvature, torsion, and force sensing in continuum robots using helically wrapped FBG sensors[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2016, 1(2): 1052-1059.
- [15] 郭永兴, 杨跃辉, 熊丽. 双层正交的光纤布拉格光栅柔性形状传感技术[J]. *光学精密工程*, 2021, 29(10): 2306-2315.  
Guo Y X, Yang Y H, Xiong L. Double-layer orthogonal fiber Bragg gratings flexible shape sensing technology[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2021, 29(10): 2306-2315.
- [16] Roesthuis R J, Kemp M, van den Dobbelsteen J J, et al. Three-dimensional needle shape reconstruction using an array of fiber Bragg grating sensors[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 19(4): 1115-1126.
- [17] 章亚男, 肖海, 沈林勇. 用于光纤光栅曲线重建算法的坐标点拟合[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(9): 2149-2157.  
Zhang Y N, Xiao H, Shen L Y. Coordinate point fitting in FBG curve reconstruction algorithm[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(9): 2149-2157.
- [18] 章亚男, 范迪, 沈林勇, 等. FBG 细径形状传感器的应变传递和精度实验[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(7): 1481-1491.  
Zhang Y N, Fan D, Shen L Y, et al. Strain transmission and accuracy experiment on fiber Bragg grating small-diameter shape sensors[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(7): 1481-1491.
- [19] Moore J P, Rogge M D. Shape sensing using multi-core fiber optic cable and parametric curve solutions[J]. *Optics Express*, 2012, 20(3): 2967-2973.

# Curve Reconstruction for Detecting Stranded Fiber Optic Cable Deformation

Lu Heng, Sha Zhou, Feng Hao\*

*State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, School of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China*

## Abstract

**Objective** Stranded fiber optic cables are widely used in telecommunications, sensing, industrial monitoring, and other fields. The research on the three-dimensional shape reconstruction algorithm of stranded fiber optic cables is of great significance for cable maintenance, breakpoint positioning, building settlement monitoring, deformation sensing, etc. To obtain the shape and position information of optical cables, most of the current methods are based on manual calibration. Such methods are time-consuming, labor-intensive, inefficient, greatly affected by the cable laying environment, and difficult to implement, and the reconstruction result is rough. To solve the above problems, researchers have proposed corresponding solutions using different distributed strain measurement technologies combined with the "strain-deformation" model. However, these solutions are all based on the structure of multi-core parallel optical cables, and the original model is no longer applicable to the spiral structure of stranded fiber optic cables. Therefore, we propose a space curve reconstruction method based on stranded fiber optic cables. The strain along the optical cable is simulated, and the improved "strain-deformation" model makes it suitable for stranded fiber optic cables.

**Methods** The space curve reconstruction method based on the stranded fiber optic cable proposed in this paper includes four processes. First, the model of the stranded fiber optic cable is simplified into a spiral structure, and the stranded fiber optic cable is generated on the software SOLIDWORKS with the space curve to be reconstructed as the central axis. In addition, the discrete strain values are simulated for the outer core of the optical cable according to the physical meaning of the strain. Second, the improved "strain-deformation" model is used to convert the discrete strain values into the curvature and torsion of the corresponding points on the curve. Third, the curvature and torsion of the curve are taken as the input values of the Frenet frame. The differential equation of Frenet is inversely solved, and the curve is reconstructed. The comparison of the coordinate error between the reconstructed curve and the real curve verifies that the proposed method is effective. Finally, some parameters in the model are adjusted, such as the sampling density of strain points, as well as the helix radius and the bending radius of the curve to be reconstructed, and the rule and scope of application of this method are discussed.

**Results and Discussions** Researchers focus more on the optimization of the "strain-deformation" model to avoid the usage of expensive strain measurement means. According to the physical meaning of the strain and the software SOLIDWORKS, a strain simulation method is designed (Fig. 2). In addition, the "strain-deformation" model is improved according to the characteristics of the stranded fiber optic cable (Fig. 6), and the improved model accurately solves the direction angle and torsion of the curve (Fig. 7). Then, the curvature and torsion obtained are taken as the input of the Frenet frame to construct the curve, and the maximum curve reconstruction error is 2.1% (Fig. 8). The reconstruction effect of the same curve before and after the model improvement is compared to further reflect the superiority of the improved model. The maximum reconstruction error before the model improvement is 102%, while that after the model improvement is only 2.1%. This shows that the model before the improvement cannot be used for the curve reconstruction of the stranded fiber optic cable because it cannot accurately solve the torsion of the curve (Fig. 10). Finally, some parameters in the "strain-deformation" model are adjusted, and the factors affecting the reconstruction accuracy of this method are discussed (Figs. 11, 12, and 13). The experimental results shows that the most influential factor is the sampling density of strain points. When the strain point spacing changes from 10 mm to 20 mm, the reconstruction error will increase from 2.1% to 18.6%. The helix radius and the bending radius of the curve to be reconstructed have the least impact. When the variation of the helix radius is between 3 mm and 9 mm, the variation range of the maximum reconstruction error is 0.6%. When the bending radius of the curve changes between 50 mm and 400 mm, the variation range of the maximum reconstruction error is 0.75%.

**Conclusions** In this paper, a space-curve reconstruction method based on stranded fiber optic cables is presented. The effectiveness of this method for space curve reconstruction is preliminarily verified by simulation. Then, the influence of some super parameters on the method is studied. The results show that the method is most affected by the sampling



density of strain points but less affected by the helix radius and the bending radius of the curve. For a 300 mm-long stranded fiber optic cable, the best reconstruction effect can be achieved when it is equally divided into 30 sections, and the maximum reconstruction error is 2.1%. Compared with the existing shape reconstruction methods, the proposed method simulates the strain in the software SOLIDWORKS, which can make researchers focus more on the optimization of the curve reconstruction model and greatly reduce the cost of strain measurement means. Then, according to the characteristics of the stranded fiber optic cable, the "strain-deformation" model is improved so that the torsion of the curve is not affected by the spiral structure. Finally, on the basis of the proposed method, the factors that affect reconstruction accuracy are discussed. The applicability and robustness of the curve reconstruction method can be expanded with a higher sampling density of strain points.

**Key words** fiber optics; stranded fiber optic cable; curve reconstruction; simulation analysis