

高平滑度自由曲面激光束整形透镜设计

臧泽茂^{1,2}, 苏宙平^{1,2*}, 张文裕^{1,2}, 邵加强^{1,2}¹江南大学理学院, 江苏 无锡 214122;²江苏省轻工光电工程技术研究中心, 江苏 无锡 214122

摘要 利用泊松网格优化算法设计了激光束整形自由曲面透镜,通过4次迭代,目标面的网格分布就接近于最优分布。使用该最优的目标面网格,基于输入光束与输出光束之间的能量映射关系,计算自由曲面各采样点的法向矢量,基于泊松面形构建算法获得自由曲面矢高,从而构建自由曲面透镜。为了验证所提方法的可行性,针对正方形目标面和矩形目标面分别设计了自由曲面透镜,这两种透镜在目标面上的辐照均匀度分别达到91%和93%。为了验证自由曲面的平滑性,使用一个6阶9项多项式进行拟合,拟合后的均方根误差达到 1.394×10^{-3} ,表明所设计的自由曲面具有很高的平滑度。使用拟合数据建立自由曲面透镜,其目标面辐照均匀度几乎保持不变。采用随机统计分析方法对自由曲面透镜装配公差进行分析,结果表明在给定的公差范围,大部分样本的辐照均匀度保持在88%左右。

关键词 光学设计; 激光束整形; 自由曲面; 泊松方程; 网格优化; 平滑度

中图分类号 O435.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS221898

1 引言

激光束整形技术已被广泛应用于激光加工、焊接、显示、照明等激光工业领域^[1-2]。常用的激光束整形元件包括衍射光学元件^[3]、微透镜阵列^[4]、液晶调制器^[5]等,然而这些元件都存在一定的限制因素^[6]。近年来,自由曲面整形光学元件被广泛应用于激光束整形^[7-8],自由曲面具有较高的设计自由度,在对光分布实现精准调控的同时,获得很高的通光率^[9-15]。设计自由曲面激光束整形系统的常用方法包括最优传输理论^[16-17]、光线映射或能量映射^[1, 18-19]、波前迭代^[2, 20]等方法。彭亚蒙等^[1]基于能量映射构建输入光束截面和目标面的网格,并通过反馈优化实现了对发散激光束的整形,但这种方法将圆形孔径高斯光束整形为矩形孔径均匀光束时效果不好,这严重限制了其应用性。Wu等^[21]使用最优传输理论设计出单自由曲面,可以在目标面实现预定的照度分布,但使用的光束为非相干准直光束。Bösel等^[18]基于光线映射方法设计了两个自由曲面,实现对激光束整形,在目标面上产生复杂的光斑分布图案,该研究小组针对更复杂的波前,通过建立数学模型求解偏微分方程,可以实现预定的照度分布^[22]。文献[18, 21-22]都是通过设计自由曲面在目标面产生复杂的光斑分布,这些设计均需要建立复杂的数学模型,将设计自由曲面转化为求解一个复杂的非线性偏微分方程。然而,激光整形的最常见需求是将高斯光束整

形成目标面上辐照度均匀分布的光束。针对这种情况,亟需一种设计高平滑度自由曲面透镜的方法。Yue等^[23]引入流体力学的思想,将光场看作一个压力场,通过调整网格单元大小获得接近预期的光分布。网格分布的调整可通过求解泊松方程来实现,当获得最优分布后,根据入射光线和出射光线的映射关系计算自由曲面上所有采样点的法向矢量,通过求解泊松方程计算自由曲面的矢高。使用这种方法设计的自由曲面透镜可实现散焦成像,并且具有较高的平滑度。然而,该方法仅针对辐照度均匀分布的入射光束进行设计,并未证实可用于高斯光束。此外,该研究中入射光束口径以及目标面皆为矩形,这对其应用场景产生了一定的限制。

本文利用泊松网格迭代与面形构建方法为辐照度呈高斯分布的圆形孔径激光束光源设计自由曲面透镜,使其在矩形目标面上产生均匀的辐照度分布。为证实该透镜面形具有很高的平滑度,将自由曲面拟合为一个6阶9项多项式,与原始自由曲面透镜相比,拟合后的自由曲面透镜在目标面上产生的辐照均匀度几乎不变。目前关于激光束整形自由曲面透镜的研究很少进行公差分析,特别是多个公差组合对实际使用效果影响的分析。本文采用随机统计分析方法分析安装公差对自由曲面透镜整形效果的影响,分析结果表明在给定的公差范围内,大部分样本的均匀度保持在88%左右。

收稿日期: 2022-10-31; 修回日期: 2022-11-29; 录用日期: 2022-12-19; 网络首发日期: 2023-01-06

通信作者: *zpsu_optics@163.com

2 设计方法

设计过程主要包括:1)对入射光束截面和目标面进行划分,得到初始网格;2)对目标面网格进行优化迭代,获得最佳目标面网格;3)根据入射和出射光线计算自由曲面上各点的法向矢量;4)通过求解泊松方程计算自由曲面各采样点的矢高,构建自由曲面透镜。设计流程如图 1 所示。

2.1 目标面的网格迭代

入射到自由曲面透镜的光束为高斯光束,光束孔径为圆形,自由曲面透镜的前表面为平面,后表面为自由曲面。高斯光束的光强分布^[1]为

$$I(x, y) = I_0 \exp\left[-\frac{2(r_x^2 + r_y^2)}{w_0^2}\right], \quad (1)$$

式中: I_0 为高斯光束峰值光强; w_0 为高斯光束的束腰宽度; r_x 和 r_y 为光轴中心到场点沿 x 和 y 方向的径向距离。入射面和目标面的映射关系如图 2 所示。在构建能量映射关系时,首先对目标面和光束截面及自由曲面透镜的平面进行网格划分,且网格数量相同,均为 $M \times N$ 。高斯光束截面和透镜的平面按等面积划分,目标面的初始网格也按等面积划分,再通过优化迭代获得最佳的网格分布。本设计选取的光束为准直光束,光束截面上不同网格的光束入射到自由曲面透镜平面对应的网格,经自由曲面折射后入射到对应的目标面网格。光束截面上任意一个网格的能量计算公式为。

$$E_{i,j} = \iint I(x_i, y_j) dx dy. \quad (2)$$

为使光束入射到目标面上产生均匀的辐照度分布,需要调控目标面的网格分布,使目标面网格单位面积上获得的能量相等。假设整个目标面的激光辐照度平均值为 \bar{I} ,则目标面上任意一个网格的面积为

$$S'_{i,j} = \frac{E_{i,j}}{\bar{I}}. \quad (3)$$

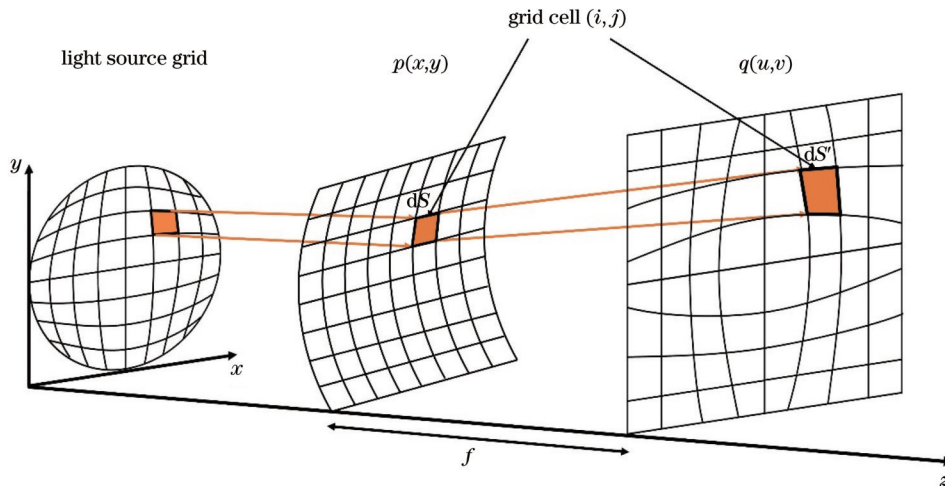


图 2 入射面和目标面的映射关系

Fig. 2 Mapping relationship between incident plane and target plane

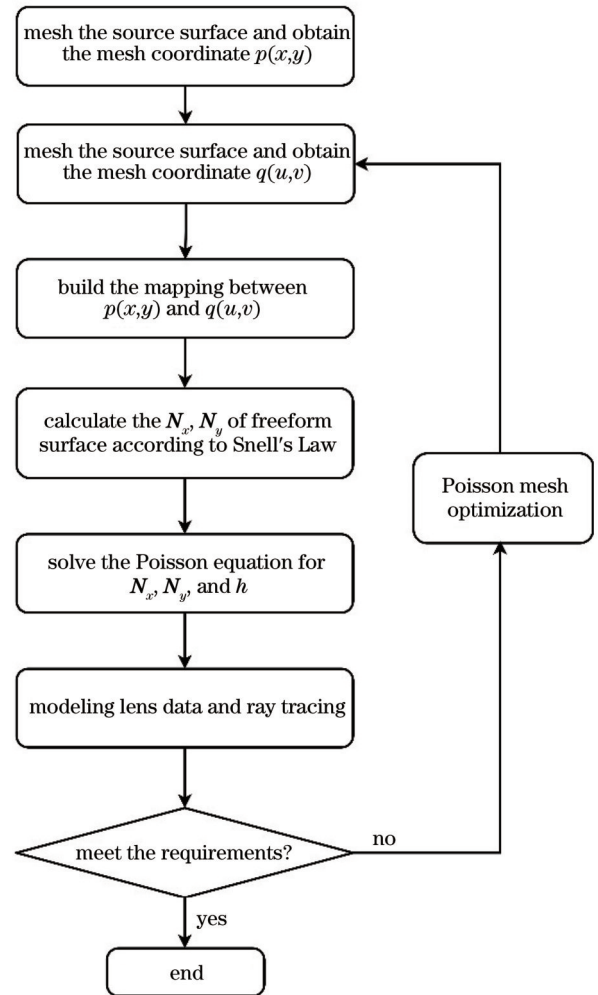


图 1 自由曲面透镜设计流程图

Fig. 1 Design flow chart of freeform lens

初始的目标面网格是按等面积划分的,显然不能满足目标面辐照均匀度的要求。本文引入一个误差函数 L ,其定义为

$$L = E_{i,j} - \bar{I} S'_{i,j}. \quad (4)$$

误差函数 L 可反映入射截面上的网格能量与对应

目标面网格所期望能量的误差,本研究希望 L 通过迭代可以无限趋近于0。为了减小该误差函数,需要调整目标面上对应单元网格的面积,即改变目标面上的网格点坐标。设目标面上某一网格点的坐标为 $q(u, v)$, $q(u, v)$ 从第 k 次到第 $k+1$ 次的坐标变换公式为

$$\begin{cases} u_{(k+1)} = u_{(k)} + r_u, \\ v_{(k+1)} = v_{(k)} + r_v, \end{cases} \quad (5)$$

$r = r_u \mathbf{u}_0 + r_v \mathbf{v}_0$,其中 r_u, r_v 分别为网格点在 $\mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0$ 方向上移动的距离。式(5)同时给出了网格点移动的方向和大小,可见网格变形的关键是寻找合适的 r 。文献[23]引进了流体力学中的思路,通过求解式(6)的泊松方程对目标面网格进行变形,即

$$\nabla^2 \varphi = -L, \quad (6)$$

式中: φ 为压力场。 φ 的梯度给出了一个向量:

$$\nabla \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = r. \quad (7)$$

网格点 $q(u, v)$ 移动 r ,移动过程即对 $q(u, v)$ 所在的网格造成微变形,由式(5)可以得到新的网格坐标分布。当获得新的目标面网格后,将其代回式(4)重新

计算误差函数,并通过求解式(6)得到 φ' 和 r' 。重复上述过程,随着迭代次数的增多,目标面网格逐渐逼近理想网格, $|r|$ 逐渐减小,即网格需要移动的距离逐渐减小。经数次迭代后,目标面网格坐标分布趋于稳定,表明已获得最优网格分布。

图3为网格优化迭代过程中的目标面网格图与误差函数分布图。在误差函数分布图中:红色区域表示误差函数 L 大于0,该区域的网格需要扩大;蓝色区域表示误差函数 L 小于0,该区域的网格需要收缩;黑色区域表示误差函数 L 等于0,即该区域的辐照度分布与预期分布一致。从图3(a)~(d)可以看出,在迭代过程中,单元网格面积不断变化,以满足误差函数为0的目标条件。图4所示为不同迭代次数对应的误差函数分布的均方根误差(RMSE)。需要特别说明的是,本文的RMSE是归一化之后的结果。从图4可以看出:经过4次迭代后误差函数分布的RMSE下降到0.35左右;当迭代进行到15次时,RMSE为0.31左右。从第4次迭代到第15次迭代,RMSE几乎不发生变化,因此选取第4次迭代后的网格分布作为最终的目标面网格。

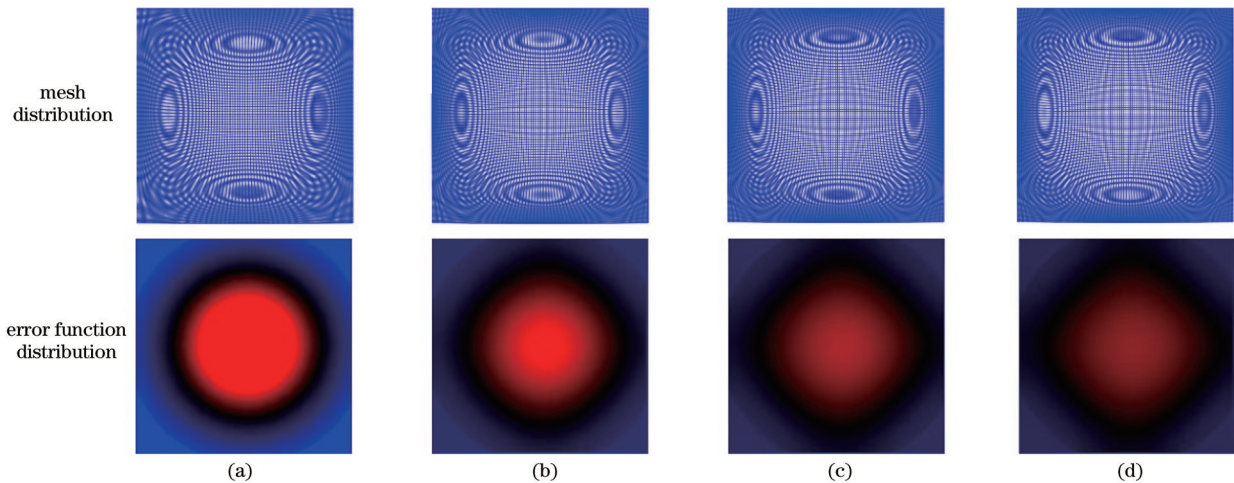


图3 目标面的网格分布图与误差函数分布图。(a)第1次迭代后的结果;(b)第2次迭代后的结果;(c)第3次迭代后的结果;(d)第4次迭代后的结果

Fig. 3 Mesh distribution and error function distribution of target surface. (a) Results after 1st iteration; (b) results after 2nd iteration; (c) results after 3rd iteration; (d) results after 4th iteration

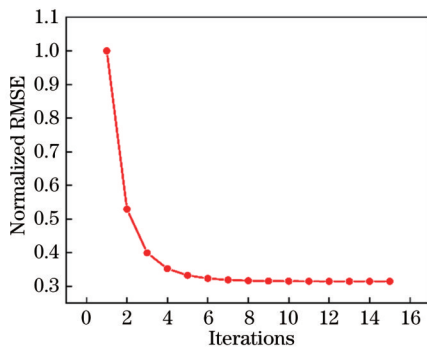


图4 不同迭代次数对应的归一化误差分布函数 RMSE

Fig. 4 RMSE of normalized error distribution function at different iterations

图5为 r 的矢量场图,可以看到:各区域矢量分布有序;随着迭代的进行,相同区域的 $|r|$ 逐渐减小,经过4次迭代后, $|r|$ 已经变得非常小,即目标面网格分布变化非常小,此时的网格分布可以作为目标面的最优网格分布。基于最优的目标面网格分布可以构建输入、输出光线的映射关系,计算自由曲面采样点。

2.2 利用基于泊松方程的曲面重构算法计算连续自由曲面的采样点

当计算出目标面的网格坐标点分布后,从光源截面网格出射的光线经过自由曲面入射到目标面网格对应点,即可以获得入射到自由曲面上的光线矢量和经自由曲面出射的光线矢量。根据斯涅耳定律(折射定

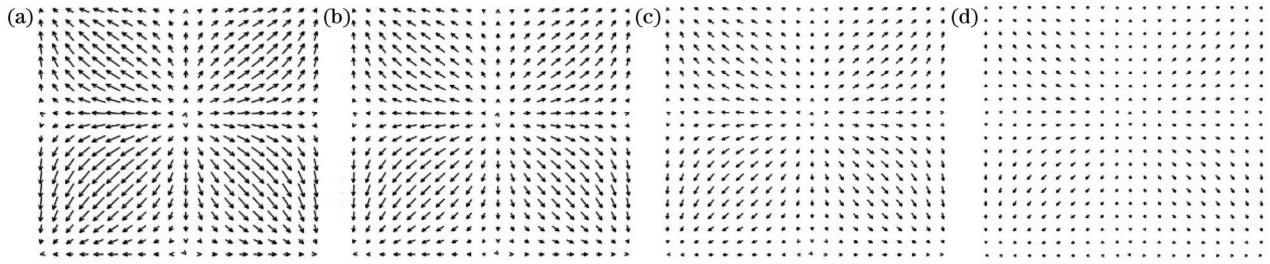


图 5 r 的矢量场分布图。(a)第 1 次迭代后的结果;(b)第 2 次迭代后的结果;(c)第 3 次迭代后的结果;(d)第 4 次迭代后的结果
Fig. 5 Distribution of vector field of r . (a) Result after 1st iteration; (b) result after 2nd iteration; (c) result after 3rd iteration; (d) result after 4th iteration

律)的矢量形式,可以计算自由曲面上各网格点的法向矢量,计算公式^[1]为

$$I_{out} - nI_{in} = [1 + n^2 - 2n(I_{out} \cdot I_{in})]^{1/2} N, \quad (8)$$

式中: I_{in} 为入射光线的单位方向矢量; I_{out} 为出射光线的单位方向矢量; N 为自由曲面网格点的单位法向矢量; n 为自由曲面透镜材料的折射率。通过式(8)可计算得到自由曲面上各采样点对应的法向矢量 N ,其中 $N_{xy} = (N_x, N_y)$, N_x 和 N_y 分别为由 N 的 x 和 y 分量组成的向量。自由曲面方程可以表示为 $z = h(x, y)$,其中 h 为自由曲面上各点的矢高。矢高 h 与 N_{xy} 之间刚好满足泊松方程^[23-24]:

$$\nabla^2 h = \nabla \cdot N_{xy}. \quad (9)$$

因此,确定自由曲面的各点法向矢量,通过式(9)可以计算出各点的矢高 h ,即能够确定自由曲面的面形。

3 设计实例

3.1 自由曲面整形透镜设计

为了验证所提方法的可行性,本研究分别设计了两个自由曲面透镜,将高斯光束整形成正方形均匀光斑和矩形均匀光斑。入射光束的辐照度分布如图 6 所示,所设计的自由曲面透镜的参数如表 1 所示。

根据表 1 参数设计的自由曲面透镜如图 7 所示,其中图 7(a)、(c)分别为自由曲面透镜 1 和 2。自由曲面透镜 1 在目标面产生 30 mm×30 mm 的均匀辐照度正方形光斑,该自由曲面透镜的中心厚度为 3 mm,其自由曲面在 z 轴上的最大矢高差为 1.776 mm,最小矢高差为 0.957 mm。自由曲面透镜 2 在目标面生成 60 mm×40 mm 的均匀辐照度矩形光斑,该透镜的中心厚度为 3 mm,其自由曲面在 z 轴上的最大矢高差为

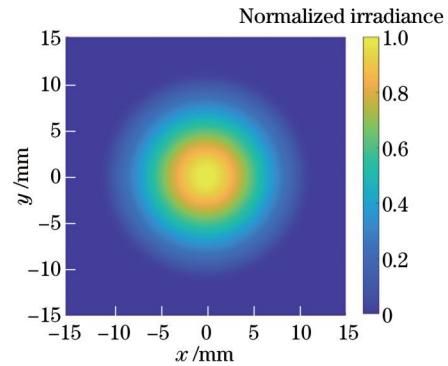


图 6 入射光束的辐射照度分布
Fig. 6 Distribution of irradiance of incident beam

4.147 mm,最小矢高差为 1.489 mm。对于两个自由曲面整形透镜,分别追迹光线,计算辐照度分布数据并绘制辐照度分布图,如图 7(b)、(d)所示。所设计的自由曲面透镜 1 和 2 的辐照均匀度分别达到 91% 和 93%。辐照均匀度的评价指标计算公式为

$$U = \frac{E_{average}}{E_{max}}, \quad (10)$$

式中: U 为目标面辐照均匀度; $E_{average}$ 为目标面辐照度平均值; E_{max} 为目标面辐照度最大值。

3.2 自由曲面多项式拟合

为了验证曲面的连续性和平滑性,将透镜 1 的自由曲面拟合为一个多项式,自由曲面呈四分之一对称,因此所拟合的多项式是关于 x 、 y 的 6 阶偶次多项式,即 $F(x, y) = a_0 + a_1x^2 + a_2y^2 + \dots + a_ix^{2p}y^{2q} + \dots + a_8y^6 + a_9y^6$ 。

使用 RMSE 来评价拟合精度,将该自由曲面拟合为 6 阶多项式, RMSE 为 1.394×10^{-3} ,可见拟合精度

表 1 自由曲面整形透镜的设计参数

Table 1 Design parameters of free-form surface shaping lens

Design parameter	Freeform lens 1	Freeform lens 2
Radius of incident beam /mm	10	10
Lens material	PMMA	PMMA
Distance between lens and target surface /mm	100	200
Target area /(mm×mm)	30×30	60×40

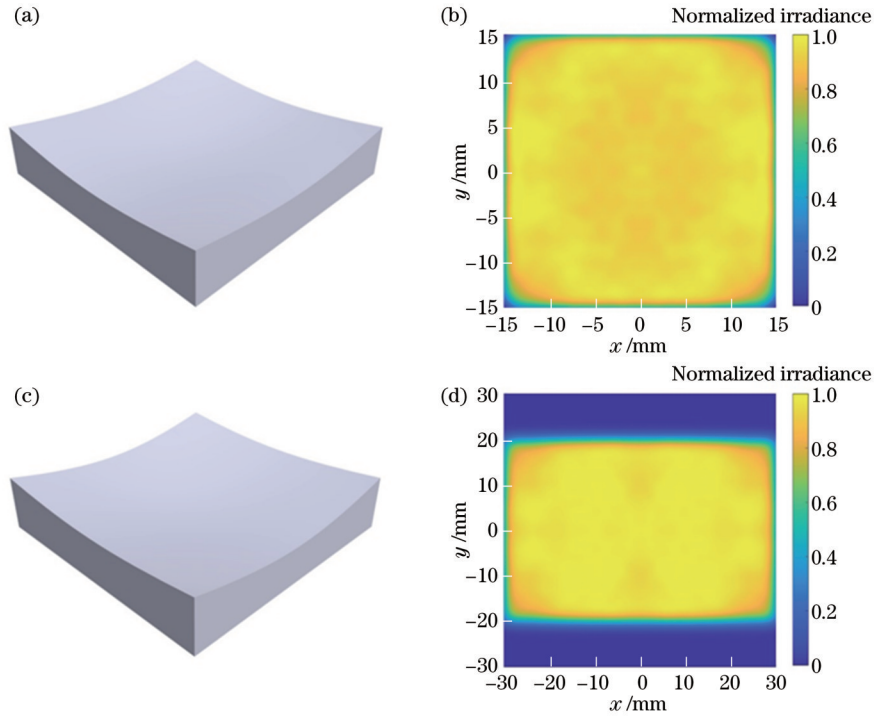


图 7 两个自由曲面整形透镜设计实例。(a)(b)透镜 1 及其目标面辐照度分布;(c)(d)透镜 2 及其目标面辐照度分布
 Fig. 7 Design examples of two freeform lens. (a)(b) Lens 1 and its irradiance distribution at target surface; (c)(d) lens 2 and its irradiance distribution at target surface

很高,拟合后的多项式系数如表 2 所示。图 8(a)所示为直接计算出的自由曲面数据点和通过多项式拟合之后获得的数据点对比;图 8(b)所示为两组数据点之差,可以看到,虽然边缘区域误差较大,但是整体拟合精度都较高,两组数据点之差的平均值约为 $-17 \mu\text{m}$ 。对多项式拟合得到的自由曲面采样点数据进行建模

并仿真,得到的目标面辐照度分布如图 9 所示,经计算得到其辐照均匀度为 91.25%。基于该拟合曲面计算的辐照均匀度与基于原始自由曲面计算得到的辐照均匀度非常接近,且拟合的多项式只有 9 项就达到比较高的拟合精度,可见所设计的自由曲面的平滑度很高。

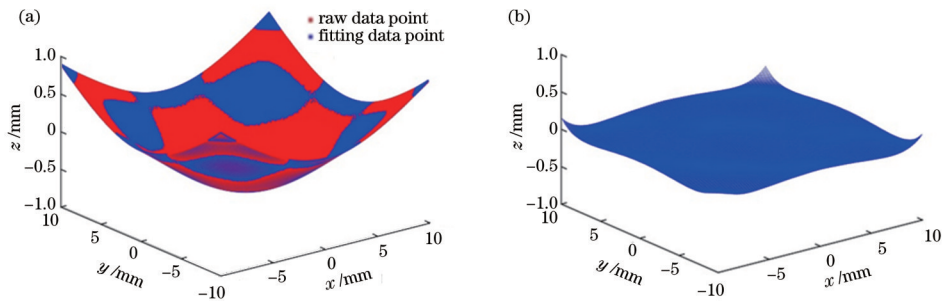


图 8 曲面拟合效果。(a)原始数据点与拟合数据点分布;(b)两组数据点之差
 Fig. 8 Results of surface fitting. (a) Distribution of raw and fitting data points; (b) difference between raw and fitting data points

3.3 自由曲面整形透镜装配公差分析

为了评估自由曲面整形镜头的实际应用效果,进行公差分析是必要的。以透镜 1 为例,分析装配公差对目标面均匀度的影响,分析方法采取随机统计方法^[25]。分析的装配公差主要有两类:第一类是离轴误差,即透镜中心沿 x 和 y 方向偏离光轴的误差 dx 、 dy ;第二类是透镜倾斜误差,即透镜绕 x 轴和 y 轴产生一定的倾角 $d\theta_x$ 、 $d\theta_y$ 。因此,有 4 个公差需要关注并分析。首先,为每个公差设定一定的范围(表 3),在给定的范

围内随机产生 200 组公差数据;其次,对这 4 个公差进行随机组合,最终产生 200 个组合公差。

使用这 200 个随机组合公差对自由曲面透镜通过仿真软件进行光线追迹,并计算目标面上的辐照均匀度,结果如图 10 所示。从图 10(a)可以看出,在表 3 给出的范围内,辐照均匀度在 80%~92% 范围内变化;从图 10(b)可以看出,当加了公差后,大部分样本的辐照均匀度变化在 6% 以内,整体辐照均匀度可以保持在 88% 左右,只有 1% 左右的样本的辐照均匀度下降

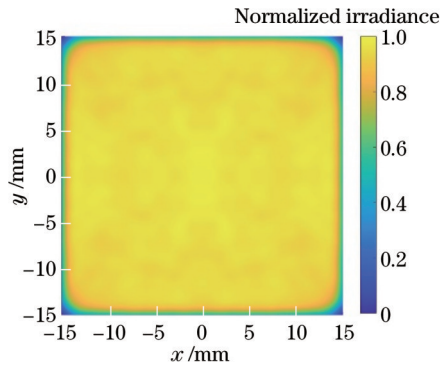


图9 经6阶多项式拟合后生成的自由曲面透镜整形目标面辐照度分布

Fig. 9 Irradiance distribution of a freeform lens reshaped by a sixth-order polynomial fitting

表2 拟合后的多项式系数

Table 2 Coefficients of the fitted polynomial		
i	a_i	$x^{2p}y^{2q}$
0	-0.62	1
1	0.01252	x^2
2	0.01233	y^2
3	-5.21×10^{-5}	x^4
4	-5.339×10^{-5}	x^2y^2
5	-5.06×10^{-5}	y^4
6	1.986×10^{-7}	x^2y^4
7	2.019×10^{-7}	x^4y^2
8	1.053×10^{-7}	x^6
9	1.027×10^{-7}	y^6

超过10%。

表3 公差范围

Table 3 Tolerance range

Tolerance type	Range	Number of samples
x direction displacement error	-0.5-0.5 mm	200
y direction displacement error	-0.5-0.5 mm	200
x direction tilt error	$-1^\circ-1^\circ$	200
y direction tilt error	$-1^\circ-1^\circ$	200

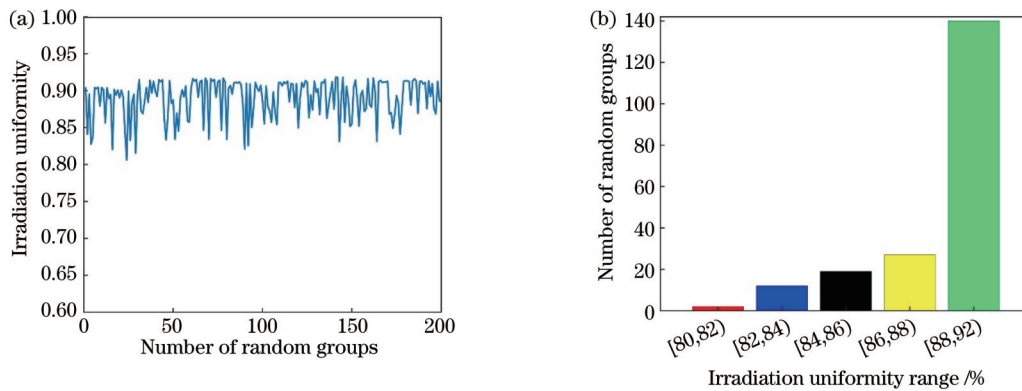


图10 公差结果分析。(a)不同组合公差的辐照度均匀值;(b)不同均匀度范围内的样本数

Fig. 10 Analysis results of tolerances. (a) Irradiation uniformity of different combined tolerances; (b) sample number at different uniformity ranges

针对透镜1,同时需要分析目标面在偏离预定位置的情况下的辐照均匀度变化。透镜1设定的理想位置为与自由曲面整形透镜相距100 mm,为了分析不同目标面位置对辐照均匀度的影响,在预定位置前后20 mm范围内,每隔5 mm设置一个观察面,这些观察面上的辐照度分布如图11(a)所示。图11(b)所示为辐照均匀度随目标面距离的变化曲线,可以看到,当目标面朝靠近透镜方向移动,辐照均匀度下降得比较快,当目标面偏离理想位置朝远离透镜的方向移动,辐照均匀度下降得相对慢一些,目标面在80 mm和120 mm位置的辐照均匀度分别下降约6%和1.5%。

4 结 论

提出一种激光束整形自由曲面透镜设计方法,该方法有两个关键的步骤:泊松网格迭代和泊松面形构建。优化过程中,该方法的收敛速度比较快,经过4次迭代后透镜在目标面的辐照均匀度可达到91%。对由该方法设计的自由曲面使用一个6阶9项式进行拟合,拟合的RMSE为 1.394×10^{-3} ,表明自由曲面具有非常高的平滑度。最后,采用随机统计分析方法对自由曲面透镜装配公差进行分析。目前,这种方法只是针对准直光束设计自由曲面激光束整形透镜,未来将进一步探索将该方法用于具有一定发散角的激光束整

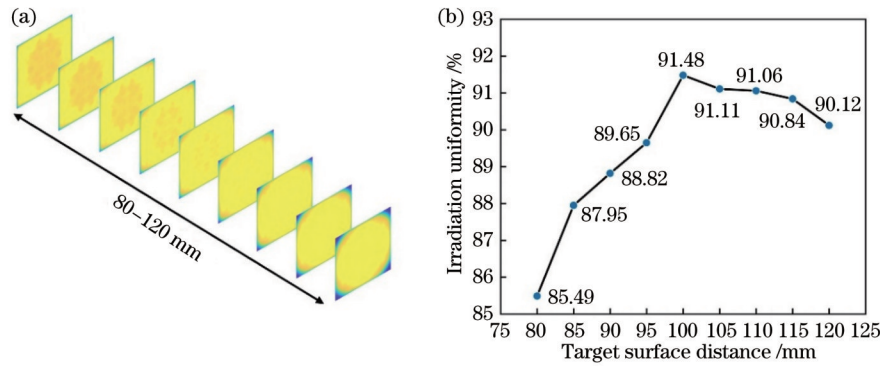


图 11 目标面位置变化对辐照均匀度的影响。(a)距离自由曲面透镜 80~120 mm 的不同目标面辐照度分布;(b)目标面不同位置的辐照均匀度

Fig. 11 Influence of target plane position on irradiation uniformity. (a) Irradiance distribution on target planes with the distance of 80~120 mm; (b) irradiation uniformity of target surface at different positions

形。此外,本文只是针对装配公差进行了分析,没有对自由曲面加工公差进行分析,在未来研究中,可对这个问题进行深入讨论。

参 考 文 献

- [1] 彭亚蒙, 苏宙平. 用于发散激光光束整形的自由曲面透镜设计[J]. 光学学报, 2016, 36(5): 0522003.
Peng Y M, Su Z P. Design of freeform surface lens for shaping divergent laser beam[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0522003.
- [2] Feng Z X, Cheng D W, Wang Y T. Iterative freeform lens design for optical field control[J]. Photonics Research, 2021, 9(9): 1775-1783.
- [3] 于晨昊. 基于 DOE 的 2 μm 波段高斯光束平顶化研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2020.
Yu C H. Research on flattening of Gaussian beam in 2 μm band based on diffractive optical element[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2020.
- [4] 苏宙平. 非成像光学系统设计方法与实例[M]. 北京: 机械工业出版社, 2018.
Su Z P. Design methods for non-imaging optics[M]. Beijing: China Machine Press, 2018.
- [5] 陈怀新, 隋展, 陈祯培, 等. 采用液晶空间光调制器进行激光光束的空间整形[J]. 光学学报, 2001, 21(9): 1107-1111.
Chen H X, Sui Z, Chen Z P, et al. Laser beam shaping using liquid crystal spatial light modulator[J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(9): 1107-1111.
- [6] 潘红响, 苏宙平. 离轴双反射自由曲面激光整形系统的设计[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(7): 070801.
Pan H X, Su Z P. Design of off-axis two-mirror laser-shaping system with freeform surface[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(7): 070801.
- [7] Feng Z X, Huang L, Gong M L, et al. Beam shaping system design using double freeform optical surfaces[J]. Optics Express, 2013, 21(12): 14728-14735.
- [8] Oliker V, Doskolovich L L, Bykov D A. Beam shaping with a plano-freeform lens pair[J]. Optics Express, 2018, 26(15): 19406-19419.
- [9] 樊润东, 赵会富, 曾翌, 等. 基于双高斯结构与自由曲面照明的小畸变投影系统设计[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(23): 2322001.
Fan R D, Zhao H F, Zeng Y, et al. Design of small distortion projection system based on double Gaussian structure and freeform surface illumination[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(23): 2322001.
- [10] 段文举, 朴明旭, 全向前, 等. 适于扩展光源的紧凑型双自由曲面匀光透镜设计[J]. 光学学报, 2022, 42(15): 1522001.
Duan W J, Piao M X, Quan X Q, et al. Design of compact double freeform surface lens with uniform illumination for extended light source[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(15): 1522001.
- [11] 刘亮志, 郭亮, 陈志涛, 等. 基于负焦距透射结构的自由曲面准直透镜设计[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(17): 1722005.
Liu L Z, Guo L, Chen Z T, et al. Design of collimating lens with freeform surfaces based on negative focal length transmission structure[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(17): 1722005.
- [12] Si J, Feng Z X, Cheng D W, et al. Freeform beam splitting system design for generating an array of identical sub-beams[J]. Optics Express, 2021, 29(19): 29918-29935.
- [13] Yang Y S, Qiu D S, Zeng Y, et al. Design of a reflective LED automotive headlamp lighting system based on a free-form surface[J]. Applied Optics, 2021, 60(28): 8910-8914.
- [14] Shen F Q, Yang L, Hu G Y, et al. Freeform and precise irradiance tailoring in arbitrarily oriented planes[J]. Optics Express, 2021, 29(26): 42844-42854.
- [15] Hou J C, Zhou Y G, Lin K B, et al. Freeform construction method for illumination design by using two orthogonal tangent vectors based on ray mapping[J]. Applied Optics, 2021, 60(24): 7069-7079.
- [16] Doskolovich L L, Bykov D A, Andreev E S, et al. Designing double freeform surfaces for collimated beam shaping with optimal mass transportation and linear assignment problems[J]. Optics Express, 2018, 26(19): 24602-24613.
- [17] Feng Z X, Froese B D, Huang C Y, et al. Creating unconventional geometric beams with large depth of field using double freeform-surface optics[J]. Applied Optics, 2015, 54(20): 6277-6281.
- [18] Bösel C, Worku N G, Gross H. Ray-mapping approach in double freeform surface design for collimated beam shaping beyond the paraxial approximation[J]. Applied Optics, 2017, 56(13): 3679-3688.
- [19] Feng Z X, Froese B D, Liang R G, et al. Simplified freeform optics design for complicated laser beam shaping[J]. Applied Optics, 2017, 56(33): 9308-9314.
- [20] Feng Z X, Cheng D W, Wang Y T. Iterative wavefront tailoring to simplify freeform optical design for prescribed irradiance[J]. Optics Letters, 2019, 44(9): 2274-2277.
- [21] Wu R M, Liu P, Zhang Y Q, et al. A mathematical model of the single freeform surface design for collimated beam shaping[J]. Optics Express, 2013, 21(18): 20974-20989.

- [22] Bösel C, Gross H. Double freeform illumination design for prescribed wavefronts and irradiances[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2018, 35(2): 236-243.
- [23] Yue Y H, Iwasaki K, Chen B Y, et al. Poisson-based continuous surface generation for goal-based caustics[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2014, 33(3): 31.
- [24] Yu Y Z, Zhou K, Xu D, et al. Mesh editing with Poisson-based gradient field manipulation[C]//*ACM SIGGRAPH 2004 Papers on-SIGGRAPH '04*, August 8-12, 2004, Los Angeles, California. New York: ACM Press, 2004: 644-651.
- [25] 张文裕. 基于加权叠加与机器学习算法的光学自由曲面设计[D]. 无锡: 江南大学, 2022.
- Zhang W Y. Design of optical free-form surface by weighted superposition and machine learning algorithm[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2022.

Design of High-Smoothness Freeform Lens for Laser Beam Shaping

Zang Zemao^{1,2}, Su Zhouping^{1,2*}, Zhang Wenyu^{1,2}, Shao Jiaqiang^{1,2}

¹*School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, Jiangsu, China;*

²*Jiangsu Provincial Research Center of Light Industrial Opto-Electronic Engineering and Technology, Wuxi 214122, Jiangsu, China*

Abstract

Objective The laser beam shaping technique is widely used in laser processing, welding, display, lighting, and other applications. The freeform surface is extensively applied in laser beam shaping because of its high design freedom, accurate control of light distribution, and high transmittance. It is known that a freeform surface with good smoothness is easier to be manufactured. Therefore, it is crucial to design a freeform lens with good smoothness. In the paper, a design method of lenses with good-smoothness freeform surfaces is presented. The optimal mesh distribution on the target plane is generated by the Poisson mesh optimization algorithm. With the optimal mesh distribution on the target plane, the normal vector at each sampling point on the free surface is calculated according to the energy mapping between input beam and output beam. The sag of the freeform surface can be obtained by solving Poisson equation established by the normal vectors and sags at sampling points. Finally, the freeform lens with good smoothness is designed. With the freeform lens, the laser beam with a circular aperture can be shaped into a rectangular spot on the target surface with uniform irradiance distribution.

Methods Firstly, the initial meshes on the cross-section of the incident beam and the target plane are generated. The mesh distribution on the target plane is optimized by the Poisson mesh optimization algorithm, in which an error function is employed to reflect the energy distribution error between mesh on the incident section and expected energy distribution of the corresponding target surface mesh. The partial differential equation (PDE) of the error function and the pressure field is constructed by the idea of fluid mechanics. Then, the finite difference method is employed to solve the PDE so as to calculate the distribution of the pressure field. After the gradient of the pressure field is calculated, a displacement vector field can be obtained, which determines the direction and magnitude of movement of every vertex in the target plane mesh. By the method, the optimal mesh distribution on the target plane can be obtained. Given the optimal distribution, the normal vector at each sampling point on the freeform surface can be calculated according to the mapping relationship between incident and outgoing rays. The sag of the freeform surface can be obtained by the solution to Poisson equation established by the normal vectors and sags at sampling points. Finally, the assembly tolerances of the freeform lens are analyzed by a random statistical analysis method.

Results and Discussions Two freeform lenses are designed to transform the circular laser beam with Gaussian irradiance distribution to that with uniform irradiance distribution on square and rectangular target planes with uniformity of 91% and 93% (Fig. 7), respectively. The size of the two target planes is 30 mm × 30 mm and 60 mm × 40 mm, respectively. To verify the smoothness of the freeform surface, a polynomial is used for fitting, which has nine terms, and the highest order is six. The RMSE after fitting is about 1.394×10^{-3} (Figs. 8 and 9). The uniformity of the target plane remains almost unchanged when the freeform lens is constructed with the fitted data points. It is shown that the freeform surface designed by the method presented in the paper has good continuity and smoothness. Finally, the assembly tolerances of the freeform lens are analyzed by a random statistical analysis method. The results show that within the given tolerance range, the change in uniformity is less than 6%, and the uniformity can be maintained at about 88% for most of the samples (Figs. 10 and 11). Only about 1% of the samples report a decrease in uniformity by more than 10%.

Conclusions In this paper, a freeform lens design method for laser beam shaping is proposed, which has two key steps, Poisson mesh optimization and freeform surface construction by the solution to Poisson equation. The Poisson mesh optimization algorithm is mainly used to optimize the mesh distribution on the target plane so that the light distribution on the target plane meets the expected distribution. After four iterations, the optimal mesh distribution is achieved on the target plane. Given the optimal mesh distribution on the target plane, the normal vector at each sampling point on the free surface is calculated according to the energy mapping between input beam and output beam. The sag of the freeform surface can be obtained by the solution to Poisson equation established by the normal vectors and sags at the sample points. In this way, the freeform lens is designed. To verify the feasibility of the method, this study designs two freeform lenses to transform the circular laser beam with Gaussian irradiance distribution to that with uniform irradiance distribution on square and rectangular target planes, with uniformity of 91% and 93%, respectively. A polynomial is used for fitting to verify the smoothness of the freeform surface, which has nine terms, and the highest order is six. The RMSE after fitting is about 1.394×10^{-3} . The uniformity of the target plane remains almost unchanged when the freeform lens is constructed with the fitted data points. Finally, the assembly tolerances of the freeform lens are analyzed by a random statistical analysis method. The results show that the uniformity of most of the samples is higher than 88% within the given tolerance range. The design is of good practical application value.

Key words optical design; laser beam shaping; freeform surface; Poisson equation; mesh optimization; smoothness