

光学学报

自由曲面成像光学系统的设计方法及其应用

王梦晖, 赵高兴, 时其然, 谭益林, 朱钧*

清华大学精密仪器系, 北京 100084

摘要 得益于自由曲面更多的设计自由度和强大的像差校正能力, 人们设计出了众多具有超高性能、紧凑结构及新奇功能的成像光学系统。但自由曲面的数学复杂性以及非旋转对称性也对传统的成像光学系统设计方法提出了很大的挑战。简要概括了自由曲面成像光学系统的发展历史和现状。详细介绍了自由曲面成像光学系统的多种设计方法。分类总结了具有高性能、新结构和新功能的自由曲面成像光学系统在各领域的应用。最后, 对自由曲面成像光学系统未来的发展方向进行了展望。

关键词 光学设计; 几何光学; 自由曲面; 成像系统; 设计方法; 系统应用

中图分类号 O435 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS221925

1 引言

成像光学系统已经被广泛应用于工业、医疗和军事等众多领域^[1-4]。随着现代科技的迅速发展, 当前的各种应用对成像光学系统提出的越来越高的要求推动了光学系统朝着性能更高、成像质量更好、体积更小、质量更小和功能更加新颖丰富的方向发展。但是, 传统的球面及非球面成像光学系统已经很难满足这些要求。因此人们开始将光学自由曲面应用于光学成像系统。

光学自由曲面是一种没有旋转对称性的曲面^[5-7]。自由曲面面形的数学表达形式主要包括超环面、变形非球面、XY 多项式面和 Zernike 多项式面等^[8]。与球面和非球面相比, 自由曲面具有更多的设计自由度与更强的像差校正能力。得益于自由曲面的这些良好特性, 人们成功设计出了性能极高、结构紧凑、质量轻盈和功能新奇的光学系统, 并已成功应用在天文望远、光谱分析、遥感探测和虚拟现实等各个领域。自由曲面的应用给光学系统带来很多好处, 同时也不可避免地破坏了光学系统的旋转对称性, 而这对传统的光学系统设计方法提出了巨大挑战。为了实现自由曲面光学系统的高效设计, 人们不仅对基于传统像差理论的设计方法进行扩展, 还提出了一些可以根据系统规格得到自由曲面各个参数的直接设计方法。这些方法都可以为系统的进一步优化提供良好的初始结构。此外, 人们还提出一些可以直接获得成像质量接近衍射极限的光学系统的全自动设计方法。

本文首先对自由曲面成像光学系统的发展背景和现状进行了概述。然后介绍了多种自由曲面成像光学系统的设计方法。接着介绍了一些自由曲面在具有高性能、新结构和新功能的成像光学系统中的应用。最后对自由曲面成像光学系统的未来发展方向进行了展望。

2 自由曲面成像光学系统的设计方法

成像光学系统的传统设计方法一般分为两个步骤, 即获取初始结构和后续优化设计。获取初始结构通常有两条路线。一是从专利库或文献中找到一个与设计目标性能指标相接近的光学系统作为初始结构。二是在同轴近似的情况下, 使用初级像差理论求解出一个初始结构。后续优化设计指在建立评价函数和限定边界条件(约束)后, 通过优化算法使评价函数最小进而获得系统中每个元件的曲面系数和位置坐标^[9]。

传统设计方法可以很好地实现球面与非球面光学系统的设计, 但在进行自由曲面光学系统的设计时却遇到了困难。一是初始结构的选取比较困难。在光学系统设计中, 一个好的初始结构会大大降低后续优化的难度。相反, 如果初始结构选取得不好, 后续的优化过程会非常困难甚至造成最终设计的失败。但在自由曲面光学系统中, 由于系统的旋转对称性被破坏, 传统的像差理论不再适用于直接对初始结构的求解。同时, 由于目前自由曲面成像光学系统的相关文献和专利还较少, 设计者很难找到与所需系统规格相同或相近的初始系统, 需要依据自己的经验花费很长时间去

收稿日期: 2022-11-02; 修回日期: 2022-12-22; 录用日期: 2022-12-30; 网络首发日期: 2023-01-06

基金项目: 国家自然科学基金(62175123)

通信作者: *j_zhu@tsinghua.edu.cn

改善初始结构,甚至可能根本无法得到有效的初始结构。二是光学系统的优化设计比较困难。通过优化进行光学设计既是一门艺术,也是一门科学,成功的优化过程通常高度依赖设计者的有效指导^[10]。光学系统的优化是一个不断进行参数修改和性能评估的迭代过程,该过程的收敛速度和有效性在很大程度上取决于优化时所采用的策略^[9, 11]。自由曲面比传统的球面和非球面具有更多的设计自由度,优化时会有更多的优化策略可供选择。但这些策略并不都是有效的,有的策略甚至会导致最终设计的失败。如果没有足够的设计经验,设计者可能需要花费大量的时间和精力在优化策略的选择上。尽管有经验的设计者可以在设计过程中根据是否达到了预期要求来判断光学系统的潜力,但这种判断仍然是盲目的。针对上述挑战,研究者们开展了大量有关自由曲面光学系统初始结构直接求解、自由曲面光学系统像差理论以及光学系统自动化设计的研究。

2.1 基于像差理论的设计方法

传统的像差理论不适用于直接求解离轴光学系统,但可以先求解同轴光学系统,再将同轴光学系统进行离轴化处理,得到离轴光学系统。该方法的具体做法是首先根据几何像差理论创建同轴球面或二次曲面系统作为起点^[12-13],然后通过偏置视场、偏移和倾斜孔径光阑及表面等方式来获得消除光线遮挡的光学系统。将该系统作为后续优化的初始结构,通过光学设计软件进行优化,得到符合要求的光学系统。但是,在设置倾斜或者偏移的过程中,许多新的有视场依赖特性的像差会被引入,再加上同轴系统通常远离最终自由曲面光学系统的最优解等因素,设计者可能很难找到良好的初始结构。特别是该方法被用于具有高性能的光学系统设计时,很可能导致系统的设计失败。这种基于传统像差理论的设计方法的主要限制是几何像差理论或者 Hopkins 波像差理论都只能描述旋转对称系统的像差。当系统的旋转对称性遭到破坏时,传统像差理论就无能为力了。

直到 20 世纪末,节点像差理论的出现才为理论指导非旋转对称性光学系统的设计提供了解决方案。通过研究同轴望远镜系统对准误差对于像差场的影响,Shack 和 Thompson^[14]发现同轴望远镜的对准误差不会改变光学系统中像差的性质,但是会改变视场依赖像差的局部取向,并且会引入更加复杂的视场依赖性。他们还重点讨论了失调望远镜系统像散的双节点特性。随后 Thompson^[15-16]对节点像差理论进行了更深入的研究,详细阐述了光学系统的元件失调时的三阶像差和五阶像差的节点特性,并指出像差可能出现的节点数量取决于该种像差和视场的幂级数关系,且节点的数量最多不会超过该幂级数的阶次。这些成果将节点像差理论带到了一个全新的高度。

前面的研究工作主要局限于对旋转对称光学系统

由于失调而引起的像差的分析。但实际上由于节点像差理论可以描述非旋转对称性的像差场,它也可以作为分析包含自由曲面的成像光学系统像差特性的有力工具。Schmid 等^[17]首次将非旋转对称曲面引入到节点像差理论中。该工作指出可以将像散面形误差引起的像差与失调引起的像差进行分离,这将会有利于实际像差的校正。随后, Fuerschbach 等^[18]利用节点像差理论的框架详细讨论了包含 Zernike 多项式面形的光学系统中出现的像差场行为。该工作指出在光学系统中引入自由曲面没有产生新的像差类型。当自由曲面位于光阑位置时,自由曲面的净像差贡献为视场恒量像差;当自由曲面纵向远离光学系统的光阑位置时,净像差贡献将会变得具有视场依赖特性。

节点像差理论不仅可以对自由曲面成像光学系统的像差进行分析,而且可以指导自由曲面成像光学系统的优化设计。基于节点像差理论, Bauer 等^[19]提出了一种评价不同几何折叠类型光学系统优化潜力的方法。在这项工作中,最初只需要确保光学系统的一阶属性,然后获得不同几何折叠类型的光学系统,并对之进行分类。对于分类,提出了评判不同几何折叠类型优化潜力的三个准则:1)初始系统中的不对称视场线性像散与视场恒量彗差的取向应该满足一定的取向关系,以利于通过在光阑后的曲面增加彗差形状实现二者的同时校正。尽管可以通过在光阑面增加彗差形状来改变视场恒量彗差的取向,从而使得两者满足上述取向关系,但是这会增大自由曲面的偏离,并且会引入难以校正的高阶像差。2)初始结构中光线入射到像面的入射角不应该太大,因为在光阑后面的曲面上增加彗差形状会导致焦面倾斜。虽然可以通过改变像面的倾角来消除焦面倾斜的影响,但是像面过度倾斜会引起失真以及传感器的响应问题。3)在初始结构应用平场曲条件时,单个曲面承担的光焦度不应过大,各个面也不应该过度倾斜,否则由二者引起的非旋转对称像差会抵消平场曲条件应用带来的好处。以满足上述准则的结构为初始结构,利用节点像差理论和像差的全视场显示指导优化过程。优化过程中只添加用于像差校正所必需的 Zernike 多项式进行系统优化,这减小了优化的盲目性。基于该方法, Bauer 等^[19]设计得到了一个瞳直径为 200 mm、 F 数为 3、视场为 $4^\circ \times 4^\circ$ 的自由曲面离轴三反光学系统,如图 1 所示。通过进一步的对比实验发现,按照上述优化潜力评判原则评价出的最优几何结构的最终设计结果比最差几何结构的最终设计结果的成像质量好了至少 16 倍,而且自由曲面相对于球面基底偏离的峰谷(PV)值更小,这证明了光学系统几何折叠类型对于系统最终性能的决定性作用。

Sasian^[20]研究了无遮挡的离轴二次曲面光学系统,实现了对离轴平面对称光学系统中波像差理论的扩展。随后, Reshidko 和 Sasian^[21]将该理论扩展到包括自由曲面的光学系统。Papa 等^[22-23]结合了离轴共焦

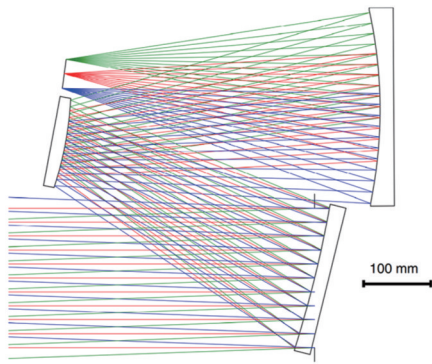


图 1 像差理论指导下设计的自由曲面离轴三反光学系统^[19]
Fig. 1 Freeform surface off-axis three-mirror optical system designed under guidance of aberration theory^[19]

二次曲面和像差理论,通过三阶几何像差的分析与校正实现了离轴光学系统的快速起点设计。此方法还可以实现对自由曲面反射式成像光学系统解空间的自动搜索^[24]。

2.2 直接设计方法

直接设计方法是指可以通过数值计算等方法直接得到自由曲面成像光学系统的方法,主要包括微分方程设计方法、多曲面同步(SMS)设计方法、逐点构建迭代(CI)设计方法、级数展开设计方法和基于机器学习的设计方法等。通常,利用直接设计方法得到的光学系统可以作为进一步优化的良好初始结构,这些系统再经简单优化即可达到设计要求。

1) 微分方程设计方法

人们总是希望能够用数学工具来描述和求解实际问题,微分方程设计方法设计自由曲面的思想就是来源于此。微分方程设计方法的过程可以简要概括为:根据待求曲面上的入射光线和出射光线所满足的折反射定律建立曲面所满足的微分方程,再在给定的限制条件下对微分方程进行求解,从而得到待求曲面的方程。在设计成像光学系统时,给定的限制条件通常是理想成像条件,即物点发出的所有光线经过光学系统后全部会聚到对应的理想像点。当光学系统中只有一个自由曲面需要求解时,限制条件是一个物点和对应理想像点的位置。而当光学系统中有两个自由曲面需要求解时,则需要再额外增加一个限制条件。1949年,Wassermann和Wolf^[25]在同轴光学系统中建立了两个相邻非球面的微分方程,并利用理想成像条件和阿贝正弦条件进行了求解,得到了一个包含两个同轴非球面反射镜的显微系统,该方法被称为W-W设计方法。其中,阿贝正弦条件用于建立物方各孔径光线与像方各孔径光线的关系。该系统满足阿贝正弦条件并且可对轴上点进行理想成像,因此可以在近轴区很小的视场范围内进行理想成像。随后,Vaskas^[26]在1957年对该方法进行了拓展,使其可以对两个不相邻的非球面进行求解。他还指出Wassermann和Wolf

求解时所使用的阿贝正弦条件可以被替换为更一般的光线映射关系。在W-W设计方法提出的初期,计算机技术不够先进,微分方程的精确数值求解非常困难,导致在很长一段时间内W-W设计方法没有在工程上得到广泛应用。

直到21世纪,随着计算机技术的迅速发展,基于微分方程设计自由曲面光学系统的方法才又开始被广泛研究和应用。2002年,Knapp^[27]将W-W设计方法拓展到了非旋转对称光学系统的设计中,并将该方法应用于对共形光学系统的设计。2007年,Hicks^[28]基于微分方程提出了三种直接设计自由曲面光学系统的方法。2010年,Cheng等^[29]进一步改进了微分方程设计方法,使该方法可以对具有离轴和偏心的自由曲面进行设计。同时,他们还将微分方程设计方法扩展到了大视场光学系统的设计。他们通过在整个视场范围内选取多个离散的视场,针对每个视场设计一个单视场的光学系统,得到多个不同视场的光学系统。再利用曲面拟合和拼接方法将所有光学系统集成成为一个最终的光学系统,从而实现了大视场光学系统的设计。他们使用该方法设计了用于近眼显示的自由曲面棱镜光学系统,如图2所示。Hicks^[30-31]利用微分方程设计方法从另一思路实现了大视场光学系统的设计。他的做法是在建立微分方程时,每个不同视场仅考虑一根光线,从而控制不同视场的成像。他利用该方法设计了一个大视场的单反自由曲面汽车后视镜,解决了原有汽车后视镜存在盲点的问题,极大地拓宽了驾驶人员的观察视野。他还设计了一个包含两个自由曲面反射镜的光学系统,用于实现全景观察。

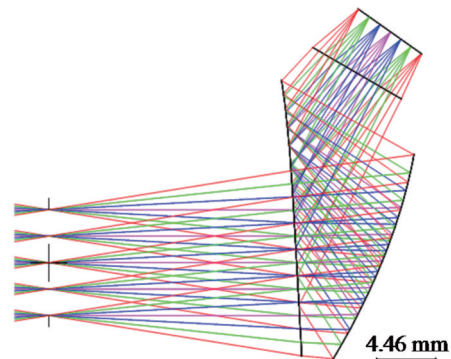


图 2 微分方程法设计的自由曲面棱镜光学系统^[29]
Fig. 2 Freeform prism optical system designed by differential equation method^[29]

需要说明的是,目前微分方程设计方法最多只能同时设计两个自由曲面。Cheng等^[29]设计的自由曲面棱镜光学系统中虽然包含了三个自由曲面,但其中只有两个自由曲面是通过微分方程设计方法得到的,第三个自由曲面在初始设计过程中被设置为平面。在前两个自由曲面设计完成后,再利用系数优化的方法将该平面替换为自由曲面。Volatier和Druart^[32]将W-W

方法中的正弦条件替换为更适合离轴系统的等光程条件,并利用费马原理的路径微分建立微分方程,通过积分的方式进行求解,这增加了微分方程设计方法使用的灵活性,但是他们的设计仍然最多只能同时设计两个曲面。因此,微分方程设计方法想要发展得更加具有通用性,就需要解决如何同时设计三个或更多自由曲面的问题。

2) SMS 设计方法

SMS 设计方法是一种可以同时直接设计多个曲面的方法,它最早在 20 世纪 90 年代被提出,首先被应用于非成像光学系统的设计^[33-34]。该方法源于对广义笛卡儿椭圆问题的拓展研究。广义笛卡儿椭圆问题是一类寻找能够耦合单个波前对的单表面光学系统的问题。波前对是光学系统的一组共轭的输入波前和输出波前。笛卡儿研究了球面波前对耦合问题的求解。这种情况下求解出的曲面面形通常是非球面,被称为笛卡儿椭圆。后来该问题被推广到非球面波前的求解,求解出的曲面面形通常是自由曲面。

SMS 设计方法是在广义笛卡儿椭圆问题的基础上增加了波前对的数量,从而求解更多数量曲面的设计方法。该方法的具体做法是从人为选定的一个很小的曲面区域开始,基于等光程原理求解给定波前对的广义笛卡儿椭圆问题。在求解过程中,曲面的范围被逐渐拓展,最终得到满足给定要求的曲面。2009 年,Minano 等^[35]利用 SMS 设计方法设计了一个包含 4 个曲面的同轴光学系统,实现了对 4 个光束的精确控制。需要说明的是,该方法通常要求波前对的数量和曲面数量相等,因此该方法可以控制的视场数量受到曲面数量的限制。

为了解决视场数量和曲面数量互相限制的问题,Duerr 等^[36-37]继续对 SMS 设计方法进行了研究和完善。2012 年,他们基于 SMS 设计方法实现利用两个同轴曲面的子午二维轮廓对于三个不同视场子午光束的有效控制^[36]。然后他们又将该方法从二维推广到了三维^[37],实现了全孔径内光线的控制。2015 年 Nie 等^[38]在 SMS 设计方法的基础上,通过改变入瞳的位置和大小实现了使用两个曲面对更多视场光束的耦合。但是该方法设计的系统孔径并不大,想要同时实现多视场和大孔径系统的设计还存在困难。2022 年,Benitez 等^[39]讨论了 SMS 设计方法的极限情况,并使用 SMS 设计方法设计了一个包含三个自由曲面的二阶半等光程的光学系统,具体结构如图 3 所示。

3) CI 设计方法

CI 设计方法是一种可以将平面光学系统作为起点,直接设计出目标光学系统初始结构的设计方法。在设计过程中,该方法同时考虑了光学系统多个视场和不同孔径位置的光线,具有很强的通用性。该设计方法产生的来源是 Zhu 等^[40]提出“视场与孔径”的问题。该问题描述的是在一个光学系统中,不同视场的

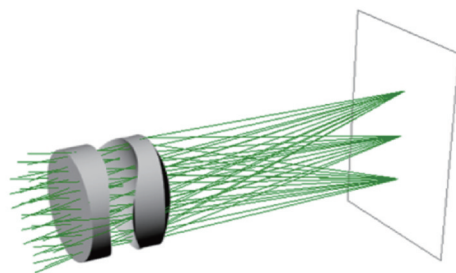


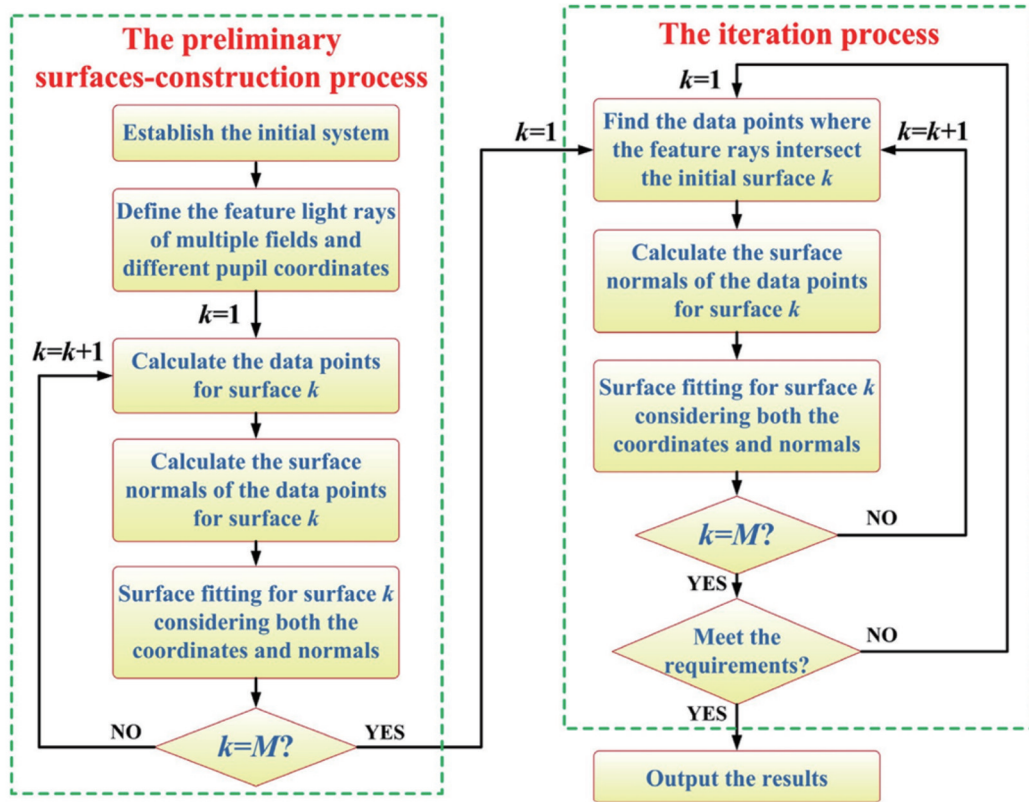
图 3 三个自由曲面的 SMS 设计结果的三维视图^[39]

Fig. 3 3D view of SMS design result of three freeform surfaces^[39]

光线会在同一个曲面上发生重叠,这意味着重叠区域内的任意一点处会对应不同视场和不同孔径位置的多条光线。通常,为了实现理想成像,不同视场和不同孔径位置的光线在该点处所需的曲面法向量是不相同,但这在数学上是无法严格实现的。不过对于求解一个光学系统的初始结构来说,找出一个令光学系统成像质量最好的曲面法向量作为该问题的最优解是足够的。基于此,Zhu 等^[40]提出一种自由曲面二维轮廓的设计方法,将该问题转化为了一个优化问题。他们在给定的两个特殊约束条件下进行求解,最终在二维平面内设计出一个 $\pm 60^\circ$ 线性视场角的 $f-\theta$ (f 为单透镜的焦距, θ 为线性视场角)单透镜光学系统。需要指出,该方法只能在二维平面中进行求解。

上述方法是 CI 方法的雏形,Yang 等^[41]对其进行了更进一步的完善,在 2015 年提出了三维的 CI 方法,也被称为 CI-3D 方法,并使用该方法设计了一个自由曲面离轴三反成像光学系统。该设计方法分为构建和迭代两个过程。在构建过程开始前,设计者首先需要建立初始平面系统作为后续系统构建和迭代过程的初始结构。然后对光学系统的视场和孔径进行采样,确定参与自由曲面面形计算的特征光线。接着对全部特征光线进行追迹,基于最短光线算法^[42]获得未知曲面的特征数据坐标点和法向量。然后,同时考虑数据点坐标和法向量拟合自由曲面,并将初始平面替换为拟合得到的自由曲面^[43]。多次进行上述自由曲面的计算过程,可以将光学系统中所有初始平面构建为自由曲面。在构建过程结束后,光学系统已经大致满足了要求的物像关系,但是特征光线与像面的实际交点和理想像点可能还有较大偏差,此时可以通过迭代过程来进一步提高光学系统的成像质量。该方法的完整流程图如图 4 所示,其中, M 表示光学系统中需要计算的曲面数量, k 表示计算的第 k 个曲面。CI-3D 方法是一个通用性较强的自由曲面光学系统的直接设计方法,但是该方法仅适用于自由曲面的设计,不能进行球面和非球面的直接设计。

为了增加 CI-3D 方法的通用性,Gong 等^[44]通过引入辅助点的概念,提出了非球面光学系统的直接设计

图 4 CI-3D方法的流程图^[41]Fig. 4 Flow diagram of CI-3D method^[41]

方法。同时,他们也提出了球面光学系统的直接设计方法,并将曲面光焦度的分配和曲面的演化概念加入到设计过程中,实现了混合曲面光学系统的设计^[45]。他们利用该方法设计出了一个同时包含球面、非球面和自由曲面的离轴三反成像光学系统。Zhang等^[46]基于费马原理和路德维希光栅光线追迹方程,提出了包含衍射光栅的自由曲面光学系统的设计方法,解决了“视场、孔径和波长”的问题。他们使用这种方法设计了两个成像质量接近衍射极限的自由曲面成像光谱仪。随后,在CI-3D方法的基础上,Tang等^[47]和Wu等^[48]分别提出了曲面扩展方法和视场扩展构建(FEC)方法,实现了大孔径和大视场光学系统的设计。此外,CI-3D方法还可以结合专门的设计思路与策略,实现有特殊功能和应用的自由曲面系统的初始结构设计^[49-50]。需要指出的是,在CI-3D方法中曲面法向量的求解需要利用费马原理建立非线性光程函数并求解极值。当被设计的自由曲面和像面之间的曲面数量较多时,该过程将会变得非常困难。针对此问题,Liu和Zhu^[51]对CI-3D方法进行了改进,提出了一种不需要使用费马原理的数据点计算方法,有效实现自由曲面离轴多镜光学系统的良好初始结构的设计。

4) 级数展开设计方法

级数展开设计方法是利用费马原理推导出一组完全描述光学系统结构的泛函微分方程组,然后利用幂级数进行求解的光学系统直接设计方法。在该方法中

自由曲面的面形和辅助映射函数都是以幂级数的形式表达。为了求解描述系统结构的各阶幂级数系数,以从小到大的顺序对泛函微分方程组求解各阶偏导数,从而导出一组微分方程。这通常会包含两种情况:1)求解一阶偏导数时,将会产生一组非线性微分方程,其中的一个非物理解将会被舍弃;2)求解其余各阶偏导数时,将会产生一组线性方程组,求解该方程组便可以获得表征光学系统结构的各阶级数的系数。van Brunt^[52]研究了此类泛函微分方程解的存在性、唯一性以及解析性,并讨论了几何光学中一些旋转对称光学系统的数学可能性。Duerr和Thienpont^[53]对级数展开设计方法进行了推广,实现了离轴多自由曲面光学系统的设计。该方法在设计时只需要输入必要的系统规格,计算机便能自动输出能够表征光学系统的一系列级数系数。通过将光学系统的像差表示为级数形式并将其引入到方程组中,该方法还实现了在光学系统设计过程中对各阶像差系数的控制。另外,该方法的计算速度很快,并且增加系统中的曲面数量并不会明显增加计算的复杂性,因此该方法可以用于初始结构的快速全局搜索。Nie等^[54]利用该方法设计了一个包含三个反射镜、实现四次反射的光学系统,其中有两个反射镜的面形为自由曲面。该设计中运用了“double-pass surface”策略,可以在不增加元件数量的情况下折叠光路,如图5所示。与相应的包含三个自由曲面反射镜的成像光学系统相比,该系统具有相近的成像质

量,体积更紧凑(减小 50%),同时自由曲面相对于球面基底偏离的 PV 值更小(减小 60%)。

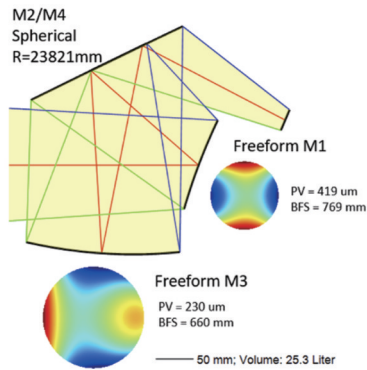


图 5 包含 3 个反射镜、实现 4 次反射的自由曲面光学系统^[54]
Fig. 5 Freeform optical system with three-mirror for four reflections^[54]

5) 基于机器学习的设计方法

基于机器学习的设计方法是一种新型的可以直接得到自由曲面成像系统初始结构的设计方法。机器学习擅长在复杂、动态、甚至混乱的环境中处理高维、多变量的数据^[55],这恰好与光学系统设计中影响成像质量的因素数量多且复杂的特点相适应。因此,随着计算机计算与存储性能的显著提高,机器学习在近年来开始被用于自由曲面成像系统的设计中。不同于上述几种通过光学理论进行方程求解和数值计算的直接设计方法,基于机器学习的设计方法是在模型参数没有完全确定的情况下,利用样本数据(又称为训练数据)对构建的模型进行训练,从而做出预测或决策的设计方法^[56]。基于机器学习,自由曲面成像光学系统的设计可以简化为:输入设计要求(视场、焦距和 F 数等)后,计算机直接输出系统的初始结构(曲面系数、曲面间距和介质折射率等)。该方法几乎不需要人工参与,可以为设计者提供更加丰富的光学系统设计结果。

目前基于机器学习的光学系统设计方法主要集中在深度学习领域,也有一些其他算法被应用到光学系统的设计中,如强化学习(RL)、粒子群优化(PSO)和遗传算法(GA)等。

1) 基于深度学习的设计方法

深度学习是机器学习领域的重要分支,很多自由曲面成像光学系统的设计方法研究都基于深度学习展开。深度神经网络(DNN)是一种在输入层和输出层之间具有多层结构的人工神经网络(ANN)^[57],是深度学习算法中应用较为广泛的模型^[58]。DNN 通常是前馈网络,并且可以对复杂的非线性关系进行建模。因此,当模型训练结束后,设计者只需要输入设计要求(视场、焦距和 F 数等),模型就可以直接输出系统的位置参数和表面参数(曲面的面形系数、折射率等)。

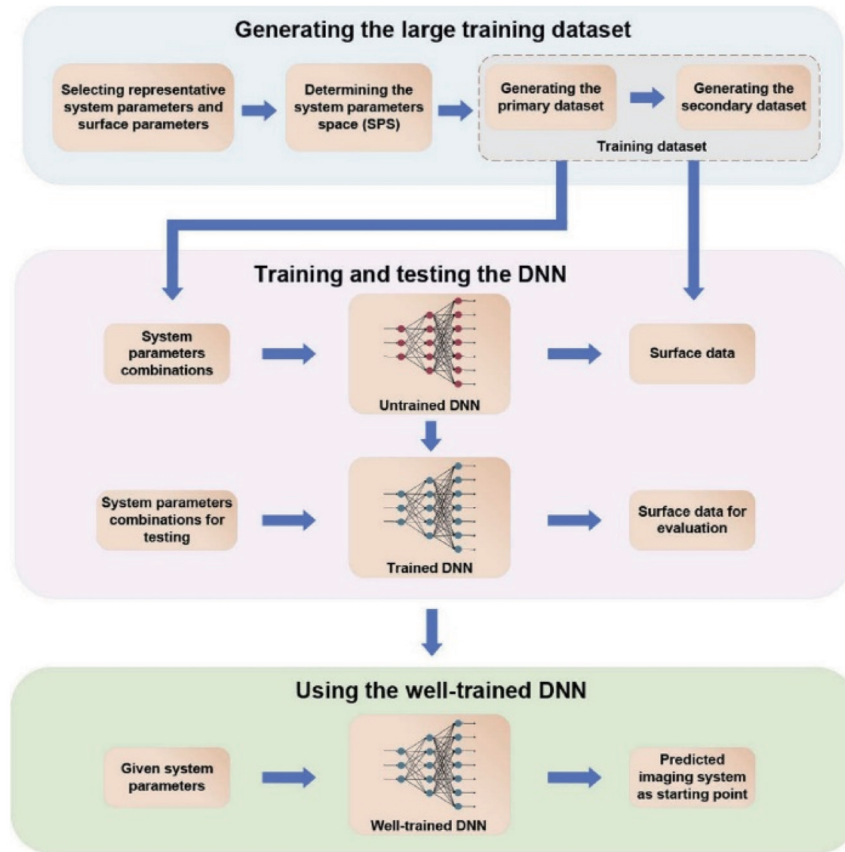
Yang 等^[59]提出了基于 DNN 的自由曲面离轴三反成像光学系统设计框架。该方法在确定每一个系统参

数(视场角、焦距和 F 数等)的取值范围后,自动生成大量含有标签(自由曲面的空间位置和面形参数等)的数据。利用 DNN 基于数据集进行监督学习后,只需输入给定的系统参数,即可输出对应的表面数据。Fan 等^[60]使用双种子扩展曲线算法和编码优化,将具有强相关性的变量捆绑在一起,提高了数据集的生成效率,自动且快速生成大量的数据集。以上两种方法都是基于自由曲面离轴三反成像光学系统设计的深度学习算法。Chen 等^[61]提出了一种通用设计框架,可以对不同几何折叠结构的光学系统进行设计,该设计框架如图 6 所示。该方法根据设计要求确定系统参数空间(SPS),在 SPS 中对大量的系统参数组合进行采样,获得主要数据集,进而通过加权的 K-近邻方法获得辅助数据集。主数据集和辅助数据集共同构成了最终的训练数据集。该框架可用于高度非旋转对称的自由曲面折射、反射和折反射系统,并且系统参数的选取范围可以很广。

以上方式均采用监督学习的方式对 DNN 进行训练,Côté 等^[62]提出了联合监督学习和无监督学习的设计方法。由于镜头数据库数目有限,单纯的监督训练不能将设计成功地推广到训练集里缺失的系统规格中,联合无监督训练可以解决现有光学镜头数据库数目有限的局限性。该方法在有监督的训练中学习到了良好的先验知识,缩小了无监督的训练的搜索范围,这使 DNN 可以直接推断出各种结构和规格透镜的高质量设计起点。

2) 基于机器学习的其他算法的设计方法

机器学习的另一个重要分支是 RL。它关注的是软件代理应该如何复杂的的环境中采取行动,使累积奖励最大化,奖励在光学设计领域可以对应于更好的成像质量。基于 RL 的学习算法更接近人工光学设计系统中不断试错并优化的过程^[63]。Yang 等^[64]提出一种基于 RL 的自由曲面成像系统的设计框架,在 ϵ -贪心策略下建立“开发-探索-评估-备份”的方法,用来与环境互动并发现最优策略。该方法不仅可以实现自由曲面成像系统初始结构的自动设计,还可以从 RL 过程中获得光学系统的设计经验,这对其他设计任务非常有利。Liu 等^[65]提出了一种使用 GA 确定光学系统初始结构参数的方法。GA 是一种不依赖起始参数的全局优化算法,可以解决光学设计软件只能寻找局部最优解的局限性^[66]。因此可以用它来优化光学系统的误差函数。该方法通过像差分析给出误差函数,使用 GA 最小化误差函数寻找合适的初始结构。该方法可以有效减少自动优化和重新设计的时间。Menke^[67]提出了一种基于 PSO 的光学系统设计的方法。该方法将每一个候选解决方案视为粒子,每个粒子的移动都受到其本身和其他粒子最佳已知位置的影响。重复这一过程有望引导粒子群找到最佳解决方案。将 PSO 与光学系统设计相结合,可以突破商业光学设计软件

图 6 基于 DNN 的通用设计框架^[61]Fig. 6 Generalized design framework based on DNN^[61]

只可以提供局部优化算法的局限,实现光学设计中的全局优化。除了 RL、GA 和 PSO 以外,模拟退火^[68-70]等其他机器学习算法也有可能解决寻找合适的光学系统初始结构的问题。

综上所述,基于机器学习的设计方法可以在输入系统参数后,为进一步优化直接输出良好的初始结构。这可以有效减少设计时间,节约设计精力,大大降低光学设计的门槛。后续的研究可以将机器学习算法与人工设计经验进一步结合,提出更加通用的自由曲面光学成像系统设计框架。

2.3 全自动设计方法

全自动设计方法是指几乎不需要人工参与,计算机可以自动得到成像质量接近衍射极限的光学系统的设计方法。全自动设计方法的框架最早由 Yang 等^[71]在 2017 年提出,这是一种将获取初始结构和后续优化两个步骤合为一体的设计框架。在该框架中,设计者只需要根据设计目标的要求,输入由特定数量的平面光学元件组成的无焦系统,计算机就可以自动得到成像质量接近衍射极限的光学系统。该设计方法的过程主要包括设计曲面的面形和设计曲面的位置两个部分,设计过程中两部分交替进行。面形设计利用 CI-3D 方法,经多次迭代后得到的系统可以被认为是当前几何位置的局部最优解。但由于输入的几何结构可能

较差,一般来说仅靠曲面形状设计很难直接获得成像质量达到衍射极限的光学系统。为了解决上述问题,该框架中提出一种曲面位置的单自由度搜索方法,该方法的具体做法是不断对当前光学系统施加扰动,进行更优曲面位置参数的搜索,同时进行曲面的面形修正,直到光学系统达到接近衍射极限的成像质量水平。此外,该框架还提出了像质优先模式的概念,实现了对光学系统畸变和成像质量两个指标的平衡。该方法可以直接获得成像质量接近衍射极限的光学系统,但是对曲面位置的搜索过程具有一定盲目性,会消耗大量的时间。

2020 年, Wu 等^[72]提出了一种通过系统构建和校正过程的快速化全自动设计方法。该方法先通过系统构建生成具有基本光学参数的系统,然后进行系统的校正。系统校正是一个迭代过程,像面校正和曲面校正交替进行,以此将系统成像质量提高到一个很高的水平。该方法的设计流程如图 7 所示。该方法大大提高了全自动设计方法的设计速度,仅需要花数分钟即可得到成像质量接近衍射极限的光学系统。2021 年, Zhang 等^[73]对全自动设计方法进行进一步完善,通过对离轴三反成像光学系统解空间的搜索,实现了多系统结构、高成像质量的光学系统自动设计,有效地克服了传统光学设计存在的高度经验技巧依赖性、系统结

构设计结果相对单一以及设计周期长等缺点。Zhang 等^[74]还将文献[73]中的全自动设计方法和文献[46]中

的自由曲面成像光谱仪的直接设计方法结合,实现了对自由曲面成像光谱仪的自动多解设计。

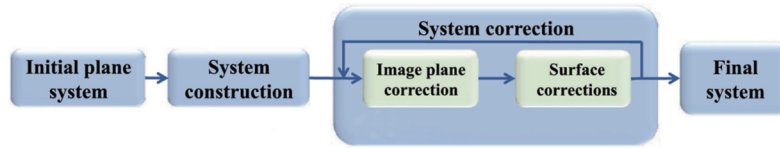


图 7 通过系统构建和校正过程的快速化全自动设计方法的流程图^[72]

Fig. 7 Block diagram of fast automatic design method through system construction and correction^[72]

以上列举的几种自由曲面成像光学系统的设计方法分别有各自的优点和局限,具体如表 1 所示。自由曲面成像光学系统的设计方法仍在不断发展,可能还

有一些其他的设计方法没有被包含在以上介绍的几类设计方法中。

表 1 不同设计方法的优点和局限对比

Table 1 Advantages and limitations of different design methods

Design method of freeform surface imaging optical system	Advantage	Limitation
Design method based on aberration theory	Can guide optimization of system	Off-axis aberration theory is complicated and difficult to solve
Differential equation design method	Complete mathematical theory	Only one or two freeform surfaces can be designed and size of field of view or aperture is limited
Simultaneous multiple surface design method	Precise control of specified field of view	Number of fields of view and number of surfaces will limit each other
Direct design methods Construction-iteration design method	Considering multiple fields, different pupil coordinates, and multiple surfaces	When number of surfaces is large, solution speed and accuracy decrease
Series expansion design method	Fast solution speed	Mathematical theory is complex
Design method based on machine learning	Without more manual participation, a large number of results can be obtained quickly	Poor interpretability of mathematics or physics
Automatic design method	Results of imaging quality close to the diffraction limit are obtained directly without manual optimization	Often used in reflection systems, number of surfaces is limited

3 自由曲面成像系统的应用

自由曲面在成像光学系统中的应用最早可以追溯到 1934 年, Henri^[75] 在一项专利中介绍了一种变形透镜系统及其制作方法, 这种透镜可以被应用于摄影和动作捕捉。在眼科领域, Kanolt^[76] 发明了一个渐变光焦度眼镜的专利, 这项专利首次给出了自由曲面的数学表达式。眼科的另一项早期发明是 Alvarez^[77] 透镜, 它使用两个可以进行相互横向位移的三次多项式自由曲面来实现可变的焦距。Polaroid SX-70 宝丽来相机的取景器是自由曲面在商用成像光学系统的最早应用^[78]。而在过去的数十年里, 自由曲面的应用为光学设计领域的发展带来了巨大变革, 各种具有高性能、新结构和新功能的自由曲面成像光学系统不断出现。

3.1 高性能的自由曲面成像光学系统

1) 大视场、小 F 数或小体积的成像光学系统

视场和孔径是成像光学系统的基本参数, 更大的视场可以使光学系统对更大范围内的物体进行成像, 更小的 F 数可以给光学系统带来更高的成像分辨率。体积的减小则意味着成本的降低以及便携性的增加。因此, 大视场、小 F 数或小体积的成像光学系统一直是光学系统设计的追求目标。

Xie 等^[79] 设计了一个无遮拦全铝的自由曲面离轴两反光学系统。该系统的焦距为 92.5 mm, F 数为 3.7, 视场角达到了 $20^\circ \times 15^\circ$ 。该系统在 400~700 nm 工作波段的成像质量接近衍射极限, 且相对畸变不超过 3%。Wu 等^[48] 采用 FEC 方法设计了一种同时具有小 F 数和宽矩形视场的自由曲面离轴三反成像系统,

该系统的焦距为 9.3 mm, F 数为 1.39, 视场角达到了 $40^\circ \times 30^\circ$ 。最终系统在长波红外波段的成像质量接近衍射极限, 且相对畸变不超过 5.5%。图 8 展示了该光

学系统的设计布局、系统样机和在室外拍摄到的图像, 成像结果显示出该系统的实际成像性能良好。

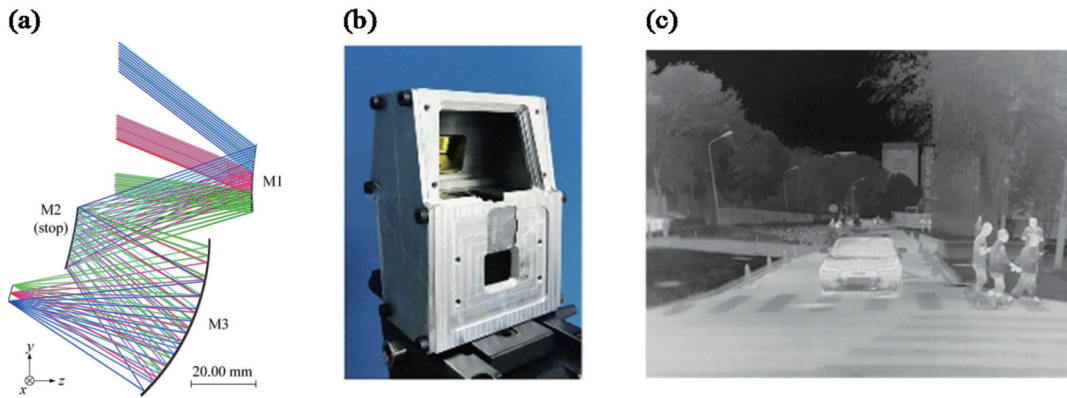


图 8 红外成像系统^[48]。(a)设计布局;(b)系统样机;(c)室外拍摄到的图像

Fig. 8 Infrared imaging system^[48]. (a) Design layout; (b) system prototype; (c) image captured outdoors

Hou 等^[12]在 CI 方法的基础上, 通过结合正向和反向光线追迹, 设计了一个在子午(竖直)方向具有超宽线性视场的离轴自由曲面成像光学系统, 如图 9(a) 所示。该系统工作在可见光波段, 具有 $1^\circ \times 70^\circ$ 的超宽线性视场, 有效焦距为 75 mm, F 数为 5.8。Zhang 等^[80]设计了一个具有超大视场的自由曲面离轴四反成像光学系统。该系统在弧矢(水平)方向上的视场角为 76° , F 数为 6.5, 焦距为 550 mm, 工作波段为 450~950 nm。此外, 该系统的次镜与四镜被集成为同一个元件, 这大大降低了系统的装调难度。Meng 等^[81]基于三阶像差理论设计了一款大视场离轴三反自由曲面成像光学系统。该系统工作在可见光波段, 焦距为 1.2 m, F 数为 12, 视场达 $30^\circ \times 1^\circ$ 。随后 Meng 等^[82]通过逐步扩展系统视场和自由曲面多项式项数的方法设计了一款在弧矢(水平)方向具有超宽视场的成像光学系统, 如图 9(b) 所示。该系统工作在可见光波段, 焦距为 1 m, F 数为 10, 视场角为 $80^\circ \times 4^\circ$ 。

Liu 和 Zhu^[51]利用一种自由曲面离轴多反成像光学系统的设计方法设计了一个具有极小 F 数的自由曲面离轴五反成像光学系统, 如图 9(c) 所示。该系统的 F 数仅为 0.7, 入瞳直径为 48.57 mm, 视场角为 $10^\circ \times 8^\circ$, 最大相对畸变为 4.7%, 在长波红外波段的成像质量接近衍射极限。Liu 和 Zhu^[83]还通过一种同时减小几何约束和光束重叠面积的方法设计了一个体积极为紧凑的自由曲面离轴三反成像光学系统。设计过程和结果如图 9(d) 所示, 最终系统 FPF_6 的体积仅为初始系统 FPF_1 体积的 14%。

2) 成像光谱仪系统

光谱包含了不同波长光的信息, 光谱信息在物质结构和性质的分析中具有重要作用。与普通光谱仪相比, 成像光谱仪不仅可以获取光谱信息, 而且可以获取图像信息。近年来, 为了获得具有更高的光谱分辨率

以及成像质量的成像光谱仪, 自由曲面被广泛应用到了成像光谱仪的设计之中。

2017 年, Liu 等^[84]设计了 15 种基于非球面和自由曲面系统的成像光谱仪, 如图 10 所示。该工作比较了不同类型系统的优缺点, 并给出了三镜消像散(TMA)系统的详细设计方案。该方案中次镜是由广义 Forbes^[85]多项式描述的 8 阶自由曲面, 主镜和三镜可以在同一基底上加工, 这简化了装配过程, 放宽了公差要求。最终系统工作在可见光和近红外波段, F 数为 3, 狭缝长度为 24 mm, 分辨率达到 6.5 nm。同期, Reimers 等^[86]以 Offner-Chrisp 成像光谱仪为例, 说明了自由曲面在成像光谱仪设计中的优势。相比于球面和非球面系统, 自由曲面系统可以将接近衍射极限的光谱带宽增加至少三倍, 或者将狭缝长度增加至少两倍。在狭缝长度和光谱范围相似的情况下, 自由曲面系统可以使系统体积很大程度地缩小, 或者使全视场平均波前差均方根(RMS)值从 0.2λ 下降到 0.066λ , 降低了 65%。

2018 年, Yang 等^[87]提出逐点设计自由曲面成像光谱仪的设计方法, 设计了一种在可见光和近红外波段下工作的紧凑型自由曲面反射成像光谱仪。该系统的 F 数为 3.57, 最大畸变小于单个像素大小的 10%, 在 28 lp/mm 空间频率下, 系统对不同波长的调制传递函数(MTF)均大于 0.7, 实现了高性能和小畸变的成像光谱仪设计。Zhang 等^[46]设计了两个成像质量接近衍射极限的自由曲面成像光谱仪。第一个成像光谱仪的工作光谱波段在 400~1000 nm 范围, 狭缝长度为 10 mm, 数值孔径为 0.16, 具体结构如图 11(a) 所示。该光谱仪的谱线弯曲和色畸变分别小于 $10 \mu\text{m}$ 和 $18 \mu\text{m}$, 光谱分辨率为 2 nm。第二个成像光谱仪采用 Offner 结构设计, 数值孔径为 0.19, 其他规格与第一个设计相同, 具体结构如图 11(b) 所示。该光谱仪的谱

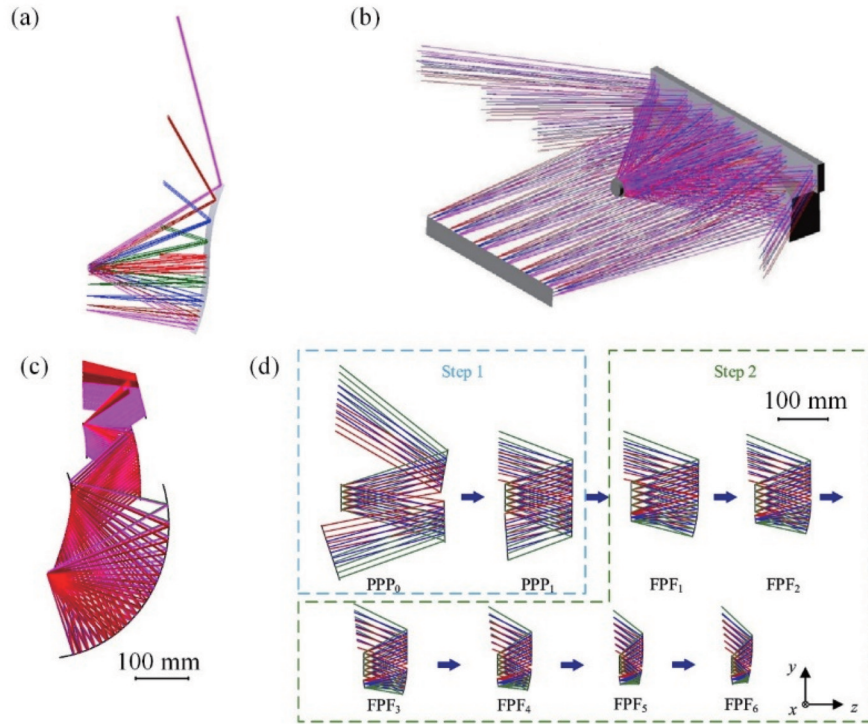


图 9 自由曲面成像系统举例。(a)子午方向超宽视场的自由曲面离轴三反成像系统^[12]; (b)弧矢方向超宽视场的自由曲面离轴三反成像系统^[82]; (c)自由曲面离轴五反成像系统^[51]; (d)小体积自由曲面成像系统设计过程^[83]

Fig. 9 Examples of freeform imaging system. (a) Freeform off-axis three-mirror imaging system with ultra-wide field of view in meridional direction^[12]; (b) freeform off-axis three-mirror imaging system with ultra-wide field of view in sagittal direction^[82]; (c) freeform off-axis five-mirror imaging system^[51]; (d) design process of small volume freeform imaging system^[83]

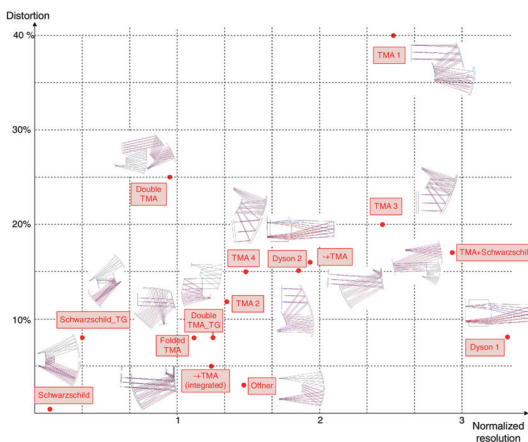


图 10 15 种不同系统的性能概述^[84]

Fig. 10 Performance overview of 15 different systems^[84]

线弯曲和色畸变分别小于 $11.1 \mu\text{m}$ 和 $1.4 \mu\text{m}$ 。Zhang 等^[88]还设计了基于单个自由曲面凹面反射光栅的成像光谱仪,具体结构如图 11(c)所示。该系统工作的光谱波段为 $400\sim 1000 \text{ nm}$,色畸变和谱线弯曲分别为 $0.175 \mu\text{m}$ 和 $0.109 \mu\text{m}$,全视场平均波前差 RMS 值为 0.0422λ 。该系统最大的特点是只包含一个光学元件,虽然性能有限,但结构极其简单,适用于即时现场测试。为了适应卫星小型化的特点,Liu 等^[89]设计了一款紧凑的推扫式高光谱自由曲面成像光谱仪,该系统

结构如图 11(d)所示。该系统的体积小于 2 L ,可以被放入 3U CubeSat(CubeSat 为标准化卫星,其大小被标准化为 $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ 的倍数,最小的体积单元被称为“U”)的几何结构中。该系统工作时的 F 数为 2 左右,具有 15° 空间维视场,入瞳直径为 30 mm 。

3) 投影光学系统

从办公学习到舞台特效,从电影放映到芯片的光刻制造,人们的生活早已离不开投影光学系统。近年来,自由曲面的应用使超短焦投影系统和极紫外光刻投影系统的性能得到了大幅提升。

与普通投影系统相比,超短焦投影系统的投影距离非常短,出射光线与水平方向的夹角非常大,因此占用的空间很小。投射比是表示投影系统在一定距离下投射画幅大小能力的参数,投射比小于 0.4 的投影系统被归类为超短焦投影系统^[90]。目前主流的超短焦投影系统的物镜结构为折反射型,该结构由若干个自由曲面离轴反射镜和一组同轴透镜组成。自由曲面离轴反射镜可以扩大系统视场,更好地校正畸变,同时还能压缩系统体积^[91]。Gao 等^[92]利用自由曲面直接设计方法设计了一款折反射式超短焦投影物镜,具体光路结构如图 12 所示。该物镜投射比为 0.29,可以在 440 mm 处投射 60 inch ($1 \text{ inch} = 2.54 \text{ cm}$) 的画面。该系统的焦距为 6.05 mm , F 数为 3,最大相对畸变为 4%。在实际加工该投影物镜时,需要对距离自由曲面

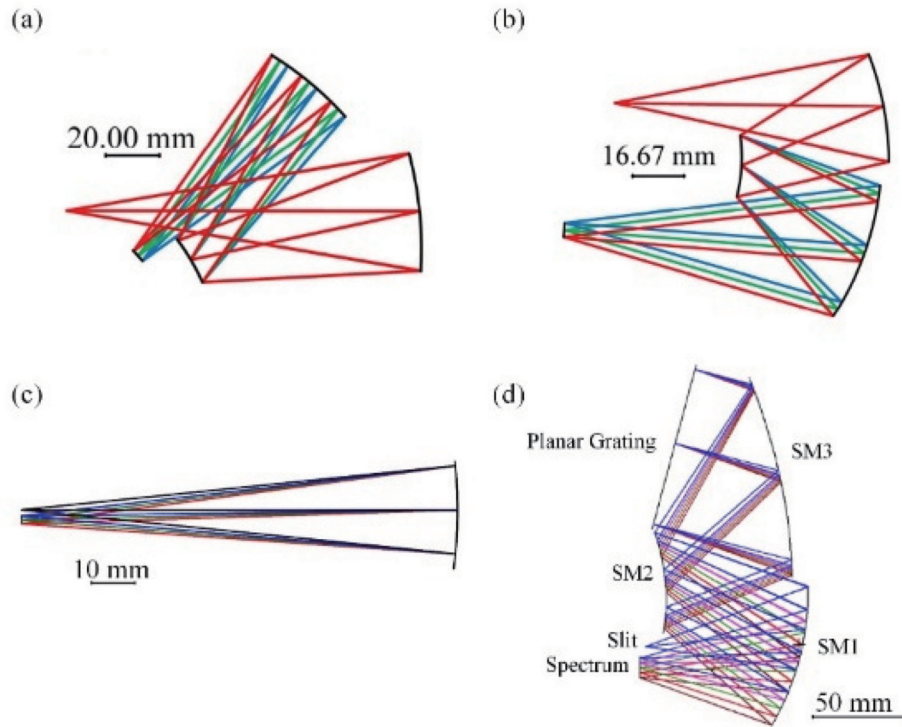


图 11 自由曲面成像光谱仪系统设计实例。(a)(b)两个不同结构的自由曲面成像光谱仪^[46];(c)仅包含一个自由曲面凹面光栅的成像光谱仪^[88];(d)双程反射式三重态光谱仪^[89]

Fig. 11 Design examples of freeform imaging spectrometers. (a) (b) Two freeform imaging spectrometers with different structures^[46]; (c) imaging spectrometer with single component of freeform concave grating^[88]; (d) double-pass reflective triplet spectrometer^[89]

反射镜较近的几片透镜进行切割,以避免产生光束遮挡。于百华等^[93]使用法线加权迭代优化的方法设计了一款投射比极低的折反射式超短焦投影物镜。该物镜的投射比仅为 0.19,可以在 580 mm 处投射 120 inch 的画面。该系统的焦距为 2.19 mm, F 数为 1.7,最大相对畸变为 0.72%。

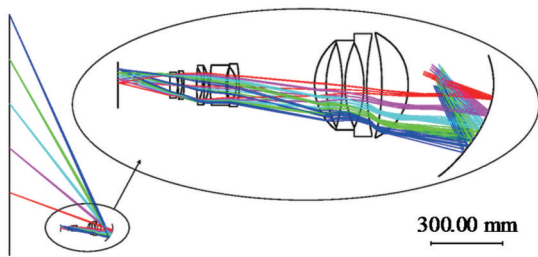


图 12 自由曲面折反射式超短焦投影物镜^[92]

Fig. 12 Freeform ultra-short throw catadioptric projection objective^[92]

极紫外光刻投影系统是极紫外光刻机中的核心光学系统,是一类对成像质量要求极高的光学系统。该类系统一般采用 6 个反射镜的结构。ASML 目前推出的最新一代极紫外光刻机中的投影光学系统为 6 个非球面反射镜的结构。该系统的数值孔径为 0.33,平均波像差 RMS 值低于 0.2 nm,最大畸变小于 0.3 nm^[94]。为了进一步提高光刻投影系统的成像分辨率,需要使用更大数值孔径和更高成像质量的光刻投影系统。因

此,ASML 提出了实现高数值孔径系统的全新方案^[95]。该方案仍然采用 6 个反射镜的结构,但其中的非球面会被替换为自由曲面。系统 x 方向和 y 方向的放大倍率将不再相同,数值孔径将从 0.33 提高到 0.55。同时,为了减小光线在最后一个反射镜上的入射角,对最后一个反射镜的中心区域进行挖孔设计。此外,其他一些研究者也尝试将自由曲面加入到极紫外光刻物镜的设计中。毛姗姗等^[96]在 6 个非球面反射镜结构的基础上,将其中的 4 个反射镜替换为自由曲面反射镜,使系统的数值孔径从 0.30 提升到了 0.35,平均波像差 RMS 值从 1 nm 减小至 0.4 nm,最大畸变为 0.7 nm。Liu 等^[97]从同轴结构出发,设计了一个数值孔径为 0.4 的包含 6 个自由曲面的极紫外光刻投影物镜。该系统的结构与 6 个非球面反射镜的结构差异不大。该系统的平均波像差 RMS 值为 0.38 nm,最大绝对畸变为 0.86 nm。Wu 等^[98]利用矢量像差理论和粒子群模拟退火算法设计出了一个数值孔径为 0.55 的极紫外光刻投影物镜,系统结构如图 13 所示。该系统的平均波像差 RMS 值低于 0.42 nm,最大畸变在 2 nm 以下。Yan 等^[99]使用一种分组设计的方法设计出了一个数值孔径为 0.55 的极紫外光刻投影物镜。该系统的平均波像差 RMS 值低于 1.02 nm,最大畸变在 0.12 nm 以下。

3.2 具有新结构和新功能的自由曲面成像光学系统

1) 特殊结构的离轴反射成像光学系统

离轴反射成像光学系统是一类被广泛应用的系

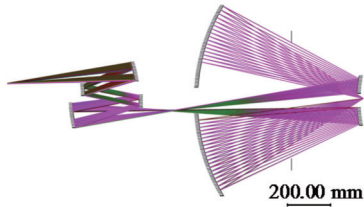


图 13 自由曲面极紫外光刻投影物镜^[98]

Fig. 13 Freeform extreme ultraviolet lithography projection objective^[98]

统,该类系统在发展过程中产生了许多特殊的结构类型。Zhu 等^[100]设计了一款主镜和三镜一体化的自由曲面离轴三反红外成像系统。该系统的主镜和三镜为自由曲面,次镜为非球面,系统的三维视图如图 14(a)所示。另外,该系统的主镜和三镜被加工在同一工件上,这大大降低了系统的装调难度。Yang 等^[13]设计了一款新颖紧凑的自由曲面离轴三反成像光学系统,如图 14(b)所示。该系统的主镜和三镜具有相同的表达式,并且它们被集成在同一个自由曲面上。通过这种方式,该系统的自由度要比一般的离轴三反光学系统少得多。相较于文献^[100],该系统只需加工两个自

由曲面,曲面的加工与测试成本可以有效降低。Beier 等^[101]设计了一个自由曲面离轴四反无焦望远系统。该系统的主镜和三镜被加工在同一块工件上,次镜和四镜也被加工在同一块工件上。Tan 和 Zhu^[102]设计了一款具有特殊空间结构的完全没有对称性的离轴三反自由曲面光学系统,如图 14(c)所示。该系统同时使用了 XY 多项式中的奇次和偶次项来描述自由曲面反射镜的面形。该系统的像面中心与三个反射镜的中心不在同一个平面内。不同于传统离轴三反光学系统存在一个方向的尺寸明显更大的特点,该系统在 x 、 y 、 z 三个方向的尺寸接近。这种无对称结构使光学设计者能够更灵活地设计光学系统的几何形状。Fuerschbach 等^[103]设计了一个具有特殊“球形轮廓”结构的自由曲面离轴三反红外成像系统。不同于传统的离轴反射三联体结构,该系统中的三个反射镜共同构成了一个类似球形的结构,系统中的光束是相互重叠的,这使系统变得更加紧凑。该系统工作在长波红外波段,其视场为 $8^\circ \times 6^\circ$,入瞳直径为 30 mm, F 数为 1.9。Wu 等^[72]设计与上述系统结构类似的自由曲面离轴三反系统,如图 14(d)所示。该系统的视场为 $4^\circ \times 3^\circ$,焦距为 60 mm, F 数为 1.7,在中波红外波段 ($3 \sim 5 \mu\text{m}$) 的成像质量接近衍射极限。

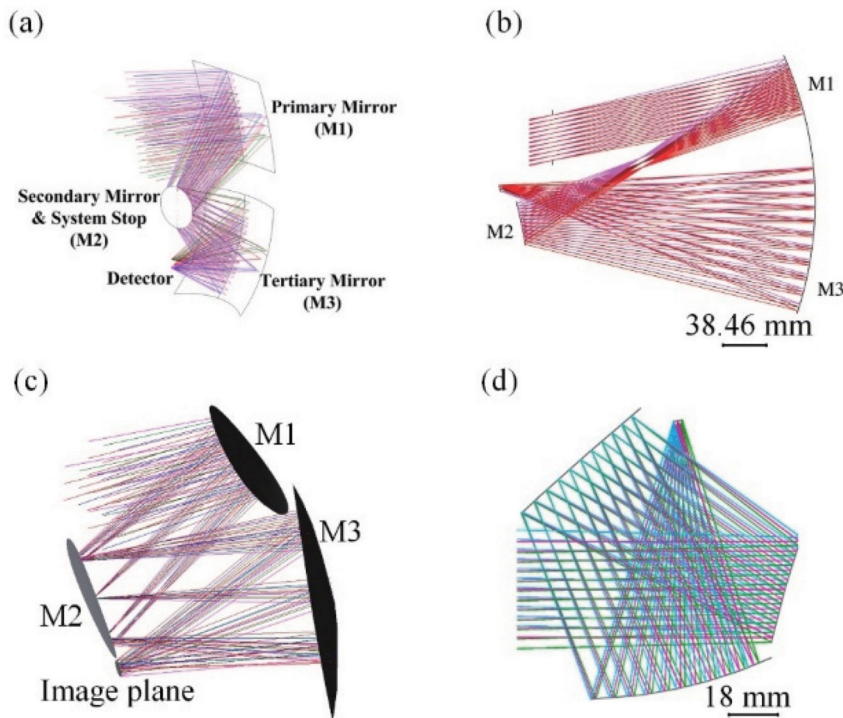


图 14 自由曲面离轴光学系统。(a)自由曲面红外成像系统的三维视图^[100]; (b)主镜与三镜共用同一曲面表达式的自由曲面离轴三反系统^[13]; (c)无对称性的空间自由曲面离轴三反光学系统^[102]; (d)球形轮廓离轴反射式自由曲面光学系统^[72]

Fig. 14 Freeform surface off-axis optical system. (a) 3D view of freeform infrared imaging system^[100]; (b) freeform off-axis three-mirror system in which primary mirror and third mirror share same surface expression^[13]; (c) spatial freeform off-axis three-mirror optical system without any symmetry^[102]; (d) off-axis reflection freeform surface optical system with spherical package^[72]

2) 目视光学系统

在目视光学系统中,自由曲面被广泛应用于头戴

式显示器、平视显示器和相机电子取景器等。头戴式显示器通常用于实现虚拟现实(VR)和增强现实(AR)

功能,其最基本的原理是将显示器产生的图像经过光学系统后成像在人眼的远点或明视距离处。Cheng 等^[104]利用自由曲面楔形棱镜设计了一款具有大视场角和大相对孔径的光学透视头戴式显示器(OST-HMD)。该系统的 F 数为 1.875,视场为 $45^\circ \times 32^\circ$,出瞳距为 18.25 mm,出瞳直径达 8 mm。其中系统的虚拟显示部分仅由一块自由曲面楔形棱镜组成。巧妙利用光的全反射原理,微显示器发出的光在棱镜中经过两次反射和两次折射后进入人眼成像,这大大提高了系统的紧凑性。此外,该系统利用一面与楔形棱镜胶合的自由曲面辅助透镜抵消了楔形棱镜引入的光焦度和像差,让人在能够看清显示器图像的同时也能看清真实世界的景物,从而实现了光学透视功能。Hua 等^[105]利用一个楔形棱镜将包含虚拟显示、透视、眼睛照明和眼睛成像的 4 种独特光路组合在一起,开发了一款具有眼动跟踪功能的头戴式显示器(ET-HMD)。该系统的有效焦距为 25.5 mm, F 数约为 1.9,出瞳距为 20 mm,虚拟显示视场达 $40^\circ \times 20^\circ$ 。Cheng 等^[106]提出了一种基于自由曲面拼接的高分辨率、大视场 HMD 方案。该示例系统的视场达 $56^\circ \times 45^\circ$,分辨率为 $3.2'$ 。此外,如果在自由曲面目镜的侧面和底面同时进行拼接,可以获得更大的视场。Pan 等^[107]提出了一款面向视网膜芯片用户和低视力辅助用户的两反 HMD 系统。该系统的 F 数为 3.75,出瞳直径为 8 mm,出瞳距为 15 mm,对角视场为 30° 。该设计使用了两个 XY 多项式自由曲面使 HMD 变得紧凑,同时很好地控制像差。Cheng 等^[108]利用 3 个楔形自由曲面棱镜和 2 个旋转对称透镜设计了一个具有大出瞳直径和视力校正功能的自由曲面 OST-HMD 系统,如图 15(a)所示。该系统具有 45.3° 的对角视场, F 数为 1.8,出瞳大小为 $12\text{ mm} \times 8\text{ mm}$,虚拟图像光路和透视光路的畸变分别为 0.6% 和 0.4%。此外,该系统还可以通过改变辅助透镜 E_1 的第一个表面 S_1 的半径,使光学系统满足用户的屈光度要求。Wilson 和 Hua^[109]使用自由曲面 Alvarez 透镜设计了一款带有合成器的变焦距透视型头戴显示器,如图 15(b)所示。该系统的显示光路通过 Alvarez 透镜组实现 0 到 3 m^{-1} 范围内的动态调焦。

平视显示器的功能是利用光学系统使图像显示到与人眼近似水平的位置上,从而使人们可以平视查看。Wei 等^[110]提出了一种用于汽车平视显示器的自由曲面离轴三反系统。该系统由挡风玻璃、自由曲面反射镜和平面镜组成,仅需少量光学元件即可实现汽车平视显示器的优异光学性能。此外,该系统中将像源、平面镜和自由曲面反射镜配置在了同一水平面上,保证了结构的紧凑性,使光学元件易于组装。Qin 等^[111]使用单个图像生成单元(PGU)和单个自由曲面镜设计了一个双焦面的反射式增强现实抬头显示(AR HUD)系统。通过使用两个平面镜将 PGU 的一部分光学中

继到一个新位置,该系统产生了两种不同的投射距离,并在整个眼瞳箱($120\text{ mm} \times 60\text{ mm}$)中获得了高成像质量。与使用两个分离的 PGU 的 AR HUD 相比,该 AR HUD 系统具有更加紧凑的体积,这有利于其在紧凑型汽车中的应用,提高驾驶安全性并改善驾驶体验。Lee 等^[112]提出了一种基于立体视觉的光场 3D 显示系统,该系统将眼动跟踪集成到 HUD 中以改善驾驶员的体验,具体结构如图 15(c)所示。该显示系统用简化的透镜模型代替实际的复杂光学系统,从而将驾驶员的眼睛位置(基于眼动跟踪)转换为虚拟的眼睛位置,这有助于降低计算复杂度,提高计算速度。该显示系统具有 $10^\circ \times 5^\circ$ 的视场范围和小于 1.5% 的静态串扰。该显示系统还被制作成样机,该样机表现出了与仿真结果相近的高成像质量和低静态串扰。Gu 等^[113]设计了一个离轴四反自由曲面平视显示器。该系统包含两个球面镜、一个平面镜和一个自由曲面镜,并在光学设计阶段对双目视差进行了评估和修正。通过翻转光学系统并结合完美透镜的方法,有效校正了系统的双目视差,最终系统的水平会聚度、水平发散度和垂直发散度分别被限制在 $3.5'$ 、 $1.5'$ 和 $2.0'$ 之内。

相机电子取景器的作用是将相机镜头所成的图像实时显示到人眼里,便于人们进行观察和拍摄。Bauer 和 Rolland^[114]基于像差理论设计了一个反射式自由曲面电子取景器。设计时利用像差理论确定了更好的初始几何结构,并基于像差理论进行系统优化。最终该系统的对角视场达 25° ,出瞳直径达 12 mm,出瞳距大于 25 mm。在视空间以 3 mm 的光瞳大小进行评价,该系统在 $0.5\text{ lp}/(')$ 处的调制传递函数大于 0.3。Bauer 等^[115]设计了一款离轴五反自由曲面专业型摄像机电子取景器,如图 15(d)所示。系统的眼瞳箱直径为 12 mm,出瞳距达 25 mm。以 4 mm 的光瞳大小进行评价时,该系统奈奎斯特频率处的 MTF 值大于 0.25。此外,该系统还具有 $\pm 5\text{ m}^{-1}$ 的视度调节功能。

3) 具有局域光学特性的成像光学系统

等效焦距(EFL)被广泛用于成像光学系统的特性描述。但是,对于视场较大的成像光学系统,EFL 只能表述该系统的平均特性,而无法准确地描述整个视场内的光学特性。为此,Zhu 等^[116]引入视场焦距(FFL)的概念来描述自由曲面光学系统的局域光学特性。基于此概念,Zhu 等^[116]设计了一个自由曲面离轴三反成像系统,设计实例如图 16(a)所示。该系统在 30° 的视场范围内具有不同的 FFL,通过对 FFL 的控制使得该系统在整个视场范围内具有近乎恒定的地元分辨率(GR)。随后,Zhang 等^[117]在视场焦距的基础上又提出了视场入瞳以及视场 F 数等概念,并基于此设计出了一个功能新颖的自由曲面成像光学系统。该系统具有随视场角度不断变化的光学特性:在中心视场,系统相当于长焦相机;而在边缘视场,系统相当于短焦相机;在全视场范围,系统的 F 数恒定。在整个视场范

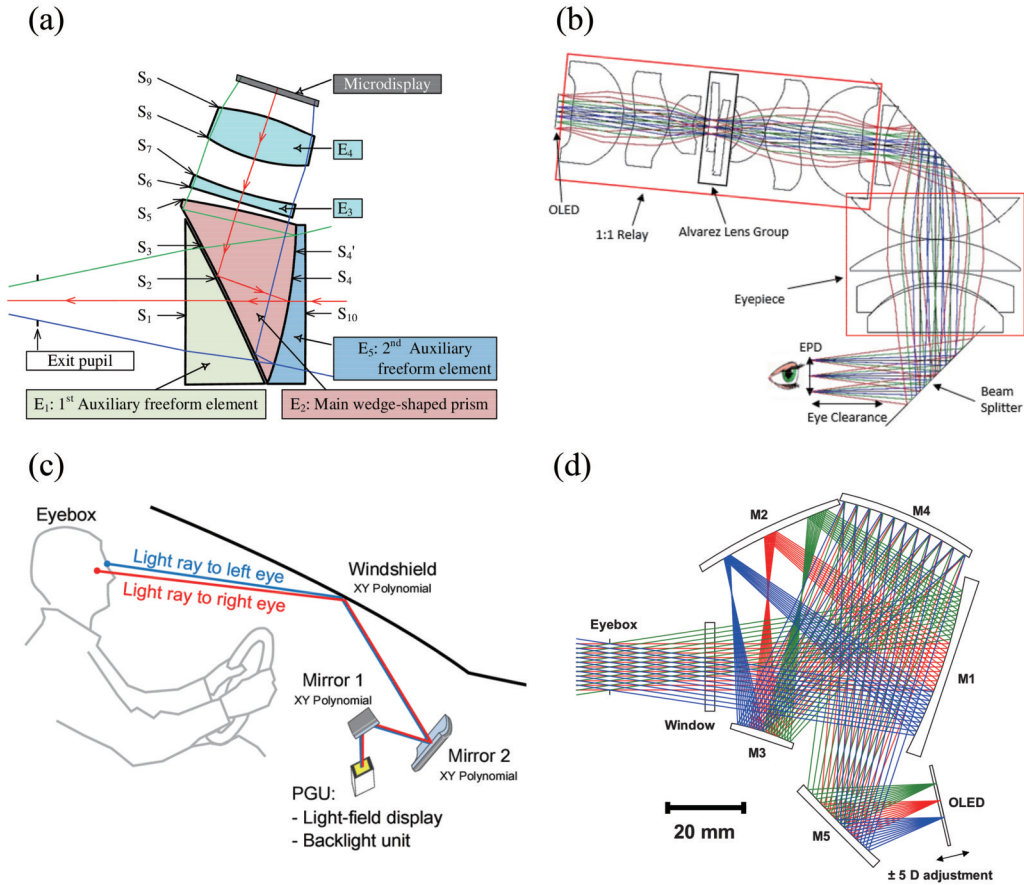


图 15 自由曲面目视成像系统。(a)OST-HMD 系统的布局^[108];(b)使用自由曲面 Alvarez 透镜的变焦 OST-HMD 的光学系统布局^[109];(c)AR 3D HUD 的光学布局^[112];(d)反射式自由曲面电子取景器^[115]
 Fig. 15 Freeform surface visual imaging system. (a) Layout of OST-HMD system^[108]; (b) optical system layout of varifocal-plane OST-HMD using freeform Alvarez lenses^[109]; (c) optical layout of AR 3D HUD^[112]; (d) reflective freeform electronic viewfinder^[115]

围内,与视场相关的特性参数发生了 2 倍的变化。最终的系统设计相当于一个由多个镜头组成的拼接相机,如图 16(b)所示。通过这种配置,在保持探测器尺寸固定的情况下,可以同时提高系统的视场范围和最大分辨率。受人眼的分辨率随视场角变化的现象启发,Wu 等^[118]使用视场相关参数的概念成功设计了一种具有与人眼相似分辨率分布特征的新型成像系统,最终设计结果如图 16(c)所示。

4) 其他新颖光学系统

自由曲面还被应用在一些有特殊功能的成像光学系统中。Wu 等^[119]设计了一个可以实现横向像平移功能的自由曲面单透镜。横向像平移功能是指将一个或一组光学元件插入到给定的光学系统后面时,原光学系统的像会发生横向的平移。在 Wu 设计的系统中,当将设计的自由曲面单透镜插入给定系统时,原系统的像会发生 15 mm 的平移,具体效果如图 17(a)所示。同时,当该自由曲面单透镜绕光轴进行旋转时,被平移的像也会绕光轴进行旋转,但像自身不会发生旋转,具体效果如图 17(b)所示。这种奇特的现象在扫描成像、图像处理和工业生产等领域有着潜在的应用价值。

Tang 等^[120]提出了一种将多套系统规格集成为一个自由曲面光学系统的设计理念,并设计了三个不同的集成自由曲面成像光学系统。第一个系统是具有长工作距离范围的集成自由曲面光学系统,如图 18(a)所示。该系统可以实现对 125 mm 处到无穷远处物体的清晰成像。第二个系统是具有双视场范围的集成自由曲面光学系统,如图 18(b)所示。该系统可以使用一个探测器对两个视场范围进行清晰成像,两个视场范围的大小均为 $2^\circ \times 2^\circ$,中心视场分别为 0° 和 4° 。第三个系统是具有双焦距的集成自由曲面光学系统,如图 18(c)所示。该系统仅需使用一个探测器,即可实现对两个视场范围不同焦距的成像。两个视场范围的视场中心分别为 0° 和 4° ,焦距分别为 120 mm 和 140 mm。虽然上文中的集成光学系统只是两种性能的集成,但上述思想可以用于具有三种或更多不同性能组合的集成光学系统的设计之中。

Jahn 等^[121]提出了两个包含自由曲面图像分割模块的 Korsch 型 TMA 系统,其中每个图像分割模块包含两个 Zernike 多项式表示的自由曲面。图像分割模块的作用与积分场单元的作用相反,它可以将长的线视场进行分割,并重新成像于指定位置。经过图像分

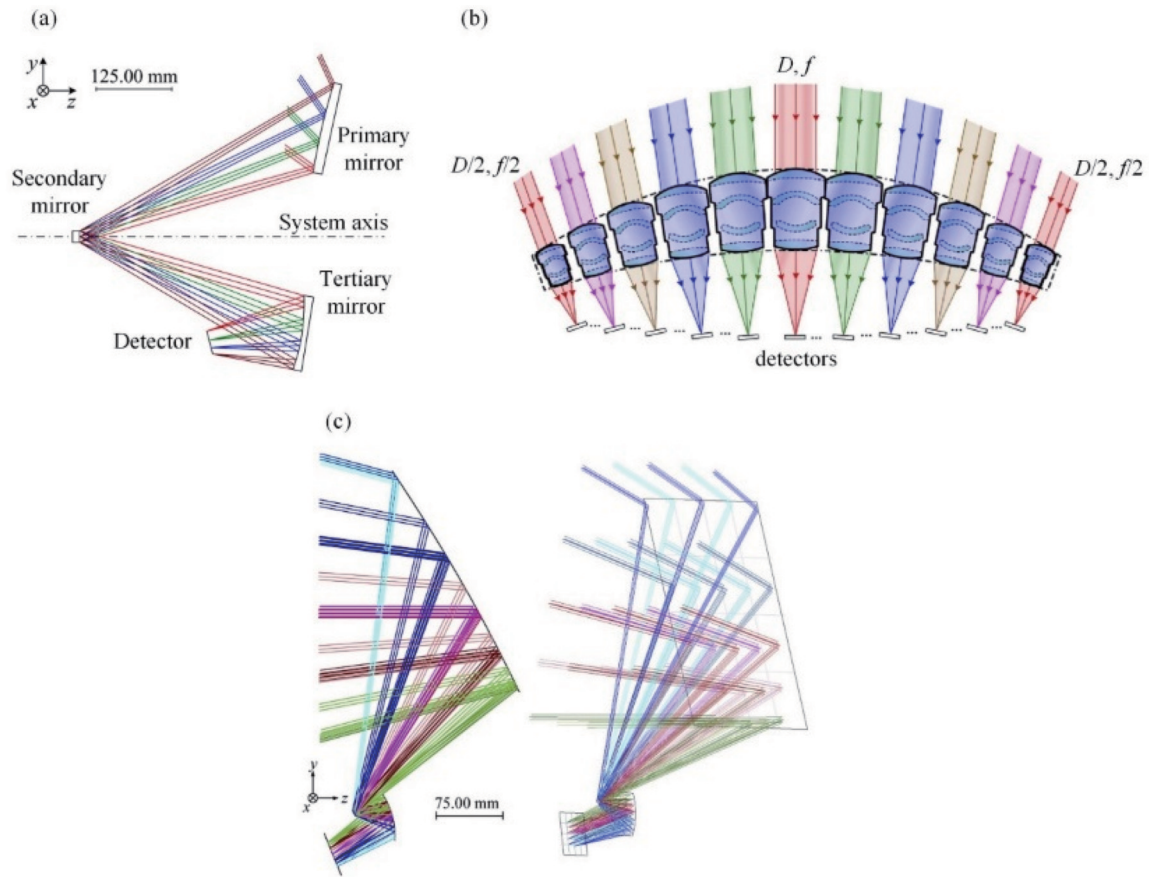


图 16 具有局域光学特性的成像光学系统。(a)通过控制 FFL 而具有均匀 GR 的倾斜相机^[116];(b)相当于由多个镜头组成的拼接相机的光学系统^[117];(c)具有与人眼相似分辨率分布特征的成像系统^[118]

Fig. 16 Imaging optical systems with local optical properties. (a) Oblique camera with uniform GR, designed by controlling FFL^[116]; (b) optical system equivalent to a splicing camera composed of multiple lenses^[117]; (c) imaging system with resolution distribution similar to that of human eye^[118]

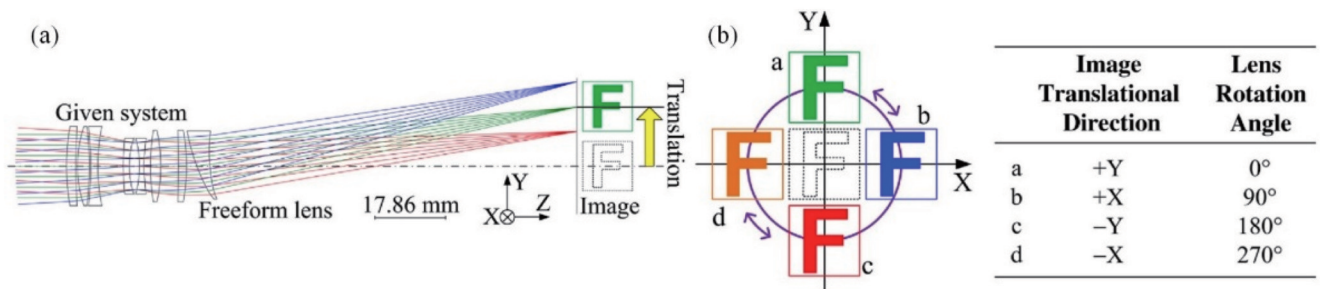


图 17 实现横向像平移功能的自由曲面成像光学系统^[119]。(a)系统二维结构和像平移功能;(b)当自由曲面透镜绕光轴旋转不同角度时像变化的规律

Fig. 17 Freeform imaging optical system with lateral image translation function^[119]. (a) System two-dimensional structure and image translation function; (b) law of image change when freeform lens rotates at different angles around optical axis

割模块后,第一个系统的线视场被分割为 13 个子视场,并成像在一个二维时间延迟积分(TDI)阵列探测器上。第二个系统的线视场被分割为 9 个子视场,并成像在 9 个条状 TDI 探测器上。利用自由曲面图像分割模块技术,这两个直径为 1.3 m 的光学系统都可以在 1.1°的线视场范围内实现接近衍射极限以及低畸变的成像质量。这种图像分割模块可以实现小型、小质

量、低功耗的焦平面探测。Ma 等^[122]提出了一种新的变焦系统,设计了一个用于实现具有特定环形视场中心的自由曲面全景变焦系统。该系统的变焦效果是通过使自由曲面透镜绕光轴旋转来实现的,这与传统的通过移动透镜的变焦方法不同。Chen 等^[123]设计了一个包含一个自由曲面透镜和多个球面透镜的折射型非制冷长波红外热像仪系统,如图 19 所示。该系统可以

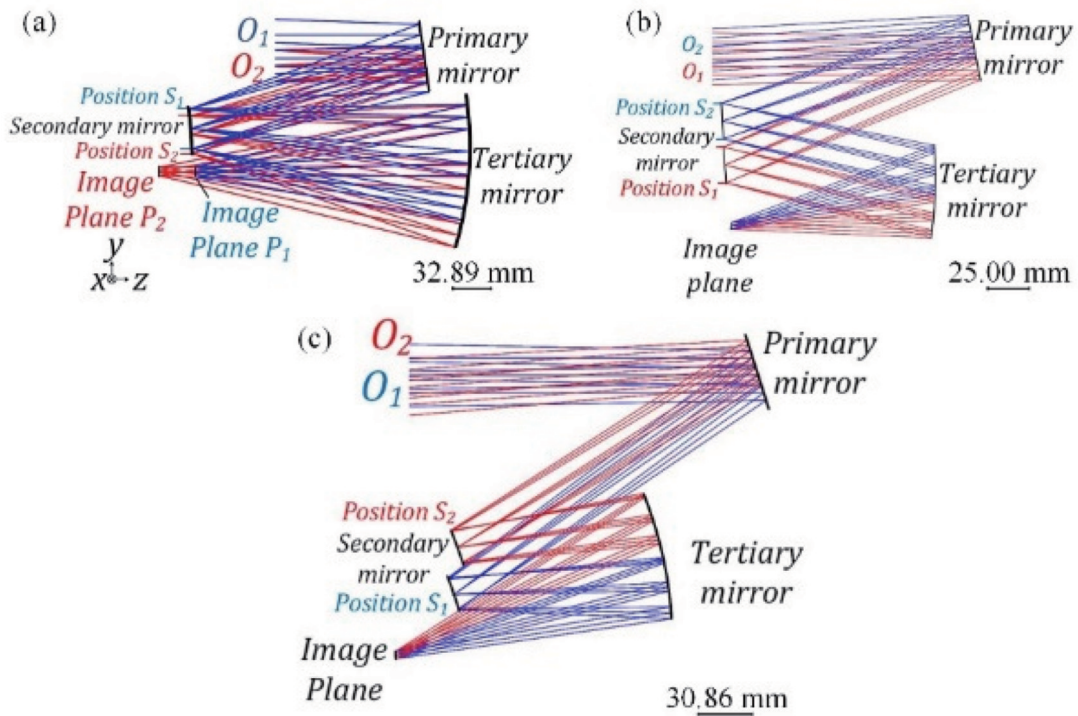


图 18 三个具有不同功能的集成自由曲面成像光学系统^[120]。(a)具有长工作距离的集成自由曲面光学系统;(b)具有双视场范围的集成自由曲面光学系统;(c)具有双焦距的集成自由曲面光学系统

Fig. 18 Three freeform optical systems with multiple sets of performance integrations^[120]. (a) Integrated freeform optical system with long working distance; (b) integrated freeform optical system with double fields of view; (c) integrated freeform optical system with double focal lengths

更有效地校正宽视场系统固有的畸变问题,同时获得比传统非球面光学系统更好的热成像性能。

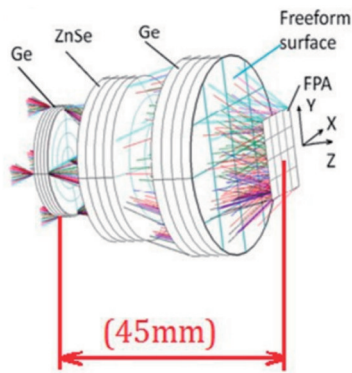


图 19 自由曲面红外折射型热像仪^[123]

Fig. 19 Freeform infrared refractive thermal imager^[123]

具有高性能、新结构和新功能的自由曲面成像光学系统还有很多^[124-136],以上仅给出了自由曲面在成像光学系统中的部分应用实例。

4 总结与展望

介绍了自由曲面成像光学系统的发展背景和现状,主要对自由曲面的设计方法和具体应用进行了总结。在设计方法方面,介绍了基于像差理论的设计方法、多种直接设计方法和全自动设计方法。在具体应

用方面,介绍了一系列具有高性能、新结构和新功能的自由曲面成像光学系统。自由曲面成像光学系统设计方法已经取得了巨大的突破,未来可能向以下几个方向发展:

第一,向着全自动化设计的方向发展。全自动化设计是指在几乎不需要人工参与的情况下,只需要输入光学规格和设计约束就可以直接设计出一个或多个成像质量接近衍射极限或满足目标要求的光学系统。同时,全自动化设计还应该包括可以自动选择曲面的类型(球面、非球面以及不同数学形式的自由曲面)、自动判断所需的曲面数量以及自动挑选系统的结构类型等特征。

第二,向着快速化设计的方向发展。光学系统的求解是一个寻找全局最优解或局部最优解的过程。自由曲面的自由度大,数学复杂度高,自由曲面光学系统对应的求解空间维数更高,求解所需的时间更长。因此自由曲面光学系统的快速化设计是一个必须要面对和解决的难题。

第三,向着与机器学习结合的方向发展。目前机器学习已经开始应用到了自由曲面成像光学系统的设计中,但是大多数算法训练出的模型仅适用于固定曲面数量和空间结构的特定光学系统,且输入参数的选取仍依赖于设计者的先验经验,算法的训练时间和传统方法的设计时间相比也没有明显优势。因此,通用、

高效、融合光学知识的机器学习算法将更加适用于自由曲面光学系统的设计。

第四,向着在设计的同时考虑工艺性的方向发展。目前的光学系统设计和后续的公差分析、加工、检测和装调等过程是分开的。如果在光学设计的同时考虑加工的工艺性,则可以将以上步骤进行合并,实现更加高效的设计过程。随着自由曲面成像光学系统的设计方法被不断研究和完善,越来越多的自由曲面成像光学系统被设计出来。

目前自由曲面成像光学系统的具体应用主要有以下几个发展方向:

1) 朝着更高性能的方向发展。大视场、小 F 数、小体积和高成像质量的自由曲面成像光学系统仍然是人们追求的目标。

2) 朝着更新功能的方向发展。不同应用领域对光学系统的功能有不同的要求。自由曲面成像光学系统有望给新兴领域提供技术方案,也有望使传统领域的发展瓶颈得到突破。自由曲面的应用还可能使光学系统产生一些特殊的光学性能。

3) 朝着更新结构的方向发展。利用自由曲面不仅可以设计出更紧凑的光学系统,还可以设计出具有特殊形状的光学系统。这些系统在不同场景下有着巨大的应用潜力。

高性能和新功能的自由曲面光学系统会对自由曲面的加工、检测和装调技术提出更高的要求。这些技术的进步也会继续推动自由曲面成像光学系统的发展。

参 考 文 献

- [1] Cui S F, Lyons N P, Diaz L R, et al. Silicone optical elements for cost-effective freeform solar concentration[J]. *Optics Express*, 2019, 27(8): A572-A580.
- [2] Wei L D, Li Y C, Jing J J, et al. Design and fabrication of a compact off-axis see-through head-mounted display using a freeform surface[J]. *Optics Express*, 2018, 26(7): 8550-8565.
- [3] Schiesser E M, Bauer A, Rolland J P. Effect of freeform surfaces on the volume and performance of unobscured three mirror imagers in comparison with off-axis rotationally symmetric polynomials[J]. *Optics Express*, 2019, 27(15): 21750-21765.
- [4] Yoon C, Bauer A, Xu D, et al. Absolute linear-in-k spectrometer designs enabled by freeform optics[J]. *Optics Express*, 2019, 27(24): 34593-34602.
- [5] Rolland J P, Davies M A, Suleski T J, et al. Freeform optics for imaging[J]. *Optica*, 2021, 8(2): 161-176.
- [6] Fang F Z, Zhang X D, Weckenmann A, et al. Manufacturing and measurement of freeform optics[J]. *CIRP Annals*, 2013, 62(2): 823-846.
- [7] Jiang X, Scott P, Whitehouse D. Freeform surface characterisation-a fresh strategy[J]. *CIRP Annals*, 2007, 56(1): 553-556.
- [8] Thompson K P, Rolland J P. Freeform optical surfaces: a revolution in imaging optical design[J]. *Optics and Photonics News*, 2012, 23(6): 30-35.
- [9] Kingslake R, Johnson R B. *Lens design fundamentals*[M]. 2nd ed. London: Academic Press, 2010.
- [10] Shannon R R. *The art and science of optical design*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [11] Conrady A E. *Applied optics and optical design, part one*[M]. New York: Dover Publications, 1991.
- [12] Hou W, Zhu J, Yang T, et al. Construction method through forward and reverse ray tracing for a design of ultra-wide linear field-of-view off-axis freeform imaging systems[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(5): 055603.
- [13] Yang T, Zhu J, Jin A G. Compact freeform off-axis three-mirror imaging system based on the integration of primary and tertiary mirrors on one single surface[J]. *Chinese Optics Letters*, 2016, 14(6): 60801-60805.
- [14] Shack R V, Thompson K. Influence of alignment errors of a telescope system on its aberration field[J]. *Proceedings of SPIE*, 1980, 0251: 146-153.
- [15] Thompson K P. *Aberration fields in tilted and decentered optical systems*[D]. Tucson: The University of Arizona, 1980.
- [16] Thompson K. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(7): 1389-1401.
- [17] Schmid T, Rolland J P, Rakich A, et al. Separation of the effects of astigmatic figure error from misalignments using Nodal Aberration Theory (NAT)[J]. *Optics Express*, 2010, 18(16): 17433-17447.
- [18] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. Theory of aberration fields for general optical systems with freeform surfaces[J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 26585-26606.
- [19] Bauer A, Schiesser E M, Rolland J P. Starting geometry creation and design method for freeform optics[J]. *Nature Communications*, 2018, 9: 1756.
- [20] Sasian J M. How to approach the design of a bilateral symmetric optical system[J]. *Optical Engineering*, 1994, 33(6): 2045-2061.
- [21] Reshidko D, Sasian J. Method for the design of nonaxially symmetric optical systems using free-form surfaces[J]. *Optical Engineering*, 2018, 57(10): 101704.
- [22] Papa J C, Howard J M, Rolland J P. Starting point designs for freeform four-mirror systems[J]. *Optical Engineering*, 2018, 57(10): 101705.
- [23] Papa J C, Howard J M, Rolland J P. Three-mirror freeform imagers[J]. *Proceedings of SPIE*, 2018, 1069: 106901D.
- [24] Papa J C, Howard J M, Rolland J P. Automatic solution space exploration for freeform optical design[C]//*Optical Design and Fabrication 2019 (Freeform, OFT)*, June 10-12, 2019, Washington, DC. Washington, DC: Optica Publishing Group, 2019: FM4B.1.
- [25] Wassermann G D, Wolf E. On the theory of aplanatic aspheric systems[J]. *Proceedings of the Physical Society Section B*, 1949, 62(1): 2-8.
- [26] Vaskas E M. Note on the wasserman-wolf method for designing aspheric surfaces[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1957, 47(7): 669-670.
- [27] Knapp D J. *Conformal optical design*[D]. Tucson: The University of Arizona, 2002.
- [28] Hicks R A. Direct methods for freeform surface design[J]. *Proceedings of SPIE*, 2007, 6668: 666802.
- [29] Cheng D W, Wang Y T, Hua H. Free form optical system design with differential equations[J]. *Proceedings of SPIE*, 2010, 7849: 78490Q.
- [30] Hicks R A. Controlling a ray bundle with a free-form reflector[J]. *Optics Letters*, 2008, 33(15): 1672-1674.
- [31] Hicks R A, Croke C. Designing coupled free-form surfaces[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2010, 27(10): 2132-2137.
- [32] Volatier J B, Druart G. Differential method for freeform optics applied to two-mirror off-axis telescope design[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(5): 1174-1177.

- [33] Minano J C, González J C. New method of design of nonimaging concentrators[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(16): 3051-3060.
- [34] Minano J C, Benítez P, González J C. RX: a nonimaging concentrator[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(13): 2226-2235.
- [35] Minano J C, Benítez P, Lin W, et al. An application of the SMS method for imaging designs[J]. *Optics Express*, 2009, 17(26): 24036-24044.
- [36] Duerr F, Benítez P, Minano J C, et al. Analytic design method for optimal imaging: coupling three ray sets using two free-form lens profiles[J]. *Optics Express*, 2012, 20(5): 5576-5585.
- [37] Duerr F, Benítez P, Minano J C, et al. Analytic free-form lens design in 3D: coupling three ray sets using two lens surfaces[J]. *Optics Express*, 2012, 20(10): 10839-10846.
- [38] Nie Y F, Thienpont H, Duerr F. Multi-fields direct design approach in 3D: calculating a two-surface freeform lens with an entrance pupil for line imaging systems[J]. *Optics Express*, 2015, 23(26): 34042-34054.
- [39] Benítez P, Nikolic M, Minano J C, et al. Second-order semi-aplanatic freeform optics as a limit case of the SMS 3D design method[J]. *Optics Express*, 2022, 30(15): 25985-25994.
- [40] Zhu J, Yang T, Jin G F. Design method of surface contour for a freeform lens with wide linear field-of-view[J]. *Optics Express*, 2013, 21(22): 26080-26092.
- [41] Yang T, Zhu J, Wu X F, et al. Direct design of freeform surfaces and freeform imaging systems with a point-by-point three-dimensional construction-iteration method[J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 10233-10246.
- [42] Yang T, Zhu J, Hou W, et al. Design method of freeform off-axis reflective imaging systems with a direct construction process [J]. *Optics Express*, 2014, 22(8): 9193-9205.
- [43] Zhu J, Wu X F, Yang T, et al. Generating optical freeform surfaces considering both coordinates and normals of discrete data points[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2014, 31(11): 2401-2408.
- [44] Gong T T, Jin G F, Zhu J. Full-field point-by-point direct design method of off-axis aspheric imaging systems[J]. *Optics Express*, 2016, 24(26): 29417-29426.
- [45] Gong T T, Jin G F, Zhu J. Point-by-point design method for mixed-surface-type off-axis reflective imaging systems with spherical, aspheric, and freeform surfaces[J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10663-10676.
- [46] Zhang B Q, Jin G F, Zhu J. Design method for freeform optical systems containing diffraction gratings[J]. *Optics Express*, 2018, 26(16): 20792-20801.
- [47] Tang R R, Zhang B Q, Jin G F, et al. Multiple surface expansion method for design of freeform imaging systems[J]. *Optics Express*, 2018, 26(3): 2983-2994.
- [48] Wu W C, Jin G F, Zhu J. Optical design of the freeform reflective imaging system with wide rectangular FOV and low F-number[J]. *Results in Physics*, 2019, 15: 102688.
- [49] Yang T, Zhu J, Jin G F. Starting configuration design method of freeform imaging and afocal systems with a real exit pupil[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(2): 345-353.
- [50] Yang T, Jin G F, Zhu J. Design of image-side telecentric freeform imaging systems based on a point-by-point construction-iteration process[J]. *Chinese Optics Letters*, 2017, 15(6): 062202.
- [51] Liu X Y, Zhu J. Design method of freeform off-axis multi-mirror optical systems[J]. *Photonics*, 2022, 9(8): 534.
- [52] van Brunt B. Mathematical possibility of certain systems in geometrical optics[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, 11(11): 2905-2914.
- [53] Duerr F, Thienpont H. Freeform imaging systems: Fermat's principle unlocks "first time right" design[J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10: 95.
- [54] Nie Y F, Shafer D R, Ottevaere H, et al. Automated freeform imaging system design with generalized ray tracing and simultaneous multi-surface analytic calculation[J]. *Optics Express*, 2021, 29(11): 17227-17245.
- [55] Wuest T, Weimer D, Irgens C, et al. Machine learning in manufacturing: advantages, challenges, and applications[J]. *Production & Manufacturing Research*, 2016, 4(1): 23-45.
- [56] Koza J R, Bennett F H, Andre D, et al. Automated design of both the topology and sizing of analog electrical circuits using genetic programming[M]//Gero J S, Sudweeks F. *Artificial intelligence in design '96*. Dordrecht: Springer, 1996: 151-170.
- [57] Schmidhuber J. Deep learning in neural networks: an overview [J]. *Neural Networks*, 2015, 61: 85-117.
- [58] LeCun Y, Bengio Y, Hinton G. Deep learning[J]. *Nature*, 2015, 521(7553): 436-444.
- [59] Yang T, Cheng D W, Wang Y T. Direct generation of starting points for freeform off-axis three-mirror imaging system design using neural network based deep-learning[J]. *Optics Express*, 2019, 27(12): 17228-17238.
- [60] Fan C X, Yang B, Liu Y P, et al. Using deep learning to automatically generate design starting points for free-form imaging optical systems[J]. *Applied Optics*, 2022, 61(21): 6241-6248.
- [61] Chen W C, Yang T, Cheng D W, et al. Generating starting points for designing freeform imaging optical systems based on deep learning[J]. *Optics Express*, 2021, 29(17): 27845-27870.
- [62] Côté G, Lalonde J F, Thibault S. Deep learning-enabled framework for automatic lens design starting point generation[J]. *Optics Express*, 2021, 29(3): 3841-3854.
- [63] Kaelbling L P, Littman M L, Moore A W. Reinforcement learning: a survey[J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 1996, 4: 237-285.
- [64] Yang T, Cheng D W, Wang Y T. Designing freeform imaging systems based on reinforcement learning[J]. *Optics Express*, 2020, 28(20): 30309-30323.
- [65] Liu J, Wei H, Fan H J. A novel method for finding the initial structure parameters of optical systems via a genetic algorithm [J]. *Optics Communications*, 2016, 361: 28-35.
- [66] Haupt R L, Haupt S E. *Practical genetic algorithms[M]*//Ahn C W. *Advances in evolutionary algorithms: theory, design and practice*. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2006: 7-22.
- [67] Menke C. Application of particle swarm optimization to the automatic design of optical systems[J]. *Proceedings of SPIE*, 2018, 10690: 106901A.
- [68] van Laarhoven P J M, Aarts E H L. *Simulated annealing[M]*//Van Laarhoven P J M, Aarts E H L. *Simulated annealing: theory and applications*. Dordrecht: Springer, 1987: 7-15.
- [69] Rutenbar R A. Simulated annealing algorithms: an overview[J]. *IEEE Circuits and Devices Magazine*, 1989, 5(1): 19-26.
- [70] Ma J, Wang J S, Denker C, et al. Optical design of multilayer achromatic waveplate by simulated annealing algorithm[J]. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*, 2008, 8(3): 349-361.
- [71] Yang T, Jin G F, Zhu J. Automated design of freeform imaging systems[J]. *Light: Science & Applications*, 2017, 6(10): 17081.
- [72] Wu W C, Wang H, Jin G F, et al. Fast automatic design method for freeform imaging systems through system construction and correction[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(18): 5140-5143.
- [73] Zhang B Q, Jin G F, Zhu J. Towards automatic freeform optics design: coarse and fine search of the three-mirror solution space [J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10: 65.
- [74] Zhang B Q, Men C, Zhu J. Design of a freeform imaging spectrometer based on a solution-diversified automatic design method[J]. *Optics Express*, 2021, 29(23): 37476-37488.
- [75] Henri C. Anamorphic lens system and method of making the same: US1962892[P]. 1934-06-12.
- [76] Kanolt C W. Multifocal ophthalmic lenses: US2878721[P].

- 1959-03-24.
- [77] Alvarez L W. Two-element variable-power spherical lens: US3305294[P]. 1967-02-21.
- [78] Plummer W T. Unusual optics of the Polaroid SX-70 Land camera[J]. *Applied Optics*, 1982, 21(2): 196-208.
- [79] Xie Y J, Mao X L, Li J P, et al. Optical design and fabrication of an all-aluminum unobscured two-mirror freeform imaging telescope[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(3): 833-840.
- [80] Zhang X J, Xue D L, Li M, et al. Designing, fabricating, and testing freeform surfaces for space optics[J]. *Proceedings of SPIE*, 2013, 8838: 88380N.
- [81] Meng Q Y, Wang H Y, Wang K J, et al. Off-axis three-mirror freeform telescope with a large linear field of view based on an integration mirror[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(32): 8962-8970.
- [82] Meng Q Y, Wang H Y, Liang W J, et al. Design of off-axis three-mirror systems with ultrawide field of view based on an expansion process of surface freeform and field of view[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(3): 609-615.
- [83] Liu X Y, Zhu J. Automatic design method of starting points of freeform off-axis reflective imaging systems of small volume[J]. *Optics Express*, 2022, 30(5): 7954-7967.
- [84] Liu C, Straif C, Flügel-Paul T, et al. Comparison of hyperspectral imaging spectrometer designs and the improvement of system performance with freeform surfaces[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(24): 6894-6901.
- [85] Forbes G W. Characterizing the shape of freeform optics[J]. *Optics Express*, 2012, 20(3): 2483-2499.
- [86] Reimers J, Bauer A, Thompson K P, et al. Freeform spectrometer enabling increased compactness[J]. *Light: Science & Applications*, 2017, 6(7): 17026.
- [87] Yang T, Cheng D W, Wang Y T. Freeform imaging spectrometer design using a point-by-point design method[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(16): 4718-4727.
- [88] Zhang B Q, Tan Y L, Jin G F, et al. Imaging spectrometer with single component of freeform concave grating[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(14): 3412-3415.
- [89] Liu Y X, Bauer A, Viard T, et al. Freeform hyperspectral imager design in a CubeSat format[J]. *Optics Express*, 2021, 29(22): 35915-35928.
- [90] 贺天赐. 共轴超短焦大孔径投影镜头设计[D]. 杭州: 中国计量大学, 2019.
- He T C. Coaxial ultra-short focus and large aperture projection lens design[D]. Hangzhou: China University of Metrology, 2019.
- [91] Zhuang Z F, Chen Y T, Yu F H, et al. Field curvature correction method for ultrashort throw ratio projection optics design using an odd polynomial mirror surface[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(22): E69-E76.
- [92] Gao Y, Cheng D W, Xu C, et al. Design of an ultra-short throw catadioptric projection lens with a freeform mirror[J]. *Proceedings of SPIE*, 2016, 10154: 101540S.
- [93] 于百华, 田志辉, 苏东奇, 等. 基于自由曲面反射镜的低投射比超短焦投影物镜的光学设计[J]. *中国光学*, 2020, 13(2): 363-371.
- Yu B H, Tian Z H, Su D Q, et al. Optical design of an ultra-short-focus projection system with low throw ratio based on a freeform surface mirror[J]. *Chinese Journal of Optics*, 2020, 13(2): 363-371.
- [94] Graeupner P, Kuerz P, Stammler T, et al. EUV optics: status, outlook and future[J]. *Proceedings of SPIE*, 2022, 12051: 1205102.
- [95] Zahlten C, Gräupner P, van Schoot J, et al. High-NA EUV lithography: pushing the limits[J]. *Proceedings of SPIE*, 2019, 11177: 111770B.
- [96] 毛姗姗, 李艳秋, 刘克, 等. 高数值孔径自由曲面极紫外光刻物镜光学设计[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(8): 0814002.
- Mao S S, Li Y Q, Liu K, et al. Optical design of high numerical aperture extreme ultraviolet lithography objective with freeform surfaces[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(8): 0814002.
- [97] Liu Y, Li Y Q, Cao Z. Design method of off-axis extreme ultraviolet lithographic objective system with a direct tilt process[J]. *Optical Engineering*, 2015, 54(7): 075102.
- [98] Wu Y, Wang L P, Zhang X, et al. Design method for an off-axis reflective anamorphic optical system with aberration balance and constraint control[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(16): 4557-4566.
- [99] Yan X, Li Y Q, Liu L H, et al. Grouping design method dependence on an illumination system and large off-axis distance for an anamorphic extreme ultraviolet lithography objective[J]. *Applied Optics*, 2022, 61(3): 806-811.
- [100] Zhu J, Hou W, Zhang X D, et al. Design of a low F-number freeform off-axis three-mirror system with rectangular field-of-view[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(1): 015605.
- [101] Beier M, Hartung J, Peschel T, et al. Development, fabrication, and testing of an anamorphic imaging snap-together freeform telescope[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(12): 3530-3542.
- [102] Tan Y L, Zhu J. Spatial three-mirror off-axis freeform optical system without any symmetry[J]. *Photonics*, 2022, 9(5): 326.
- [103] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. A new family of optical systems employing φ -polynomial surfaces[J]. *Optics Express*, 2011, 19(22): 21919-21928.
- [104] Cheng D W, Wang Y T, Hua H, et al. Design of an optical see-through head-mounted display with a low f-number and large field of view using a freeform prism[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(14): 2655-2668.
- [105] Hua H, Hu X D, Gao C Y. A high-resolution optical see-through head-mounted display with eyetracking capability[J]. *Optics Express*, 2013, 21(25): 30993-30998.
- [106] Cheng D W, Wang Y T, Hua H, et al. Design of a wide-angle, lightweight head-mounted display using free-form optics tiling[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(11): 2098-2100.
- [107] Pan J W, Chiang C W, Huang K D, et al. Demonstration of a broad band spectral head-mounted display with freeform mirrors[J]. *Optics Express*, 2014, 22(11): 12785-12798.
- [108] Cheng D W, Duan J X, Chen H L, et al. Freeform OST-HMD system with large exit pupil diameter and vision correction capability[J]. *Photonics Research*, 2022, 10(1): 21-32.
- [109] Wilson A, Hua H. Design and demonstration of a vari-focal optical see-through head-mounted display using freeform Alvarez lenses[J]. *Optics Express*, 2019, 27(11): 15627-15637.
- [110] Wei S L, Fan Z C, Zhu Z B, et al. Design of a head-up display based on freeform reflective systems for automotive applications[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(7): 1675-1681.
- [111] Qin Z, Lin S M, Luo K T, et al. Dual-focal-plane augmented reality head-up display using a single picture generation unit and a single freeform mirror[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(20): 5366-5374.
- [112] Lee J H, Yanusik I, Choi Y, et al. Automotive augmented reality 3D head-up display based on light-field rendering with eye-tracking[J]. *Optics Express*, 2020, 28(20): 29788-29804.
- [113] Gu L, Cheng D W, Liu Y, et al. Design and fabrication of an off-axis four-mirror system for head-up displays[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(16): 4893-4900.
- [114] Bauer A, Rolland J P. Design of a freeform electronic viewfinder coupled to aberration fields of freeform optics[J]. *Optics Express*, 2015, 23(22): 28141-28153.
- [115] Bauer A, Pesch M, Muschaweck J, et al. All-reflective electronic viewfinder enabled by freeform optics[J]. *Optics Express*, 2019, 27(21): 30597-30605.
- [116] Zhu J, Zhang B Q, Hou W, et al. Design of an oblique camera based on a field-dependent parameter[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(21): 5650-5655.
- [117] Zhang B Q, Hou W, Jin G F, et al. Simultaneous improvement of field-of-view and resolution in an imaging optical system[J].

- Optics Express, 2021, 29(6): 9346-9362.
- [118] Wu W C, Zhang B Q, Zhu J. Freeform imaging system with resolution that varies with the field angle in two dimensions[J]. Optics Express, 2021, 29(23): 37354-37367.
- [119] Wu X F, Zhu J, Yang T, et al. Transverse image translation using an optical freeform single lens[J]. Applied Optics, 2015, 54(28): E55-E62.
- [120] Tang R R, Jin G F, Zhu J. Freeform off-axis optical system with multiple sets of performance integrations[J]. Optics Letters, 2019, 44(13): 3362-3365.
- [121] Jahn W, Ferrari M, Hugot E. Innovative focal plane design for large space telescope using freeform mirrors[J]. Optica, 2017, 4(10): 1188-1195.
- [122] Ma T, Yu J C, Liang P, et al. Design of a freeform varifocal panoramic optical system with specified annular center of field of view[J]. Optics Express, 2011, 19(5): 3843-3853.
- [123] Chen J J, Su J H, Jin N, et al. Design and tests of a high-performance long-wave infrared refractive thermal imager: freeform lens in coaxial system[J]. Applied Sciences, 2017, 7(11): 1195.
- [124] Zhu D Y, Hu Z J, Yan J H, et al. Design of a compact off-axis freeform three-mirror system in a circular configuration[J]. Applied Optics, 2022, 61(24): 7078-7083.
- [125] Sun Y H, Sun Y Q, Chen X Y, et al. Design of a free-form off-axis three-mirror optical system with a low f-number based on the same substrate[J]. Applied Optics, 2022, 61(24): 7033-7040.
- [126] Yang T, Zhou L J, Cheng D W, et al. Designing reflective imaging systems with multiple-surfaces-integrated elements using a Gaussian function freeform surface[J]. Applied Optics, 2022, 61(17): 5215-5225.
- [127] Yang T, Wang Y D, Ni D W, et al. Design of off-axis reflective imaging systems based on freeform holographic elements[J]. Optics Express, 2022, 30(11): 20117-20134.
- [128] Cheng D W, Chen H L, Yao C, et al. Design, stray light analysis, and fabrication of a compact head-mounted display using freeform prisms[J]. Optics Express, 2022, 30(20): 36931-36948.
- [129] Li M X, Xiao X S, Yu Q H, et al. Design of integrated searching and tracking optical systems based on freeform mirrors [J]. Optics Express, 2022, 30(1): 286-295.
- [130] Yu J, Shen Z X, Wang Z S. Compact dual band/dual FOV infrared imaging system with freeform prism[J]. Optics Letters, 2021, 46(4): 829-832.
- [131] Toulouse A, Drozella J, Motzfeld P, et al. Ultra-compact 3D-printed wide-angle cameras realized by multi-aperture freeform optical design[J]. Optics Express, 2022, 30(2): 707-720.
- [132] Zhuang Z F, Parent J, Roulet P, et al. Freeform wide-angle camera lens enabling mitigable distortion[J]. Applied Optics, 2022, 61(18): 5449-5456.
- [133] Liu Y P, Yang B, Zhuang S L. Optimal focal length search and design of a compact zoom lens based on a telecentric intermediate image[J]. Applied Optics, 2022, 61(25): 7366-7372.
- [134] Liu Y P, Yang B, Zhuang S L. Automated design of a slim catadioptric system combining freeform surface and zoom lens[J]. Optics Express, 2022, 30(8): 13372-13390.
- [135] Moein S, Suleski T J. Freeform optics for variable extended depth of field imaging[J]. Optics Express, 2021, 29(24): 40524-40537.
- [136] Cheng D W, Chen H L, Yang T, et al. Optical design of a compact and high-transmittance compressive sensing imaging system enabled by freeform optics[J]. Chinese Optics Letters, 2021, 19(11): 112202.

Design Methods and Applications of Freeform Surface Imaging Optical Systems

Wang Menghui, Zhao Gaoxing, Shi Qiran, Tan Yilin, Zhu Jun*

Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract

Significance Imaging optical systems have been widely used in industrial, medical, and military fields. With the rapid development of modern science and technology, the increasing requirements for imaging optical systems in various applications have promoted the development of optical systems towards higher performance, better imaging quality, smaller volume, lighter weight, and more novel and richer functions. However, it is difficult for traditional spherical and aspheric imaging optical systems to meet these requirements. Therefore, optical freeform surfaces are used in imaging optical systems.

Optical freeform surface is a kind of surface without rotational symmetry. Compared with spherical and aspheric surfaces, freeform surfaces have more degrees of freedom for design and stronger aberration correction ability. Thanks to these excellent characteristics of freeform surfaces, high-performance, compact, lightweight, and novel optical systems have been successfully designed and applied in astronomical telescopes, spectral analysis, remote sensing, and virtual reality. The application of freeform surfaces brings many benefits to optical systems, but it also inevitably destroys the rotational symmetry of the optical systems, which poses a great challenge to traditional optical system design methods.

In order to realize the efficient design of freeform optical systems, people not only extend the design methods based on traditional aberration theory but also propose some direct design methods which can directly obtain the parameters of freeform surfaces according to the system specifications. These methods can provide favorable initial structures for further

optimization. In addition, some automatic design methods for optical systems whose imaging quality is close to the diffraction limit are proposed. But these design methods still have some limitations. Therefore, it is necessary to summarize the existing design methods of freeform surface imaging optical systems to better guide the future development of this field. At the same time, the progress of freeform surface design methods can promote the design of freeform surface optical systems. Therefore, it is very important to classify and summarize the existing applications of freeform surface imaging optical systems to better help people optimize their designs.

Progress This paper introduces various design methods of freeform surface imaging optical systems in detail. Firstly, the limitations of designing optical systems based on traditional aberration theory are discussed. The nodal aberration theory proposed by Shack and Thompson is introduced. The advantages of nodal aberration theory in aberration analysis and optimization guidance of freeform surface imaging optical systems are summarized. Then the research progress and technical characteristics of various direct design methods are introduced in detail, including differential equation design method, simultaneous multiple surface design method, construction-iteration design method, series expansion design method, and design method based on machine learning. The differential equation design method is used to design the freeform surface, and its mathematical theory is relatively complete. The simultaneous multiple surface design method can directly design multiple surfaces at the same time. The number of surfaces usually equals that of fields of view that can be controlled by this method. The construction-iteration design method is highly versatile, and the light rays from multiple fields of view and different pupil coordinates are considered (Fig. 4). The series expansion design method uses power series to solve functional differential equations, which has a fast calculation speed. The design method based on machine learning combines the machine learning algorithm with the process of optical design, which can obtain a large number of design results with little manual participation. Then the automatic design methods of the optical systems which can directly and automatically obtain the imaging quality close to the diffraction limit are introduced. Finally, the advantages and limitations of different freeform surface imaging system design methods are compared (Table 1).

This paper also summarizes the applications of freeform surface imaging optical systems with high performance, as well as new structures and functions in various fields. Firstly, the early applications of freeform surfaces in imaging optical systems are reviewed, including the deformable lens designed by Chretien, the Alvarez lens with variable focal length, and the viewfinder of the Polaroid SX-70 camera. Then several high-performance freeform surface imaging optical systems are introduced, including off-axis reflection systems with a large field of view, low F number, or small volume (Fig. 8), imaging spectroscopy systems with higher spectral resolution and better imaging quality (Fig. 11), and extreme ultraviolet lithography projection systems with extremely high imaging quality and extremely low distortion (Fig. 13). Then, several kinds of freeform surface imaging optical systems with new structures and functions are introduced, including off-axis reflection systems with special structures such as primary mirror and tertiary mirror integration (Fig. 14), visual optical systems for head-mounted display and head-up display (Fig. 15), optical systems with local optical properties (Fig. 16), and freeform optical systems with lateral image translation or other special functions.

Conclusions and Prospects Design methods of freeform surface imaging optical systems have made great breakthroughs and may develop towards the following directions in the future, including automatic design, rapid design, combination with machine learning, and consideration of both design and process. With the continuous research and improvement of the design methods of freeform surface imaging optical systems, more and more freeform surface imaging optical systems have been designed. At present, the specific applications of freeform surface imaging optical systems mainly have the following development directions, such as higher performance, more novel functions, and newer structures. At the same time, these freeform surface optical systems with high performance and new functions will put forward higher requirements for the processing, metrology, and alignment technologies of freeform surfaces. The progress of these technologies will also continue to promote the development of freeform surface imaging optical systems.

Key words optics design; geometric optics; freeform surface; imaging system; design method; systematic application