

基于圆锥曲线参数方程的渐进多焦点镜片设计

詹小蝶¹, 项华中^{1*}, 王亚琼¹, 张云进¹, 张欣¹, 丁琦慧¹, 郑泽希², 王成^{1,3}, 张大伟^{4,5}, 陈家璧⁵, 庄松林^{4,5}¹上海理工大学健康科学与工程学院生物医学光学与视光学研究所, 上海 200093;²上海理工大学机械工程学院, 上海 200093;³上海理工大学上海市介入医疗器械工程研究中心, 上海 200093;⁴上海理工大学教育部光学仪器与系统工程研究中心, 上海 200093;⁵上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093

摘要 在渐进多焦点镜片(PAL)的直接设计法中,光焦度轮廓分布对镜片的光学性能至关重要。在子午线上同一曲率变化的基础上,引入不同圆锥曲线方程来描述镜片光焦度轮廓分布。利用椭圆、双曲线、抛物线和圆的定义设定镜片内表面子午线上每个点曲线的离心率以及开口大小。根据圆锥曲线分布情况加入偏移量,实现远近视区视配点可视区宽度调整。设计、仿真和加工了4块镜片。结果表明,基于双曲线方程计算得到的渐进多焦点镜片的周边最大像散大于1倍加光度(ADD),而基于椭圆方程、圆方程和抛物线方程计算得到的渐进多焦点镜片周边最大像散小于1倍ADD,光学性能更好。当定焦区较大时,基于椭圆方程设计得到的镜片定焦点可视区宽度最接近理论值;当定焦区较小时,基于圆方程设计得到的镜片定焦点可视区宽度最接近理论值。所提方法可为渐进多焦点镜片的优化设计提供新的方案。

关键词 光学设计; 直接设计法; 渐进多焦点镜片; 光焦度分布; 离心率; 像散

中图分类号 TH74 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS221726

1 引言

渐进多焦点镜片(PAL)子午线上的光焦度具有连续变化的特点,既解决了老年人由于视远和视近需要不同光焦度的问题,又克服了双光镜片两个校正区域之间的像跳。因此,渐进多焦点镜片的设计具有良好的发展前景^[1-2]。

目前渐进多焦点镜片设计方法主要有 Winthrop 法(直接法)和间接法。间接法设计方便,但其光焦度变化时产生的像散较大。使用直接法设计渐进多焦点镜片存在周边最大像散超过1倍加光度(ADD)的缺点,但该方法具有相对较好的远用和近用区域优势^[3]。1992年,Winthrop^[4]使用柱面与多个球面相交的方法得到整个渐进表面的光焦度分布;2011年,唐运海等^[5]利用平均曲率流对初始设计的渐进多焦点镜片进行局部优化,以减小指定区域的像散;2012年,秦琳玲等^[6]也通过对补偿平均曲率来降低周边像散;2014年,唐运海等^[7]提出运用遗传算法来寻找渐进多焦点眼镜片最优子午线的设计方案;2015年,Spratt等^[8]根据眼睛波前测量得到的信息,修改镜片的初始设计;2017年,张皓等^[9]使用分离变量法和傅里叶变换法求解满足光焦度轮廓线分布的拉普拉斯方程,从求解方法上优化

镜片设计;2020年,Moon等^[10]从瞳孔中心之间的距离获得指数曲线,从而确定通道长度;2022年,张海平等^[11]将内表面矢高表达式从球面公式改为非球面公式。

综上,国内外研究人员主要从子午线上的光焦度变化、局部平均光焦度优化和不同矢高计算方程等方面对直接法进行优化,而对于如何得到镜片上合理的光焦度轮廓分布的研究较少,因此找到一种合适的光焦度分布轮廓函数来实现渐进镜片光学性能的优化十分重要。本文在已有研究^[4,12-13]的基础上,首先设置子午线上曲率变化规律满足三角函数。其次,将不同圆锥曲面与圆柱面相交引入圆锥曲线方程,重新设计镜片光焦度轮廓分布。通过对镜片光焦度轮廓进行定义,控制远近视区域大小,将光焦度轮廓线函数代入矢高方程得到整个面型。然后,仿真加工了4块镜片,并进行对比。最后,通过仿真软件进行镜片光焦度仿真,并利用自由曲面加工机床对设计镜片进行加工和检测,对实验结果进行验证。

2 基本原理

采用内渐进球面设计方法^[4]。如图1所示,点D、N分别为视远区、视近区参考点,MM'为该镜片的子

收稿日期: 2022-09-21; 修回日期: 2022-10-10; 录用日期: 2022-10-27; 网络首发日期: 2022-11-04

基金项目: 国家自然科学基金(61605114, 52206102)

通信作者: *xiang3845242@163.com

午线,它与 x 轴重合。 mm' 为渐屈线,即曲线 DN 的曲率中心轨迹,子午线上每一点 $F(u, 0, z)$ (其中 u, z 分别为光焦度轮廓分布值和镜片内表面矢高) 在渐屈线上都有一个对应的点 $F'[A(u), 0, B(u)]$, 其半径向量与 F' 所在的渐屈线相切, 与 F 所在的子午线垂直。 x 轴正方向指向光焦度增加的方向, 在该系统中 z 轴垂直于 xoy 平面坐标中 o 点处的曲面。此时子午线上每一点都可以用以 F' 点为球心、半径 $r(u) = |FF'|$ 的球方程求解得出, h 为两个定焦点的距离, L 为远视区定焦点到坐标原点 o 的长度。

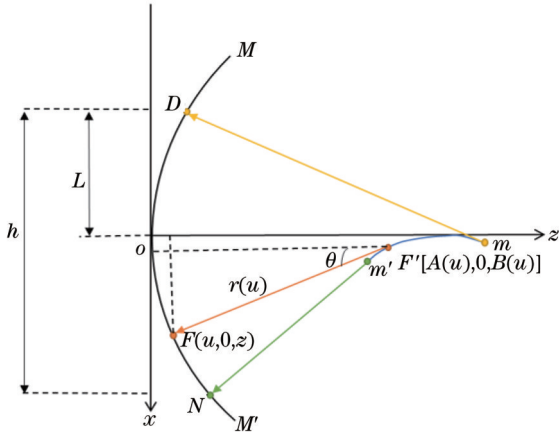


图 1 镜片曲面构造图

Fig. 1 Construction diagram of curved surface for the lenses

为了确定渐进多焦点镜片的内表面矢高^[4,13], 根据几何原理可得

$$z = B(u) - \sqrt{r^2(u) - [x - A(u)]^2 - y^2}, \quad (1)$$

式中: $B(u) = r(u) \cos \theta + \int_0^u \tan \theta du$; $\theta(u) = \arcsin \left[\int_0^u \frac{du}{r(u)} \right]$; $A(u) = u - r(u) \sin \theta$ 。

如图 2 所示, 从视远点 D 到视近点 N 的平均曲率从 $1/r_D$ 变化到 $1/r_N$, 设平均曲率为

$$\frac{1}{r(u)} = \frac{1}{r_D} + \left(\frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_D} \right) C(u), \quad (2)$$

式中: r_D, r_N 分别为 $F'D, F'N$ 的长度; $C(u)$ 为平均曲率函数系数, 其决定了视远点到视近点的变化速度。本文使用的三角函数变化规律^[12]为

$$C(u) = \left[1 - \cos \left(\pi \frac{-L - u}{-h} \right) \right] \div 2. \quad (3)$$

通过式(2)确定了子午线的平均曲率变化, 为确定镜片上的光焦度分布, 通常选择与子午线正交的曲面形成所需的光焦度轮廓函数 $u(x, y)$, 其中函数 $u(x, y)$ 在 xoy 平面的等高线如图 2 虚线所示。

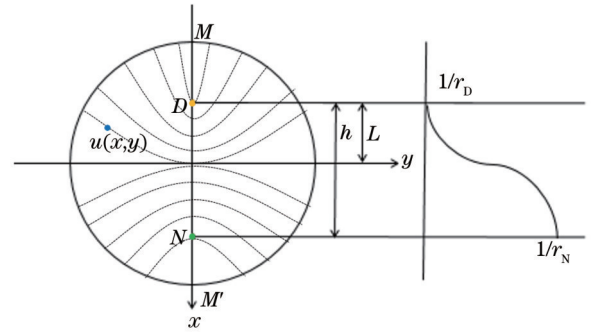


图 2 镜片子午线上的平均曲率变化曲线

Fig. 2 Average curvature curve of the lenses on meridian

3 镜片光焦度轮廓设计

3.1 光焦度轮廓原理

由函数 $u(x, y)$ 所得的曲面和 xoy 坐标面交线构成整个渐进表面, 在 xoy 平面中定义光焦度轮廓函数 $u(x, y)$, 该函数满足以下边界条件:

$$u(x, 0) = \begin{cases} -L, & x \leq -L \\ h - L, & x \geq h - L \end{cases} \quad (4)$$

对于光焦度轮廓, 在设计镜片左右对称的情况下, 当 $-L < x < h - L$ 时, 函数 $u(x, 0)$ 应为最光滑函数, 即线性函数, 设

$$u(x, 0) = ax + b, \quad (5)$$

式中: a 为斜率; b 为函数 $u(x, 0)$ 在 y 轴上的截距。由于轮廓线与子午线相交, 因此当 $a = 1, b = 0$ 时, 函数为最光滑的曲线。 $u(x, y)$ 需满足二维拉普拉斯方程^[4], 即

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (6)$$

只要满足式(5)和式(6)的函数 $u(x, y)$ 都可以作为该设计的光焦度轮廓分布函数。由于圆锥曲面方程的广义函数满足式(5)和式(6), 因此将其作为该设计的光焦度轮廓分布函数。

图 3 为圆锥横界面图, 其中 ρoz 平面上顶点在原

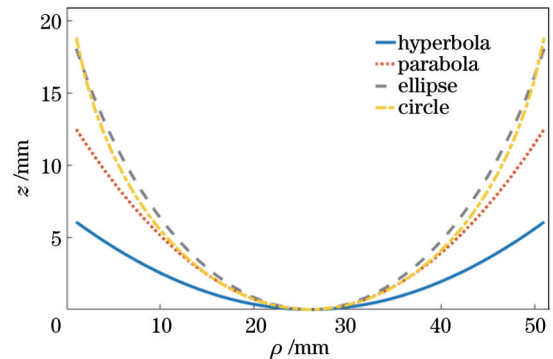


图 3 圆锥曲面横截面图

Fig. 3 Cross section diagram of conic surface

点,顶点曲率半径为 r_1 的圆锥截面的定义式^[14]为

$$\rho^2 + (k+1)z^2 - 2r_1z_1 = 0, \quad (7)$$

式中: k 为圆锥系数, 决定二次曲线的类型; ρ 为极坐标, 即 $\rho^2 = x^2 + y^2$; z_1 为曲面弛垂 (z 轴的高度差)。式 (7) 的广义方程为

$$y^2 + (k+1)x^2 - 2r_1x = 0. \quad (8)$$

根据式 (5) 有 $u(x, 0) = x$, 则式 (8) 可推广到求解镜片光焦度轮廓分布的设计, 即

$$y^2 + (k+1)[x - u(x, y)]^2 - 2r_1[x - u(x, y)] = 0. \quad (9)$$

图 4 展示了 $u(x, y)$ 为不同圆锥曲线分布时的等高线分布。从图 4 可以看出, 等高线分布图关于 y 轴对称, 因此根据不同圆锥曲线的定义得到 k 和 r_1 的表达式后, 代入式 (9), 可先求出 $x \geq 0$ 时的 $u(x, y)$ 函数解, 此时 $u(x, y) \geq 0$, 再利用对称原理求解 $x < 0$ 时的 $u(x, y)$ 函数解, 因此式 (9) 可转化为

$$y^2 + (k+1)[|x| - u(x, y)]^2 - 2r_1[|x| - u(x, y)] = 0. \quad (10)$$

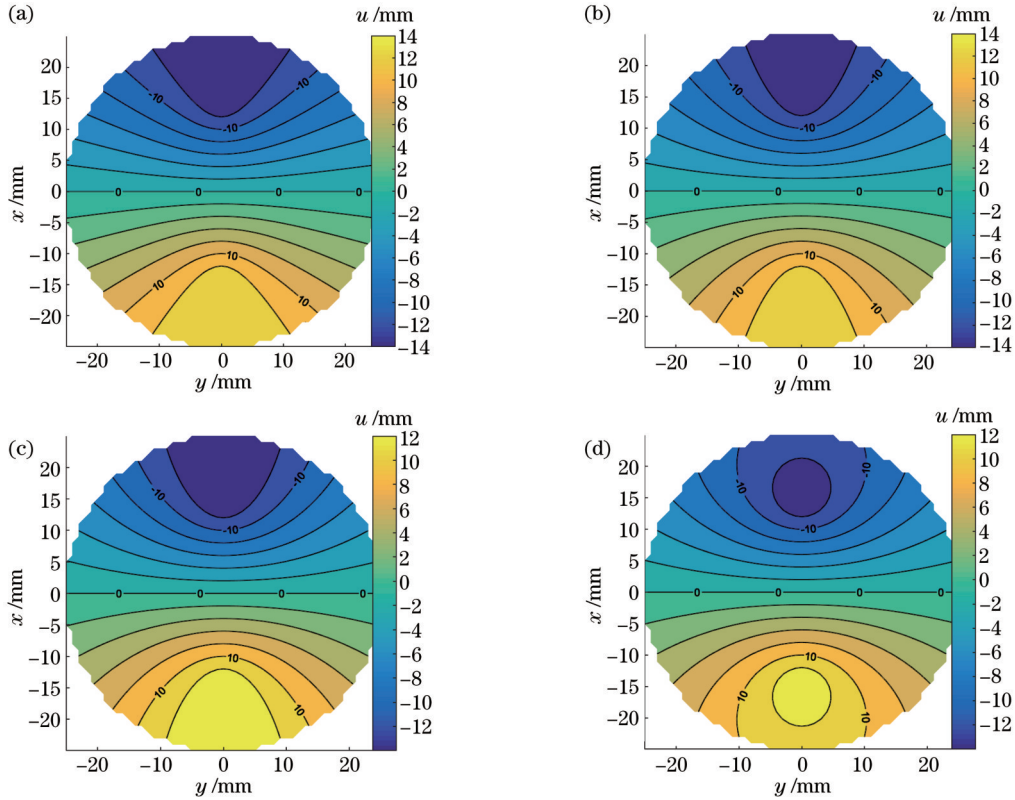


图 4 不同圆锥曲线方程的平面分布图。(a)双曲线;(b)抛物线;(c)椭圆;(d)圆

Fig. 4 Plane distribution of different conic equations. (a) Hyperbola; (b) parabola; (c) ellipse; (d) circle

3.2 光焦度轮廓设计

根据式 (10) 设定圆的方程为

$$y^2 + (k+1)[|x| - u(x, y)]^2 - 2r_1[|x| - u(x, y)] = 0, \quad (11)$$

$$1 + k = 1. \quad (12)$$

当 $k=0$ 时, 由于 r_1 越大, 圆越大, 如图 4(d) 所示, 圆随着 u 的增大而减小, 且 $r_1 \geq h - u$, 假设

$$r_1 = q \frac{h^2 - u^2}{u} \geq q(h - u) \frac{2\sqrt{hu}}{u} \geq 2q(h - u), \quad (13)$$

$$q > 0.5,$$

式中: q 为调整定焦区域大小的参数。同理可得到其他 3 个圆锥曲线的光焦度轮廓分布。当 $x \geq 0$ 时: 若圆

锥曲线为椭圆, 则 $k = -\frac{u}{h}, r_1 = q \frac{h^2 - u^2}{u}, q > 0$; 若圆

锥曲线为双曲线, 则 $k = -\frac{h^2}{u^2}, r_1 = q \frac{h^2 - u^2}{u}, q > 0$; 若

圆锥曲线为抛物线, 则 $k = -1, r_1 = q \frac{h^2 - u^2}{u}, q > 0$;

若圆锥曲线为圆, 则 $k = 0, r_1 = q \frac{h^2 - u^2}{u}, q > 0.5$ 。

将 k, r_1 的表达式代入式 (10), 求解得到 $u(x, y)$ 的函数解析式。为了定义远近视区定焦点处宽度, 对 x 轴添加一个偏移量 t 。图 5 展示了使用该方法求解得到未定焦时 $u(x, y)$ 为圆分布的等高线, 其中右图为左图曲线向下移动 t (单位: mm) 后得到。

为保证移动后通道长度不变, 式 (11) 可转化为

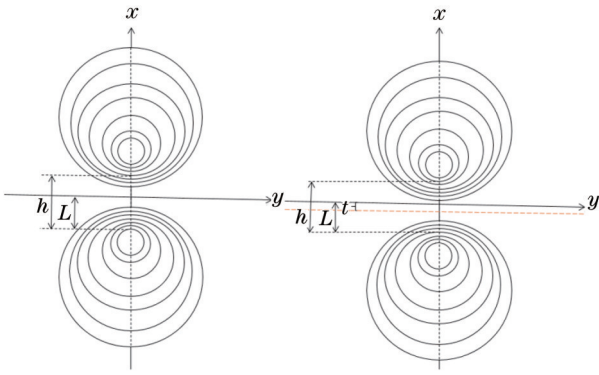


图 5 圆分布时 $u(x,y)$ 等高线分布

Fig. 5 Contour distribution of $u(x,y)$ at circular distribution

$$y^2 + \left\{ |x - t| - [u(x,y) - t] \right\}^2 - 2q \frac{h^2 - u^2(x,y)}{u(x,y)} \left\{ |x - t| - [u(x,y) - t] \right\} = 0. \quad (14)$$

假设当 $x = h - L + p \geq t, u = h - L$ 时, 近定焦区像散小于 0.50 D ($1 \text{ D} = 1 \text{ m}^{-1}$) 的宽度为 W_N ; 当 $x =$

$L - p \geq t, u = L$ 时, 远定焦区像散小于 0.50 D 的宽度为 W_D 。将上述数据代入式(14), 得

$$\begin{cases} \left(\frac{W_N}{2} \right)^2 + p^2 - 2qp \frac{h^2 - (h - L - t)^2}{(h - L - t)} = 0 \\ \left(\frac{W_D}{2} \right)^2 + p^2 - 2qp \frac{h^2 - (L - t)^2}{L - t} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

当输入 h, L, p, W_N 和 W_D 时, 通过式(15)可得到 q 和 t 的值。然后将 q 和 t 的值代入式(14): 当 $x - t \geq 0$ 时, 求解得到函数 $u(x,y)$ 的解析式; 当 $x - t < 0$, $u(x,y) = -u(|x|, y) - 2t$ 。综上所述, 可得到自定义的光焦度轮廓分布。同理可得到其他 3 个圆锥曲线的光焦度轮廓分布。

4 设计实例及分析

为了分析不同光焦度轮廓设计对光学性能^[15-17]的影响, 设计实例选取远视区光焦度 (SPH)、ADD (A_{DD})、折射率、远视区像散 (CYL)、镜片中心厚度 (CT) 等作为镜片参数, 它们的取值如表 1 所示。

表 1 4 组渐进多焦点镜片的设计参数

Table 1 Design parameters of four sets of progressive addition lenses

Parameter	Distance of SPH / D	A_{DD} / D	Distance of CYL / D	Refractiveindex	CT / mm	W_N / mm	W_D / mm	h / mm	L / mm	p / mm
Value	0	2.0	0	1.556	2.3	12	36	14	2	4

将表 1 所示参数代入程序计算得到基于双曲线、抛物线、椭圆和圆方程的 4 块镜片分别为镜片 1、镜片 2、镜片 3 和镜片 4, 它们的 t 值分别为 $-1.77, -1.50, -1.47, -1.10 \text{ mm}$ 。图 6 所示为基于第 2 节求解得到的函数 $u(x,y)$ 在 $\{x, y | x^2 + y^2 \leq 25^2\}$ 上的等高线分布, 从图 6 可以看到 W_N 和 W_D 的实际值为 12 mm 和 36 mm , 与设计参数值一致, 证明该计算方法可行。

使用 FFV 软件对得到的镜片矢高矩阵进行仿真, 得到对应的光焦度分布图和像散分布图, 分别如图 7、图 8 所示。从仿真结果可以看到, 镜片 1~4 的远视区光焦度分别为 $0, -0.01, -0.01, 0 \text{ D}$, 与理论值的最大差值为 0.01 D , ADD 分别为 $1.94, 1.95, 1.96, 1.96 \text{ D}$, 与理论值的最大差值为 0.06 D , 符合国家标准 GB 10810.1—2005《眼镜镜片 第 1 部分: 单光和多

焦点镜片》^[18]。镜片 1 通道上存在大于 0.25 D 的像散, 但其视近区的清晰视觉范围大于其余 3 块镜片; 镜片 3 和镜片 4 的光焦度等值线变化比镜片 1 和镜片 2 镜片平缓。因此, 基于不同圆锥曲线可以求出渐进多焦点自由曲面镜片的光焦度轮廓。

使用自由曲面加工机床对所设计的镜片进行加工, 并使用 VM2000 自由曲面检测仪器对镜片进行测量^[19], 得到 4 块镜片的光焦度和像散分布图, 如图 9、图 10 所示。

使用 NIDEK 的 LM-1800P 焦度计测量 4 块镜片的定焦点光焦度、周边像散最大值、ADD、远视区角度、近视区角度、 $x = L + p$ 处像散小于 0.50 D 的宽度 W_D 和 $x = -h + L - p$ 处像散小于 0.50 D 的宽度 W_N , 测量结果如表 2 所示。

表 2 4 块渐进多焦点镜片的实际测量结果

Table 2 Actual measurement results of four progressive addition lenses

Lens	Distance of SPH / D	A_{DD} / D	Maximum astigmatism / A_{DD}	Angle of distance zone / ($^\circ$)	Angle of near zone / ($^\circ$)	Actual W_D / mm	Actual W_N / mm
Hyperbola	0.08	1.93	1.36	164	113	29.66	9.32
Parabola	0.07	1.98	0.90	164	100	29.66	9.87
Ellipse	0.05	1.94	0.94	164	89	31.06	9.89
Circle	0.06	1.95	0.98	159	83	28.13	11.23

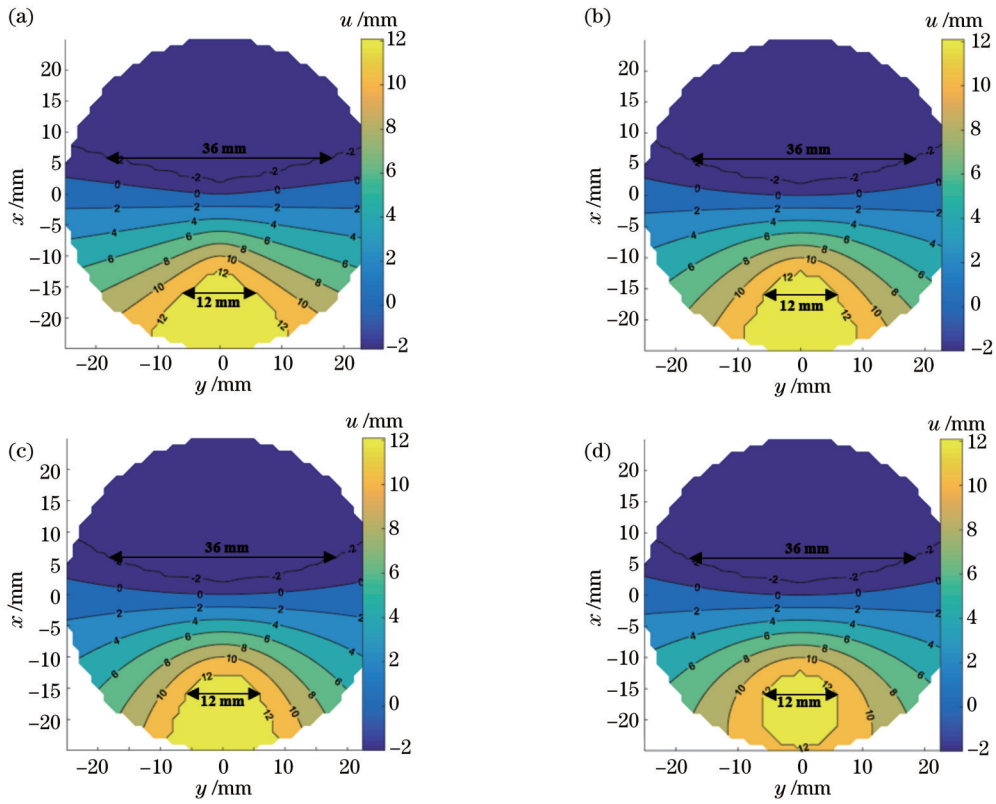


图 6 基于不同圆锥曲线方程求解得到的 $u(x,y)$ 等高线图。(a)双曲线;(b)抛物线;(c)椭圆;(d)圆
Fig. 6 $u(x,y)$ contour maps obtained by solving different conic curve equations. (a) Hyperbola; (b) parabola; (c) ellipse; (d) circle

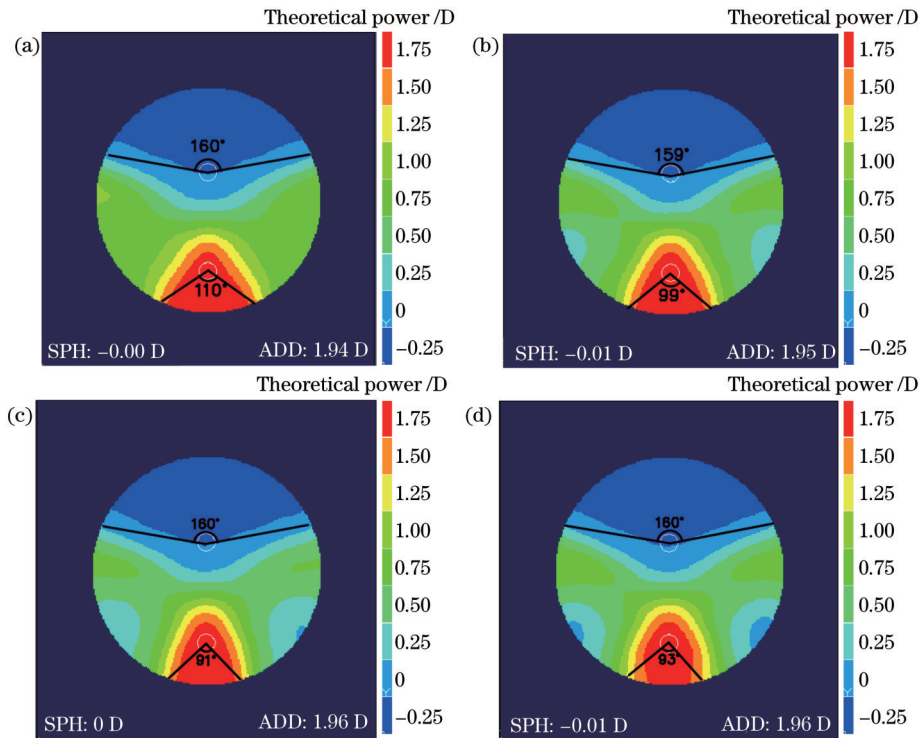


图 7 4 种光焦度轮廓分布的 FFV 软件仿真结果。(a)双曲线;(b)抛物线;(c)椭圆;(d)圆
Fig. 7 FFV software simulation results of four focal power distributions. (a) Hyperbola; (b) parabola; (c) ellipse; (d) circle

综合图 9、图 10 和表 2 的结果可以发现:镜片 1~4 的实际远视区光焦度与理论值最大相差 0.08 D, ADD 的实测值与理论值最大相差 0.07 D, 都符合国家标准

(GB 10810.1—2005)^[18]; 4 块镜片的 W_D 和 W_N 实测值均比理论值小, 这是因为内渐进球面镜片在定焦区往周边渐变部分出现畸变^[20-21]; 镜片 2~4 周边最大像散

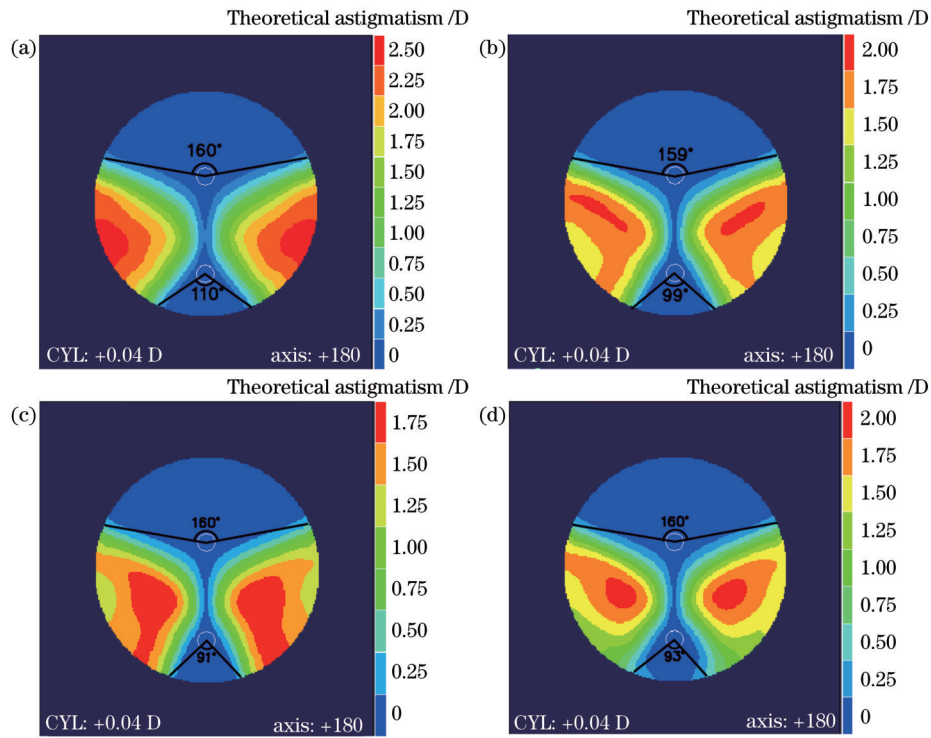


图 8 4 种像散分布的 FFV 软件仿真结果。(a)双曲线;(b)抛物线;(c)椭圆;(d)圆

Fig. 8 FFV software simulation results of four different astigmatism distributions. (a) Hyperbola; (b) parabola; (c) ellipse; (d) circle

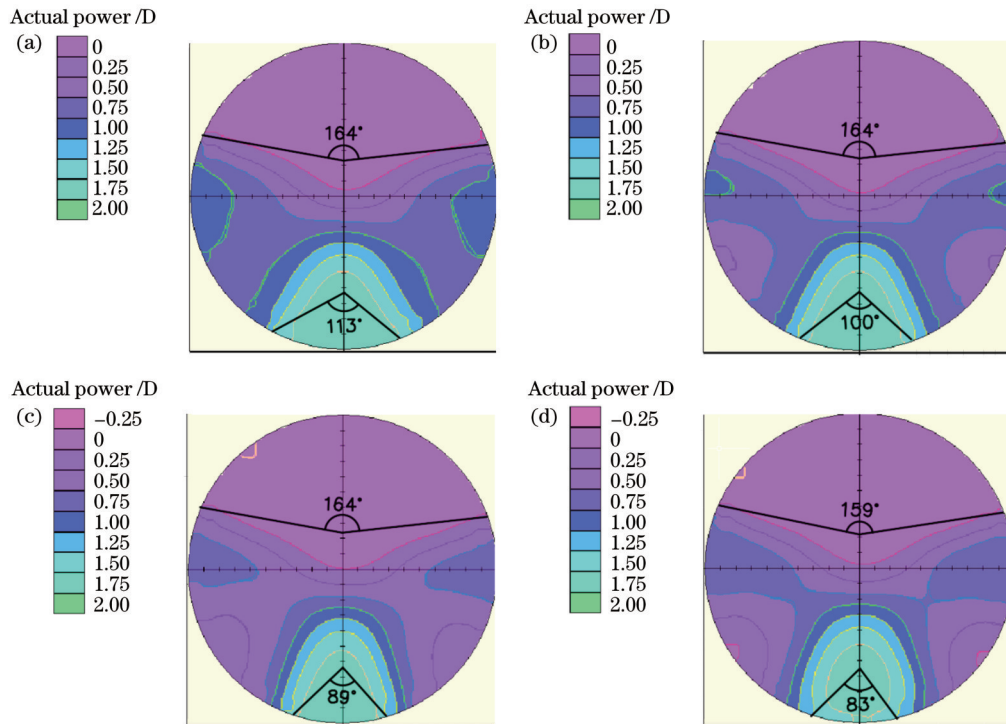


图 9 4 种光焦度轮廓分布的实际测量结果。(a)双曲线;(b)抛物线;(c)椭圆;(d)圆

Fig. 9 Actual measurement results of four focal power distributions. (a) Hyperbola; (b) parabola; (c) ellipse; (d) circle

小于 ADD, 视觉效果相对较好, 而镜片 1 周边最大像散值为 ADD 的 1.36 倍, 周边像散较大, 视觉效果相对较差; 4 块镜片按照 W_D 值由大到小的排序为镜片 3、镜片 1 & 镜片 2、镜片 4, 按照 W_N 值由大到小的排序为镜片 4、镜片 3、镜片 2、镜片 1, 说明采用椭圆方程计算得

到的镜片定焦区周边畸变较小; 4 块镜片按照像散大于 1.75 D 的区域从大到小的排序为镜片 1、镜片 2、镜片 3、镜片 4; 镜片 2 的 W_D 和 W_N 值相对较大, 远视区角度为 164°, 近视区角度为 100°, 周边最大像散值最小, 周边最大像散与 ADD 的比值也最小, 可作为进一步优

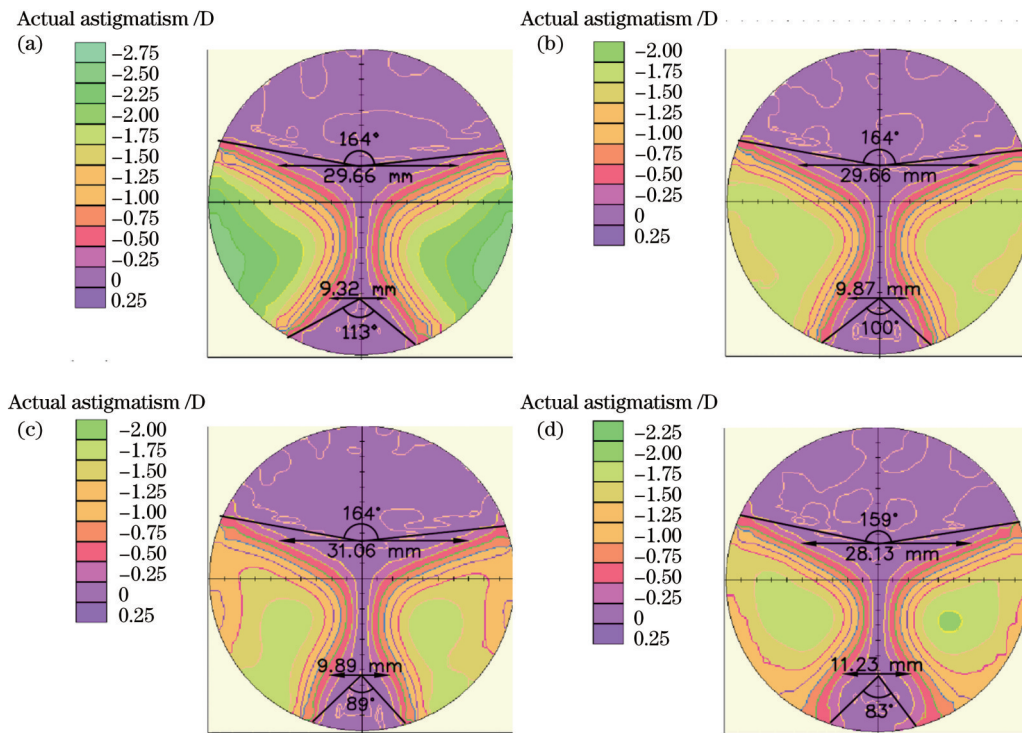


图 10 4 种光散像分布的实际测量结果。(a)双曲线;(b)抛物线;(c)椭圆;(d)圆

Fig. 10 Actual measurement results of four optical astigmatism distributions. (a) Hyperbola; (b) parabola; (c) ellipse; (d) circle

化设计的基础;镜片3的周边像散大于1.75 D的区域相对较小,远视区定焦点处可视区宽度最大,也可作为进一步优化设计的基础。

5 结 论

利用4种圆锥曲线方程的光焦度轮廓分布来设计渐进多焦点镜片,并对获得的4块镜片进行仿真评价与加工检测,结果表明,由不同圆锥曲线方程求解得到的光焦度轮廓分布对渐进镜片设计的影响不同。基于渐进多焦点镜片的设计参数,采用双曲线方程设计得到的镜片周边像散为ADD的1.36倍,人佩戴该镜片往四周看物体时,容易产生强烈的眩晕,而采用椭圆方程、圆和抛物线方程计算得到的镜片周边像散较小。在此基础上加入控制变量,实现远近视区定焦点处可视区域的调整。但由于定焦区域越大,球面镜片畸变和像散越大,因此实际定焦点处的宽度会小于理论值。当定焦区较大时,基于椭圆方程设计的渐进自由曲面镜片定焦区周边畸变最小;当定焦区较小时,基于圆方程设计的渐进自由曲面镜片定焦区周边畸变最小。未来可在该设计方法的基础上,将渐进多焦点镜片的内表面从球面设计转变为非球面设计,从而进一步研究渐进镜片的优化设计方案,减小切向误差,使得实际结果更精确。

参 考 文 献

- [1] Yang A, Lim S Y, Wong Y L, et al. Quality of life in presbyopes with low and high myopia using single-vision and progressive-lens correction[J]. *Journal of Clinical Medicine*, 2021, 10(8): 1589.
- [2] 项华中, 武杰, 付东翔, 等. 渐进多焦点自由曲面镜片非对称设计内移量对光学性能影响的研究[J]. *光学技术*, 2018, 44(2): 147-151.
- [3] Xiang H Z, Wu J, Fu D X, et al. Research of different internal offset values on asymmetric design for optical performance of progressive addition freeform lenses[J]. *Optical Technique*, 2018, 44(2): 147-151.
- [4] 吴泉英, 钱霖, 陈浩, 等. 渐进多焦点镜片的设计方法[J]. *激光杂志*, 2009, 30(6): 12-14.
- [5] Wu Q Y, Qian L, Chen H, et al. Design methods of progressive addition lenses[J]. *Laser Journal*, 2009, 30(6): 12-14.
- [6] Winthrop J T. Progressive addition spectacle lens: US5123725 [P]. 1992-06-23.
- [7] 唐运海, 吴泉英, 钱霖, 等. 渐进多焦点眼用镜片的平均曲率流优化设计[J]. *光学学报*, 2011, 31(5): 0522001.
- [8] Tang Y H, Wu Q Y, Qian L, et al. Optimizing design for progressive addition lenses by mean curvature flow[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(5): 0522001.
- [9] 秦琳玲, 钱霖, 余景池. 渐进多焦点镜片的逐点定向曲率补偿优化设计[J]. *光学学报*, 2012, 32(11): 1122003.
- [10] Qin L L, Qian L, Yu J C. Optimization design for progressive addition lenses by pointwise directional curvature compensation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(11): 1122003.
- [11] 唐运海, 吴泉英, 陈晓翌, 等. 基于遗传算法的渐进多焦点镜片子午线优化设计[J]. *光学学报*, 2014, 34(9): 0922005.
- [12] Tang Y H, Wu Q Y, Chen X Y, et al. Optimization design of the meridian line of progressive addition lenses based on genetic algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(9): 0922005.
- [13] Spratt R S, Meister D, Kratzer T. Wavefront optimized progressive lens: US8985767[P]. 2015-03-24.
- [14] 张皓, 唐运海, 吴泉英, 等. 基于拉普拉斯方程的渐进多焦点眼用镜片轮廓线优化设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(11): 112201.

- Zhang H, Tang Y H, Wu Q Y, et al. Contour line optimization design of progressive addition lenses based on Laplace equation [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(11): 112201.
- [10] Moon B Y, Yu D S, Kim S Y, et al. Proposal of corridor pattern to consider in progressive addition lens design[J]. *Journal of Korean Ophthalmic Optics Society*, 2020, 25(2): 99-102.
- [11] 张海平, 唐运海, 张慧星, 等. 基于非球面方程的渐进多焦点眼镜片优化设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(3): 0322001.
- Zhang H P, Tang Y H, Zhang H X, et al. Optimal design of progressive addition lenses based on aspherical formula[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(3): 0322001.
- [12] Xiang H Z, Zhang X, Gao J D, et al. Comparison of different power distributions for designing freeform progressive addition lenses based on a minimization error function model[J]. *Optical Engineering*, 2022, 61(3): 035106.
- [13] Xiang H Z, Chen J B, Zhu T F, et al. Theoretical and experimental investigation of design for multi-optical-axis freeform progressive addition lenses[J]. *Optical Engineering*, 2015, 54(11): 115110.
- [14] Rob H. Asap 光学设计中文使用说明书[EB/OL]. (2012-11-03) [2022-09-01]. <https://www.docin.com/p-2288938145.html>.
- Rob H. Asap Optical design instruction manual in Chinese[EB/OL]. (2012-11-03) [2022-09-01]. <https://www.docin.com/p-2288938145.html>.
- [15] 徐恺, 贾志刚, 房丰洲. 人眼实际观察状态下的自由曲面眼镜片的透射波前像差测量[J]. *光学学报*, 2018, 38(2): 0212001.
- Xu K, Jia Z G, Fang F Z. Measurement of transmission wavefront aberration of freeform spectacle lenses in real viewing condition of human eye[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(2): 0212001.
- [16] 杨通, 段璎哲, 程德文, 等. 自由曲面成像光学系统设计: 理论、发展与应用[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0108001.
- Yang T, Duan Y Z, Cheng D W, et al. Freeform imaging optical system design: theories, development, and applications [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0108001.
- [17] Jalie M. Modern spectacle lens design[J]. *Clinical & Experimental Optometry*, 2020, 103(1): 3-10.
- [18] 国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. 眼镜镜片 第 1 部分: 单光和多焦点镜片: GB 10810.1—2005[S]. 北京: 中国标准出版社, 2006.
- General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Uncut finished spectacle lenses part 1: single-vision and multifocal lenses: GB 10810.1—2005[S]. Beijing: Standards Press of China, 2006.
- [19] 朱日宏, 孙越, 沈华. 光学自由曲面面形检测方法进展与展望[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0112001.
- Zhu R H, Sun Y, Shen H. Progress and prospect of optical freeform surface measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0112001.
- [20] 李念宁, 项华中, 高健东, 等. 基于遗传算法的非球面眼镜片设计[J]. *光学仪器*, 2021, 43(3): 36-44.
- Li N N, Xiang H Z, Gao J D, et al. Design and application of aspheric ophthalmic lens based on genetic algorithm[J]. *Optical Instruments*, 2021, 43(3): 36-44.
- [21] 高姣林. 基于 Zemax 的消球差非球面透镜的优化设计研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2017.
- Gao J L. Optimum design of aspherical lens to eliminate the spherical aberration based on Zemax[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2017.

Design of Progressive Addition Lenses Based on Conic Parametric Equations

Zhan Xiaodie¹, Xiang Huazhong^{1*}, Wang Yaqiong¹, Zhang Yunjin¹, Zhang Xin¹, Ding Qihui¹, Zheng Zexi², Wang Cheng^{1,3}, Zhang Dawei^{4,5}, Chen Jiabi⁵, Zhuang Songlin^{4,5}

¹*Institute of Biomedical Optics and Optometry, School of Health Science and Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

²*School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

³*Shanghai Engineering Research Center of Interventional Medical Device, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

⁴*Engineering Research Center of Optical Instruments and Systems, Ministry of Education, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

⁵*School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*

Abstract

Objective Progressive addition lenses (PALs) not only solve the problem that the elderly need different focal powers for distance and near visions but also overcome the image jump of bifocal lenses owing to their continuously varying focal power along the meridian. Therefore, PAL design methods have a broad development prospect. PALs are mainly designed by a direct method and an indirect method. Although the indirect method offers convenient design, its prism is large when the focal power changes. The design of PALs by the direct method has the disadvantage that the maximum peripheral astigmatism exceeds two times the addition power (ADD) according to the Minkwitz theorem. Nevertheless, the direct method has relatively favorable advantages for the distance and near areas. The optimization of the direct method

in China and abroad mainly focused on the changes in the focal power along the meridian, the optimization of the local average focal power, and the calculation equations for different surface heights. In contrast, how to obtain reasonable focal power profile distributions on the lenses has rarely been reported. In addition, a conic parametric equation can be changed into an equation satisfying the conditions of the focal power profile distribution along the meridian. Therefore, this paper proposes a method based on a conic parametric equation to reasonably distribute the focal power profile on the entire lens, achieve the design of PALs by the direct method, and ultimately reduce peripheral astigmatism.

Methods On the basis of the principles of geometry and the direct method, the law of curvature change along the meridian of the lens is determined to satisfy the trigonometric function in this study, and the surface height equation is calculated as a spherical equation. Specifically, the function of the focal power profile distribution is solved by the circular parametric equation and also by the hyperbolic, parabolic, and elliptic equations. Then, the four sets of surface height data are used to simulate the focal power and astigmatism of the lenses in the simulation software. The designed lenses are processed and tested by the free-form surface machining machine, and the experimental results are verified. Finally, the influences of different conic parametric equations, i. e., hyperbolic, parabolic, elliptic, and circular equations, are analyzed for the optical properties, such as the focal power and astigmatism, of the lenses.

Results and Discussions Theoretical analysis, actual processing, detection, and comparison reveal that the method of solving the focal power profiles of lenses by conic parametric equations is feasible (Fig. 7). The actual focal power in the distance area and ADD of the four groups of lenses meet the national standard (GB 10810.1—2005). The conic parametric equations mainly include the hyperbolic, parabolic, elliptic, and circular equations, and different equations can be used to design the focal power profile on the whole lens. Moreover, the width of the distance and near areas can be set as required, and the distribution of peripheral astigmatism can be adjusted. With the same parameter (Table 1), the maximum peripheral astigmatism of the lens obtained by solving the hyperbolic equation is 1.36 times the ADD, and the visual effect is relatively poor (Table 2); the distortion of the lens on the periphery of its area of the fixed focal power calculated by the elliptic equation is the smallest. The maximum peripheral astigmatism of the lens obtained by solving the parabolic equation is the smallest, and the corresponding ratio of the maximum peripheral astigmatism of the lens to the ADD is also the smallest. The area with peripheral astigmatism larger than 1.75 D on the lens obtained by solving the elliptic equation is relatively small (Fig. 8), and the width of the actual visible area at the fixed focal power point in the distance area is the largest. Therefore, the elliptic equation can be used as the basis for further optimization design in the future.

Conclusions In this paper, the focal power profile distributions obtained by four different conic equations are proposed to design PALs, and the four groups of lenses are simulated, evaluated, and processed. The results show that the focal power profile distributions obtained by different conic equations have an impact on the design of PALs. With the design parameters, the peripheral astigmatism of the lens obtained by solving the hyperbolic equation is large and thus highly likely to cause severe vertigo when people wear such lenses to look around. In contrast, the peripheral astigmatism of the lenses calculated by the elliptic, circular, and parabolic equations is all smaller than that calculated by the hyperbolic equation. On this basis, variables are added to control the size of the distance and near areas so that the visible area at the fixed focal power point can be adjusted. However, a larger area of the fixed focal power corresponds to larger distortion and dispersion of the spherical lens. Consequently, the actual width at the fixed focal power point will be smaller than the theoretical value. When the area of the fixed focal power is small, the distortion of the PAL designed on the basis of the circular equation on the periphery of its area of the fixed focal power is the smallest. In future research, the inner surface of PALs can be transformed from a spherical design to an aspherical design on the basis of this design method to further study the optimal design of PALs, reduce the tangential error, and obtain more accurate actual results.

Key words optical design; direct design method; progressive addition lens; focal power distribution; eccentricity; astigmatism