

## 基于响应函数的大口径衍射元件光场调制分析

刘盾\*, 石恒, 汪利华, 高国涵, 范斌

中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209

**摘要** 针对大口径衍射光学元件快速高精度分析难题,提出了基于响应函数的光场调制分析方法。首先,将衍射元件表面的微结构分解成多个台阶结构;然后,使用严格矢量理论方法计算台阶对入射光场的调制作用,并转化成阶跃响应函数;最后,利用相干合成原理将每个台阶的阶跃响应函数合成为微结构对入射光场的响应。分析了微结构最小线宽、响应函数作用范围和台阶定位误差等对计算精度的影响,并利用所提方法计算了不同口径衍射透镜的近场及远场分布。结果表明,即使存在 25 nm 的台阶定位误差,透镜远场的最大光强和衍射效率与严格矢量理论计算结果的差异仍然小于 2%,同时计算效率提升了至少 3 个数量级,可见,所提方法可兼顾大口径衍射元件分析的精度与速度。

**关键词** 衍射; 光学元件; 光场调制; 响应函数; 矢量衍射理论

**中图分类号** O439 **文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS222071

## 1 引言

衍射光学元件是一种利用表面浮雕结构对光波进行调制的元件。相较于传统光学元件,衍射光学元件具有体积小、质量轻、设计灵活、色散独特等优点,极大促进了光学系统小型化与轻量化,在光学通信、空间成像、激光雷达、高精度光学测试等领域得到广泛应用<sup>[1-7]</sup>。

衍射元件对光场调制的高精度分析是其应用的关键环节。在大多数光学设计软件中采用基于光栅方程的模型计算衍射元件对光线的偏折作用<sup>[8]</sup>,但是该模型忽略了衍射元件物理结构的影响,在系统综合性能定量分析中存在缺陷,尤其是针对能量利用率、杂散光等指标的分析。为定量评估衍射元件的效率,Swanson<sup>[9]</sup>采用基于标量衍射理论的薄元近似(TEA)模型推导出二元衍射光学元件衍射效率计算公式。在此基础上,刘盾等<sup>[10-11]</sup>对由衍射元件的多级衍射造成的成像系统调制传递函数下降、杂散光增加等成像特性开展了分析。但是,根据文献<sup>[12-13]</sup>的分析和讨论结果,当衍射元件的特征尺寸大于 10 倍波长时,采用标量衍射理论进行近似处理也能获得比较精确的结果,而随着微结构特征尺寸逐渐接近波长量级,误差逐渐增加。金国藩<sup>[14]</sup>也比较了使用标量理论与矢量理论计算光栅衍射效率存在的差异。虽然矢量衍射理论使用数学工具严格求解麦克斯韦方程组,可得到非常精确的结果,但是严格矢量衍射计算的数据量非常庞大,

因此一般只适用于小尺寸的元件。为解决大尺寸衍射元件的高精度分析难题,分区计算的思路被众多研究人员采用。其中一种方法是根据微结构特征尺寸将元件划分为多层,针对特征尺寸接近波长量级的结构层采用严格矢量分析方法,对于特征尺寸远大于波长的结构层采用标量近似分析方法,最后将经过每层结构的光场相干合成得到总的光场<sup>[15-16]</sup>。另一种方法是将大口径衍射元件划分为多个子窗口,针对每个子窗口采用严格矢量分析方法<sup>[17-18]</sup>,最后将所有窗口进行拼接。为解决子窗口间相互重叠带来的计算量增加问题,Sugisaka 等<sup>[19]</sup>提出一种改进办法。此外,智喜洋等<sup>[20]</sup>利用衍射透镜的旋转对称特性,将二维运算降为一维,显著降低了数据量,同时采用基于 GPU 计算架构的并行运算提升计算效率,为大口径衍射元件分析的工程实现提供了一种新思路。上述方法均是对计算策略进行优化,并未解决矢量运算的复杂性和超大数据量难题。在实际应用中,大口径衍射元件的特征尺寸随半径位置变化,部分区域的特征尺寸远大于波长,而部分区域特征尺寸则接近波长,因此对精度高、速度快的分析方法提出了迫切需求。

在探索严格矢量理论下衍射元件表面微结构的衍射现象时发现,光场剧烈振荡只发生在微结构高度突变处。根据这一现象,本文提出将微结构高度突变对光波调制的作用等效为阶跃响应,元件对入射光波的调制作用可以分解为多个阶跃响应函数的相干叠加。当入射光波具有空间不变特征时,只需使用严格矢量

收稿日期: 2022-11-29; 修回日期: 2022-12-26; 录用日期: 2023-01-09; 网络首发日期: 2023-01-19

基金项目: 国家自然科学基金(61905254, 62075220)、“西部之光”人才培养计划

通信作者: \*liudun@ioe.ac.cn

分析方法计算阶跃响应函数即可快速获得大尺寸元件对入射光波的调制,其计算精度与严格矢量分析方法接近,同时显著提升了计算速度。本文首先详细介绍所提方法的原理和计算过程,然后开展数值计算仿真实验,并与严格矢量分析方法进行对比,分析所提方法在计算精度与速度方面的特点。

## 2 理论与方法

当入射光场经过图 1 所示的台阶结构时,可使用  $U(p) = U_i(p)T(p)$  描述光场的变化,其中  $U_i(p)$  为入射光场,  $T(p)$  为微结构的复振幅透过率函数。

$$T(p) = A(p) \exp[j\phi(p)] = \exp\left[\frac{j2\pi d_{\text{OPD}}(p)}{\lambda}\right], \quad (1)$$

式中:  $A(p)$  为振幅;  $\phi(p)$  为相位;  $d_{\text{OPD}}(p)$  为光程差;  $\lambda$  为波长。假定微结构高度为  $h(p)$ , 界面两侧的折射率分别为  $n_1$  和  $n_2$ 。根据薄元近似模型, 振幅基本不随位置发生变化, 为一个常数, 而相位与微结构高度引起的光程差有关。在  $p$  点引入的光程差  $d_{\text{OPD}}(p) = (n_1 - n_2) \cdot h(p)$ , 产生的相位延迟  $\phi(p) = 2\pi d_{\text{OPD}}(p) / \lambda$ 。因此, 根据微结构高度变化逐点求出相位延迟量即可得到微结构的复振幅透过率。

当图 1 中  $n_1$  介质为熔石英,  $n_2$  介质为空气时, 由台阶高度引入的光程差为  $\lambda/2$ , 使用严格矢量理论方法

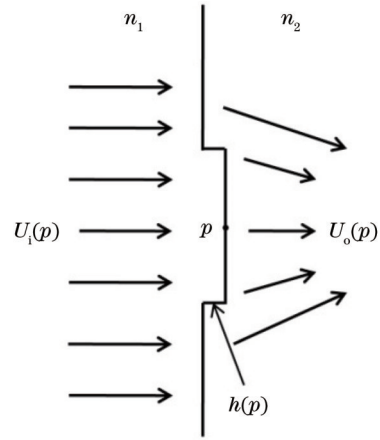


图 1 微结构对光场的调制  
Fig. 1 Modulation of light field by microstructures

对平面波由  $n_1$  介质入射至  $n_2$  介质后的光场分布进行计算, 结果如图 2 所示。可以看到, 光场的振幅和相位均只在台阶突变点附近区域出现强烈振荡。当观测点与台阶突变点的距离大于  $10\lambda$  时, 振幅波动幅度小于 0.39%, 相位波动幅度小于 0.2%; 当观测点与台阶突变点的距离大于  $5\lambda$  时, 振幅波动幅度小于 1.3%, 相位波动幅度小于 0.6%; 当观测点与台阶突变点的距离接近  $2\lambda$  时, 振幅的最大波动幅度为 15.65%, 相位的最大波动幅度为 9.77%; 突变点附近的振幅最大波动幅度为 85.25%, 相位最大波动幅度为 14.91%。

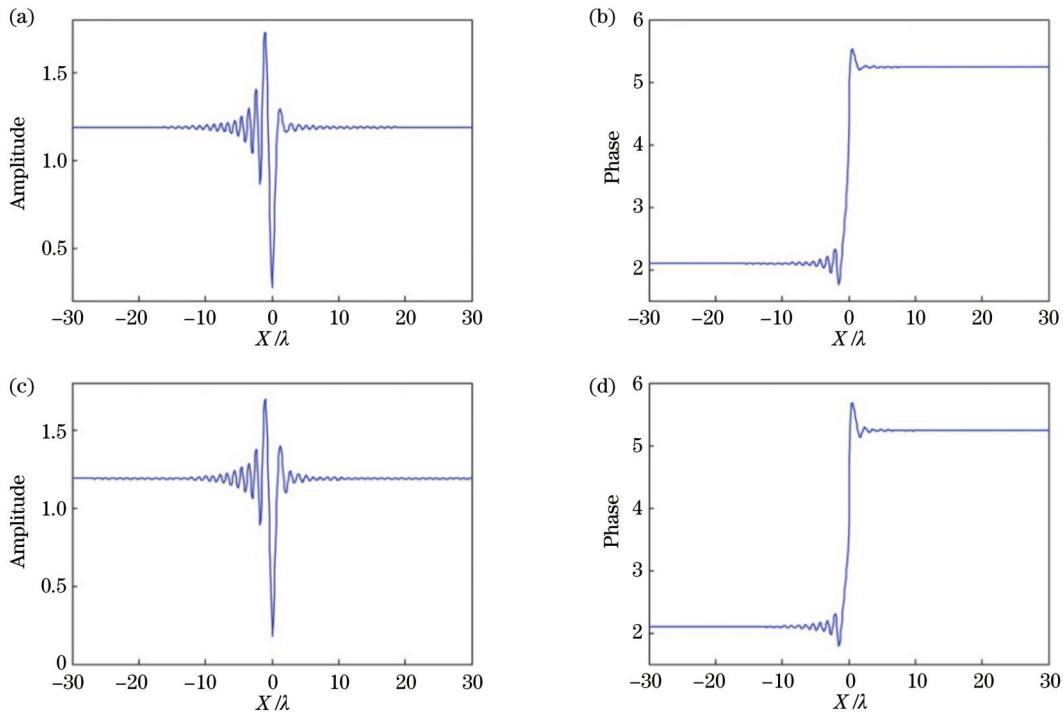


图 2 平面波经过台阶结构后的光场分布。(a)(b)入射波 TE 极化对应的振幅和相位分布; (c)(d)入射波 TM 极化对应的振幅和相位分布

Fig. 2 Light field distribution of plane wave passing through step structure. (a) Amplitude and (b) phase distribution corresponding to TE polarization; (c) amplitude and (d) phase distribution corresponding to TM polarization

对于大多数衍射元件,其表面微结构可以分解成多个台阶结构,例如图 1 所示的凸台结构可分解为一个上升沿台阶和一个下降沿台阶。使用阶跃响应函数(STEP-SF) $H(p)$ 描述台阶对光场的调制作用,微结构对光场的调制可表示成多个阶跃响应函数的合成,即

$$U(p) = \sum_{L=1}^N H_L(p - p_L), \quad (2)$$

式中: $p$ 为衍射元件表面的位置坐标; $p_L$ 为台阶突变点的坐标; $L$ 为台阶的序号; $H_L$ 为台阶对光场调制的响应函数。针对大口径衍射元件,只需将特征台阶找出,使用严格矢量理论对特征台阶进行矢量分析得到响应函数,然后采用式(2)所述方法合成衍射元件对入射光场调制后的光场分布。

由于阶跃响应函数的作用范围有限,当两个甚至多个阶跃响应函数的作用范围存在重叠时,直接使用式(2)对重叠区域光场进行合成时必须扣除一个常数才能保证合成光场的连续性,该常数等于标量理论分析得到的光场;当两个相邻阶跃函数的作用范围未完全覆盖台阶突变点之间的区域时,采用薄元近似分析方法对未覆盖区域得到的结果仍然具有很高精度。为增加式(2)的实用性,将台阶响应函数与标量理论分析得到的结果之差作为新的响应函数,即

$$U(p) = U_{\text{TEM}}(p) + \sum_{L=1}^N (p - p_L) \Delta H_L, \quad (3)$$

式中: $U_{\text{TEM}}(p)$ 为使用基于标量衍射理论的薄元近似模型分析得到的光场分布; $\Delta H_L$ 为使用严格矢量衍射理论分析得到的台阶响应函数与标量理论分析得到的结果之差。

$$\Delta H_L(p) = H(p) - U_{\text{TEM}}(p), \quad |p| \leq \Delta p, \quad (4)$$

式中: $\Delta p$ 为响应函数的作用范围。

当进行大口径衍射元件光场合成时,子窗口拼接是最直接有效的策略。为保证台阶结构响应函数对相邻子窗口光场的影响,子窗口重叠区域必须大于响应函数作用范围的一半,该作用范围 $\Delta p$ 可根据微结构线宽特征以及计算精度进行选择。根据图 2 所示的结果,当 $\Delta p \geq 7\lambda$ 时,光场振幅和相位波动幅度均小于 1%,可满足大部分情况的精度要求。此外,台阶响应函数的中心点与台阶突变点的偏差也会导致相干合成的光场存在差异,导致计算误差。

### 3 数值仿真实验与分析

为验证所提方法的计算精度,在 COMSOL 软件中建立了周期分别为  $10\lambda$ 、 $6\lambda$ 、 $2\lambda$ , 占空比均为 50% 的光栅结构,计算不同极化平面波入射后的近场分布。在采用所提方法计算的过程中,保证台阶高度突变点与 COMSOL 软件中设置的点一致。为定量评估所提响应函数法的计算精度,以有限元法(FEM)计算结果为参考,逐点计算振幅和相位的相对误差,并以相对误差的均方根(RMS)值作为量化评价指标,RMS 越小表明两种方法计算结果的一致性越高。表 1 所示为使用所提方法与严格矢量方法计算光场振幅和相位的相对误差 RMS,其中第一列数据为响应函数的作用范围。当响应函数作用范围小于  $7\lambda$  时,相对误差 RMS 随响应函数作用范围的增加而减小;当响应函数作用范围大于  $7\lambda$  时,光场的相对误差 RMS 基本趋于稳定,波动较小。唯一例外情况出现在微结构最小线宽为  $3\lambda$ 、入射平面波为 TM 极化时,光场振幅的相对误差 RMS 在响应函数为  $4\lambda$  和  $5\lambda$  时比其他作用范围下的值小,可能原因是台阶响应函数的振荡频率刚好与微结

表 1 平面波经过不同光栅结构后光场的相对误差 RMS

Table 1 RMS of relative error of light field after plane wave passes through different gratings

unit: %

$\Delta p$	Polarization mode	Min. width is $5\lambda$		Min. width is $3\lambda$		Min. width is $\lambda$	
		Amplitude	Phase	Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
$10\lambda$	TE	1.67	0.52	1.51	0.86	8.55	3.91
	TM	2.35	0.54	6.55	0.80	10.59	2.85
$9\lambda$	TE	1.53	0.46	1.60	0.78	7.66	2.19
	TM	2.72	0.66	6.93	0.80	10.96	1.73
$8\lambda$	TE	1.24	0.49	0.91	0.80	7.10	2.10
	TM	2.78	0.67	6.19	0.86	10.63	1.10
$7\lambda$	TE	0.94	0.53	1.01	1.02	8.01	2.17
	TM	2.80	0.70	6.19	0.85	8.42	1.86
$6\lambda$	TE	1.27	0.63	1.76	0.88	8.84	2.30
	TM	2.84	0.76	6.57	0.76	7.93	2.33
$5\lambda$	TE	2.59	0.74	2.38	0.87	13.06	3.32
	TM	4.16	1.21	3.70	1.17	14.61	2.22
$4\lambda$	TE	3.66	1.09	3.53	1.13	15.51	4.36
	TM	6.10	1.37	3.83	1.44	21.28	2.15



构特征尺寸的空间频率耦合。因此,为保证计算结果的精度与收敛,选择响应函数的作用范围应不小于  $7\lambda$ 。

图 3 展示了响应函数作用范围为  $7\lambda$  时,计算得到的不同周期光栅结构的近场分布,其中  $r$  为光栅空间位置。图 3(a)、(d) 所示分别为  $10\lambda$  周期光栅的振幅和相位分布,图 3(b)、(e) 所示分别为  $6\lambda$  周期光栅的振幅和相位分布,图 3(c)、(f) 所示分别为  $2\lambda$  周期光栅的振幅和相位分布。可以看到,两种方法得到的光场振幅

和相位分布规律基本一致,仅在数值上略有差异。结合表 1 的数据可以看出:当微结构的最小线宽达到  $\lambda$  时,振幅相对误差 RMS 的最大值为 8.42%,此时相位的相对误差 RMS 值约为 2%,振幅与相位的综合相对误差 RMS 基本控制在 6.1% 以内;当微结构的最小线宽大于  $3\lambda$  时,振幅和相位的综合相对误差 RMS 基本控制在 4.41% 以内。微结构的最小线宽越大,相对误差 RMS 越小,说明所提方法可实现微结构高精度光场调制计算。

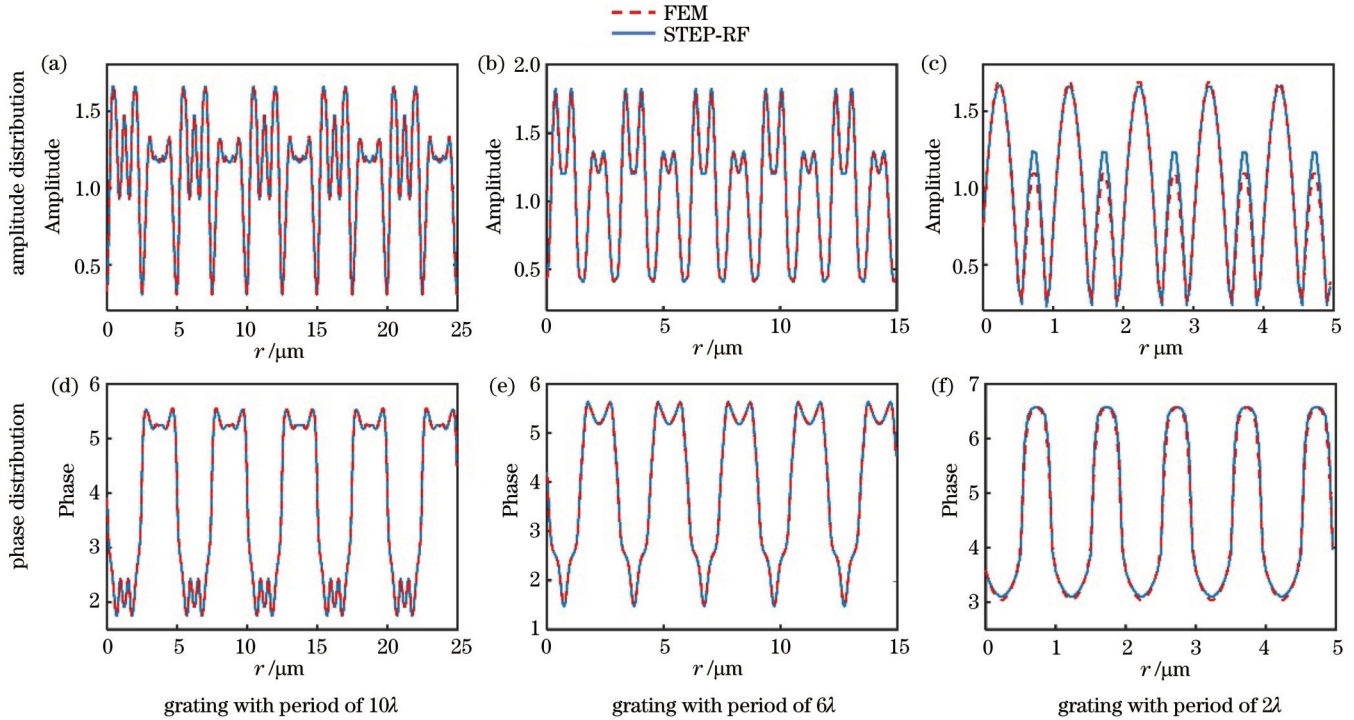


图 3 平面波经过周期结构后的光场分布

Fig. 3 Near field distributions after TE plane wave passes through gratings with different periods

二元衍射元件表面为台阶状微结构,图 4 所示为其中一个基本微结构单元,包括一个上升沿和一个下降沿。按照所提的响应函数方法,理论上使用一个上升沿响应函数和一个下降沿响应函数相干叠加即可实现该结构的光场计算。但是实际计算时光场采样间隔具有一定大小,其中心代表台阶响应函数的中心。当采用图 4 所示的两个阶跃响应函数  $H_{n_0}(x)$  和  $H_{n_1}(x)$  进行相干叠加时,明显  $H_{n_1}(x)$  的中心与台阶突变点并不重合,因此会导致计算结果存在误差。

为研究台阶突变点定位偏差对计算精度的影响,针对上述基本结构开展了近场计算。图 5 给出了定位误差为 0~100 nm 的近场相对误差 RMS 变化。由图 5 可知,相对误差 RMS 随定位误差近似线性增大,当定位误差控制在 30 nm 以内时,光场振幅相对误差 RMS 增量可控制在 5% 以内,相位相对误差 RMS 可控制在 2% 以内。

为验证所提大口径衍射元件计算方法的有效性,

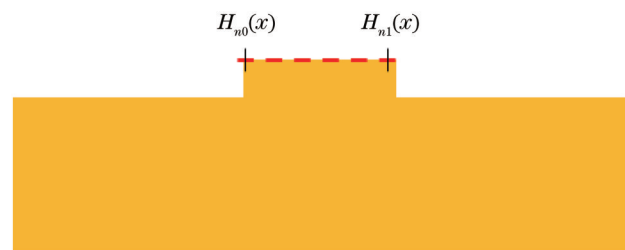


图 4 台阶定位误差示意图

Fig. 4 Schematic of step positioning error

对口径为 0.5 mm、焦距为 0.5 mm、设计波长为  $0.5 \mu\text{m}$  的菲涅耳透镜进行近场分析,并将所得结果与使用有限元法计算的结果进行对比。透镜基底为熔石英,表面微结构为两台阶结构,由台阶高度引入的光程差为  $\lambda/2$ ,入射光波为  $0^\circ$  入射的平面波。有限元法计算采用 COMSOL 软件的波动光学模块,网格为自由剖分三角形网格,设置网格尺寸为  $0.05 \mu\text{m}$ ,除入射边界外,其余边界为吸收不反射边界,选择分析使用的物理

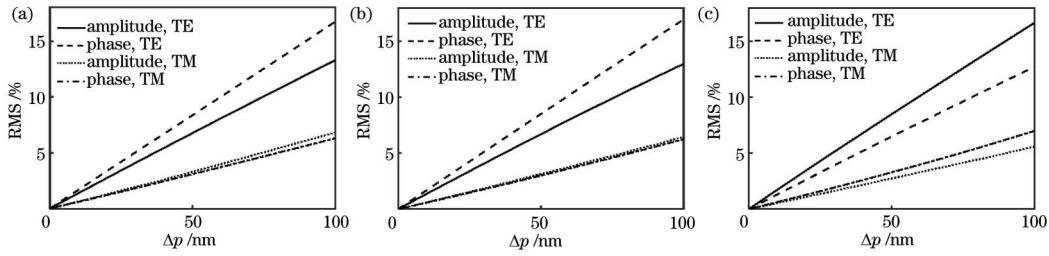


图 5 不同特征结构最小线宽下光场相对误差 RMS 随定位误差的变化曲线。(a)特征结构的最小线宽为  $5\lambda$ ; (b)特征结构的最小线宽为  $3\lambda$ ; (c)特征结构的最小线宽为  $\lambda$

Fig. 5 Variation curves of relative error RMS of light field with positioning error under minimum linewidth of different characteristic structures. (a) Minimum linewidth of the characteristic structure is  $5\lambda$ ; (b) minimum linewidth of the characteristic structure is  $3\lambda$ ; (c) minimum linewidth of the characteristic structure is  $\lambda$

场“电磁场、频域”和研究步骤“频域”。使用所提方法计算时,将透镜划分为 10 个子孔,每个子孔的孔径为  $59.2\ \mu\text{m}$ ,子孔之间的重叠区域长度为  $4\ \mu\text{m}$ ,所用响应函数的作用范围为  $3.5\ \mu\text{m}$ 。

当入射波为 TE 极化时,经过透镜后沿径向的光场分布如图 6 所示;当入射波为 TM 极化时,经过透

镜后沿径向的光场分布如图 7 所示。由图 6 和图 7 可知:当微结构环带的最小线宽大于  $3\lambda$  时,利用两种分析方法得到的光场分布曲线基本重合;当微结构环带的最小线宽约为  $\lambda$  时,利用两种方法计算得到的光场在振幅和相位数值上的差异明显增加,但是变化规律仍保持一致。

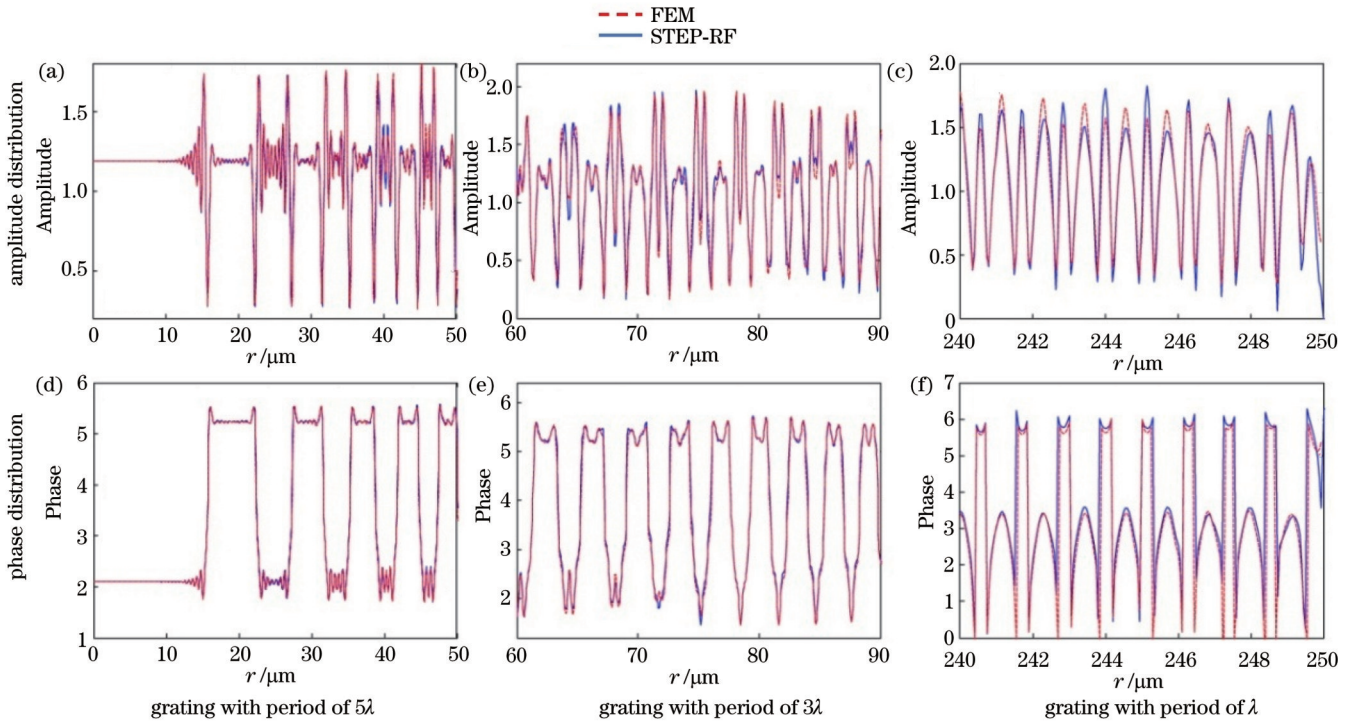


图 6 TE 平面波经过菲涅耳透镜后沿径向的近场分布

Fig. 6 Near field distribution along radial direction after TE plane wave incident on the Fresnel lens

在计算大口径衍射元件的光场调制时,台阶突变点与中心点的距离并不是离散采样间隔的整数倍,因此定位误差无法避免。对应图 6 和图 7 中不同区域的光场计算结果,振幅和相位的相对误差 RMS 如表 2 所示。随着微结构最小线宽减小,响应函数法的计算误差逐渐增加。当最小线宽大于  $3\lambda$  时,薄元近似法的相对误差 RMS 值至少是响应函数法的 4.4 倍;当最小线宽接近  $\lambda$  时,薄元近似法计算振幅的相对误差 RMS 值

至少是响应函数法的 5 倍。

为进一步评估所提方法计算结果的远场特性,根据标量衍射的线性叠加原理使用基尔霍夫衍射积分公式计算透镜远场分布,得到 +1 级焦面上的光强分布数据,并对衍射效率以及点扩散函数特性进行分析。图 8 所示为透镜远场焦面上的光强分布,其中点划线表示使用薄元近似方法计算得到的透镜近场,虚线表示使用响应函数法计算得到的透镜近场,实线表示使



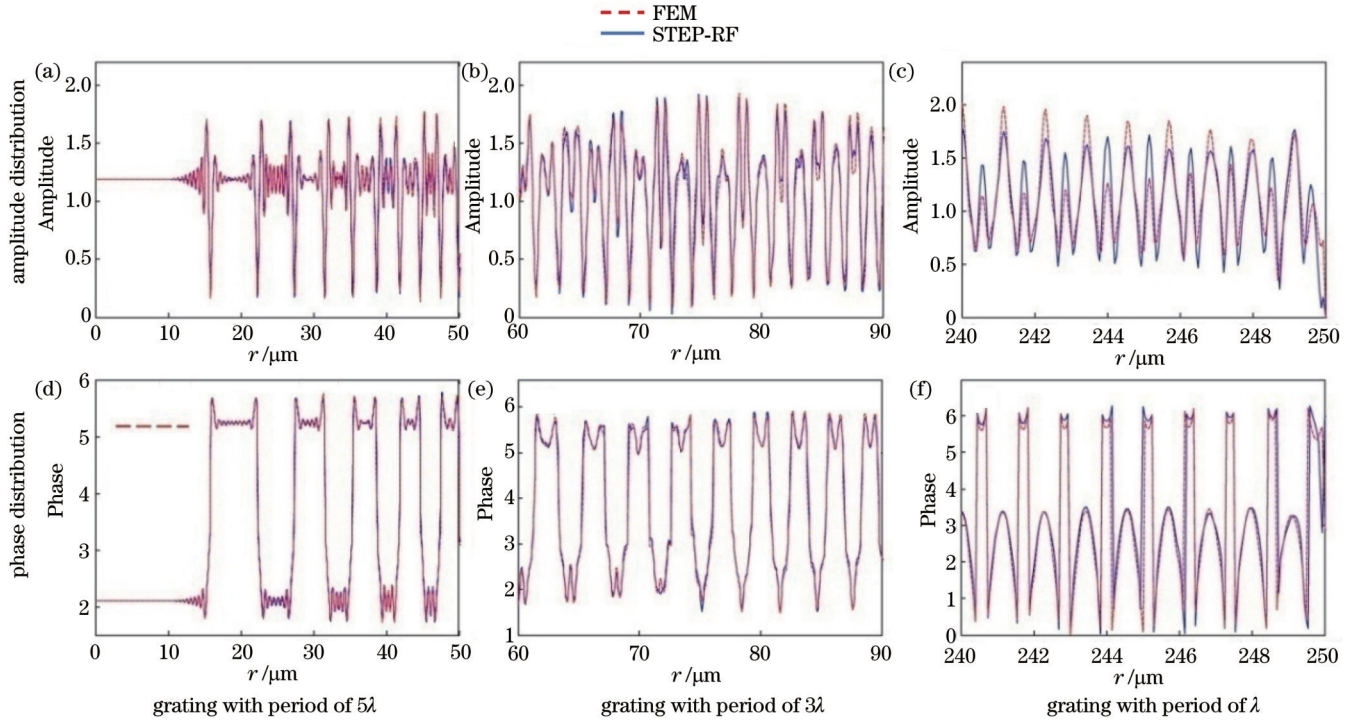


图 7 TM 极化平面波经过菲涅耳透镜后沿径向的光场分布

Fig. 7 Near field distribution along radial direction after TM plane wave incident on the Fresnel lens

表 2 平面波经过菲涅耳透镜后不同区域的光场相对误差 RMS

Table 2 RMS of relative error of light field after plane wave passes through the Fresnel lens

unit: %

Method	Polarization mode	Min. width is $5\lambda$		Min. width is $3\lambda$		Min. width is $\lambda$	
		Amplitude	Phase	Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
STEP-RF	TE	6.45	2.30	9.93	3.82	13.87	20.41
	TM	8.51	2.64	15.01	4.40	18.40	17.56
Proposed	TE	54.89	10.18	103.80	17.18	83.68	102.15
	TM	84.62	10.05	176.37	17.33	44.14	502.47

用有限元法计算得到的透镜近场,而所有数据以有限元方法的计算结果为参考进行归一化处理。从图 8 可以看到,响应函数法对应的归一化点扩散函数与有限

元法对应的点扩散函数基本重合,薄元近似法的归一化光强明显高于有限元法,但所有方法对应的点扩散函数半峰全宽基本相同。

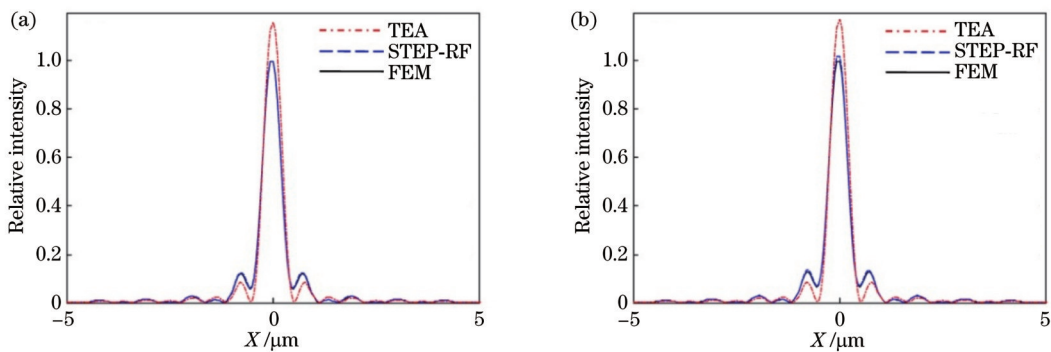


图 8 不同入射平面波经过透镜后+1级焦面光强分布。(a) TE 极化平面波;(b) TM 极化平面波

Fig. 8 Intensity distribution of +1 focal plane after the plane wave passes through the lens. (a) TE polarized plane wave; (b) TM polarized plane wave

表 3 统计了采用不同方法计算得到的透镜焦面最大光强和衍射效率,其中衍射效率定义为点扩散函数

3 个衍射环以内的光强之和与入射总光强之比。以有限元法的计算结果为参考:利用响应函数法计算得到

的透镜相对光强误差的最大值为 1.8%，衍射效率相对误差的最大值为 1.64%；利用薄元近似法计算得到的透镜相对光强误差的最大值为 17.2%，衍射效率误差的最大值为 13.42%。远场计算结果表明所提响应函数法的计算精度与严格矢量理论方法的精度相当。

表 3 透镜+1级焦面光强与衍射效率的对比

Table 3 Comparison of intensity and diffraction efficiency of +1 order focal plane

Method	Max. of relative light intensity		Diffraction efficiency / %	
	TE	TM	TE	TM
	FEM	1.000	1.000	39.03
STEP-RF	0.998	1.018	39.43	35.89
TEA	1.159	1.172	40.50	40.50

表 4 不同口径菲涅耳透镜近场计算时间统计

Table 4 Calculation time of near field distribution for Fresnel lenses with different calibers

unit: s

Method	Caliber of 0.5 mm		Caliber of 1 mm		Caliber of 5 mm		Caliber of 50 mm	
	TE	TM	TE	TM	TE	TM	TE	TM
	FEM	93	97	182	193	(930)	(970)	(9300)
STEP-RF	0.060	0.059	0.073	0.072	0.188	0.186	1.296	1.342

## 4 结 论

针对大口径变周期衍射元件快速高精度分析需求,首先将衍射元件表面微结构分解为多个台阶结构。由于入射光波只在台阶突变处剧烈振荡,因此将台阶结构对光波的调制作用等效为阶跃响应函数,利用每个台阶的响应函数进行相干叠加即可得到衍射元件的光场调制效果。当入射光波具有空间不变特征时,只需使用严格矢量分析方法计算阶跃响应函数即可快速获得大尺寸元件对入射光波的调制强度。数值计算结果表明:当微结构特征尺寸大于 $3\lambda$ 时,其近场计算数据与严格矢量理论计算结果的综合相对误差 RMS 优于 4.41%;当微结构特征尺寸接近 $\lambda$ 时,其近场计算数据与严格矢量理论计算结果的相对误差 RMS 的最大值为 8.42%,综合相对误差 RMS 优于 6.1%,仍然具有较高精度。除了微结构的尺寸外,响应函数作用范围和台阶定位误差也是计算精度的主要影响因素。当响应函数作用范围大于 $7\lambda$ 时,光场的相对误差 RMS 基本趋于稳定。相对误差 RMS 随台阶定位误差近似线性增加,当定位误差控制在 30 nm 以内时,光场振幅相对误差 RMS 增量可控制在 5% 以内,相位相对误差 RMS 可控制在 2% 以内。

在针对大口径衍射元件的计算过程中,定位误差不可避免,但是对菲涅耳透镜的远场特性计算结果表明,即使存在 25 nm 以内的定位误差,远场最大光强和衍射效率与严格矢量理论分析结果的差异仍然小于 2%,具有较高的精度。此外,所提方法的计算效率较 COMSOL 软件中的有限元法提升了至少 1500 倍,且

为分析所提方法的计算效率,表 4 统计了计算不同口径菲涅耳透镜近场的所用时间,并与有限元法进行对比,其中未加括号的数值为真实计算的消耗时间,括号内的数值为根据经验推算的时间。所用计算机的 CPU 为 8 核 AMD Ryzen 7 5800U with Radeon Graphics 处理器,内存为 16 GB。由于严格矢量理论方法对计算机内存消耗严重,使用 COMSOL 软件计算口径为 0.5 mm 的菲涅耳透镜近场时,虽然计算时间只需要 93 s,但划分网格耗时超过 4 min,因此本文仅计算了口径为 0.5 mm 和 1 mm 的菲涅耳透镜,然后以 0.5 mm 为一个子窗口推算拼接成 5 mm 与 50 mm 口径的计算时间。由表 4 所示数据可知,响应函数法的计算效率较 COMSOL 软件中的有限元法提升了至少 1500 倍,且口径越大,提升效果越明显。

口径越大,提升效果越明显。所提方法除了可实现台阶型微结构的光场调制计算,还可应用于具有空间不变特征结构的衍射元件计算,其主要难点在于确定具有空间不变特性的特征结构。对于不具备空间不变特性的二维微结构,所提方法具有一定的局限性。后续将进一步拓展该模型,将微结构加工误差的影响考虑进来,为大口径衍射元件的设计、加工与优化提供理论指导。

## 参 考 文 献

- [1] Yu J J, Han Q Q, Ma J, et al. Potential application of diffractive optical elements in satellite laser communication terminals[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(1): 130-137.
- [2] 杨伟, 吴时彬, 汪利华, 等. 微结构薄膜望远镜研究进展分析[J]. *光电工程*, 2017, 44(5): 475-482, 564.  
Yang W, Wu S B, Wang L H, et al. Research advances and key technologies of macrostructure membrane telescope[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, 44(5): 475-482, 564.
- [3] Zhao W, Wang X, Liu H, et al. Development of space-based diffractive telescopes[J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2020, 21(6): 884-902.
- [4] 李道京, 高敬涵, 崔岸婧, 等. 2 m 衍射口径星载双波长陆海激光雷达系统研究[J]. *中国激光*, 2022, 49(3): 0310001.  
Li D J, Gao J H, Cui A J, et al. Research on space-borne dual-wavelength land-sea LiDAR system with 2 m diffractive aperture[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2022, 49(3): 0310001.
- [5] 常琛亮, 戴博, 夏军, 等. 面向视觉舒适度的全息近眼显示研究综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(20): 2011001.  
Chang C L, Dai B, Xia J, et al. Review of holographic near-eye displays for visual comfort[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(20): 2011001.
- [6] 李彦锦, 周朗, 李卓, 等. 基于衍射光学元件的全光分幅成像技术[J]. *光学学报*, 2021, 41(2): 0232001.  
Li Y J, Zhou L, Li Z, et al. All-optical framing imaging

- technology based on diffractive optical elements[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(2): 0232001.
- [7] Kino M, Kurita M. Interferometric testing for off-axis aspherical mirrors with computer-generated holograms[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(19): 4291-4297.
- [8] 杨国光. 微光学与系统[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2008: 76-78.  
Yang G G. *Micro-optics and system*[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2008: 76-78.
- [9] Swanson G. Binary optics technology: theoretical limits on the diffraction efficiency of multilevel diffractive optical elements[R]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1989.
- [10] 刘盾, 杨伟, 吴时彬, 等. 主镜台阶数目对衍射成像系统传递函数的影响分析[J]. *光电工程*, 2017, 44(8): 786-790, 843.  
Liu D, Yang W, Wu S B, et al. Effect of the number of primary lens level on the MTF of diffractive imaging system[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, 44(8): 786-790, 843.
- [11] Liu D, Wang L H, Yang W, et al. Stray light characteristics of the diffractive telescope system[J]. *Optical Engineering*, 2018, 57(2): 025105.
- [12] Pommet D A, Moharam M G, Grann E B. Limits of scalar diffraction theory for diffractive phase elements[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, 11(6): 1827-1834.
- [13] Francés J, Neipp C, Gallego S, et al. Comparison of simplified theories in the analysis of the diffraction efficiency in surface-relief gratings[J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8429: 84291U.
- [14] 金国藩. 二元光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 35-36.  
Jin G F. *Binary optics*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998: 35-36.
- [15] Feng D, Yan Y B, Jin G F, et al. Rigorous concept for the analysis of diffractive lenses with different axial resolution and high lateral resolution[J]. *Optics Express*, 2003, 11(17): 1987-1994.
- [16] Sugisaka J I, Yasui T, Hirayama K. Expansion of the difference-field boundary element method for numerical analyses of various local defects in periodic surface-relief structures[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(5): 751-763.
- [17] Layet B, Taghizadeh M R. Analysis of gratings with large periods and small feature sizes by stitching of the electromagnetic field[J]. *Optics Letters*, 1996, 21(18): 1508-1510.
- [18] Prather D W, Shi S, Bergey J S. Field stitching algorithm for the analysis of electrically large diffractive optical elements[J]. *Optics Letters*, 1999, 24(5): 273-275.
- [19] Sugisaka J I, Yasui T, Hirayama K. Field-stitching boundary element method for accurate and rapid vectorial diffraction analysis of large-sized one-dimensional diffractive optical elements[J]. *Optics Express*, 2018, 26(16): 20023-20039.
- [20] 智喜洋, 江世凯, 乔凯, 等. 大口径衍射光学系统成像特性分析方法[J]. *光学学报*, 2020, 40(17): 1705002.  
Zhi X Y, Jiang S K, Qiao K, et al. Imaging characteristic analysis method for large-aperture diffractive optical system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(17): 1705002.

## Analysis of Light Field Modulation by Large-Aperture Diffractive Element Based on Response Function

Liu Dun\*, Shi Heng, Wang Lihua, Gao Guohan, Fan Bin

*Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, Sichuan, China*

### Abstract

**Objective** Compared with the traditional optical elements, diffractive optical elements (DOEs) have many advantages, such as light weight, flexible design, and unique dispersion. Greatly promoting the miniaturization and lightweight of optical systems, DOEs are widely used in laser communication, laser radar, space imaging, high-precision optical testing, and other fields. The high-precision analysis of light field modulation by DOEs is a key point in the application of DOEs. However, most optical design software calculates the deflection of light by DOEs with the grating equation model, ignoring the physical structure of DOEs. The quantitative analysis of the comprehensive performance of the system has defects, especially the analysis of energy utilization, stray light, and other performance. The thin element approximation (TEA) model based on the scalar diffraction theory is widely employed to quantitatively analyze the complex-amplitude transmittance, diffraction efficiency, and other properties of DOEs. When the microstructure size of a DOE is larger than 10 times the wavelength, the TEA model can obtain comparatively accurate results. However, the error increases rapidly as the microstructure size gradually approaches the order of magnitude of wavelength. The vector diffraction theory using mathematical tools to strictly solve Maxwell equations is a perfect solution for high-precision analysis of DOEs. Unfortunately, strict vector diffraction calculation involves a large amount of data and is thus generally applicable to small-size elements only. When the diffraction phenomenon of the microstructures is analyzed by the strict vector diffraction theory, violent oscillation of the light field is only observed at the positions with abrupt changes in height. Due to this phenomenon, the paper equates the effect of step microstructures on light wave modulation with step response functions and synthesizes the modulation effect of the DOE as the coherent superposition of multiple step response functions (STEP-RFs). When the incident light wave and the step microstructure have space-invariant characteristics, the modulation of the incident light wave by a large-size element can be quickly obtained by this method. The proposed method is expected to serve as a practical solution for high-precision and rapid analysis of large-aperture DOEs and promote the engineering



application of such DOEs.

**Method** The surface microstructures of most DOEs can be decomposed into multiple step structures. For example, the boss structure in Fig. 1 can be decomposed into a rising-edge step and a descending-edge step. Then, the modulation of the incident light field by the step structures is calculated by the vector diffraction theory and solidified into a step response function. Finally, the step response functions of all steps are synthesized into the response of the DOE according to the principle of coherent combination of the light fields. For large-aperture diffractive elements, this paper only needs to find out the characteristic step structures and conduct vector analysis of the characteristic steps by the strict vector theory to obtain the response functions before synthesizing the light field distribution after the incident light field is modulated by the DOE by the above method. Sub-window splicing is the most direct and effective strategy for light field synthesis for large-aperture DOEs. To ensure the influence of a step structure on the light field of adjacent sub-windows, the overlapping area of the sub-windows must be larger than half of the range of the response function.

**Results and Discussions** Specifically, the three main factors affecting calculation accuracy, i. e., the minimum linewidth of microstructures, the range of the response function, and the step positioning error, are studied. To quantitatively evaluate the calculation accuracy of the proposed response function method, this paper uses the results calculated by the finite-element method (FEM) as a reference to calculate the relative errors in amplitude and phase point by point and takes the root-mean-square (RMS) value of the relative errors as the quantitative evaluation index. When the range of the response function is larger than  $7\lambda$ , the relative-error RMS of the light field tends to stabilize with small fluctuations (Table 1). Even when the minimum linewidth of the microstructure reaches one time the wavelength, the combined relative-error RMS of the amplitude and phase is kept below 6.1% (Fig. 3). The relative-error RMS increases linearly with the positioning error approximately (Fig. 5). When the positioning error is kept below 30 nm, the relative-error RMS increment of light field amplitude remains smaller than 5%, and the relative-error RMS of phase remains below 2%. For the further evaluation of the far-field characteristics of this method, the far-field distribution of the 2-level Fresnel lens is calculated by the Kirchhoff diffraction integral formula on the basis of the near-field obtained by the STEP-RFs. The diffraction efficiency and the characteristics of the point spread function are analyzed, as shown in Table 3. Compared with the results calculated by the FEM, the maximum relative light intensity error of the lens calculated by the proposed response function method is 1.8%, and the maximum relative error in diffraction efficiency is 1.64%. In addition, the calculation efficiency of the STEP-RFs is at least 1500 times higher than that of the COMSOL software (Table 5).

**Conclusions** This paper proposes a fast and high-precision analysis method for large-aperture DOEs with variable periods. The minimum linewidth of the microstructure, the range of the response function, and the step positioning error are three main factors that affect calculation accuracy. The numerical calculation results show that a smaller minimum characteristic size of the microstructure corresponds to a larger calculation error. When the minimum linewidth of the microstructure is close to one time the wavelength, the relative-error RMS is smaller than 6.1%, and the accuracy is still high. When the range of the response function is larger than  $7\lambda$ , the relative-error RMS of the light field tends to stabilize with small fluctuations. The relative-error RMS increases linearly with the positioning error approximately. When the positioning error is kept smaller than 30 nm, the relative-error RMS increment of the light field amplitude remains below 5%, and the relative-error RMS of phase remains smaller than 2%. The positioning error is inevitable in the calculation of large-aperture diffractive elements. Nevertheless, even if a positioning error smaller than 25 nm is present, the differences between the maximum light intensity and diffraction efficiency of the far field and the results of strict vector theory analysis are still smaller than 2%, and the accuracy is still high. At last, the computational efficiency of the proposed method is at least 1500 times higher than that of the COMSOL software, and the efficiency improvement effect is more salient for larger apertures.

**Key words** diffraction; optical element; light field modulation; response function; vector diffraction theory