

基于拒绝采样法的 BRDF 模型散射光线追迹方法

伦旭磊, 朱丹, 高志山, 许宁晏, 乔文佑, 袁群*

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094

摘要 针对现有散射光线追迹概率模型方案受限于解析解难以获取的问题, 提出利用拒绝采样法设计基于双向反射分布函数(BRDF)的散射光线追迹概率模型, 通过设置检验条件规避了积分求解过程, 进而筛选出有效角度坐标, 实现散射光线追迹, 该方案具有适用范围广的优势。对于具有平移不变性的 BRDF 模型, 进一步提出对称采样方案, 通过将采样区域减半后再镜像提升速率。设置表面属性、入射角与追迹光线数量等仿真条件相同, 编制了本文方案的仿真程序, 对不同光机结构材料进行建模仿真后从重复性和精确度方面与 LightTools 软件运算结果作对比验证, 基于拒绝采样法编制程序的仿真结果可以与软件模型结果相媲美。最后对软件中未包含的 BRDF 模型进行建模仿真以进一步验证上述方案的普适性。

关键词 测量; 双向反射分布函数; 光线追迹; 拒绝采样法; 蒙特卡罗法; 概率模型

中图分类号 TH741 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS221331

1 引言

在杂散光分析中常用双向反射分布函数(BRDF)精确表征光机结构表面散射特性。随着加工技术革新与新材料的问世, 研究人员对基于 BRDF 的散射模型研究日益深入, 修正模型与新模型被不断提出以实现散射表面的精确建模^[1-4]。以蒙特卡罗法(MCM)模拟抽样为基础, 杂散光分析商用软件可根据描述表面散射特性的 BRDF 来进行散射光线追迹, 但其可设置表面属性的 BRDF 模型种类却极为有限, 并且以 BRDF 为基础实现散射光线追迹的通用方案无公开报道, 这在一定程度上限制了 BRDF 模型的应用。

MCM 作为一种以概率与统计理论为基础的概率模拟方法, 通过将待求解问题转化为合理的概率模型, 继而使用随机数(RA)进行模拟抽样以求近似解, 如今常用于解决各类辐射计算问题^[5]。基于以上原理, 通过将 BRDF 转化为概率密度函数(PDF), 根据 PDF 设计概率模型, 通过合理采样来确定散射光线方向, 从而将散射能量的空间连续分布转化为携带能量的离散光线分布, 最终实现散射光线追迹。因此, 合理构造基于 BRDF 的散射光线追迹概率模型是实现准确散射光线追迹的关键。然而, 关于完整设计概率模型的相关报道较少, 虽然程小浩等^[6-8]采用反变换法构造出基于特

定 BRDF 形式的概率模型, 但由于复杂 PDF 积分不存在解析解, 所以此方案存在一定的局限性。考虑到拒绝采样法设计概率模型时不受限于 PDF 的形式, 理论上可以实现任意维数及复杂度的概率分布抽样^[9]。因此, 本文根据拒绝采样法原理设计概率模型, 并探讨设置挤压函数, 通过检验条件选出有效角度坐标作为散射光线方向, 最终实现 BRDF 模型散射光线追迹, 该方案具有普适性。

当前广泛应用的 BRDF 模型具有平移不变性, 根据其 BRDF 在方向余弦坐标系中具有对称性的特点, 通过入射角确定抽样区间后模拟抽样, 之后将样本角度坐标转换为方向余弦, 采用拒绝采样法筛选出有效样本后取镜像对称, 即通过对称采样(SS)方案可得到全空间有效样本。为了验证上述方案的设计思路, 采用 Matlab 编写程序构建基于不同材料 BRDF 模型的仿真光路, 并在 LightTools 软件中设置表面属性、入射角与追迹光线量等仿真条件相同的追迹光路, 从重复性和精确度方面进行对比分析及方案验证, 最后通过对软件中未涵盖的 BRDF 模型进行建模仿真以进一步验证该模型适用范围广的优势。

2 BRDF 模型

BRDF 概念由 Nicodemus 提出, 最初用于研究辐

收稿日期: 2022-06-16; 修回日期: 2022-07-18; 录用日期: 2022-08-01; 网络首发日期: 2022-08-11

基金项目: 国家重点研发计划(2019YFB2005500)、国家自然科学基金(62175107, U1931120)、江苏省六大人才高峰项目(RJFW-019)、中国科学院光学系统先进制造技术重点实验室基金(KLOMT190201)、上海在线检测与控制技术重点实验室基金(ZX2021102)

通信作者: *yuanqun@njjust.edu.cn

射传输,如今广泛应用于光学遥感、结构光测量与光谱鉴定等领域^[10-13],其定义为微分出射辐亮度 dL_r 与微分入射辐照度 dE_i 之比,数学表达式如下:

$$f_r(\theta_i, \varphi_i; \theta_s, \varphi_s) = \frac{dL_r(\theta_i, \varphi_i; \theta_s, \varphi_s)}{dE_i(\theta_i, \varphi_i; \theta_s, \varphi_s)}, \quad (1)$$

式中: θ_i 与 φ_i 分别为入射光的天顶角与方位角; θ_s 与 φ_s 分别为散射光的天顶角与方位角。图 1 为 BRDF 变量关系。

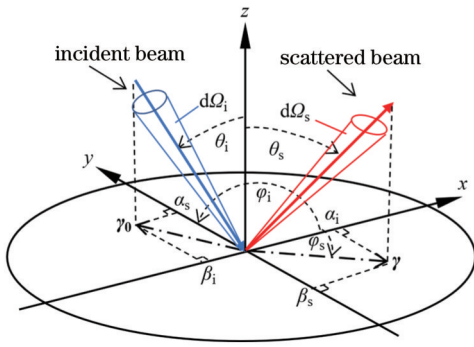


图 1 BRDF 变量关系

Fig. 1 Relationship of variables in BRDF

BRDF 的经典散射模型有 Phong 模型、Harvey-Shack 模型、 AB_g 模型与 Torrance-Sparrow 模型等,但随着光机材料制作工艺的日益改进,原有散射模型的 f_r 难以准确表征物体散射特性,因此提出了修正 Harvey-Shack 模型、修正偏振 BRDF 散射模型与半经验光栅 BRDF 模型等各类修正模型与新模型。

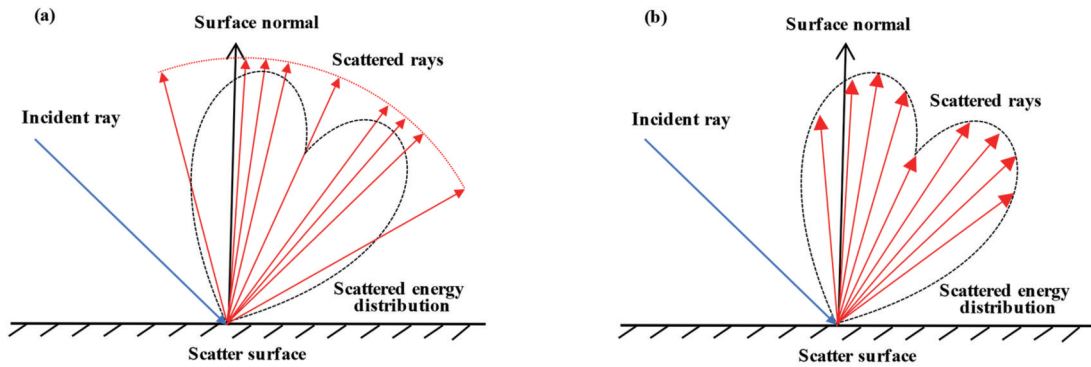


图 2 两种分光原理示意图。(a) 概率分光原理; (b) 能量分光原理

Fig. 2 Schematic diagrams of two ray splitting principles. (a) Probability splitting principle; (b) energy splitting principle

3.2 基于拒绝采样法设计概率模型

应用 MCM 实现准确散射光线追迹的关键在于建立正确的散射光线追迹概率模型,常用概率模型求解方案的实质为反变换法,即已知 PDF 表达式为 $P(x)$,求解其累积分布函数(CDF)的反函数,然后以均匀分布为基础产生服从 $P(x)$ 分布的随机样本。通过反变换法可轻易求得 Lambert 散射的概率模型如下:

3 BRDF 模型散射光线追迹方法

3.1 蒙特卡罗散射光线追迹理论解析

MCM 起源可以追溯到蒲丰投针实验,通过将数学分布转换为概率分布,根据概率分布模拟抽样求得问题的近似解。在光学系统仿真中,基于 MCM 实现光线追迹的基本思想为:光线在光学系统的传播过程中可分解为反射、吸收、透射与散射等一系列子过程,根据每个子过程的数学模型建立相应的概率模型,通过概率模型进行合理抽样以实现光线追迹^[6-7]。

基于以上思想实现散射光线追迹的实质是将 f_r 转化为 PDF,以 PDF 为基础设计概率模型进行模拟抽样,将有效样本坐标作为出射光线的方向,最终将散射能量的空间连续分布转化为携带能量的光线分布。因此,存在概率分光与能量分光两种光线分裂方案(图 2)。概率分光原理为散射方向受 f_r 调制,不同散射光线携带的能量是相同的,可通过散射区域内光线密度间接代表能量分布;能量分光原理为散射能量受 f_r 调制,散射光线在方向余弦 x - y 区域内均匀采样,而散射光线能量受其 f_r 调制。杂散光分析时着重分析光线在光学系统中的路径以及杂光光线在像面的分布情况,在追迹光线数量不足的情况下,基于能量分光原理实现散射光线追迹的方案由于在方向余弦区域中均匀采样,光线分布较为分散,致使光线在复杂光学系统中传播后交于像面的数量相对较少,所以其准确性低于概率分光原理的设计方案,因此本文根据概率分光原理设计概率模型以实现散射光线追迹。

$$\begin{cases} \theta_s = \arccos \sqrt{U_1} \\ \varphi_s = 2\pi U_2 \end{cases}, \quad (2)$$

式中: θ_s 为散射光线的天顶角; φ_s 为散射光线的方位角; U_1 与 U_2 分别为 θ_s 与 φ_s 对应的有效随机数,二者相互独立且均服从 $U(0, 1)$ 均匀分布。

虽然反变换法可高效产生服从指定分布的随机样本,但是多数散射模型的 f_r 同时受 θ_s 与 φ_s 调制,且形式复杂,概率模型设计过程中 CDF 无解析解,于是反变

换法失效。以均匀分布为基础产生特定概率分布的方案虽然有很多,如 CLT 和 BOX-Muller 等,但是这些方法都不适用于复杂概率分布情况^[14]。

拒绝采样法又称舍选法,以大量随机样本为基础,通过建立一定的检验条件,将符合检验条件的随机样本作为有效样本,以完成给定概率分布抽样,理论上可以实现任意维数及复杂度的给定分布抽样。考虑到拒绝采样法设计概率模型时不受数学分布复杂度的限制,只需通过检验条件筛选出有效样本即可完成给定分布的模拟抽样,因此,本文通过对 f_r 中的角度变量取随机数,根据拒绝采样法原理将符合检验条件的有效随机数作为散射光线方向,以此实现散射光线追迹。

若产生服从 $P(x)$ 的随机数,一般意义上的拒绝采样算法如图 3 所示。

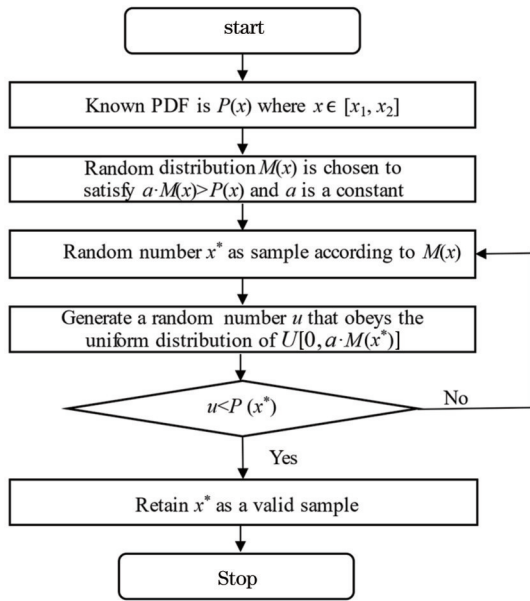


图 3 拒绝采样法流程图

Fig. 3 Flow chart of rejection sampling method

算法流程中 $M(x)$ 又称挤压函数,选取原则应尽量贴近 $P(x)$ 曲线且表达式不宜复杂,这样可以保证高的抽样效率与运算速率。抽样效率与常数 a 成反比,所以 a 应尽可能小,一般取 $a = \max \{ M(x)/P(x) \}$ 。由图 3 可知以均匀采样为基础生成随机数 u 与 x^* ,根据检验条件 $u < P(x^*)$ 对样本 x^* 进行舍选,这样避免了反变换法中积分与反函数的求解过程,最终实现给定概率分布的模拟抽样。

散射模型的种类繁多,且 f_r 受多参数调制,难以找到贴近 f_r 且形式简单的挤压函数。因此,本文将 aM 函数设计为常数 C ,于是可以得到任意 P 函数的模拟抽样,该方案具有适用范围广的优势,可以实现多种 BRDF 模型散射光线追迹。

$$C = aM = \max(f_r)/T_{IS}, \quad (3)$$

$$P = f_r/T_{IS}, \quad (4)$$

式中: T_{IS} 为总积分散射率,定义为 f_r 对半球投影立体角的积分,其物理含义为材料表面散射总能量与入射能量之比,表达式为

$$T_{IS} = \int_0^\pi \int_0^{\pi/2} f_r \sin \theta_s \cos \theta_s d\theta_s d\varphi_s. \quad (5)$$

通过 T_{IS} 求得散射光线能量 E_{sc} :

$$E_{sc} = E_{in} T_{IS}/n, \quad (6)$$

式中: E_{in} 为入射光线能量; n 为散射光线数量。

另外,诸如 Harvey-Shack 模型、ABg 模型与 K-correlation 模型等常用模型,其 f_r 可以写成自变量为 $D = \gamma - \gamma_0$ 的函数,在方向余弦 x - y 坐标系中具有平移不变性特点^[15-17]。

$$|D| = |\gamma - \gamma_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad (7)$$

式中: γ_0 和 γ 分别为入射光线与散射光线在方向余弦 x - y 坐标系中投影的单位向量; (x_0, y_0) 与 (x, y) 分别为入射光线与散射光线在方向余弦坐标系中的坐标。通过式(7)可知 f_r 关于平面 $y = (y_0/x_0)x$ 对称。而当 $x_0 = 0$ 时, f_r 关于平面 $x = 0$ 对称。针对具有平移不变性的 BRDF 模型,根据其 f_r 具有对称性的特点,提出基于角度变量取随机的对称采样(SS-RA)方案:对称轴 $y^* = f(x)$ 将方向余弦区域划分为两个面积等大的区域,确定角度变量的抽样区间为

$$\begin{cases} \theta_s \in [0, \pi/2] \text{ and } \varphi_s \in [\varphi_i, \varphi_i + \pi] & \varphi_i < \pi \\ \theta_s \in [0, \pi/2] \text{ and } \varphi_s \in [\varphi_i - \pi, \varphi_i] & \varphi_i \geq \pi \end{cases}, \quad (8)$$

之后进行模拟抽样,再将样本角度坐标转换为方向余弦:

$$\begin{cases} x_0 = \sin \theta_i \cos \varphi_i \\ x = \sin \theta_s \cos \varphi_s \\ y_0 = \sin \theta_i \sin \varphi_i \\ y = \sin \theta_s \sin \varphi_s \end{cases}. \quad (9)$$

利用拒绝采样法筛选出有效样本并将其关于对称轴取镜像对称,即可得到全空间有效样本。SS-RA 方案利用 f_r 对称性特点将随机数选取的区域减半,可以进一步提升仿真追迹速率。

4 仿真及验证

4.1 仿真设置

为了验证上述对 RA 方案与 SS-RA 方案的设计思路与分析,在 Matlab 编写了基于 BRDF 模型的仿真追迹程序,通过在表面属性、入射角与追迹光线量等仿真条件下设置相同参数,将本文方案下仿真结果的重复性和精确度与杂散光分析商用软件的仿真结果进行对比。鉴于 LightTools 软件依据概率分光原理设计概率模型以实现散射光线追迹,将 Matlab 中仿真追迹程序的结果与 LightTools 仿真结果作对比验证较为合理。

考虑到 ABg 模型可以对大量光机结构表面进行建模^[16],因此仿真中将其设置为散射表面属性。ABg

模型的 f_r 表达式为

$$f_r = \frac{A}{B + |D|^g}, \quad (10)$$

式中: A 、 B 与 g 为模型的参数, A 表示散射能量大小, B 和 g 表示散射分布。本文采用氧化发黑处理机械元件

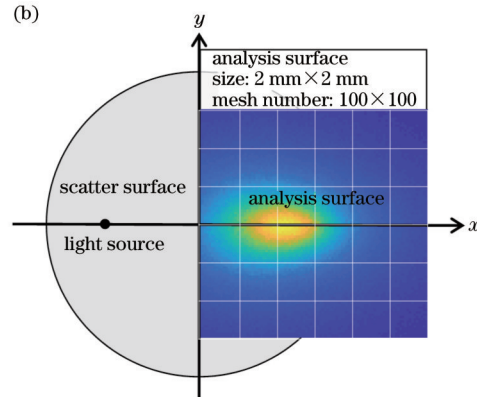
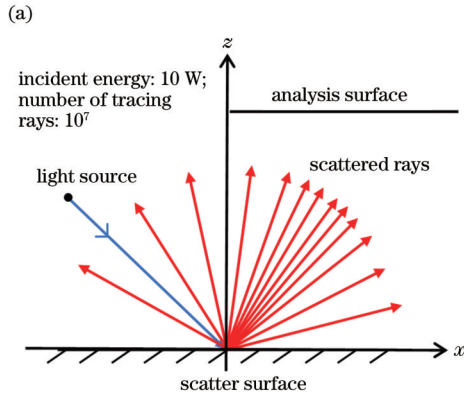


图 4 ABg 模型仿真示意图。(a) 仿真 x - z 剖面图; (b) 仿真 x - y 剖面图

Fig. 4 Simulation diagrams of ABg model. (a) x - z profile of simulation; (b) x - y profile of simulation

表 1 仿真元件坐标

Table 1 Coordinates of components in simulation

Coordinate of components	Scatter surface	Light source	Analysis surface
Position coordinate	(0, 0, 0)	(-0.5, 0, 0.5)	(1, 0, 1)
Direction-cosine	(0, 0, 1)	(sin 45°, 0, -sin 45°)	(0, 0, -1)

4.2 仿真验证

在基于 RA 方案和 SS-RA 方案的 Matlab 仿真追迹程序与 LightTools 中构建上述散射模型仿真, 按以上仿真参数运行 N 次, 蒙特卡罗散射光线追迹涉及随机采样, 使得每次仿真结果不完全相同, 并且随机数生成器产生的随机序列差异性未知, 因此计算仿真追迹程序的第 i 次与第 $i+1$ 次仿真散射能量的偏差, 并计算 LightTools 第 i 次与第 $i+1$ 次仿真能量分布的偏差, 将其作为仿真重复性评价标准。当 $i=N$ 时, 计算第 N 次与第 1 次的仿真散射能量偏差。计算仿真追迹程序第 i 次与 LightTools 第 i 次仿真散射能量的误差, 并将其作为仿真精确度的评价标准。最终从仿真重复性与精确度方面综合验证本文方案的合理性。

不论仿真偏差还是误差, 其本质是描述散射能量分布的相似性。通用质量指数 (UQI) 被广泛用于评判图像相似性^[19-20], 鉴于成像与能量分布相关, 本文采用 UQI 作为不同次数仿真结果相似性的评价指标, 其表达式为

$$U_{QI} = \frac{4\sigma_{mn}\bar{E}_m\bar{E}_n}{(\sigma_m^2 + \sigma_n^2)(\bar{E}_m^2 + \bar{E}_n^2)}, \quad (11)$$

式中: \bar{E}_m 和 \bar{E}_n 分别为第 m 次与第 n 次仿真分析面能量均值; σ_m 、 σ_n 分别为第 m 次与第 n 次仿真分析面能量

的 ABg 模型参数^[18], 三参数分别为 $A=4.6389 \times 10^{-2}$, $B=5 \times 10^{-2}$, $g=1.8$ 。 ABg 模型的仿真示意图如图 4 所示, 具体元件坐标设置见表 1。在采用拒绝采样法设计概率模型的过程中, 由式 (3) 可知常数 $C=2.8362$, 由式 (6) 可知散射光线能量 $E_{sc}=3.2713 \times 10^{-7}$ W。

的方差; σ_{mn} 为协方差。UQI 为归一化的混合参数, 其范围在 $[-1, 1]$ 之间, 与不同图像的相关性和失真有关。两次仿真结果的能量分布越相似, UQI 数值越接近于 1。当 UQI 为 1 时, 两次仿真结果的能量分布相同。

按以上仿真参数运行 10 次, 仿真重复性与精确度如图 5 所示。图中“LightTools”、“RA”与“SS-RA”分别为 LightTools 软件、基于 RA 方案与基于 SS-RA 方案的仿真偏差, “DIFF1”与“DIFF2”分别为基于 RA 方案与 LightTools 和基于 SS-RA 方案与 LightTools 的仿真误差。

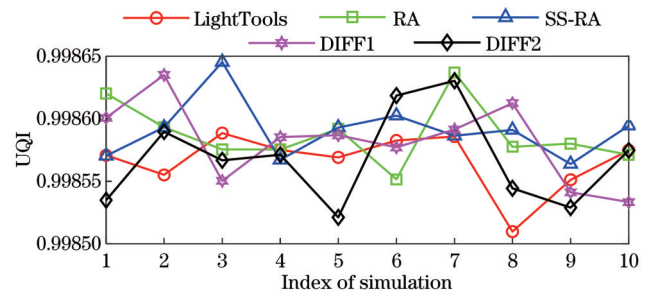


图 5 仿真重复性与精确度对比

Fig. 5 Comparison of simulation repeatability and accuracy

结合图 5, 从仿真重复性角度分析可知: 图例“LightTools”、“RA”与“SS-RA”对应的 UQI 均在 0.99850~0.99865 之间波动, 所以本文方案下仿真追迹程序与 LightTools 软件的仿真结果重复性相似。从精确度方面分析可知: 图例“DIFF1”与“DIFF2”对应的 UQI 均高于 0.9985 且接近于 1, 基于本文方案的仿真能量分布与 LightTools 仿真结果高度一致。

UQI不为1的主要原因是本文方案与LightTools软件概率模型设计算法存在差异,并且光线追迹是基于MCM原理,大样本采样下不同次数仿真结果的UQI会在合理范围内波动。

通过在不同材料的BRDF模型及参数条件下设计仿真,从仿真重复性与精确度方面进一步验证本文方

案的可靠性。采用 AB_g 模型对发亮铝合金与标准镜头玻璃这两种散射表面建模后进行光线追迹^[16,21],采用Harvey模型对文献[22]中光学表面进行建模后再进行光线追迹,具体BRDF模型及参数见表2,其中 b_0 、 L 、 s 分别为Harvey模型中的截距、肩角、双对数坐标系下的斜率。

表 2 不同材料的BRDF模型及参数
Table 2 BRDF model and parameters for different materials

Material type	A of AB_g model	B of AB_g model	g of AB_g model	b_0 of Harvey model	L of Harvey model	s of Harvey model
Shiny aluminum ^[16]	4.090×10^{-2}	2.050×10^{-3}	2.151	—	—	—
Glass of standard lens ^[21]	7.246×10^{-5}	1.000×10^{-3}	2.000	—	—	—
Optical surface ^[22]	—	—	—	1.185×10^{-2}	3.100×10^{-2}	-1.900

图6为不同材料BRDF模型及参数条件下仿真重复性与精度对比,由图可知基于本文方案的仿真结果

与LightTools仿真结果的UQI均在0.9994以上,散射能量分布高度一致。

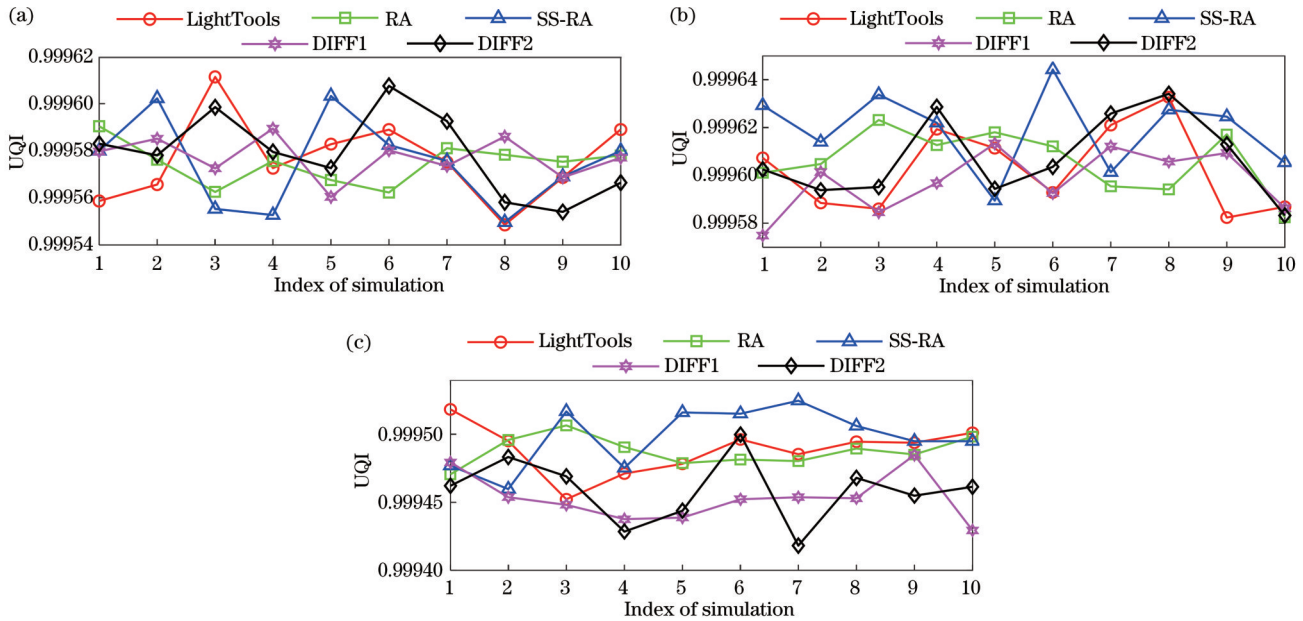


图 6 不同材料BRDF模型及参数条件下仿真重复性与精确度对比。(a) 标准镜头玻璃材料;(b) 发亮铝合金;(c) 光学表面
Fig. 6 Repeatability and accuracy comparison of simulations with BRDF model and parameters for different materials. (a) Glass material for standard lenses; (b) shiny aluminum; (c) optical surface

为进一步验证本文方案适用范围广的优势,根据本文方案对LightTools中未包含的BRDF模型进行建模后再进行仿真追迹,求不同次数仿真的偏差并进行仿真重复性对比。采用K相关模型对粗糙度为 $\sigma_\lambda = 13.1 \text{ \AA}$ 典型光滑镜面进行建模^[23],模型参数为:低频时功率谱密度的大小 $A_k = 4.64 \times 10^{-3}$,发生滚降(roll-off)的空间频率的倒数 $B_k = 1000$,频率高于 $1/B_k$ 时功率谱密度的斜率 $C_k = 1.55$, $\lambda = 0.6328 \text{ \mu m}$,介质内外之间的折射率差值 $\Delta n_0 = 2$ 。采用Phong照明模型对光滑表面进行建模^[24],模型参数为:镜向散射系数 $k_s = 0.2$,镜向指数 $n_p = 29$ 。SS-RA方案同样适用于 f_i 在方向余弦坐标系中不具备平移不变性但具备对称性的

BRDF模型。图7为通过本文方案对K相关模型与Phong模型进行建模后的仿真重复性对比,图例中“K RA”与“K SS-RA”为基于RA与SS-RA方案对K相关模型进行建模后的仿真偏差,“P RA”与“P SS-RA”为基于RA与SS-RA方案对Phong模型进行建模后的仿真偏差。图7中UQI均在0.9970以上,仿真重复性较高。

5 结 论

针对现有散射光线追迹概率模型的设计方案适用范围有限的问题,以蒙特卡罗法模拟抽样为基础,将散射模型的BRDF转换为概率密度函数,在概率密度函

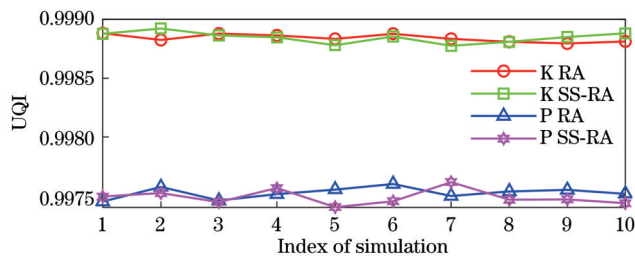


图 7 仿真重复性对比

Fig. 7 Comparison of simulation repeatability

数基础上设计概率模型进行模拟抽样,将有效样本作为散射光线方向,从而将散射能量的空间连续分布转换为离散光线的概率分布,最终实现散射光线追迹。根据以上原理,采用拒绝采样法设计散射光线追迹概率模型,将符合检验条件的有效样本作为出射光线方向来实现散射光线追迹。针对具有平移不变性的 BRDF 模型,进一步提出对称采样方案,通过将模拟抽样的区域减半,对有效样本坐标取镜像对称来实现全空间合理采样,从而提升仿真追迹速率。基于以上方案,采用 Matlab 编写光线追迹程序,并构建基于不同材料 BRDF 散射模型的仿真光路,同时在 LightTools 软件中将入射角、追迹光线数量与表面属性等仿真条件设置相同参数,从重复性与精确度方面进行对比验证。基于拒绝采样法编制程序的仿真结果与 LightTools 软件仿真结果几乎无差异,并且实现了软件中未包含的 BRDF 模型的建模。本文方案不受限于 BRDF 形式,可以实现多种 BRDF 模型的散射光线追迹,具有普适性,未来有望将更多 BRDF 模型应用到光学仿真中以实现光学系统的精确建模,为杂散辐射分析软件研制提供合理方案。

参 考 文 献

- [1] 汪杰君,王鹏,王方原,等.材料表面偏振双向反射分布函数模型修正[J].光子学报,2019,48(1):0126001.
Wang J J, Wang P, Wang F Y, et al. Modified model of polarized bidirectional reflectance distribution function on material surface[J]. Acta Photonica Sinica, 2019, 48(1): 0126001.
- [2] 杨敏,方勇华,吴军,等.基于 Kubelka-Munk 理论的涂层表面多参量偏振双向反射分布函数模型[J].光学学报,2018,38(1):0126002.
Yang M, Fang Y H, Wu J, et al. Multiple-component polarized bidirectional reflectance distribution function model for painted surfaces based on Kubelka-Munk theory[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1): 0126002.
- [3] Koch F, Zilk M, Glaser T. Semi-analytic modeling of diffraction grating BRDF using scalar Fourier optics[J]. Proceedings of SPIE, 2021, 11783: 1178304.
- [4] Freda S E, Butler S D, Nauyoks S E, et al. Analysis of wave optics BRDF model elements for a moderately rough surface[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9961: 99610G.
- [5] 黄强.空间光学系统的杂散光分析[J].红外,2006,27(1):26-33.
Huang Q. Analysis of stray light in space optical system[J]. Infrared, 2006, 27(1): 26-33.

- [6] 程小浩.含镀膜窗口的红外探测系统内杂散辐射传输特性研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2017:11-13.
Cheng X H. Research on stray radiation transmission for infrared detecting system with a window coated by thin film[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017: 11-13.
- [7] 杜胜华.表面热辐射调控与定向传输特性研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2010:22-24.
Du S H. Study on regulative characteristics and directional transfer of surface thermal radiation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010: 22-24.
- [8] Greynolds A W. Simple but accurate variance reduction techniques for Monte Carlo ray tracing of stray light from optical surface scatter[J]. Proceedings of SPIE, 2018, 10743: 1074302.
- [9] 王丙参,魏艳华,孙永辉.利用舍选抽样法生成随机数[J].重庆师范大学学报(自然科学版),2013,30(6):86-91.
Wang B C, Wei Y H, Sun Y H. Generate random number by using acceptance rejection method[J]. Journal of Chongqing Normal University (Natural Science), 2013, 30(6): 86-91.
- [10] 张景瑜,任杰骥,李霁,等.基于双向反射分布函数模型的结构光投影自适应调制方法[J].光学学报,2021,41(9):0912001.
Zhang J Y, Ren J J, Li F, et al. Adaptive structured light projection modulation method based on BRDF model[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(9): 0912001.
- [11] 朱思峰,伽丽丽,许华,等.DPC/GaoFen-5与MODIS/Aqua在轨交叉辐射定标研究[J].光学学报,2022,42(18):1828008.
Zhu S F, Jia L L, Xu H, et al. In-flight cross radiometric calibration of DPC/GaoFen-5 based on MODIS/Aqua[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(18): 1828008.
- [12] 豆新格,潘军,高海亮,等.敦煌辐射校正场 BRDF 模型构建及应用分析[J].激光与光电子学进展,2022,59(16):1628004.
Dou X G, Pan J, Gao H L, et al. Construction and application analysis of BRDF model of Dunhuang radiation correction site [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(16): 1628004.
- [13] 刘丁瑜,易加维,张徐洲,等.单子叶植物叶片双向反射分布的测量与分析[J].光谱学与光谱分析,2019,39(7):2100-2106.
Liu D Y, Yi J W, Zhang X Z, et al. Measurement and analysis of bidirectional reflectance distribution in monocotyledonous leaves[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2019, 39(7): 2100-2106.
- [14] 刘沛华,鲁华祥,龚国良,等.基于 FPGA 的高速任意分布伪随机数发生器[J].应用科学学报,2012,30(3):306-310.
Liu P H, Lu H X, Gong G L, et al. High-speed arbitrarily distributed pseudo-random number generator based on FPGA[J]. Journal of Applied Sciences, 2012, 30(3): 306-310.
- [15] Harvey J E. Light-scattering properties of optical surfaces[D]. Tucson: University of Arizona, 1976: 39-52.
- [16] 石栋梁.基于 BRDF 的光机系统杂散辐射研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2014:21-28.
Shi D L. Research on stray light of optical and mechanical system based on BRDF[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014: 21-28.
- [17] Dittman M. K-correlation power spectral density & surface scatter model[J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6291: 62910R.
- [18] 孙林.成像光学系统杂散光系数分析与计算[D].长春:长春理工大学,2019:30-31.
Sun L. Analysis and calculation of the veiling glare index in optical systems[D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology, 2019: 30-31.
- [19] Wang Z, Bovik A C. A universal image quality index[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(3): 81-84.
- [20] Wang J, Su R, Leach R, et al. Resolution enhancement for topography measurement of high-dynamic-range surfaces via image fusion[J]. Optics Express, 2018, 26(26): 34805-34819.
- [21] 徐亮,高立民,赵建科,等.基于点源透过率测试系统的杂散光标定[J].光学精密工程,2016,24(7):1607-1614.
Xu L, Gao L M, Zhao J K, et al. Calibration of stray light based on point source transmittance measurement system[J]. Optics

- and Precision Engineering, 2016, 24(7): 1607-1614.
- [22] Pfisterer R N. Converting surface roughness data into PSD and BSDF[J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8495: 849505.
- [23] Eric C F. Stray light analysis and control[M]. Washington, D. C.: SPIE, 2013.
- [24] Nishida S, Shinya M. Use of image-based information in judgments of surface-reflectance properties[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(12): 2951-2965.

Scattered Ray Tracing Method Based on BRDF Model by Rejection Sampling Method

Lun Xulei, Zhu Dan, Gao Zhishan, Xu Ningyan, Qiao Wenyong, Yuan Qun*

School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China

Abstract

Objective The bidirectional reflectance distribution function (BRDF) is commonly used to accurately characterize the scattering property of the surface of opto-mechanical structures in stray light analysis. Software for stray light analysis based on the Monte Carlo method (MCM) can construct probability models for scattered ray tracing on the basis of BRDF models. However, the types of BRDF models allowing surface property setting in the software are limited. Although the inverse transform technique can be used to construct probability models, the BRDF of most scattering models is modulated by multiple variables with complex forms, and the analytical solution of the cumulative distribution function is absent. Consequently, this method becomes invalid, and it also limits the application of BRDF models to some extent. As scattered ray tracing is limited by the difficulty in obtaining an analytical solution, a probability model for scattered ray tracing is constructed by the rejection sampling method. The proposed method circumvents the integral solution process by setting test conditions and then screens out the effective samples to achieve scattered ray tracing, whereby it gains the advantage of wide applicability.

Methods The rejection sampling method is applied to construct the probability model for MCM-based scattered ray tracing in the present study. Specifically, the BRDF describing the scattering model is converted into a probability density function, and random sampling based on uniform distribution is performed. Then, a reasonable squeezing function is used, and the effective samples are screened out under the test conditions. Finally, the effective samples are taken as the direction of the scattered ray, and scattered ray tracing based on the BRDF model is thus achieved. For the shift-invariant BRDF model, a symmetric sampling scheme is further proposed to sample the half-space after determining the sampling interval. The angular coordinates are converted into direction cosines, and the effective samples are selected by the rejection sampling method. The effective samples in the half-space are then used to obtain those in the full-space by applying mirror symmetry about the axis of symmetry. Simulation programs are prepared in Matlab according to the proposed method, and the simulation results in Matlab are compared with those in LightTools from the aspects of repeatability and accuracy. The same simulation parameters of surface property, incidence angle, and number of traced rays are set to simulate the BRDF models commonly used in engineering for scattered ray tracing. Since scattered energy distribution is the direct reflection of the simulated tracing results, the universal quality index (UQI) is used to quantify the different energy distributions on the analyzed surface at different times of simulation. The repeatability and accuracy of the simulation are described by the UQI.

Results and Discussions The *ABg* model of the oxidatively blackened mechanical component for scattered ray tracing is simulated, and the obtained UQI values of the simulation results based on the proposed method and those of the results in LightTools are all higher than 0.9985 (Fig. 5). The simulation results based on the rejection sampling method are comparable to those in LightTools in terms of repeatability and accuracy. The *ABg* model is used to model the two scattering surfaces of shiny aluminum alloy and standard lens glass for scattered ray tracing, and the Harvey model is used to model an optical surface for the same purpose. The UQI values of the simulation results based on the proposed method and those of the results in LightTools are all higher than 0.9994 (Fig. 6). The scattered energy distribution based on the simulation programs is highly consistent with the result delivered by LightTools, which verifies the rationality and validity of the proposed method. The Phong model and the K-correlation model that are not included in LightTools are also simulated for scattered ray tracing, the UQI values obtained which are used to describe the repeatability of the simulation

are all higher than 0.9970 (Fig. 7). This result further verifies the universality of the proposed method.

Conclusions To address the limited applicability of the existing scattered ray tracing methods based on probability models, this study proposes the probability model by the rejection sampling method. Specifically, the BRDF is converted into the probability density function, and the probability model is thereby constructed for random sampling. Then, the effective samples that meet test conditions are used as the direction of the scattered ray. Finally, the spatially continuous distribution of scattered energy is converted into the probability distribution of a discrete ray, and scattered ray tracing is thus achieved. For the shift-invariant BRDF model, a symmetric sampling method is further proposed to enhance the sampling rate by halving the sampling area and then mirroring it. In the case of BRDF models with different materials, ray tracing programs are constructed to achieve scattered ray tracing in Matlab. To verify the simulation results based on the proposed method and those delivered by LightTools in terms of repeatability and accuracy, this study sets the same simulation parameters in Matlab and LightTools. The simulation results based on the rejection sampling method in the present study are almost the same as those in LightTools, and scattered ray tracing based on BRDF models that are not included in LightTools is also achieved.

Key words measurement; bidirectional reflectance distribution function; ray tracing; rejection sampling method; Monte Carlo method; probability model