

# 光学学报

## SPGD 算法高精度静态像差校正方法

陈梅蕊<sup>1</sup>, 姜律<sup>2</sup>, 毛红敏<sup>1</sup>, 孙会娟<sup>3</sup>, 彭建涛<sup>4</sup>, 徐国定<sup>1</sup>, 胡立发<sup>2</sup>, 陆焕钧<sup>1\*</sup>, 曹召良<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>苏州科技大学物理科学与技术学院, 江苏省微纳热流技术与能源应用重点实验室, 江苏 苏州 215009;

<sup>2</sup>江南大学理学院, 江苏 无锡 214122;

<sup>3</sup>北京联合大学数理部, 北京 100101;

<sup>4</sup>中国航天科技集团公司上海卫星工程研究所, 上海 201109

**摘要** 随机并行梯度下降 (SPGD) 算法广泛应用于光学系统静态像差校正, 其性能指标对校正效果影响较大。由于传统的环围能量 (EE) 校正精度低、平均半径 (MR) 稳定性差, 提出性能指标组合法, 以实现静态像差的高精度、稳定校正。所提方法将 EE 与 MR 性能指标相结合进行像差校正, 首先以 EE 作为性能指标对畸变图像进行校正, 待能量集中于环围区域后, 利用 MR 性能指标继续进行校正, 直至能量分布均匀, 校正终止。首先进行了校正仿真, 结果显示: 相比于 EE 和 MR 方法, 性能指标组合法对静态像差的校正精度高、稳定性好。搭建实验光路, 验证了所提方法的有效性。模拟和实验结果均表明, 采用性能指标组合法可以获得高的校正精度且校正稳定。该方法可以应用于光学系统静态像差的校正和消除, 实现其接近衍射极限的光学性能。

**关键词** 成像系统; 随机并行梯度下降算法; 静态像差; 性能指标; 校正精度; 稳定性

**中图分类号** TP273+.2 **文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS221604

### 1 引言

随机并行梯度下降 (SPGD) 算法具有随机性、并行性、收敛速度快、易于工程实现等优点, 被广泛应用于自由空间激光通信、光束净化、激光大气传输等领域<sup>[1-5]</sup>。SPGD 算法通常被应用于无波前自适应光学系统中, 进行动态像差的实时校正<sup>[6-9]</sup>。为了应对大气湍流快速变化, 研究者在 SPGD 算法的收敛速度方面进行广泛研究, 提出了自适应 SPGD<sup>[10]</sup>、多扰动 SPGD<sup>[11]</sup> 和散度性能指标方法<sup>[12]</sup>。

SPGD 算法也广泛应用于光学系统的准静态像差校正和系统像差探测<sup>[13-16]</sup>。由于光学元件加工误差、系统装配误差、环境温度的影响, 光学系统存在静态像差, 降低了成像的图像质量, 影响系统光学性能, 因此需进行静态像差校正。Vorontsov 等<sup>[17]</sup>从数值仿真及实验两方面论证了 SPGD 算法用于扩展目标成像的自适应光学系统静态像差校正。随后, 陈波等<sup>[18]</sup>分析了三种性能指标对点目标成像静态像差校正精度的影响, 相比于环围能量 (EE)、图像清晰度 (IS), 平均半径 (MR) 的校正效果最佳。赵璐佳等<sup>[19]</sup>仿真分析了 5 种性能指标对大口径拼接薄膜镜失调误差的校正效果的

影响, 结果表明 MR 校正精度最高, 但多组随机误差校正后的残余误差起伏程度较大。Chen 等<sup>[20]</sup>指出, 校正结果不稳定是由于性能指标 MR 对施加的小扰动电压非常敏感。此外, 对于 EE 性能指标, 环围区域的选择会影响 SPGD 算法的收敛速度和校正精度, 并且环围直径通常选取小于艾里斑尺寸的值<sup>[21-23]</sup>。在某些情况下, 当选取艾里斑直径为环围直径时, 校正效果差, 这使得 EE 性能指标的环围直径选取困难<sup>[24]</sup>, 并且 EE 性能指标只能代表该环围区域的总能量分布, 不能有效反映整个强度分布, 容易陷入局部极值, 影响校正精度<sup>[25]</sup>。

综上所述, 单一性能指标虽然可以实现静态像差的有效校正, 但是存在校正稳定性差和精度低的问题。为此, 本文基于 SPGD 算法提出性能指标组合法, 并进行了静态像差的模拟和实验校正, 以证实该方法的校正精度高且稳定性好。

### 2 高精度校正实现方法

#### 2.1 SPGD 算法模型

静态像差校正的光学系统示意图如图 1 所示。光源被透镜 1 准直, 再通过固定像差的相位屏, 透射光束

收稿日期: 2022-08-12; 修回日期: 2022-09-06; 录用日期: 2022-10-10; 网络首发日期: 2022-10-20

基金项目: 中国航天科技集团公司第八研究院产学研合作基金 (SAST2020-025)、“十四五”江苏省重点学科资助 (2021135)、江苏省自然科学基金青年基金 (BK20220640)、江苏省基础科学 (自然科学) 研究面上项目 (22KJB150011)、北京联合大学科研项目 (ZK70202007)

通信作者: \*caozl@usts.edu.cn; \*\*luhuanjun@usts.edu.cn

经变形镜(DM)对相位屏引入的静态像差进行校正,聚焦在相机上,得到点光源的图像。为了校正静态像差,利用SPGD算法计算获得图像校正信号,然后由校正信号驱动DM,并对畸变波前进行校正。

为了实现校正信号,根据性能指标 $J$ 的变化来估

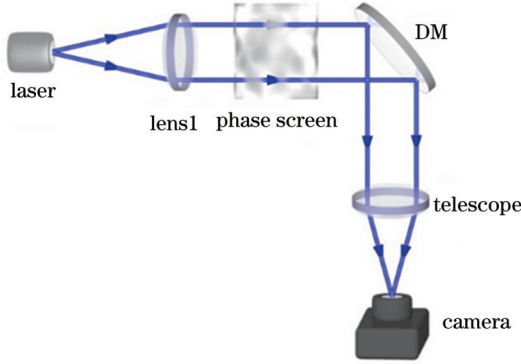


图1 静态像差校正光路图

Fig. 1 Optical path for static aberration correction

计控制电压 $\mathbf{u}$ 的梯度 $\Delta\mathbf{u}(\mathbf{u}=[u_1, u_2, \dots, u_N])$ 是电压向量,  $N$ 表示执行器的数量,  $\Delta\mathbf{u}=[\Delta u_1, \Delta u_2, \dots, \Delta u_j, \dots, \Delta u_N]$ 为应用的扰动电压),并采用迭代方法在梯度的下降方向上搜索控制参数。第 $k$ 次迭代时,DM的驱动电压 $\mathbf{u}^{(k)}$ 可以写为

$$\mathbf{u}^{(k)} = \mathbf{u}^{(k-1)} + \gamma \Delta\mathbf{u}^{(k)} \Delta J^{(k)}, \quad (1)$$

式中: $\gamma$ 为增益系数,其为正时 $J$ 向着极大值方向优化,其为负时则反之; $\Delta J^{(k)}$ 为第 $k$ 次性能指标变化量; $\Delta\mathbf{u}^{(k)}$ 服从伯努利概率分布: $\Pr(\Delta\mathbf{u}^{(k)} = \pm\sigma) = 0.5$ ,  $\sigma$ 为随机扰动电压幅值。

SPGD算法的具体流程图如图2所示。首先,初始化增益系数 $\gamma$ 、控制信号 $\mathbf{u}$ 和迭代次数 $k$ ,并根据输入的畸变图像计算 $J$ 。采用双边扰动来提高梯度估计的精度,首先将正向扰动 $\Delta\mathbf{u}$ 施加于控制信号并根据相机捕获的图像计算性能指标 $J_+^{(k)}$ ,之后再施加负扰动 $-\Delta\mathbf{u}$ ,同时计算 $J_-^{(k)}$ 。接着,根据 $J_+^{(k)} - J_-^{(k)}$ 获得性能指标变化量 $\Delta J^{(k)}$ 。最后,用式(1)更新控制信号 $\mathbf{u}$ 。当 $J$ 满足所要求的条件时,迭代终止。

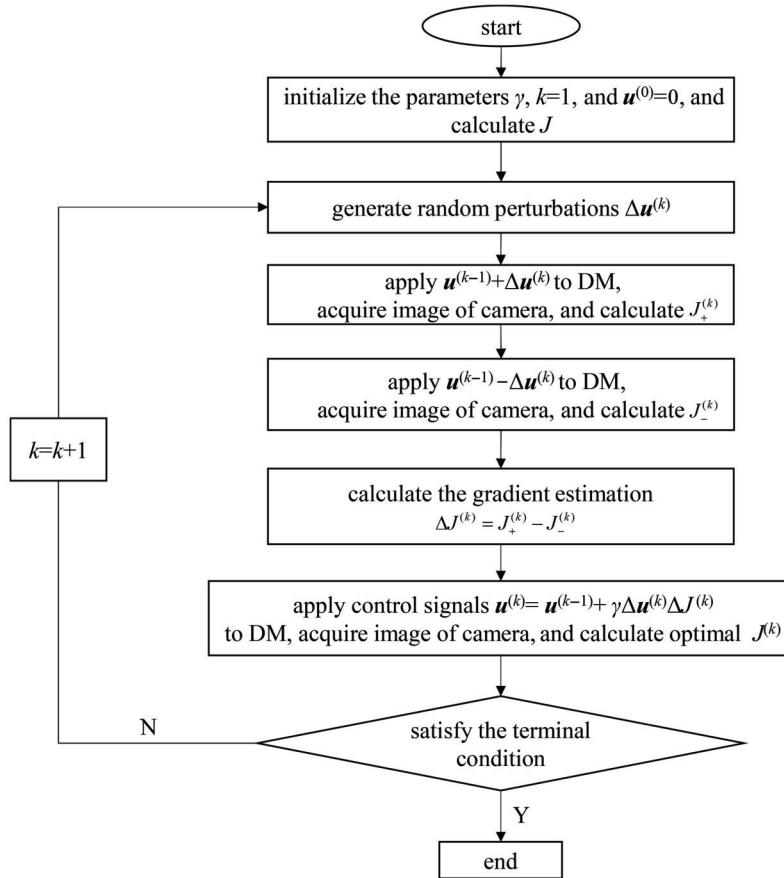


图2 SPGD算法流程图

Fig. 2 Flow chart of SPGD algorithm

仿真中,波前畸变信息采用泽尼克多项式进行描述,其具体表达式为

$$W = \sum_{i=1}^M a_i Z_i, \quad (2)$$

式中: $a_i$ 和 $Z_i$ 分别是第 $i$ 项泽尼克系数和多项式; $M$ 是泽尼克多项式的项数。当波前由DM拟合时,其可表示为

$$W = \sum_{i=1}^M a_i Z_i = \sum_{j=1}^{N'} u_j V_j + E, \quad (3)$$

式中： $u_j$ 、 $V_j$ 分别为第  $j$  个驱动器的控制信号和影响函数； $N'$ 为 DM 的驱动器个数； $E$ 为残余波前。将式(3)的两侧同时乘以一个影响函数  $V_l$ ，对孔径  $D$  进行积分并取平均：

$$D^{-1} \iint_D \sum_{i=1}^M a_i Z_i V_l d\sigma = D^{-1} \iint_D \left( \sum_{j=1}^{N'} u_j V_j + E \right) V_l d\sigma. \quad (4)$$

泽尼克多项式与驱动器之间的相互关系矩阵  $C_{zv}$  ( $N' \times M$ ) 元素为

$$C_{zv}(i, j) = D^{-1} \iint_D Z_i V_j d\sigma. \quad (5)$$

驱动器之间的耦合矩阵  $C_v$  ( $N' \times N'$ ) 元素可表示为

$$C_v(j_1, j_2) = D^{-1} \iint_D V_{j_1} V_{j_2} d\sigma. \quad (6)$$

因此，式(4)可写为

$$C_{zv} a = C_v u, \quad (7)$$

式中： $a$ 为泽尼克系数向量。控制电压与泽尼克系数之间的关系可以表示为

$$u = C_v^{-1} C_{zv} a. \quad (8)$$

当使用泽尼克系数作为 SPGD 算法的控制参数时，式(1)可以重写为

$$a^{(k)} = a^{(k-1)} + \gamma \Delta a^{(k)} \Delta J^{(k)}, \quad (9)$$

式中： $a^{(k)}$ 为第  $k$  次迭代的泽尼克系数向量。根据式(8)和(9)，畸变波前可以用 SPGD 算法进行修正。

### 2.2 性能指标组合法

性能指标  $J$  是校正效果的关键影响因素。对于常用的 EE 和 MR 性能指标，它们都存在缺点：EE 对所选的圆面积敏感，而 MR 随着校正次数的不同，其校正效果具有随机性。为了提高 SPGD 算法的校正精度和稳定性，提出了性能指标组合法，其具体方案如图 3 所示。第一步选择 EE 作为性能指标，并利用相机获取的图像进行计算。然后计算控制电压并将其施加在 DM 上，从而校正畸变波前。当大部分能量集中在所选圆域时，性能指标从 EE 转换到 MR。EE 校正后，虽然能量集中在圆域内，但其强度分布仍可能不均匀，残余误差可能较大。MR 可以统一能量分布，进一步提高了校正精度。通过这种性能指标组合法，SPGD 算法可以获得良好的校正精度和较高的稳定性。

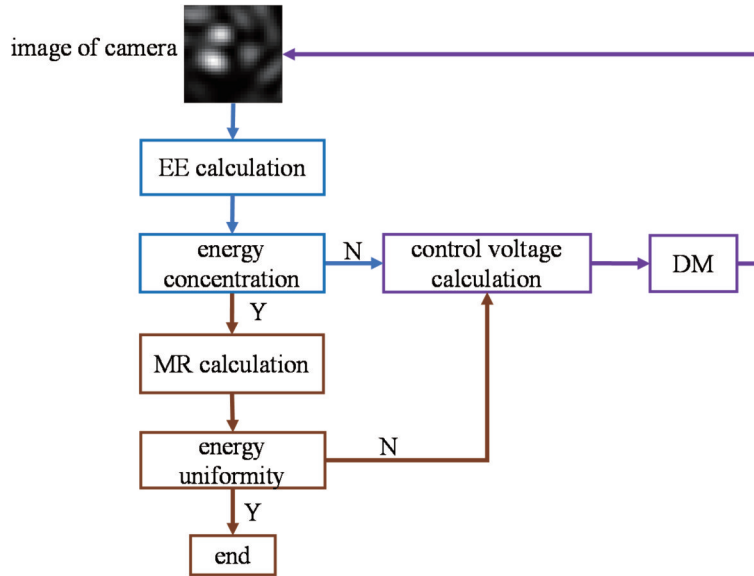


图 3 性能指标组合法实现方案

Fig. 3 Scheme of performance metrics combination method

性能指标 EE 和 MR 的计算如下：

$$E_E = \iint_{R_0} I(x, y) dx dy, \quad (10)$$

$$M_R = \frac{\iint \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (11)$$

式中： $I(x, y)$ 为扭曲波前的远场强度分布； $R_0$ 为环围半径； $(x_0, y_0)$ 为远场质心坐标。

性能指标组合法的具体控制过程如图 4 所示。为了简化流程图，用  $J_1$  和  $J_2$  分别表示 EE 和 MR。首先，初始化增益系数  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ ，其中： $\gamma_1$  为正，使  $J_1$  向最大方向

收敛； $\gamma_2$  为负，使  $J_2$  向最小方向收敛。其次，利用双边扰动法分别计算了正、负性能指标  $J_{1+}^{(k)}$  和  $J_{1-}^{(k)}$ 。根据  $J_1$  变化量  $\Delta J_1$  计算电压向量，并将其施加到 DM，直到  $J_1$  收敛到极值。基于最后一个电压向量，根据  $J_2$  的变化量  $\Delta J_2$  更新电压向量，并将其施加到 DM，直到  $J_2$  收敛，迭代结束。

## 3 静态像差校正仿真

### 3.1 畸变图像的产生

如图 1 所示，一个点目标经固定像差的相位屏被望远镜成像到相机上，其在焦平面上的光强分布可以

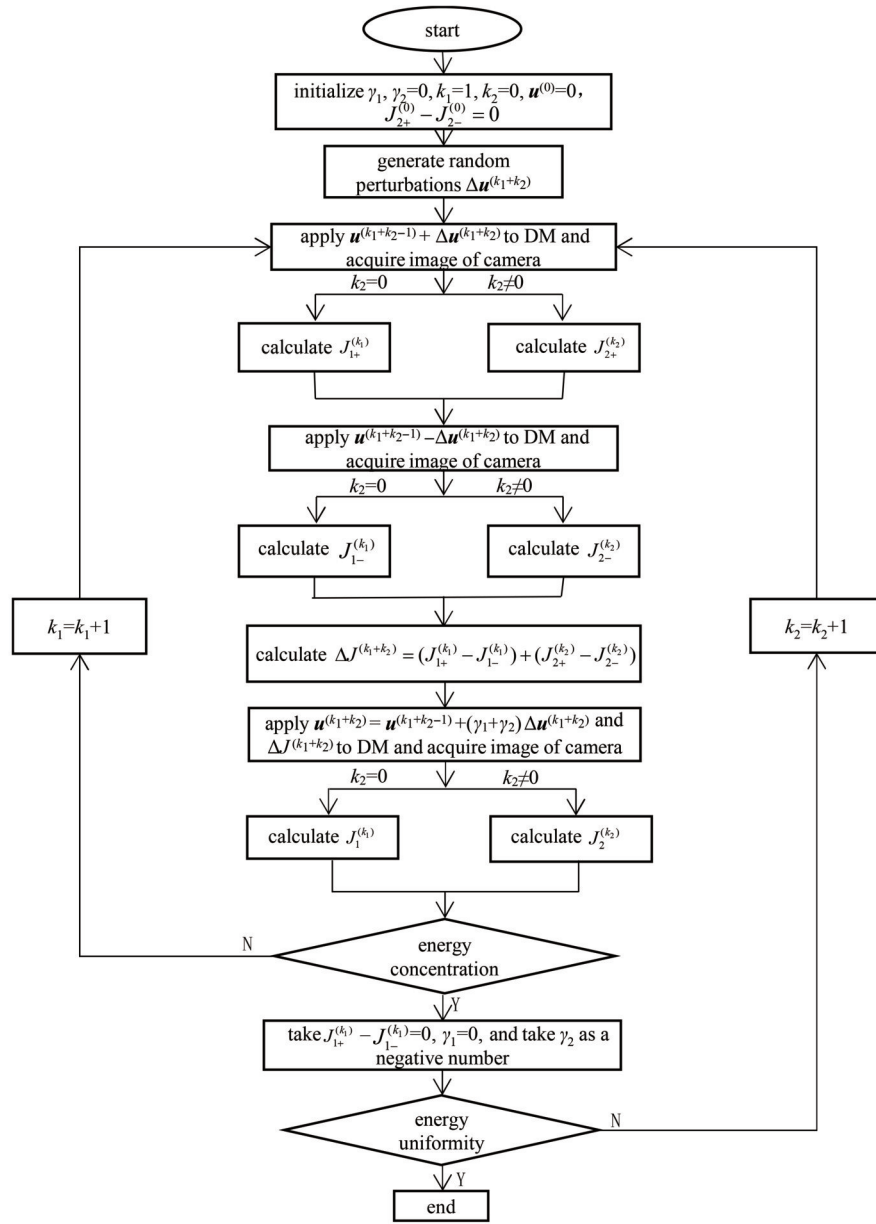


图 4 性能指标组合法流程图

Fig. 4 Flow chart of performance metrics combination method

用惠更斯-菲涅耳原理进行模拟仿真。焦平面某一点  $P$  处的电场强度可以表示为

$$E_P = \frac{A \exp\left(iR \frac{2\pi}{\lambda}\right)}{R} \iint \frac{\exp\left(ir \frac{2\pi}{\lambda}\right)}{r} d\sigma, \quad (12)$$

式中:  $A$  是振幅;  $i$  为虚数单位;  $R$  是球面波的半径;  $r$  是球面波到焦平面  $P$  点的距离;  $\lambda$  是波长。考虑到静态像差的影响, 可以计算出焦平面  $P$  点处图像表面的电场强度:

$$E(P) = \frac{A \exp\left(iR \frac{2\pi}{\lambda}\right)}{R} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} W_1\right) \iint \frac{\exp\left(-ir \frac{2\pi}{\lambda}\right)}{r} d\sigma, \quad (13)$$

式中:  $W_1$  是由固定像差的相位屏引入的静态像差。

仿真中, 随机生成 1 组前 36 项泽尼克系数, 其中不包括倾斜像差, 如图 5(a) 所示, 采用泽尼克多项式表示畸变波前, 其所用的具体参数如表 1 所示。波长为 633 nm, 光束经口径为 20 cm、焦距为 6 m 的望远镜聚焦成像在相机上, 相机靶面大小为 150 pixel × 150 pixel, 且每个像素的尺寸为 3.3 μm。之后产生如图 5(b) 所示的波前, 畸变波前的均方根(RMS)误差为 0.534λ。利用畸变波前, 可以根据式(13)计算出畸变

表 1 仿真参数

Table 1 Parameters in simulation

Parameter	Telescope aperture $D_T$ / cm	Focal length $f$ / m	Wavelength $\lambda$ / nm	Pixel size $s$ / μm
Value	20	6	633	3.3



图像,如图 5(c)所示。结果表明,由于系统存在误差,点目标的远场强度分布被严重扭曲,表现为一个弥散

斑。将该图像作为 SPGD 算法的初始图像,进行像差校正仿真。

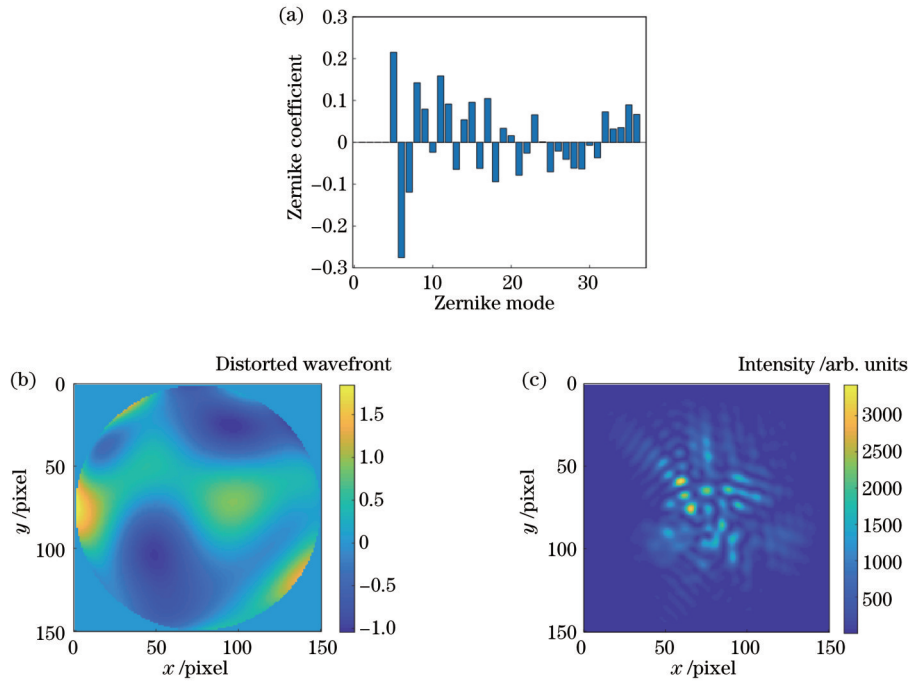


图 5 畸变图像仿真结果。(a)前 36 项泽尼克系数;(b)畸变波前;(c)远场光强分布

Fig. 5 Simulated results of distorted image. (a) First 36 Zernike coefficients; (b) distorted wavefront; (c) far-field intensity distribution

### 3.2 传统 SPGD 算法的像差校正

基于图 5(c)的畸变图像,利用 SPGD 算法对像差进行校正,首先选择 EE 作为性能指标。选择环围直

径  $D_{EE}$  为  $0.5d$ 、 $d$ 、 $1.5d$ 、 $2d$ 、 $2.5d$  和  $3d$ ,这里  $d$  表示艾里斑的直径,根据表 1 数据, $d=13.9$  pixel。经过模拟校正后,点目标的校正图像如图 6 所示。结果表明,虽

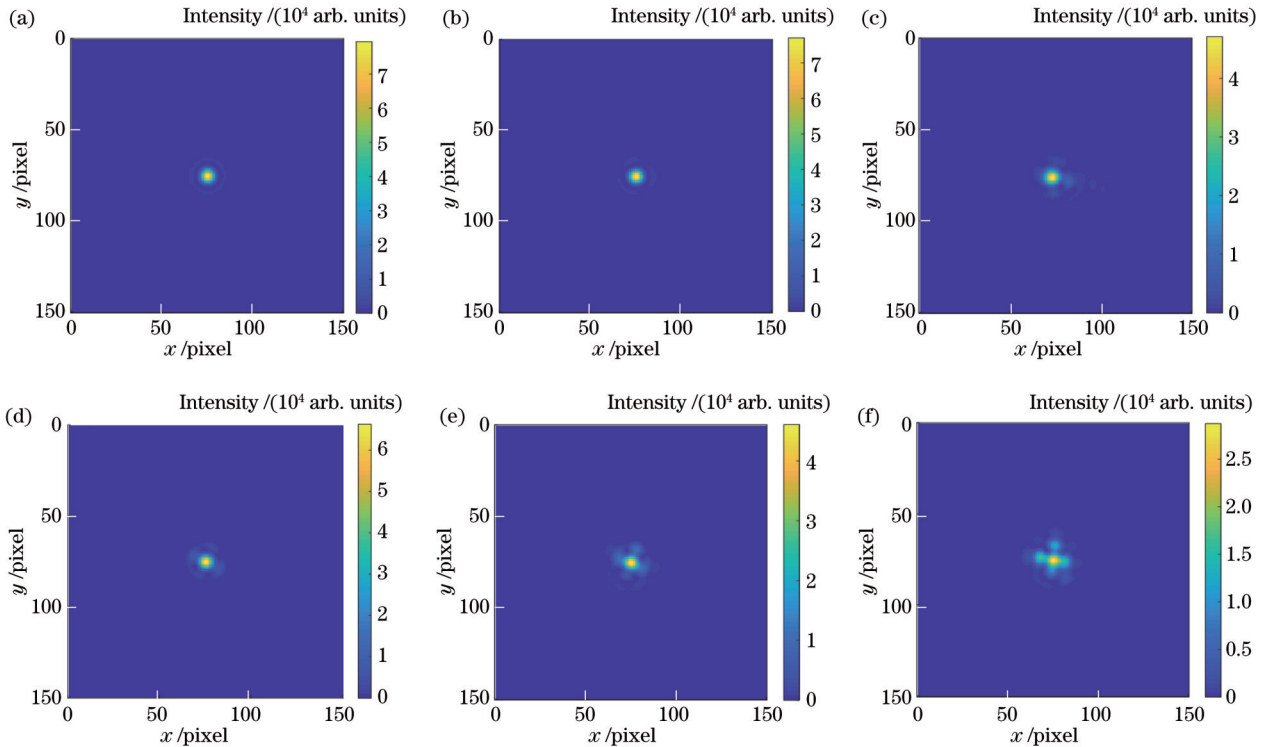


图 6 EE 校正后远场光强分布。(a)  $D_{EE}=0.5d$ ; (b)  $D_{EE}=d$ ; (c)  $D_{EE}=1.5d$ ; (d)  $D_{EE}=2d$ ; (e)  $D_{EE}=2.5d$ ; (f)  $D_{EE}=3d$

Fig. 6 Far-field intensity distributions after EE correction. (a)  $D_{EE}=0.5d$ ; (b)  $D_{EE}=d$ ; (c)  $D_{EE}=1.5d$ ; (d)  $D_{EE}=2d$ ; (e)  $D_{EE}=2.5d$ ; (f)  $D_{EE}=3d$

然性能指标 EE 达到收敛状态,但当环围区域变化时,校正效果差异较大。为了定量地描述这种差异,给出沿着水平方向过图像中心线的光强分布,如图 7 所示,可以看到峰值强度差异显著。依据这些强度分布,可

以求出不同环围直径下校正后的斯特列尔比(SR),如图 8 所示。当  $D_{EE}=0.5d$  时,SR 可达 0.99;而当  $D_{EE}=3d$  时,SR 仅为 0.34。说明当以 EE 作为性能指标时,校正结果对环围直径非常敏感。

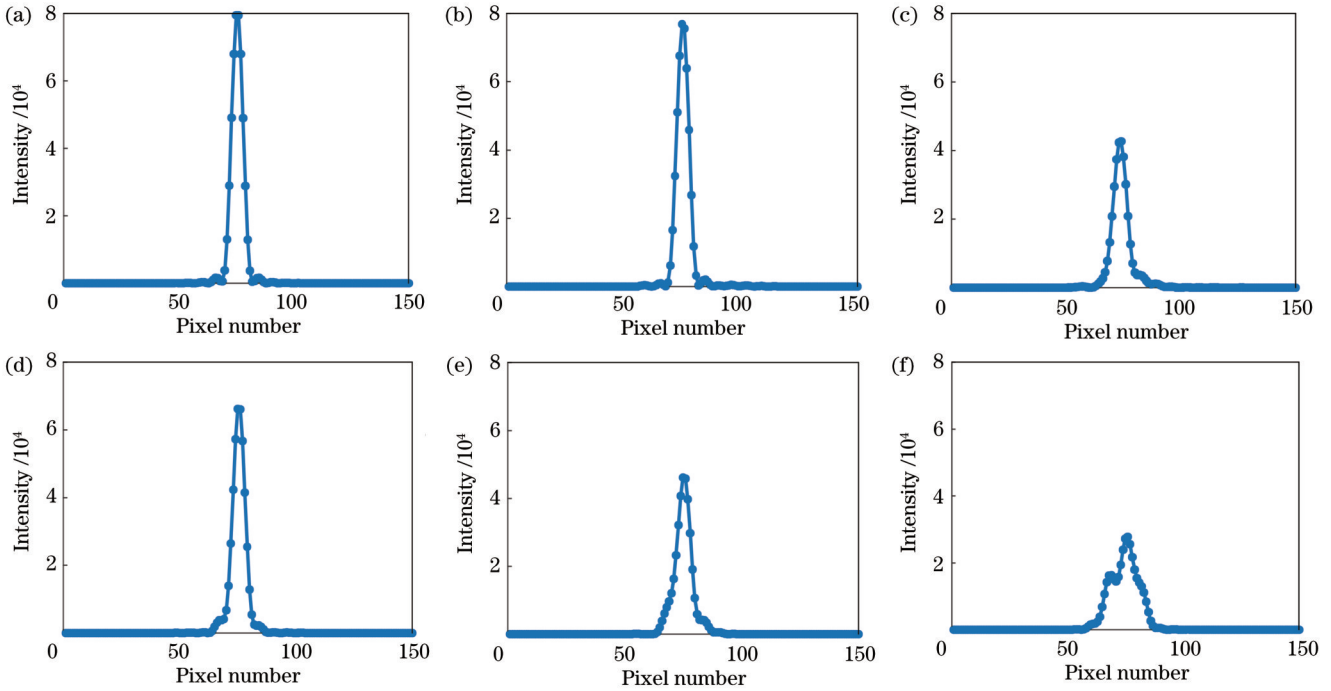


图 7 靶面水平方向中心线的光强分布。(a)  $D_{EE}=0.5d$ ; (b)  $D_{EE}=d$ ; (c)  $D_{EE}=1.5d$ ; (d)  $D_{EE}=2d$ ; (e)  $D_{EE}=2.5d$ ; (f)  $D_{EE}=3d$   
Fig. 7 Intensity distributions of horizontal centerline of target surface. (a)  $D_{EE}=0.5d$ ; (b)  $D_{EE}=d$ ; (c)  $D_{EE}=1.5d$ ; (d)  $D_{EE}=2d$ ; (e)  $D_{EE}=2.5d$ ; (f)  $D_{EE}=3d$

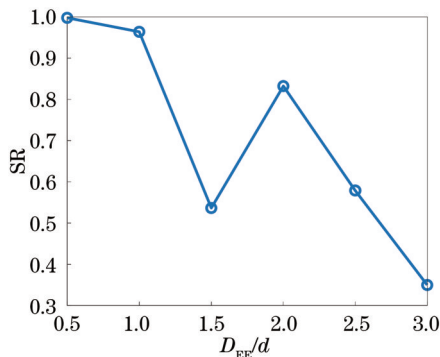


图 8 校正后 SR 与环围直径的变化关系  
Fig. 8 Relationship between corrected SR and encircled diameter

接着,选择 MR 作为 SPGD 算法模拟像差校正的性能指标,使用相同的畸变图像(图 5)校正后的结果如图 9 所示。MR 迭代 300 次达到收敛状态,残余波前的 RMS 降低到  $0.43\lambda$ ,SR 为 0.79。为了验证算法的稳定性,在相同的条件下,重复该仿真校正 10 次,结果如图 10 所示。结果表明,在不同的实验中,SR 在 0.78~0.99 之间波动,波前 RMS 值在  $0.43\lambda$  和  $0.01\lambda$  之间波动。因此,MR 性能指标的校正结果稳定性差。

### 3.3 性能指标组合法像差校正

针对图 5 的畸变图像,也用性能指标组合法进行了仿真校正。图 11 给出了迭代函数的性能指标,其中虚线和实线分别表示 EE 和 MR 的变化。首先采用 EE 性能指标进行校正,待其收敛后,接着利用 MR 作为性能指标继续进行校正,直到 MR 指标收敛,校正终止。通过像差校正得到了残余像差、光强分布以及沿水平方向的峰值强度分布。为便于比较,同时给出了单独 EE 方法和 MR 方法的校正结果,如图 12 所示。EE 方法、MR 方法和组合法的校正残差的 RMS 值分别降低到  $0.22\lambda$ 、 $0.43\lambda$  和  $0.01\lambda$ ,且其 SR 分别为 0.53、0.78 和 1.00。与 EE 方法和 MR 方法相比,采用性能指标组合法明显提高了光斑成像质量。以上结果表明,性能指标组合法具有更高的校正精度。

实际应用中,受光子散粒噪声、暗电流和读出噪声的影响,图像会有背景噪声。为此,对同一畸变图像(图 5)施加不同级别的随机噪声。首先,将畸变图像按 16 bit 灰度值进行转换;然后分别施加最大灰度值为 80 及 1200 的随机噪声作为算法的输入图像,如图 13(a)和(e)所示。分别采用三种方法进行校正,校正结果如图 13 所示。结果表明,在弱噪声和强噪声下,性能指标组合法的校正效果最优,其光斑形状规则,能

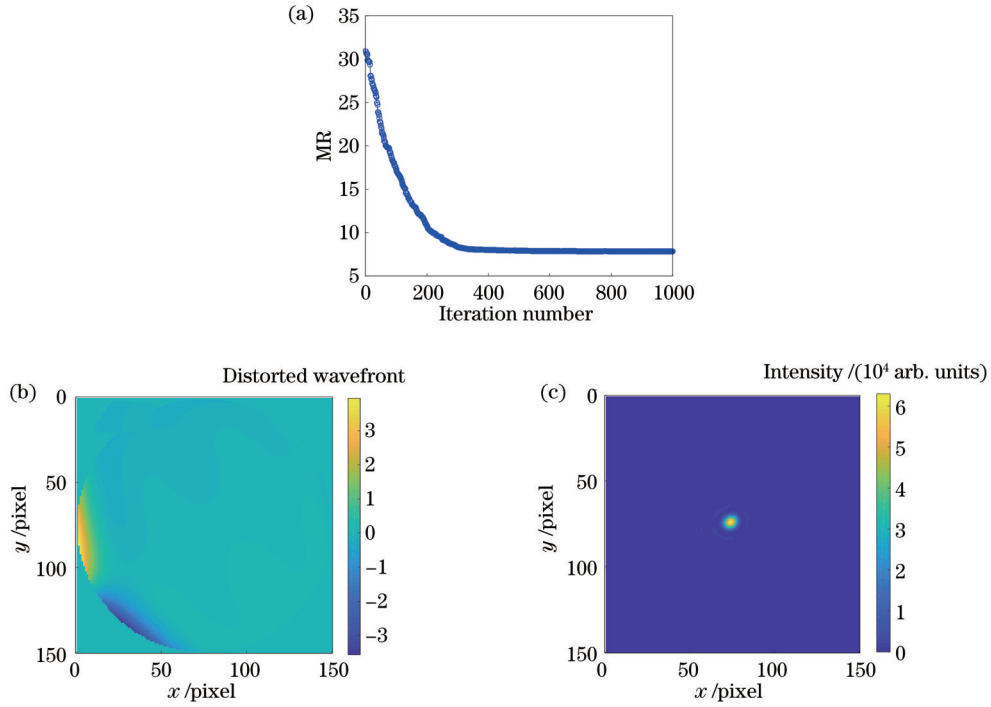


图 9 MR 校正结果。(a)收敛曲线;(b)残余波前;(c)远场光强分布

Fig. 9 Correction results for MR. (a) Convergence curve; (b) residual wavefront; (c) far-field intensity distribution

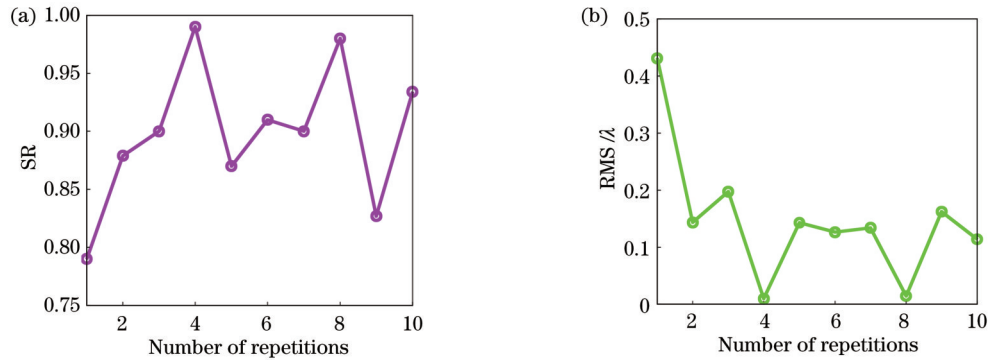


图 10 MR 方法重复 10 次的校正结果。(a) SR;(b)残余波前 RMS 值

Fig. 10 Corrected results of MR method for 10 times repetition. (a) SR; (b) RMS of residual wavefront

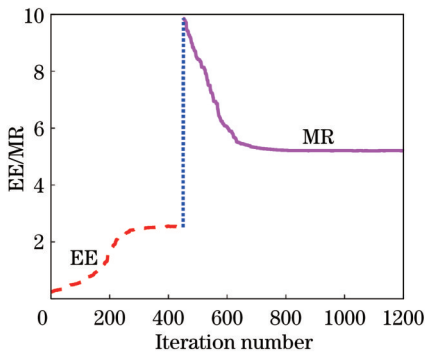


图 11 组合法性能指标收敛曲线

Fig. 11 Performance metric convergence curve of combination method

量分布更均匀,峰值强度也明显高于 EE 及 MR 方法。校正后的 SR 结果如图 14 所示,无噪声、弱噪声及强噪

声下;对于 EE 法,SR 分别为 0.53、0.51 和 0.41;对于 MR 法,SR 分别为 0.78、0.74 和 0.77;对于性能指标组合法,SR 均为 1.00。结果表明噪声对 EE 法的校正精度影响较大,对 MR 法及性能指标组合法的影响较小。

为进一步对比分析性能指标组合法的有效性,对同一畸变图像(图 5)选取不同环围直径进行校正,校正结果如图 15 所示。当环围直径从 0.5d 变为 3d 时,性能指标组合法的 SR 始终接近于 1.00,而 EE 法的 SR 波动较大。此外,性能指标组合法的残余像差 RMS 值稳定在 0.01λ 左右,而 EE 方法的残余像差 RMS 值变化较大。结果表明,对于不同的环围直径,性能指标组合法均可获得稳定、高精度像差校正。

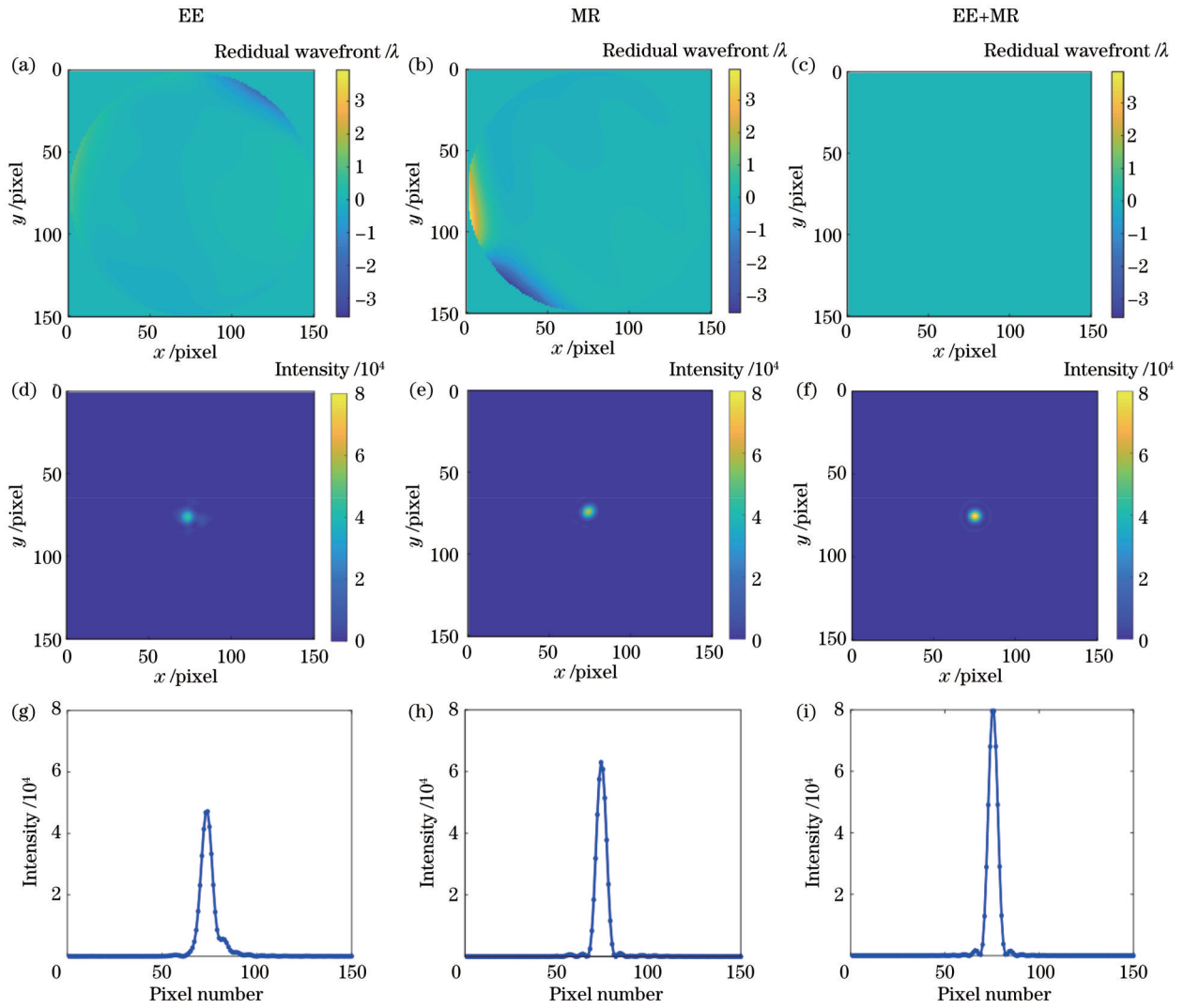


图 12 仿真校正结果对比。(a)~(c)残余波前;(d)~(f)远场光强分布;(g)~(i)靶面水平方向中心线的强度分布

Fig. 12 Comparison of simulation correction results. (a)~(c) Residual wavefront; (d)~(f) far-field intensity distributions; (g)~(i) intensity distributions of horizontal centerline of target surface

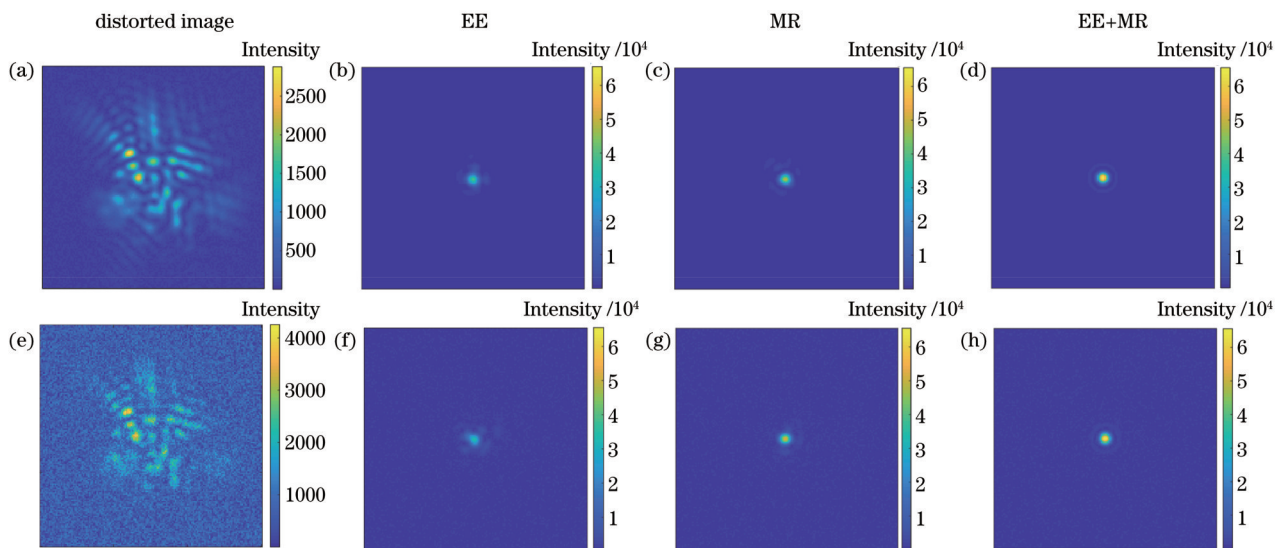


图 13 不同噪声仿真校正结果对比。(a)~(d)灰度值为 80 的弱噪声;(e)~(h)灰度值为 1200 的强噪声

Fig. 13 Comparison of different noise simulation correction results. (a)~(d) Weak noise with gray level of 80; (e)~(h) strong noise with gray level of 1200



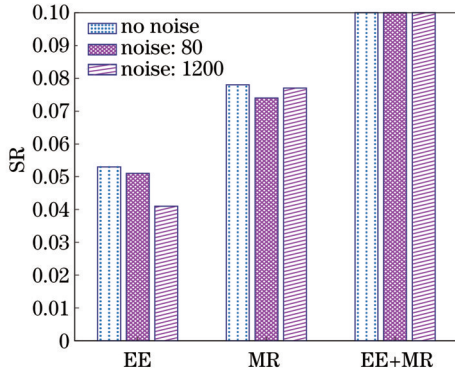


图 14 EE、MR 及性能指标组合法针对不同噪声的校正结果  
Fig. 14 Correction results of EE, MR, and performance index combination method for different noises

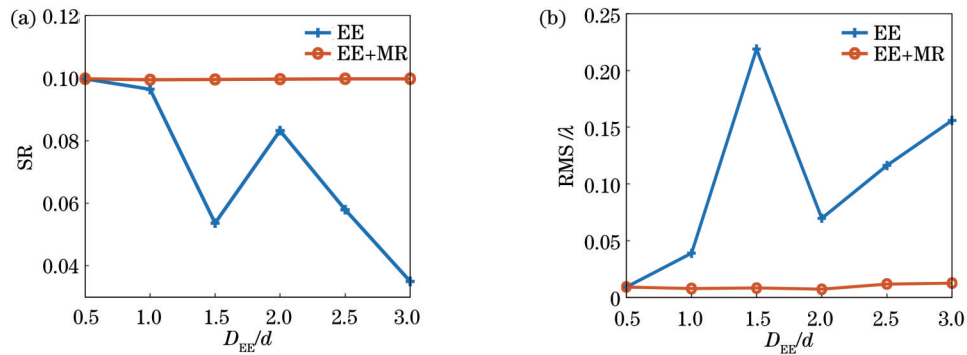


图 15 EE 方法和性能指标组合法针对不同环围直径的校正结果。(a) SR; (b) 残余波前的 RMS 值  
Fig. 15 Correction results of EE method and performance index combination method for different encircled diameters. (a) SR; (b) RMS of residual wavefront

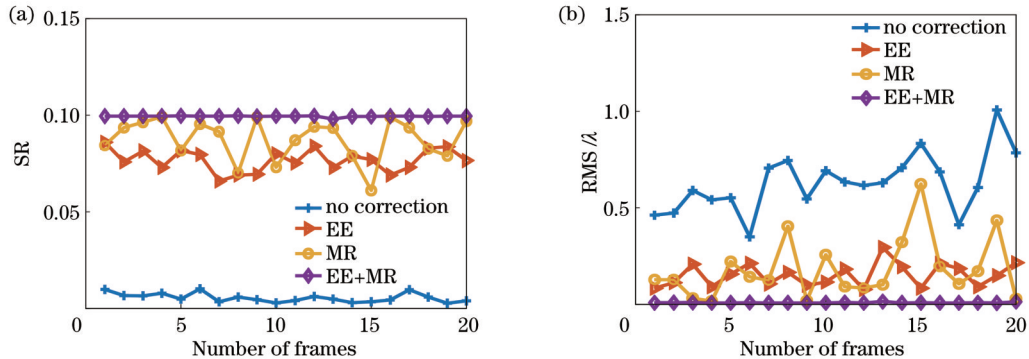


图 16 多幅随机静态像差校正结果。(a) SR; (b) 残余波前的 RMS 值  
Fig. 16 Correction results of multiple random static aberrations. (a) SR; (b) RMS of residual wavefront

## 4 实验验证

### 4.1 实验光路

为了验证该方法的有效性,采用 SPGD 算法进行了自适应校正实验。光路搭建如图 17 所示。光纤输出的点光源被透镜 1 准直后,入射到 DM 上被再次反射。反射光被分束器进一步反射,通过透镜 2 聚焦在成像相机上。小孔和可变中性密度滤波器(NDF)分别用于调整光束孔径和光强。DM(ALPAO,DM69)

为进一步验证性能指标组合法的有效性,随机生成了 20 组前 36 项泽尼克系数,采用第 3.1 节所述的方法对 20 幅畸变图像进行模拟仿真,将仿真结果作为 SPGD 算法的初始图像,并用性能指标组合法、EE 方法和 MR 方法分别进行仿真校正,校正结果如图 16 所示,其中,+、△、○和◇所在曲线分别代表了未校正及 EE、MR 和性能指标组合法的校正结果。从图 16(a)可以看出,多幅静态像差校正后,性能指标组合法仍能将 SR 稳定到 1.00 附近,而 EE 方法和 MR 方法的 SR 较低且不稳定。同样,使用性能指标组合法将残差波前的均方根误差减小到  $0.01\lambda$ ,而 EE 和 MR 方法的均方根误差较大且波动大,如图 16(b)所示。因此,性能指标组合法对静态像差的校正具有较高的精度和较强的稳定性。

有 69 个驱动器和 750 Hz 的带宽,其孔径为 10.5 mm。成像相机(THORLABS, DCC1545M)的分辨率为  $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ ,单像素尺寸为  $5.2 \mu\text{m}$ ,帧率为 25 Hz,用于获取点目标的图像。透镜 1 和 2 的焦距均为 200 mm,直径均为 50 mm。光纤芯直径为  $100 \mu\text{m}$ ,有效通光孔径为 20 mm。

### 4.2 像差校正

采用 EE、MR 和性能指标组合法分别对畸变进行了校正,并对其结果进行了比较。畸变图像是 SPGD

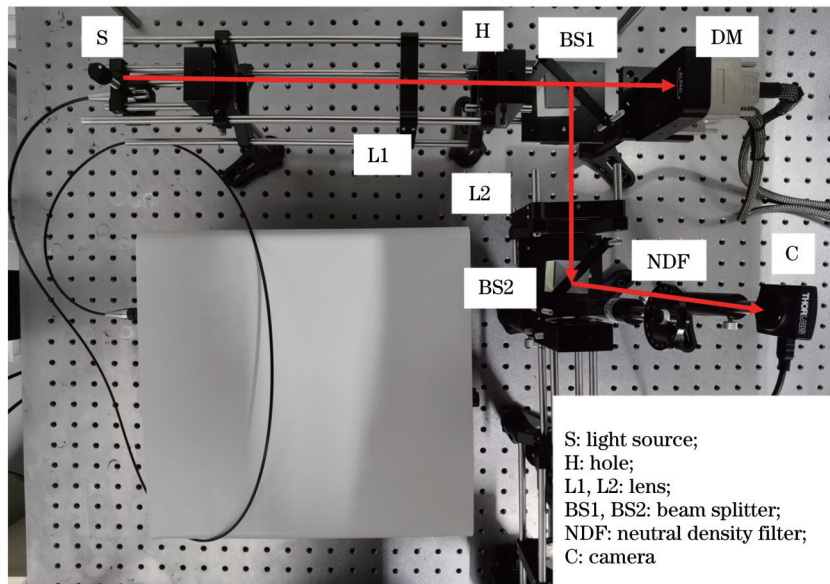


图 17 静态像差校正系统光路  
Fig. 17 Optical path of static aberration correction system

算法的输入变量,静态像差主要来源于光学元件的误差、DM 面形误差及成像相机在离焦位置,其导致的点目标产生畸变如图 18(a)所示。根据图 2 和图 4 中的流程图进行无波前自适应校正。校正后的点目标图像如图 18(b)~(d)所示。结果表明,经过校正后,模糊图像转换为一个点,而性能指标组合法的图像最小、最亮。为了更清楚地描述强度的变化,图像中心线上的强度分布如图 18(e)~(h)所示。同时,通过高斯拟合获得了点的半峰全宽(FWHM)。结果表明,在自适应校正后,EE、MR 和性能指标组合法的峰值强度明显增加,分别为 50、178 和 219,对应的 SR 约为 0.20、0.70 和 0.86。

同时,相应的 FWHM 分别为 44.5 pixel、29 pixel 和 21.7 pixel。考虑到有效光束孔径为 20 mm,光纤芯直径为 100  $\mu\text{m}$ ,焦距为 200 mm,波长为 633 nm,可以计算出衍射极限分辨率为 20.7 pixel。经过校正后,这三种方法的分辨率分别为 2.15、1.40 和 1.05 倍衍射极限。特别地,用性能指标组合法几乎达到了光学系统的衍射极限。此外,这三种方法的性能指标的收敛性如图 19 所示。这些曲线说明了性能指标的动态变化过程,并与仿真校正结果一致。实验结果表明,性能指标组合法在像差校正方面具有明显的优势,可以获得更高的校正精度和稳定性。

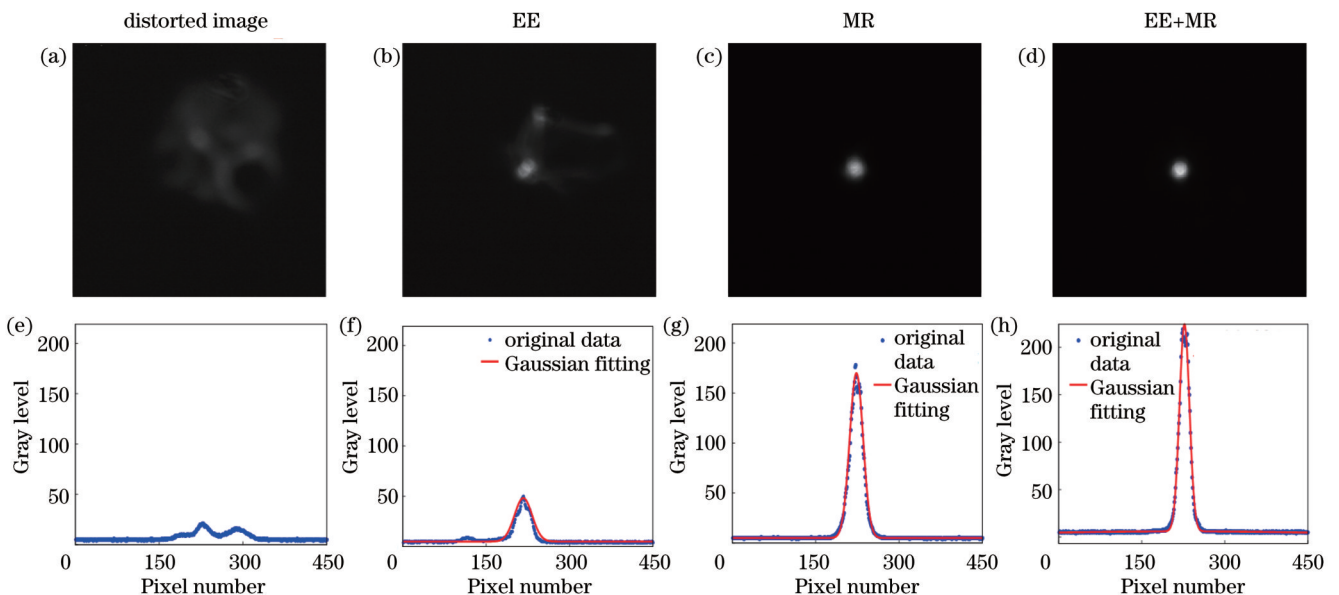


图 18 静态像差校正实验结果。(a)~(d)点目标的图像;(e)~(h)图像中心线的光强分布  
Fig. 18 Experimental results of static aberration correction. (a)~(d) Images of point object; (e)~(h) intensity distributions in center line of images

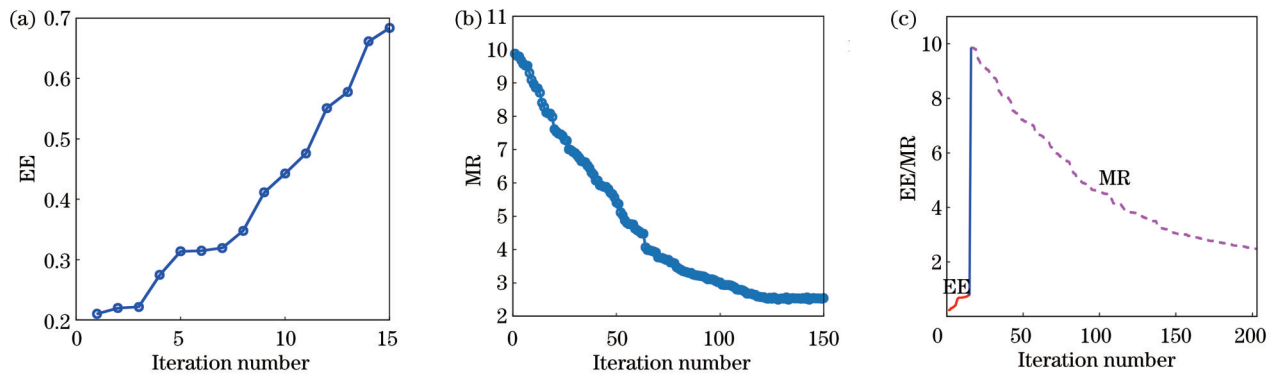


图 19 性能指标收敛曲线。(a) EE 方法；(b) MR 方法；(c) 性能指标组合法

Fig. 19 Performance metric convergence curves. (a) EE method; (b) MR method; (c) performance metric combination method

## 5 结 论

为了实现静态像差的高精度校正,基于 SPGD 算法提出了性能指标组合法,其具体实现方法为:首先以 EE 作为性能指标,进行静态像差的校正;一旦 EE 收敛,即最大的能量集中在环围区域,性能指标切换为 MR;再利用 MR 方法进行进一步校正,使得能量进一步均匀化,减小光斑的弥散程度。利用该方法进行了仿真校正,仿真结果表明,不同噪声条件下,经性能指标组合法校正后 SR 均接近于 1。对于 EE 方法,在不同环围直径下,SR 和 RMS 值的波动范围分别为 0.34~0.99 以及 0.01 $\lambda$ ~0.22 $\lambda$ ;对于 MR 方法,重复校正 10 次,SR 和 RMS 值的波动范围分别为 0.78~0.99 和 0.01 $\lambda$ ~0.43 $\lambda$ ;而性能指标组合法可以将校正后的 SR 均稳定在接近于 1.00、RMS 值均稳定在 0.01 $\lambda$  左右。此外,在 20 幅随机静态像差的情况下,性能指标组合法仍然可以获得类似的有效校正结果。

通过实验进一步验证了该方法的有效性。结果表明,性能指标组合法使点目标成像更清晰,成像分辨率达 1.05 倍衍射极限。实验和仿真结果均证实了性能指标组合法对静态像差校正的有效性,其实现了静态像差的高精度和稳定校正,该方法为静态像差的高精度校正和高精度探测应用提供了一种有效的技术途径和方法。

### 参 考 文 献

- [1] Cao J T, Zhao X H, Li Z K, et al. Stochastic parallel gradient descent laser beam control algorithm for atmospheric compensation in free space optical communication[J]. *Optik*, 2014, 125(20): 6142-6147.
- [2] Zhang S, Wang R, Wang Y K, et al. Extending the detection and correction abilities of an adaptive optics system for free-space optical communication[J]. *Optics Communications*, 2021, 482: 126571.
- [3] Huang Z M, Liu C L, Li J F, et al. A high-speed, high-efficiency phase controller for coherent beam combining based on SPGD algorithm[J]. *Quantum Electronics*, 2014, 44(4): 301-305.
- [4] 周朴, 粟荣涛, 马阎星, 等. 激光相干合成的研究进展: 2011—

2020[J]. *中国激光*, 2021, 48(4): 0401003.

Zhou P, Su R T, Ma Y X, et al. Review of coherent laser beam combining research progress in the past decade[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(4): 0401003.

- [5] Huang G, Lü G Y, Fan Y Y, et al. Stable control of the fiber laser phased array under long-range turbulent atmosphere[J]. *Optics & Laser Technology*, 2022, 146: 107528.
- [6] Ma H C, Zhang P, Zhang J H, et al. Numerical simulation and analysis of dynamic compensation for atmosphere turbulence based on stochastic parallel gradient descent optimization[J]. *Chinese Optics Letters*, 2012, 10(s1): s10102.
- [7] Li F, Geng C, Huang G, et al. Experimental demonstration of coherent combining with tip/tilt control based on adaptive space-to-fiber laser beam coupling[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(2): 1-12.
- [8] Zhao H, An J, Yu M J, et al. Nesterov-accelerated adaptive momentum estimation-based wavefront distortion correction algorithm[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(24): 7177-7185.
- [9] 江杰, 郭宏翔, 边奕铭, 等. 基于 SPGD 算法的少模光纤耦合解复用系统动态湍流补偿仿真[J]. *光学学报*, 2021, 41(19): 1901001.
- Jiang J, Guo H X, Bian Y M, et al. Simulation on dynamic turbulence compensation of few-mode fiber coupling demultiplexing system based on SPGD algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(19): 1901001.
- [10] Hu Q T, Zhen L L, Mao Y, et al. Adaptive stochastic parallel gradient descent approach for efficient fiber coupling[J]. *Optics Express*, 2020, 28(9): 13141-13154.
- [11] Wu K N, Sun Y, Huai Y, et al. Multi-perturbation stochastic parallel gradient descent method for wavefront correction[J]. *Optics Express*, 2015, 23(3): 2933-2944.
- [12] Geng C, Luo W, Tan Y, et al. Experimental demonstration of using divergence cost-function in SPGD algorithm for coherent beam combining with tip/tilt control[J]. *Optics Express*, 2013, 21(21): 25045-25055.
- [13] 吴加丽, 柯熙政, 杨尚君, 等. 多维耦合器校正空间光-单模光纤耦合对准误差[J]. *光学学报*, 2022, 42(7): 0706003.
- Wu J L, Ke X Z, Yang S J, et al. Correction of alignment error in coupling space light into single-mode fiber by multi-dimensional coupler[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(7): 0706003.
- [14] Ren D Q, Dong B, Zhu Y T, et al. Correction of non-common-path error for extreme adaptive optics[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2012, 124(913): 247-253.
- [15] 元波, 陈洪斌, 任戈, 等. 基于随机并行梯度下降算法的望远镜静态像差校正[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(8): 082201.
- Qi B, Chen H B, Ren G, et al. Wavefront correction of telescope based on stochastic parallel gradient descent algorithm



- [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(8): 082201.
- [16] Zhu Y T, Dou J P, Zhang X, et al. Portable adaptive optics for exoplanet imaging[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, 21(4): 082.
- [17] Vorontsov M A, Carhart G W, Ricklin J C. Adaptive phase-distortion correction based on parallel gradient-descent optimization[J]. *Optics Letters*, 1997, 22(12): 907-909.
- [18] 陈波, 杨慧珍, 张金宝, 等. 点目标成像自适应光学随机并行梯度下降算法性能指标与收敛速度[J]. *光学学报*, 2009, 29(5): 1143-1148.
- Chen B, Yang H Z, Zhang J B, et al. Performances index and convergence speed of parallel gradient descent algorithm in adaptive optics of point source[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(5): 1143-1148.
- [19] 赵璐佳, 朱里程, 文良华, 等. 基于随机并行梯度下降算法的大口径薄膜拼接镜失调误差校正[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(19): 193101.
- Zhao L J, Zhu L C, Wen L H, et al. Correction of misaligned error of large aperture thin film splicing mirrors based on stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(19): 193101.
- [20] Chen B, Yang H Z, Li X Y, et al. Adaptive optics correction experiment based on stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. *Proceedings of SPIE*, 2008, 7130: 71303Y.
- [21] Yang P, Ning Y, Lei X, et al. Enhancement of the beam quality of non-uniform output slab laser amplifier with a 39-actuator rectangular piezoelectric deformable mirror[J]. *Optics Express*, 2010, 18(7): 7121-7130.
- [22] Wang X, Wang X L, Zhou P, et al. Numerical simulation of tilt-tip control in coherent beam combining using SPGD algorithm [J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 48: 343-350.
- [23] Zhou P, Ma Y X, Wang X L, et al. Efficient phase locking of fiber amplifiers using a low-cost and high-damage-threshold phase control system[J]. *Chinese Physics Letters*, 2010, 27(3): 034207.
- [24] 杨慧珍, 陈波, 李新阳, 等. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法实验研究[J]. *光学学报*, 2008, 28(2): 205-210.
- Yang H Z, Chen B, Li X Y, et al. Experimental demonstration of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(2): 205-210.
- [25] Wang D E, Hu D X, Zhou W, et al. Beam phase-distortion correction in a high power laser based on the stochastic parallel gradient descent technique[J]. *Laser Physics Letters*, 2013, 10(12): 125002.

## High-Precision Static Aberration Correction Method of SPGD Algorithm

Chen Meirui<sup>1</sup>, Jiang Lü<sup>2</sup>, Mao Hongmin<sup>1</sup>, Sun Huijuan<sup>3</sup>, Peng Jiantao<sup>4</sup>, Xu Guoding<sup>1</sup>,  
Hu Lifa<sup>2</sup>, Lu Huanjun<sup>1\*\*</sup>, Cao Zhaoliang<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>*Jiangsu Key Laboratory of Micro and Nano Heat Fluid Flow Technology and Energy Application, School of Physical Science and Technology, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215009, Jiangsu, China;*

<sup>2</sup>*School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, Jiangsu, China;*

<sup>3</sup>*Institute of Mathematics and Physics, Beijing Union University, Beijing 100101, China;*

<sup>4</sup>*Shanghai Institute of Satellite Engineering, China Aerospace Science and Technology Corporation, Shanghai 201109, China*

### Abstract

**Objective** Due to the influence of the processing error of optical elements, system assembly error, and ambient temperature, the optical system usually has static aberrations, which reduce the imaging quality and significantly affects the optical performance. The stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm is widely used to correct static aberrations. For the SPGD algorithm, the performance metrics, usually including the Strehl ratio (SR), encircled energy (EE), and mean radius (MR), have a great influence on the correction accuracy. In practical applications, SR is seldom chosen as it is difficult to achieve. In terms of EE, the convergence speed and correction accuracy depend closely on the selected encircled area, and hence, EE can only represent the total energy distribution of the surrounding area but cannot effectively reflect the entire intensity distribution. In contrast, the performance metric MR takes the whole intensity distribution into consideration, and higher correction accuracy is thus obtained. However, it is sensitive to small disturbance voltage, which makes the correction unstable. Therefore, to achieve high-precision and stable correction of static aberrations, we propose a combination method of performance metrics, which can not only concentrate the spot energy but also make the energy distribution uniform.

**Methods** The proposed method combines the performance metrics EE and MR to correct the static aberrations. EE is first chosen as the performance metric and is computed with the acquired image. The control voltage is calculated and applied on the deformable mirror to correct the distorted wavefront. When most of the energy is concentrated in the encircled area, the performance metric is switched from EE to MR. Afterward, the energy distribution is further unified, which can also reduce the MR of the light spot. Thus, with the combination method, the energy can be better concentrated, and the intensity distribution can be more uniform. Meanwhile, the static aberrations can be corrected with



higher accuracy.

**Results and Discussions** First, to concentrate the energy at the center of the image plane, we use EE for correction. After the energy is concentrated, it is then corrected with MR so that the energy distribution can be more uniform (Fig. 3). EE, MR, and the combination method of performance metrics are simulated and compared to verify the effectiveness of the proposed method (Fig. 12), and the root-mean-square values of residual aberrations are  $0.22\lambda$ ,  $0.43\lambda$ , and  $0.01\lambda$ , respectively. Compared with the EE and MR methods, the combination method can achieve better spot image quality and dramatically increased peak intensity. In addition, the corresponding SRs are computed to be 0.53, 0.78, and 1.00, respectively. Moreover, the simulations of the correction results based on the three methods under different noises (Fig. 14), different encircled diameters (Fig. 15), and multiple random static aberrations (Fig. 16) are compared and analyzed. For the combination method, SR remains stable at 1.00 after correction. Finally, an experiment is performed to further validate the proposed method. As a result, the corrected resolutions are improved to be 2.15, 1.40, and 1.05 times the diffraction limit for the three methods, respectively, and in particular, the diffraction limit of the optical system is almost achieved with the combination method (Fig. 18). The research reveals that the proposed method can realize higher correction accuracy and stability.

**Conclusions** The combination method of performance metrics proposed in this paper can effectively improve the correction accuracy and stability of static aberrations. Simulations show that the SR corrected by the combination method can keep stable at 1.00 under different encircled diameters, different noises, and multiple static aberrations. As further demonstrated by experiments, with the combination method, the light spot is the most focused, and the resolution is improved to be 1.05 times the diffraction limit. Both the experimental results and simulations confirm the effectiveness of the proposed method in static aberration correction. The method provides a facile and effective way for the correction and elimination of static aberrations in optical systems with optical performance close to the diffraction limit.

**Key words** imaging systems; stochastic parallel gradient descent algorithm; static aberration; performance metric; correction accuracy; stability

