第 43 卷 第 5 期/2023 年 3 月/光学学报 研究论文
光学学报

基于改进Goldstein枝切法的傅里叶变换轮廓术

游前，翁慧，赵江，李岳彬，王文峰，卢仕，彭旷*
湖北大学微电子学院，铁电压电材料与器件湖北省重点实验室，湖北 武汉 430062

摘要 Goldstein枝切法通过连接残差点生成枝切线以优化相位展开路径，枝切线的总长度越短，相位展开的结果越好。然而，该方法构造的枝切线无法确保总长度最短且容易闭合，造成部分区域相位未能正确展开，从而影响重构精度。因此，提出一种基于改进Goldstein枝切法的傅里叶变换轮廓术。通过构建加权二分图，将构造总长度最短的枝切线问题转化为最大权匹配问题。采用Kuhn-Munkres算法求解最大权匹配问题，得到最短的枝切线，提升重构精度。仿真和实验结果证明了所提方法的有效性。

关键词 傅里叶光学；三维测量；傅里叶变换轮廓术；相位展开；Goldstein枝切法；Kuhn-Munkres算法
中图分类号 TN247 **文献标志码** A **DOI:** 10.3788/AOS221351

1 引 言

条纹投影轮廓术(FPP)是光学三维测量领域中非常具有代表性的方法，在智能制造、虚拟现实、文化遗产保护、生物医学和工业检测等领域都被广泛应用[1-2]。FPP包括莫尔轮廓术(MP)[3]、傅里叶变换轮廓术(FTP)[4-6]、相位测量轮廓术(PMP)[7-9]等。其中，FTP通过相位计算、相位展开和相位高度映射等步骤后，可恢复出物体的三维形貌信息，具有数据处理量小和测量速度快等优势，被广泛应用于物体的三维测量[10]。

FTP中相位计算得到的相位值会被截断在(−π，π]，需要通过相位展开把截断相位变为连续相位，再由相位高度映射得到被测物体的高度分布。因此，相位展开结果的好坏对被测物体三维重构精度的影响很大。对于理想的截断相位图，相位展开是一个简单且与展开路径无关的过程，可以通过比较相邻两个像素点之间的截断相位并加上或减去2π的整数倍，使得它们之间的相对相位在−π到π的范围内来实现[11]。然而，实际的测量环境中存在噪声、局部阴影和物体高度突变等问题，导致截断相位图中部分区域像素点的相位值不可靠。在进行相位展开时，如果展开路径穿过这些区域，就会产生局部误差。此外，局部误差还会随着展开路径扩散和累积，产生“拉线”现象，这使得相位展开变得十分困难且依赖于展开路径。为了解决上述问题，人们提出了许多相位展开算法[12-20]。其中，Goldstein等[13]提出的枝切法是一种强大的抗噪声的路径优化相位展开算法。该算法通过生成代表相位展开不可靠区域的枝切线并选择避开枝切线的路径进行相位展开，限制了局部误差的扩散，从而消除了“拉线”现象。通常来说，枝切线的总长度越短，相位展开的结果越好[14]。然而，Goldstein枝切法无法确保生成总长度最短的枝切线，枝切线也容易闭合，形成无法正确展开的区域(即“孤岛”现象)。Chen等[15]使用最小生成树算法生成枝切线，解决了枝切线闭合的问题，但仍会产生较长的枝切线。Karout等[16]和Wang等[17]利用遗传算法设置枝切线，能够得到总长度最短的枝切线。然而，遗传算法需要设置交叉概率和突变概率等参数，这些参数值的设置会影响解的质量和收敛速度，而参数值的选取往往依靠经验，需要不断调试。

为克服传统的Goldstein枝切法容易产生“孤岛”现象和生成较长枝切线的缺点，本文提出一种改进的枝切法，并将其用于FTP中的相位展开。所提方法可以生成总长度最短的枝切线且能够消除“孤岛”现象，从而得到更好的展开结果，提高FTP三维测量的精度。

2 基本原理

2.1 FTP的基本原理

FTP的测量原理如图1所示，正弦条纹图通过数字光投影仪(DLP)投影在参考平面上，电荷耦合器件(CCD)采集到的条纹图为

$$I(x,y)=R(x,y)\left\{A(x,y)+B(x,y)\cdot\cos\left[2\pi fx+\phi(x,y)\right]\right\},\quad(1)$$

收稿日期：2022-06-20；**修回日期**：2022-08-14；**录用日期**：2022-10-14；**网络首发日期**：2022-10-24
基金项目：湖北省教育厅科学技术研究计划青年人才项目(Q20201006)、湖北省自然科学基金面上类青年项目(2020CFB266)
通信作者：*pengkuang91@163.com

式中：(x,y)为像素点坐标；$R(x,y)$为反射率分布；$A(x,y)$为背景光强度；$B(x,y)$为条纹对比度；f为条纹图频率；$\phi(x,y)$为相位信息。

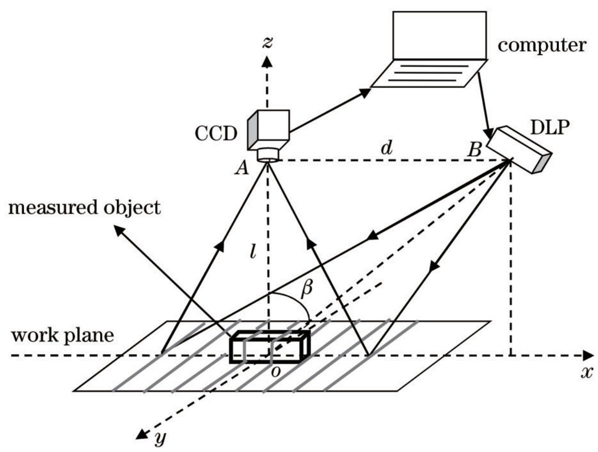

图1 FTP系统示意图

Fig. 1 Diagrammatic sketch of FTP system

对式(1)进行傅里叶变换，滤出频谱中的基频分量，并对其作傅里叶逆变换，可得：

$$P(x,y)=\frac{1}{2}R(x,y)B(x,y)\exp\left\{\mathrm{i}\left[2\pi fx+\phi(x,y)\right]\right\}。\tag{2}$$

当参考面上未放置物体时，采集到的条纹图为$I_0(x,y)$，对$I_0(x,y)$进行同样的操作可得到$P_0(x,y)$。截断相位$\psi(x,y)$可由$P(x,y)$和$P_0(x,y)$求出，即

$$\psi(x,y)=\mathrm{Im}\left\{\ln\left[P(x,y)P_0^*(x,y)\right]\right\},\tag{3}$$

式中：Im {•}表示取复数虚部运算；*表示共轭运算。

由式(3)得到的相位被截断在$(-\pi,\pi]$，需要通过相位展开把截断相位$\psi(x,y)$恢复成连续相位$\theta(x,y)$。物体的高度信息$h(x,y)$的计算公式为

$$h(x,y)=\frac{l\theta(x,y)}{2\pi fd+\theta(x,y)},\tag{4}$$

式中：l为CCD与参考面的距离；d为CCD和DLP间的距离。

2.2 Goldstein枝切法

Goldstein枝切法首先识别出截断相位图中的残差点，然后采用局部最邻近的策略构造枝切线，最后避开枝切线展开相位。

截断相位图中的像素点(x,y)可通过计算其极性$q(x,y)$来判断是否为残差点，$q(x,y)$被定义为

$$q(x,y)=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=1}^{4}\mathcal{W}(\Delta_k),\tag{5}$$

式中：$\mathcal{W}$为截断运算符；$\Delta_1=\psi(x,y+1)-\psi(x,y)$，$\Delta_2=\psi(x+1,y+1)-\psi(x,y+1)$，$\Delta_3=\psi(x+1,y)-\psi(x+1,y+1)$，$\Delta_4=\psi(x,y)-\psi(x+1,y)$。若$q(x,y)=-1$，则像素点$(x,y)$为负残差点；若$q(x,y)=1$，则像素点$(x,y)$为正残差点。

选择一个未平衡的残差点作为中心残差点，并在以其为中心的3×3区域内搜索其余残差点。若找到新的残差点，则连接两点生成枝切线。若枝切线上残差点的极性和为0，则这条枝切线生成完毕，将枝切线上的残差点标记为平衡；若极性和不为0，则继续搜索。若在邻域内搜索完成后极性和仍不为0，则将邻域内的其他残差点依次作为中心残差点继续上述搜索；若极性和还不等于0，则可将邻域持续扩大，直到极性和为0或邻域达到图像的边界。如果邻域到达图像边界，则将中心残差点连接图像边界，也认为该枝切线生成完毕。重复上述过程直到所有残差点都被标记为平衡，所有枝切线构建完成。

选取避开枝切线的路径进行相位展开，枝切线上的像素点可以利用枝切线周围已展开的像素点进行展开。

Goldstein枝切法通过设置枝切线限制展开路径，消除了"拉线"现象，但是Goldstein枝切法是一种局部的最近邻算法，可能无法得到全局的最优解(最短的枝切线总长度)，从而影响重构精度。因此，需要采取更有效的算法优化枝切线的设置。

3 改进Goldstein枝切法

构造枝切线是Goldstein枝切法中的关键步骤，不同的构造方法会生成各异的枝切线，得到不同的展开结果。为获得更好的展开结果，需要生成总长度尽可能短且能够平衡所有残差点的枝切线。平衡残差点可以通过成对连接极性相反的残差点来实现。然而，假设存在N对极性相反的残差点，那么它们的组合方式就有$N!$种。可以使用穷举法找出最小化枝切线总长度的最优组合，但这需要大量的计算。加权二分图是图论中的特殊模型，在资源分配和多目标跟踪等领域被用于解决组合优化问题[21-22]。在识别出截断相位图中的残差点后，通过构建加权二分图，构造总长度最短的枝切线问题被转化为最大权匹配问题。然后，引入Kuhn-Munkres算法求解最大权匹配问题，生成总长度最短的枝切线。最后，选择避开枝切线的路径进行相位展开，再由式(4)即可得到物体的高度信息。

3.1 构建加权二分图

构建加权二分图$G=(P,N,E)$，其中P和N分别为由正、负残差点构成的集合，图G的顶点集$V=P\cup N$。边集$E=\left\{\langle p,n\rangle | p\in P,n\in N\right\}$为连接正、负残差点的边所构成的集合，$E$中的任意边$\langle p,n\rangle$都具有权值$w(p,n)$，该权值被定义为

$$w(p,n)=-\left[\left(x_p-x_n\right)^2+\left(y_p-y_n\right)^2\right]^{\frac{1}{2}},\tag{6}$$

式中：(x_p,y_p)与(x_n,y_n)分别为正残差点p和负残差点n在截断相位图中的坐标。图2(a)显示了一个由6个

残差点构建的加权二分图。

3.2 最大权匹配

定义 1:匹配。匹配是边集 E 的一个子集,该子集中的任意两条边都不关联相同的顶点。

定义 2:完美匹配。若顶点集 V 中的任意顶点都是匹配 M 中边的端点,则 M 为图 G 的完美匹配。

由完美匹配的定义可知,图 G 的任意一个完美匹配都可以代表一组平衡所有残差点的枝切线,如图 2(b)所示。依据最小化枝切线总长度的原则,需要找到边的权值和最大的完美匹配(最大权匹配),它的权值 w 满足

$$w = \max \sum_{\langle p,n\rangle \in C} w(p,n), \tag{7}$$

式中:C 为图 G 的任意一个完美匹配。

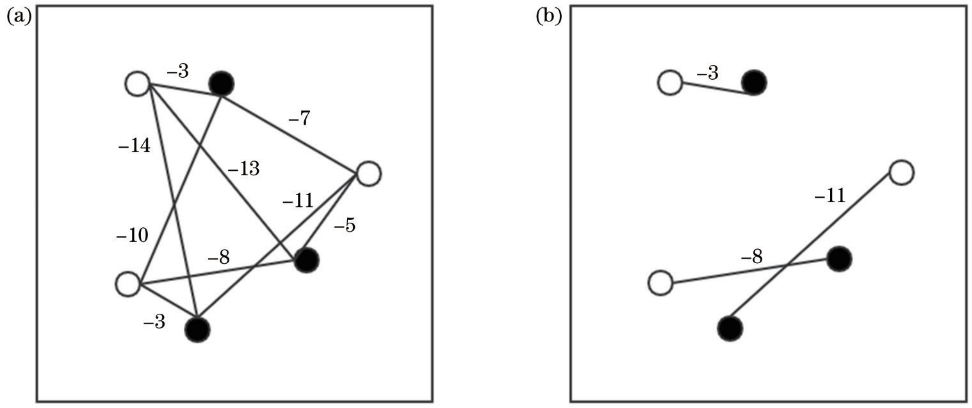

图 2 改进的 Goldstein 枝切法示意图,边上的数字代表边的权值。(a)加权二分图;(b)完美匹配示例

Fig. 2 Diagrammatic sketch of improved Goldstein branch-cut algorithm, the numbers represent weights of edges. (a) Example of weighted bipartite graph; (b) example of perfect matching

3.3 构造枝切线

本文引入 Kuhn-Munkres 算法[23]求解图 G 的最大权匹配,然后依据求出的最大权匹配构造枝切线,算法过程如下。

1) 给出顶点的初始标号:$\forall p \in P, l(p) = \max_{n \in N} w(p,n); \forall n \in N, l(n) = 0$。初始化一个匹配 M,用于存放已匹配边,当前 $M = \varnothing$,M 中边的端点被定义为已匹配点,否则为未匹配点。

2) 得到边集 $E_l = \{\langle p,n\rangle | l(p) + l(n) = w(p,n)\}$,图 G 的子图 $G_l = (P, N, E_l)$。

3) 若 P 中的顶点都为已匹配点,则 M 为最大权匹配,执行步骤 7);否则,在 P 中选择一个未匹配点,记为 p,并令顶点集 $S = \{p\}$,顶点集 $T = \varnothing$。

4) $N_l(S)$ 为图 G_l 中与 S 中顶点相连的所有顶点构成的集合。若 $N_l(S) = T$,则执行步骤 6);若 $N_l(S) \neq T$,则执行步骤 5)。

5) 选择一个顶点 $n \in N_l(S) - T$。若 n 为未匹配点,则存在一条从 p 到 n 的增广路 R。增广路是一条从某个未匹配点出发,途径 0 个或若干个已匹配点,最后到达另一个未匹配点的路径。在增广路上未匹配边和已匹配边交替出现,且未匹配边比已匹配边多 1 条。$E(R)$ 为由 R 上的边构成的集合,$\oplus$ 为集合的异或运算符,令 $M = M \oplus E(R)$,M 所含边的数量增加 1,执行步骤 3)。若 n 为已匹配点,则找到与 n 匹配的顶点,记为 z,令 $S = S \cup \{z\}$,$T = T \cup \{n\}$,执行步骤 4)。

6) 计算值 $d = \min_{p \in S, n \in N - T}\{l(p) + l(n) - w(p,n)\}$,修改标号 $l(v) = \begin{cases} l(v) - d, v \in S \\ l(v) + d, v \in T \\ l(v), \text{otherwise} \end{cases}$,执行步骤 2)。

7) 将 M 中的任意边 $\langle p,n\rangle$ 移出 M,并将 p 代表的正残差点与 n 代表的负残差点进行连接,生成一条枝切线,重复上述过程直到 $M = \varnothing$。

在得到最优枝切线后,选择避开枝切线的优化路径进行相位展开恢复出连续相位,再依据式(4)所描述的相位高度映射关系即可得到物体的高度信息。

4 仿 真

为了验证所提方法的可行性与有效性,本研究进行了计算机仿真实验。被测物体由 MATLAB 中 5*peaks 得到,图像的大小为 400 pixel×400 pixel,如图 3(a)所示。为体现所提方法的优势,对其中两块大小为 50 pixel×50 pixel 的不同高度区域加入均值为 0、标准差为 3 的高斯噪声。图 3(b)、(c)分别为使用所提 FTP 方法得到的变形条纹图与截断相位图。

图 4(a)为残差点分布图,其中白点代表正残差点,黑点代表负残差点,灰点代表非残差点。图 4(b)所示为使用 Goldstein 枝切法建立的枝切线,图 4(c)所示为使用所提方法建立的枝切线。通过对比可以看出:利用 Goldstein 枝切法构建的枝切线总长度较长且产生了"孤岛";利用所提方法构造的枝切线总长度较短,枝切线没有闭合,消除了"孤岛"。

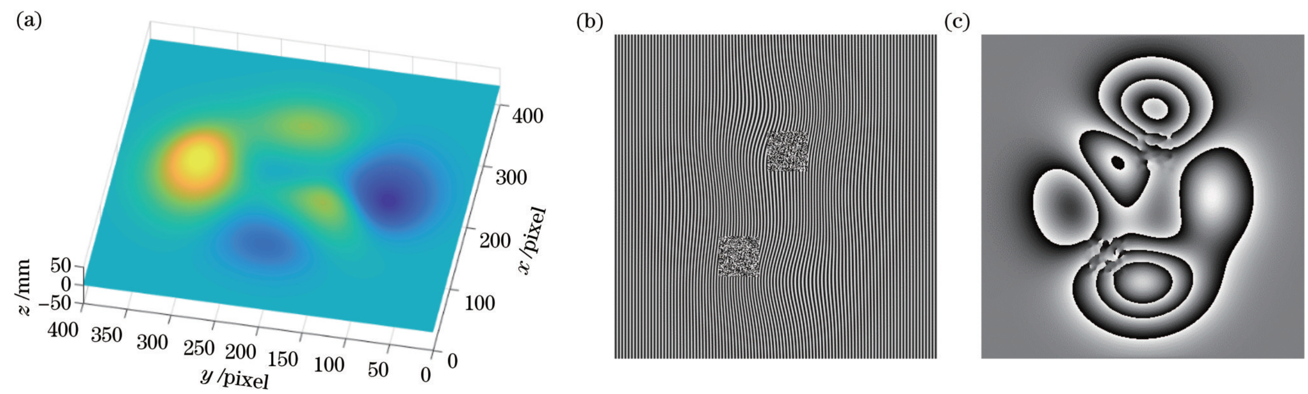

图 3 被测物体、变形条纹图和截断相位图。(a)被测物体；(b)变形条纹图；(c)截断相位图

Fig. 3 Measured object, deformed fringe pattern, and wrapped phase map. (a) Measured object; (b) deformed fringe pattern; (c) wrapped phase map

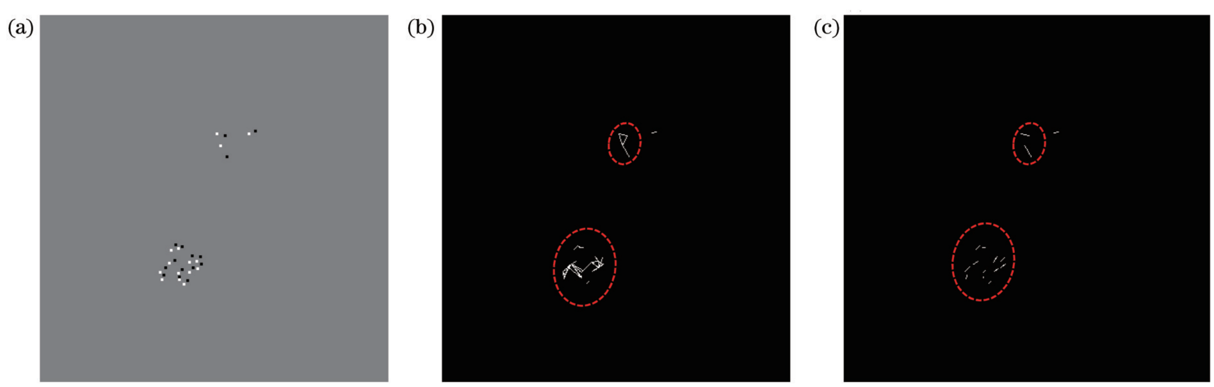

图 4 残差点和枝切线的分布。(a)残差点分布；(b)使用 Goldstein 枝切法获得的枝切线；(c)使用所提方法获得到的枝切线

Fig. 4 Distribution of residues and branch-cuts. (a) Residues distribution; (b) branch-cuts obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (c) branch-cuts obtained by proposed algorithm

图 5 所示为利用不同方法得到的物体高度信息。图 5(a)所示为使用洪水算法得到的重构结果，由于没有限制展开路径，出现了“拉线”现象。图 5(b)所示为使用 Goldstein 枝切法得到的重构物体，Goldstein 枝切法通过生成枝切线限制展开路径，消除了“拉线”现象，但生成的枝切线产生了“孤岛”现象，对应区域(虚线框)内被测物体未能正确重构。图 5(c)所示为使用所提方法得到的重建结果，消除了“孤岛”现象，物体的重构质量更高。

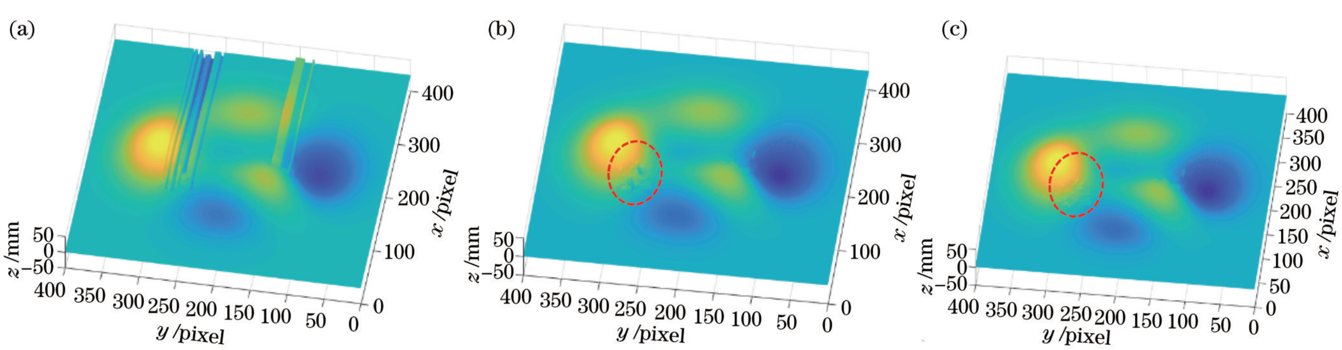

图 5 重构结果对比。(a)使用洪水算法获得的重构结果；(b)使用 Goldstein 枝切法获得的重构结果；(c)使用所提方法获得的重构结果

Fig. 5 Contrast results. (a) Reconstructed result obtained by flood-fill algorithm; (b) reconstructed result obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (c) reconstructed result obtained by proposed algorithm

表 1 给出了使用 Goldstein 枝切法与所提方法构造的枝切线总长度、均方根误差(RMSE)和生成枝切线所需时间。可以看出：利用 Goldstein 枝切法生成的枝切线总长度为 239 pixel，RMSE 为 0.6329 mm，用时为 0.0674 s；利用所提方法生成的枝切线总长度为 89 pixel，RMSE 为 0.4041 mm，用时为 0.0378 s。上述

结果表明利用所提方法构造的枝切线总长度更短，用时更少，重构精度更高。

表1　不同算法的RMSE、枝切线总长度和用时的比较

Table 1　Comparison of RMSE, length of branch-cuts, and time for the various algorithms

Algorithm	Length of branch-cuts /pixel	RMSE /mm	Time /s
Goldstein branch-cut algorithm	239	0.6329	0.0674
Proposed algorithm	89	0.4041	0.0378

为验证所提方法在不同大小噪声时的表现，表2给出了不同噪声下Goldstein枝切法和所提方法的RMSE。可以看出，不同噪声下Goldstein枝切法的RMSE分别为0.0677、0.6329、1.6118 mm，所提方法的RMSE分别为0.0677、0.4041、0.8070 mm。当添加的噪声较小时，截断相位图中没有出现残差点或者残差点数量较少，因此两种方法的重构精度相当。当添加的噪声变大时，残差点数量会增加，两种方法的RMSE都会增大，但Goldstein枝切法生成的枝切线容易产生“孤岛”问题且总长度较长，因此RMSE更大，而所提方法生成了更短的枝切线，有效降低了RMSE，提升了重构质量。

表2　不同噪声下Goldstein枝切法和所提方法的RMSE

Table 2　RMSE of Goldstein branch-cut algorithm and proposed algorithm under different noises

Algorithm	RMSE /mm		
	Gaussian noise with a standard deviation 1	Gaussian noise with a standard deviation 3	Gaussian noise with a standard deviation 5
Goldstein branch-cut algorithm	0.0677	0.6329	1.6118
Proposed algorithm	0.0677	0.4041	0.8070

5　实　　验

为了验证所提方法的实用性，选取了乌龟模型进行实验。实验装置如图6所示，其中DLP的型号为

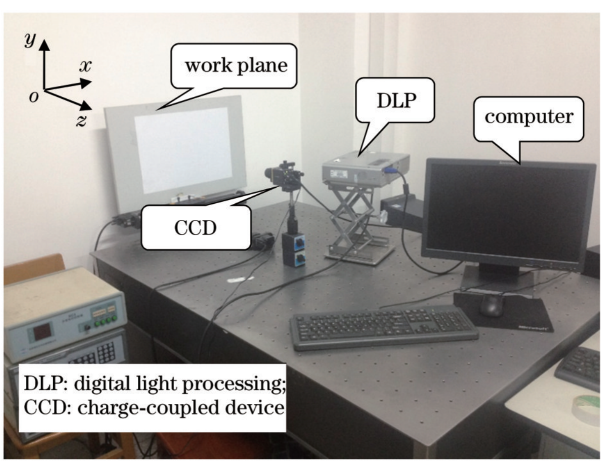

图6　实验装置

Fig. 6　Setup of the experiment

HCP-75X，CCD的型号是MVC1000MF。CCD采集到的参考平面条纹图和变形条纹图如图7(a)、(b)所示。

图8(a)为利用FTP技术得到的截断相位图。在没有限制展开路径的情况下，利用洪水算法得到的重构结果出现了“拉线”，重构误差较大，如图8(b)所示。因此，需要构造枝切线来优化展开路径。

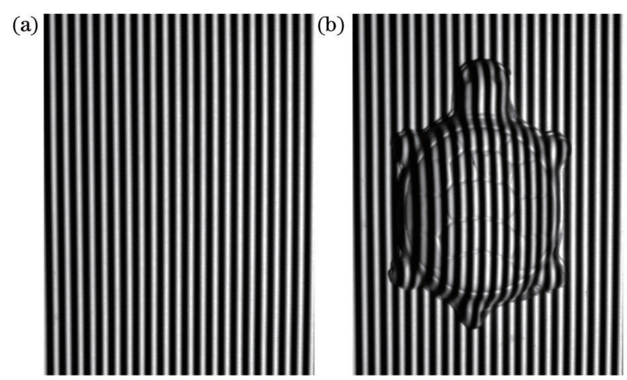

图7　条纹图。(a)参考平面条纹图；(b)变形条纹图

Fig. 7　Fringe patterns. (a) Reference fringe pattern; (b) deformed fringe pattern

图9(a)为残差点分布图，图9(b)所示为使用Goldstein枝切法得到的枝切线，图9(c)所示为使用所提方法得到的枝切线。通过对比可以明显看出：由Goldstein枝切法生成的枝切线总长度较长，部分枝切线(虚线框内)形成了闭环；利用所提方法得到了总长度更短且没有闭合的枝切线。

图10(a)所示为使用Goldstein枝切法得到的重构物体，图10(b)所示为使用所提方法获得的重构物体。通过对比可以很清楚地看出虚线框内所提方法重构效果更好。

为更充分地验证所提方法的优势，对于具有孤立性和条变性表面的复杂物体进行实验，结果如图11所示。图11(a)、(b)分别为驴脸模型与对应的变形条纹

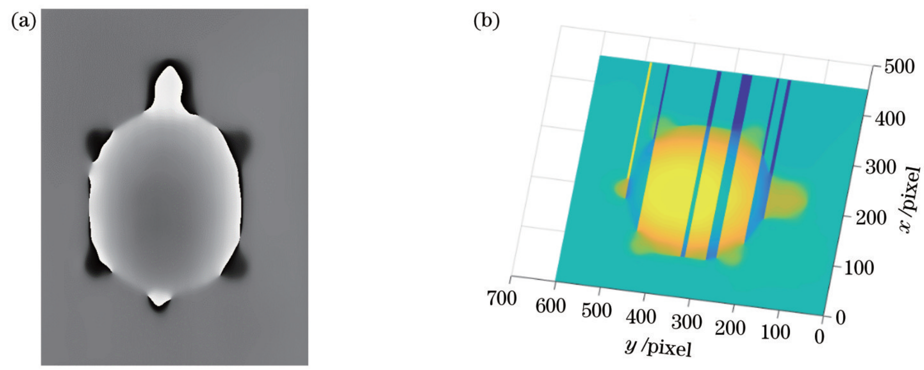

图8 截断相位图和使用洪水算法获得的重构结果。(a)截断相位图;(b)重构结果

Fig. 8 Wrapped phase map and reconstructed result obtained by flood-fill algorithm. (a) Wrapped phase map; (b) reconstructed result

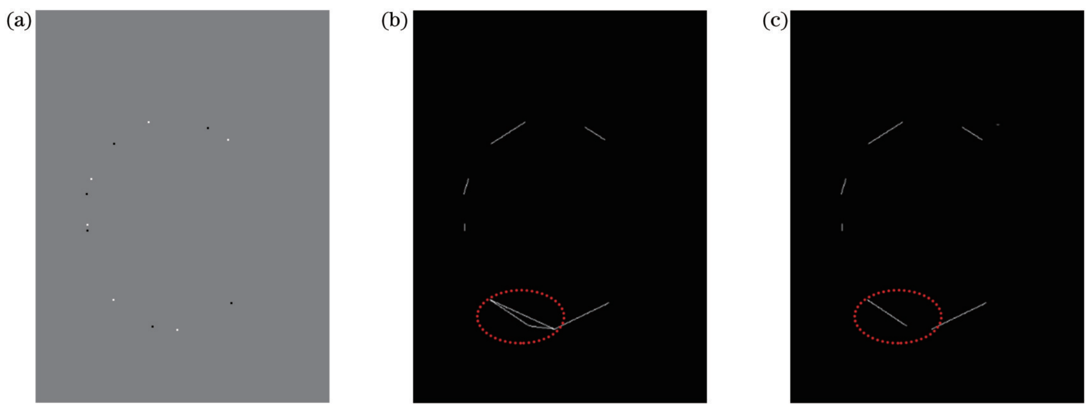

图9 残差点和枝切线分布。(a)残差点分布;(b)使用Goldstein枝切法获得的枝切线;(c)使用所提方法获得的枝切线

Fig. 9 Distribution of residues and branch-cuts. (a) Residues distribution; (b) branch-cuts obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (c) branch-cuts obtained by proposed algorithm

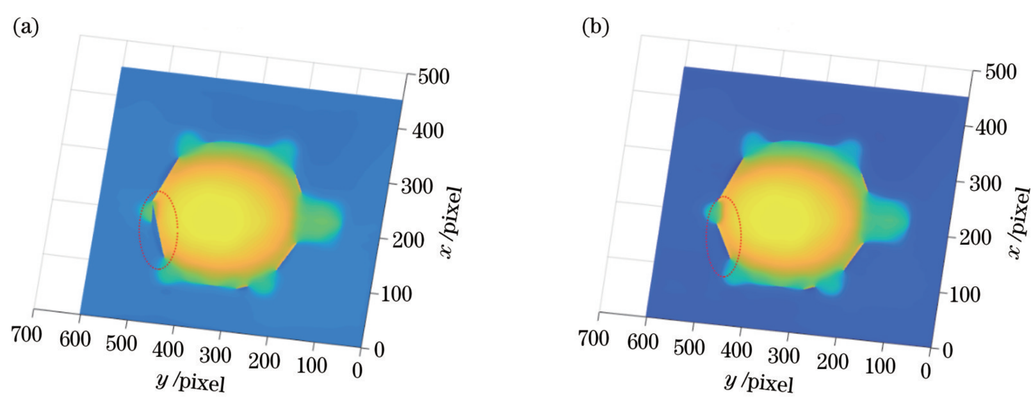

图10 重构结果对比。(a)使用Goldstein枝切法得到的重构物体;(b)使用所提方法得到的重构物体

Fig. 10 Contrast results. (a) Reconstructed result obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (b) reconstructed result obtained by proposed algorithm

图,图11(c)所示为运用本文所述的FTP技术得到的截断相位。图11(d)所示为使用Goldstein枝切法生成的枝切线,可以看到,生成的枝切线(虚线框内)产生了"孤岛"问题,总长度较长。利用所提方法得到了总长度最短的最优枝切线,如图11(e)所示。图11(f)~(h)分别为使用洪水算法、Goldstein枝切法与所提方法得到的重构结果。可以看到:由于存在局部阴影、孤立性和条变性表面等问题,洪水算法得到的重构结果中出现了"拉线"现象;Goldstein枝切法消除了"拉线"现象,但生成的枝切线存在"孤岛"问题,导致图11(g)中的对应区域(虚线框内)重构质量较差;所提方法较好地重构了驴脸模型。

为进一步验证所提方法的优势,对具有突变不连续区域的石膏小熊进行实验,结果如图12所示。图12

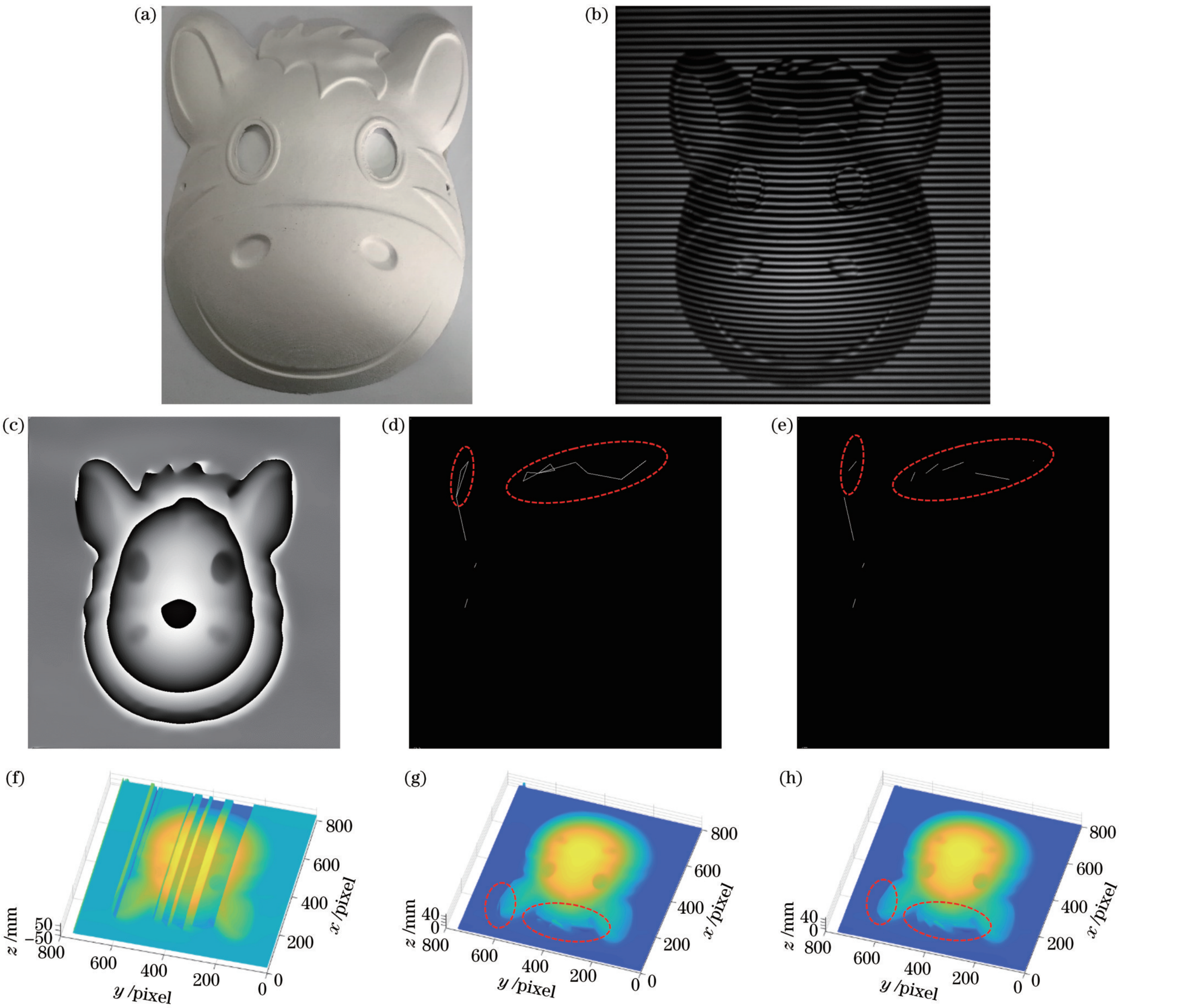

图 11　驴脸模型重构实验。(a)驴脸模型实物;(b)变形条纹图;(c)截断相位图;(d)使用Goldstein枝切法获得的枝切线;(e)使用所提方法获得的枝切线;(f)使用洪水算法得到的重构结果;(g)使用Goldstein枝切法得到的重构结果;(g)使用所提方法得到的重构结果

Fig. 11　Reconstruction experiment of donkey face model. (a) Donkey face model; (b) deformed fringe pattern; (c) wrapped phase map; (d) branch-cuts obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (e) branch-cuts obtained by proposed algorithm; (f) reconstructed result obtained by flood-fill algorithm; (g) reconstructed result obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (h) reconstructed result obtained by proposed algorithm

(a)、(b)分别为变形条纹图和截断相位图。图 12(c)所示为使用Goldstein枝切法构造的枝切线,可以看出在小熊腿部区域枝切线(虚线框内)产生了“孤岛”。利用所提方法得到了更优的枝切线,如图 12(d)所示。图 12(e)、(f)所示分别为利用Goldstein枝切法与所提方法得到的重构结果。通过对比可以看出,Goldstein枝切法未能正确重构小熊腿部区域,而所提方法较好地重构了小熊石膏像。

6　总　　结

阐述了FTP以及Goldstein枝切法的基本原理。针对Goldstein枝切法会生成较长的枝切线且容易产生“孤岛”现象,导致物体部分区域存在较大重构误差的问题,提出一种基于改进Goldstein枝切法的FTP。仿真和实验结果表明,与Goldstein枝切法相比,所提方法减少了枝切线总长度,可以消除“孤岛”现象,有效提升了FTP的三维测量精度。

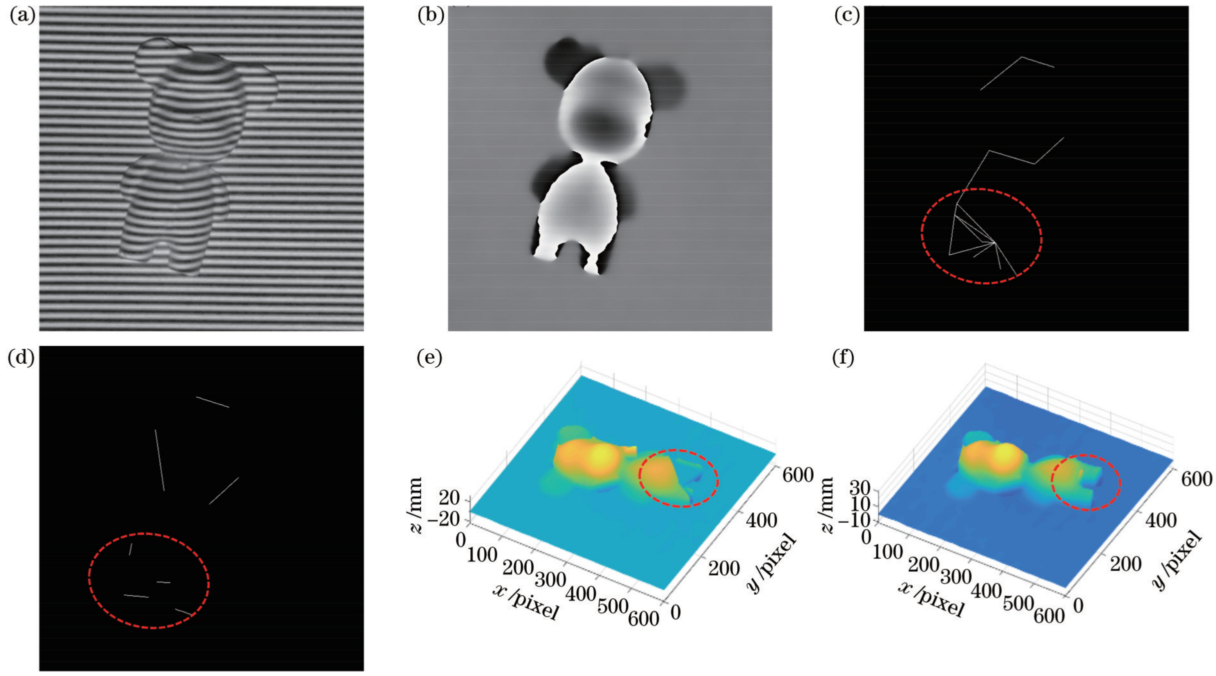

图 12 小熊重构实验结果。(a)变形条纹图;(b)截断相位图;(c)使用Goldstein枝切法获得的枝切线;(d)使用所提方法获得的枝切线;(e)使用Goldstein枝切法得到的重构结果;(f)使用所提方法得到的重构结果

Fig. 12 Reconstruction experiment results of bear. (a) Deformed fringe pattern; (b) wrapped phase map; (c) branch-cuts obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (d) branch-cuts obtained by proposed algorithm; (e) reconstructed result obtained by Goldstein branch-cut algorithm; (f) reconstructed result obtained by proposed algorithm

参 考 文 献

[1] Zuo C, Feng S J, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: a review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 109: 23-59.

[2] 郭文博, 张启灿, 吴周杰. 基于相移条纹分析的实时三维成像技术发展综述[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(8): 0800001.
Guo W B, Zhang Q C, Wu Z J. Real-time three-dimensional imaging technique based on phase-shift fringe analysis: a review [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(8): 0800001.

[3] Li C M, Cao Y P, Chen C, et al. Computer-generated Moiré profilometry[J]. Optics Express, 2017, 25(22): 26815-26824.

[4] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. Journal of the Optical Society of America, 1982, 72(1): 156-160.

[5] Fu Y J, Wu J F, Jiang G Y. Fourier transform profilometry based on defocusing[J]. Optics & Laser Technology, 2012, 44 (4): 727-733.

[6] Zhang Q C, Wu Z Y. A carrier removal method in Fourier transform profilometry with Zernike polynomials[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(3): 253-260.

[7] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase-measuring profilometry of 3-D diffuse objects[J]. Applied Optics, 1984, 23(18): 3105-3108.

[8] 侯艳丽, 梁瀚钢, 李付谦, 等. 相位测量轮廓术中时空结合的三频相位展开[J]. 光学学报, 2022, 42(1): 0112006.
Hou Y L, Liang H G, Li F Q, et al. Spatial-temporal combined phase unwrapping in phase measurement profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(1): 0112006.

[9] 杨超智, 曹益平. 基于单帧四灰阶条纹投影的实时相位测量轮廓术[J]. 光学学报, 2021, 41(18): 1812003.
Yang C Z, Cao Y P. Real-time phase measuring profilometry based on single-shot four-grayscale fringe projection[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(18): 1812003.

[10] Su X Y, Zhang Q C. Dynamic 3-D shape measurement method: a review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(2): 191-204.

[11] Gorthi S S, Rastogi P. Fringe projection techniques: whither we are? [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(2): 133-140.

[12] 李文健, 盖绍彦, 俞健, 等. 基于卷积神经网络的单帧复合图像绝对相位恢复[J]. 光学学报, 2021, 41(23): 2312001.
Li W J, Gai S Y, Yu J, et al. Absolute phase recovery of single frame composite image based on convolutional neural network [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(23): 2312001.

[13] Goldstein R M, Zebker H A, Werner C L. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping[J]. Radio Science, 1988, 23(4): 713-720.

[14] Zheng D L, Da F P. A novel algorithm for branch cut phase unwrapping[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2011, 49(5): 609-617.

[15] Chen C W, Zebker H A. Network approaches to two-dimensional phase unwrapping: intractability and two new algorithms[J]. Journal of the Optical Society of America, 2000, 17(3): 401-414.

[16] Karout S A, Gdeisat M A, Burton D R, et al. Two-dimensional phase unwrapping using a hybrid genetic algorithm[J]. Applied Optics, 2007, 46(5): 730-743.

[17] Wang J H, Yang Y X. Branch-cut algorithm with fast search ability for the shortest branch-cuts based on modified GA[J]. Journal of Modern Optics, 2019, 66(5): 473-485.

[18] Xing S, Guo H W. Temporal phase unwrapping for fringe projection profilometry aided by recursion of Chebyshev polynomials[J]. Applied Optics, 2017, 56(6): 1591-1602.

[19] de Souza J C, Oliveira M E, dos Santos P A M. Branch-cut algorithm for optical phase unwrapping[J]. Optics Letters, 2015, 40(15): 3456-3459.

[20] Cui H H, Liao W H, Dai N, et al. Reliability-guided phase-unwrapping algorithm for the measurement of discontinuous three-dimensional objects[J]. Optical Engineering, 2011, 50(6): 063602.

[21] 黄俊伟, 刘晓江. 基于Kuhn-Munkres最优匹配的D2D资源分配算法设计[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(3): 827-829.
Huang J W, Liu X J. Design of resource allocation scheme for D2D based on Kuhn-Munkres optimal matching[J]. Application Research of Computers, 2015, 32(3): 827-829.

[22] Bewley A, Ge Z Y, Ott L, et al. Simple online and realtime tracking[C]//2016 IEEE International Conference on Image Processing, September 25-28, 2015, Phoenix, AZ, USA. New York: IEEE Press, 2016: 3464-3468.

[23] 肖位枢. 图论及其算法[M]. 北京: 航空工业出版社, 1993: 134-142.
Xiao W S. Graph theory and its algorithm[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1993: 134-142.

Fourier Transform Profilometry Based on Improved Goldstein Branch-Cut Algorithm

You Qian, Weng Hui, Zhao Jiang, Li Yuebin, Wang Wenfeng, Lu Shi, Peng Kuang*

Hubei Key Laboratory of Ferro & Piezoelectric Materials and Devices, School of Microelectronics, Hubei University, Wuhan 430062, *Hubei, China*

Abstract

Objective Fringe projection profilometry is a representative method for optical three-dimensional measurement and is widely applied in intelligent manufacturing, virtual reality, cultural heritage protection, biomedicine, and industrial inspection. Fringe projection profilometry mainly includes Moiré profilometry, Fourier transform profilometry, and phase measurement profilometry. Fourier transform profilometry can recover the three-dimensional surface information of the measured object through phase calculation, phase unwrapping, and phase-height mapping. It has the advantages of less data processing and a fast measurement speed, thus being widely used in three-dimensional reconstruction. The phase value obtained by phase calculation will be wrapped at $(-\pi, \pi]$. It is necessary to convert the wrapped phase into a continuous phase through phase unwrapping, and then the height distribution of the measured object can be determined by phase-height mapping. Therefore, the quality of phase unwrapping directly influences the reconstructed accuracy of the measured object. Among many phase unwrapping algorithms, Goldstein branch-cut algorithm is widely used because of its noise-immune ability and high efficiency. After identifying all residues in the wrapped phase map, the Goldstein branch-cut algorithm generates branch cuts by connecting the residues to optimize the phase unwrapping path. The shorter the total length of the branch cuts is, the better the result of phase unwrapping will be. However, the branch cuts constructed by Goldstein branch-cut algorithm cannot ensure the shortest total length and are easy to close, which causes incorrect phase unwrapping in some regions and finally affects the reconstructed accuracy. Therefore, Fourier transform profilometry based on an improved Goldstein branch-cut algorithm is proposed to ensure the accuracy of three-dimensional measurement.

Methods The computer-generated grating fringes are projected onto the surface of the measured object by digital light processing, and the grating fringes are modulated by the height of the measured object. The deformed fringes containing the height information of the measured object are collected by a charge-coupled device, and the wrapped phase map is obtained through the operations of Fourier transform, fundamental frequency filtering, and inverse Fourier transform. First, all positive and negative residues are identified in the wrapped phase map. Then, the problem of constructing branch cuts with the shortest total length is transformed to a maximum weighted matching problem by constructing a weighted bipartite graph. The Kuhn-Munkres algorithm is applied to solve the maximum weighted matching problem, and the branch cuts with the shortest total length are obtained. Finally, the path that avoids branch cuts is selected for phase unwrapping. Pixels on the branch cuts can be unwrapped according to the unwrapped pixels around the branch cuts. The surface information of the measured object is recovered by phase-height mapping. This paper compares the total length of the branch cuts, the root mean square error, and the execution time of generating branch cuts between the proposed method and the Goldstein branch-cut algorithm. The root mean square error of the proposed method under different noises is studied to evaluate its noise-immune ability. In addition, three-dimensional reconstruction experiments are carried out on complex objects, and the reconstruction results show that the proposed method is suitable for the three-dimensional measurement of complex objects.

Results and Discussions The Goldstein branch-cut algorithm is a powerful anti-noise method, and the quality of phase unwrapping depends on the generated branch cuts. Shorter branch cuts result in a better phase unwrapping result. The simulation results show that the proposed method constructs branch cuts with a shorter total length and takes less time for generating branch cuts than the Goldstein branch-cut algorithm, bringing a lower root mean square error (Table 1). In addition, the research on the root mean square errors of the proposed method and the Goldstein branch-cut algorithm under different noises shows that the former has a stronger anti-noise ability (Table 2). In the reconstruction experiment of complex objects, the results reconstructed by the Goldstein branch-cut algorithm are poor in some areas, while the proposed method can ensure the reconstructed accuracy of complex objects (Fig. 13).

Conclusions This paper expounds the basic principles of Fourier transform profilometry and the Goldstein branch-cut algorithm. The Goldstein branch-cut algorithm is a local nearest neighbor algorithm that may not generate the shortest branch cuts. Moreover, branch cuts are easy to close, which makes phase unwrapping incorrect in some regions and increases the reconstructed error. To ensure the reconstructed accuracy of the measured object, this paper proposes Fourier transform profilometry based on an improved Goldstein branch-cut algorithm. The simulation results show that compared with the Goldstein branch-cut algorithm, the proposed method reduces the total length of branch cuts, has a stronger noise-immune ability, and can effectively improve reconstructed accuracy. Experimental results indicate that the proposed method is suitable for the three-dimensional measurement of complex objects.

Key words Fourier optics; three-dimensional measurement; Fourier transform profilometry; phase unwrapping; Goldstein branch-cut algorithm; Kuhn-Munkres algorithm