

# 光学学报

## Lieb 晶格等离子体光子晶体基元结构原位调控

贾萌萌, 侯笑含, 武振宇, 刘富成, 范伟丽\*

河北大学物理科学与技术学院, 河北 保定 071002

**摘要** 利用独特设计的阵列-液体电极介质阻挡放电装置, 率先获得了 Lieb 晶格等离子体光子晶体, 并实现了其基元大小、形状和微观形貌的多自由度原位调控。采用光电倍增管对 Lieb 晶格等离子体光子晶体的时空动力学行为进行了时空分辨测量。基于有限元计算, 对不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体的色散关系和能带变化规律进行了系统研究。结果表明: Lieb 晶格等离子体光子晶体由两套不同四方子晶格相互嵌套形成, 具有优异的时空稳定性和周期性; 随着 Lieb 晶格基元构型的改变, 光子带隙发生显著变化, 形成了偶然简并的类狄拉克锥结构, 以及不同频段的完全带隙和非完全带隙; 基元的几何形状对光子带隙数目、位置和宽度均具有重要影响。

**关键词** 材料; 光子带隙材料; 介质阻挡放电; 等离子体光子晶体; Lieb 晶格; 基元形貌

**中图分类号** O531; O539

**文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS221497

### 1 引言

Lieb<sup>[1]</sup>晶格是指晶胞中包含三个不等价格点的边心四方晶格。Lieb 晶格具有狄拉克锥形能带与平带交叉的奇异特性, 常被看作研究强关联多体物理的理想平台<sup>[2-3]</sup>。近年来, Lieb 晶格在光学系统<sup>[4]</sup>、冷原子系统<sup>[5]</sup>、凝聚态物理<sup>[6]</sup>和有机材料<sup>[7]</sup>等不同系统中被成功实现, 并且在拓扑绝缘体<sup>[8]</sup>、光信息存储<sup>[4]</sup>、超构材料<sup>[9]</sup>和图像传输<sup>[10]</sup>等诸多领域中具有重要的应用价值。Lieb 晶格光子晶体是 Lieb 晶格领域的一个重要分支, 具有可视化、动态可调和精确调控等显著优势。Lieb 晶格光子晶体仅依靠自身平带结构即可实现光局域<sup>[11-12]</sup>, 无需使用在光子晶格中进行非线性调制<sup>[13]</sup>、添加无序<sup>[14]</sup>、引入缺陷<sup>[15]</sup>和施加外力场<sup>[16]</sup>等常规方法, 极大地拓展了光操控方式种类与应用空间。目前, 人们主要通过光波导阵列、飞秒激光写入技术和多光束干涉光诱导等方法制备 Lieb 晶格光子晶体<sup>[6, 17-19]</sup>, 并观测到了其局域本征模式和图像的无衍射传播现象<sup>[20]</sup>。虽然实验上已经取得了一定的成功, 但是如何进一步解决 Lieb 晶格光子晶体的技术复杂与可调性问题仍是目前面临的一大难题。实现可调式 Lieb 晶格光子晶体和光子带隙的动态调谐, 无疑将给其带来更广阔的应用空间与发展前景。

等离子体光子晶体是等离子体与介质周期性排列或者等离子体密度周期性分布的人工结构。由于等离

子体这种典型色散介质的引入, 故等离子体光子晶体具有可调谐、可重构和快速响应等诸多优势。随着外部参量的改变, 不仅等离子体介电常数可以从负值跨越零点变成小于 1 的正值<sup>[21]</sup>, 还可以将一种晶格结构快速切换到另一种晶格结构。此外, 通过有选择地控制等离子体光子晶体形成时间, 还能够实现对不同波段电磁波传播的时间控制<sup>[22-26]</sup>。目前, 采用不同实验方法, 人们已经实现了种类丰富的一维、二维和三维“木堆式”等离子体光子晶体。Faith 等<sup>[27]</sup>利用平板金属电极表面雕刻周期性凹槽实现了一维等离子体光子晶体。Yang 等<sup>[28]</sup>利用等离子体射流阵列设计了二维等离子体光子晶体, 成功地实现了微波在 157 GHz 附近显著的窄带衰减。Matlis 等<sup>[29]</sup>利用氧化铟锡 (ITO) 导电玻璃介质阻挡放电装置, 得到了具有不同晶格常数的三角晶格等离子体光子晶体。Wang 等<sup>[30-31]</sup>设计了气体与等离子体柱正交嵌套的木桩阵列三维等离子体光子晶体, 并利用负磁导率的双环谐振器阵列与等离子体放电管阵列实现了可调谐的负折射率器件。Sun 等<sup>[24]</sup>设计了一种新型等离子体/金属/介质材料混合的三维等离子体光子晶体, 实现了对高频段电磁波的可调性控制。Tan 等<sup>[23, 32-33]</sup>利用空气背景中辉光气体放电管阵列成功地制作出了一维、二维等离子体光子晶体。Zhang 等<sup>[34]</sup>将气体放电管和介质柱周期性排列, 获得了具有三种折射率的四方晶格等离子体光子晶体。Yao 等<sup>[35]</sup>在均匀辉光放电背景中放置平行介质

收稿日期: 2022-07-18; 修回日期: 2022-09-04; 录用日期: 2022-09-21; 网络首发日期: 2022-10-01

基金项目: 国家自然科学基金(11875014, 11975089)、河北省自然科学基金(A2021201010, A2021201003)、河北大学自然科学多学科交叉研究计划资助项目(DXK202010, DXK202108)

通信作者: \*fanweili@hbu.edu.cn

板阵列制成了一维等离子体光子晶体。上述研究对深入理解等离子光子晶体的电磁特性和推广其在微波、太赫兹波调控中的应用具有重要意义。然而,作为一个新兴领域,等离子体光子晶体实验研究仍主要集中于四方晶格、三角晶格和蜂窝晶格等基础晶格构型<sup>[29, 34, 36]</sup>,鲜有关于Lieb晶格等离子体光子晶体的报道。此外,以往等离子体光子晶体可调谐性通常依靠调控电子密度、晶格常数或晶格对称性来实现,但晶格最基本的构筑单元(结构基元)的大小、形状和微观形貌一旦制作完成就无法更改,故难以实现动态调控。因此,关于实现Lieb晶格等离子体光子晶体并进一步拓展其基元结构的可调性控制的研究有待进一步开展。

本文利用独特设计的阵列-液体电极介质阻挡放电系统,在率先获得Lieb晶格等离子体光子晶体的基础上,实现了基元大小、形状和微观形貌的多自由度调谐和重构。基于有限元计算,对具有不同基元结构的Lieb晶格等离子体光子晶体的色散关系和变化规律进行了系统分析。同时,实现了类狄拉克锥能带结构,以及不同频段的完全带隙与非完全光子带隙。提出了实现可调式Lieb晶格等离子体光子晶体的新方案,在微波控制、信息通信领域中具有重要的应用价值。

## 2 实验装置及原理

金属阵列-液体电极介质阻挡放电的实验装置如图1所示。内径为10 cm的圆柱形有机玻璃管中装满

自来水构成液体电极,两端用3 mm厚的玻璃介质板密封。玻璃管内的金属环浸入到水中接地作为阴极。水电极可起到冷却作用,使放电更加稳定,并且水是透明介质,有利于开展等离子体结构的观测与无干扰测量工作。另一侧是由晶格常数为 $a = 10 \text{ mm}$ 的正方形单元周期性排列组成的不锈钢网栅阵列电极,厚度为0.5 mm,与高压电源相连作为阳极。电源频率保持50 kHz不变,电压幅值在0~10 kV范围内可调。外部边长为80 mm、内部边长为60 mm的正方形有机玻璃框架紧密固定在两个电极之间作为放电边界,其厚度可根据实验需要进行调整。金属网栅电极、介质板、放电间隙和水电极平行且紧密接触构成放电系统,该放电系统放置于透明的真空室中。真空室内气压与气体成分可调,通过真空室上方气压表准确读取气压值,本工作中使用的气压为 $P = 2.0265 \times 10^4 \text{ Pa}$ ,气体成分为100%环境空气。在真空室外水电极一侧利用相机(Cannon, EOS 6D)记录等离子光子晶体的形成和重构过程。根据照片和实际尺寸比例,计算获得不同等离子体基元的大小。在相机同侧,使用光电倍增管(RCA7265)对等离子体光子晶体中放电丝的时空相关性进行测量。分别利用高压探头(Tektronix, P6015A 1000×)和电流探头(Tektronix, TCP0030A)对放电电压和电流波形进行探测,并将信号输入到数字示波器(Tektronix, TDS3054B)中进行显示、记录和存储。等离子体通道内的电子密度通过将发射光谱诊断技术和相对亮度结合的方式来进行评估<sup>[37-38]</sup>。

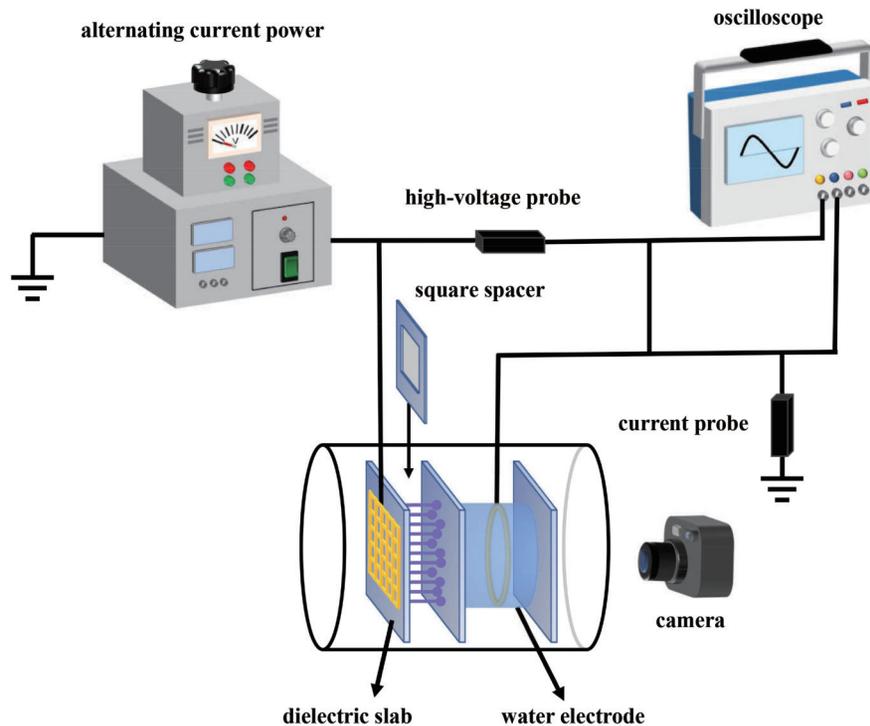


图1 介质阻挡放电产生Lieb晶格等离子体光子晶体的实验装置示意图

Fig. 1 Experimental setup for generation of Lieb lattice plasma photonic crystals by dielectric barrier discharge

介质阻挡放电是一种至少有一个电极被绝缘介质覆盖或绝缘介质插在两电极之间的非平衡态交流气体放电方式。在高压电源驱动下,放电气体被击穿并产生明亮的放电丝。由于极板上覆盖有电介质,故放电过程中所产生的电荷将累积在电介质表面形成表面电荷。表面电荷在气隙内形成与外加电压相反的内建电场,随着放电过程的进行,表面电荷不断累积,内建电场强度逐渐增大。当外加电场与内建电场之差小于维持放电所需的阈值时,放电过程停止。在外加交流电压反向后,表面电荷场与外电场保持一致,这会促使放电过程在原位置处再次开始。基于表面电荷的空间“记忆效应”,等离子体放电丝所形成的空间阵列结构稳定,通常与前一个电压半周期的阵列保持一致。表面电荷、空间电荷和外加电场之间的非线性相互作用是形成丰富对称性等离子体光子晶体的重要原因<sup>[39-41]</sup>。金属阵列-液体电极的使用是在上述介质阻挡放电机理基础上提高放电稳定性和可控性的一种有效手段。阵列电极将产生与之对称性、晶格常数相一致的电场空间分布,从而可实现对放电丝空间位置的人为操控。通过改变阵列电极结构、外加电压和气体成分等不同放电参量,获得了丰富构型的等离子体光子晶体,并实现了它们间的可控性转换。

### 3 实验结果

图 2 给出了随放电参数变化所获得的不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体,此时气压为  $P = 2.0265 \times 10^4 \text{ Pa}$ 、外加电压频率为  $f = 50 \text{ kHz}$ 、晶格常数为  $a = 10 \text{ mm}$ 、背景气体为环境空气。实现了 Lieb 晶格等离子体光子晶体的基元大小、形状和微观形貌的多自由度原位调控。当放电气隙间距为  $d = 1.0 \text{ mm}$  时,每个正方形单元的格点处与边心处均产生了明亮的圆形放电丝,将该结构称为双圆形 Lieb 晶格。此时,格点处的放电丝半径略小于边心处,但其亮度略高于边心处,如图 2(a) 所示。当放电气隙间距增大至  $d = 2.0 \text{ mm}$  时,格点处和边心处分别形成了菱形放电丝,构成了双菱形 Lieb 晶格。此时,两个位置处菱形放电丝亮度相当,但边心处菱形呈现扁平状,尺寸大于格点处,如图 2(b) 所示。当放电气隙间距为  $d = 2.5 \text{ mm}$  时,Lieb 晶格基元结构发生了显著变化。在格点处出现菱形放电丝,而在边心处形成了圆形单元,构成了新型的菱-圆形 Lieb 晶格,如图 2(c) 所示。与之前的 Lieb 晶格不同的是,菱-圆形 Lieb 晶格放电基元内等离子体并非均匀分布,而在中心位置呈现显著亮斑。由于等离子体密度与发光强度正相关,故该基元属于包含一定等离子体微结构的复式基元。当放电气隙间距为  $d = 3.0 \text{ mm}$  时,等离子体结构演化成菱-矩形 Lieb 晶格,如图 2(d) 所示,其中  $S_1$ 、 $S_2$  分别代表格点处与边心处的放电丝。此时,在每个正方形单元的格点

处形成菱形单元,在边心处出现矩形单元,且矩形单元中心亦呈现圆形亮斑。上述 Lieb 晶格等离子体结构高度稳定,具有优异的可重复性,不同构型的 Lieb 晶格之间的重构时间仅为秒量级,其可调谐、易重构的特点为开发高度集成、快速响应的可调式光子器件提供了必要条件。通过调节放电参数,实现了双圆形 Lieb 晶格等离子体光子晶体、双菱形 Lieb 晶格等离子体光子晶体、菱-圆形 Lieb 晶格等离子体光子晶体和菱-矩形 Lieb 晶格等离子体光子晶体的快速重构与可控性转换。在保持 Lieb 晶格对称性与晶格常数高度稳定的情况下,实现了对等离子体基元形状、大小和微观形貌的动态调控。不难想到,基元结构的改变将带来光子带隙的显著变化<sup>[41-42]</sup>,有望对不同频率电磁波的传播进行可调性操纵。

为进一步认识 Lieb 晶格等离子体光子晶体的内在机制,采用光电倍增管对其微放电行为进行了时空分辨测量。通过对格点处放电丝  $S_1$  与边心处放电丝  $S_2$  光信号的多周期测量发现,放电丝  $S_1$  和  $S_2$  在每半个电压周期内均放电一次,且放电丝  $S_1$  总是先于  $S_2$  放电。上述几种不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体具有相同的放电规律。以菱-矩形 Lieb 晶格光信号为例进行了具体分析,如图 3 所示。根据放电特点,将电流脉冲划分为两个部分,如图 3(a) 中竖直分布的虚线矩形和实线矩形所示,分别定义为两个放电阶段。对于第一个放电脉冲,位于格点处  $S_1$  的放电丝被点燃,形成晶格常数与阵列电极一致的四方子晶格,即  $a = 10 \text{ mm}$ 。对于第二个放电脉冲,位于边心位置处的放电丝  $S_2$  被点燃,这些放电丝构成晶格常数为  $a/\sqrt{2}$  的四方子晶格。因此,Lieb 晶格等离子体光子晶体是由两套不同的四边形子晶格相互嵌套而形成的。在每个电压周期内,两套子晶格遵循  $S_1$ - $S_2$ - $S_1$ - $S_2$  的放电序列,呈现与外加电压周期谐振的时间行为。该放电序列与正方形网栅电极所产生的空间电场分布密切相关。图 3(b) 给出了 COMSOL 软件计算所获得的正方形网栅电极所对应的拉普拉斯场空间分布。可以发现,拉普拉斯场强在方形单元格点位置处最大 ( $E_1$ ),而边心处降低 ( $E_2$ ),两者之比为  $E_2/E_1 = 0.87$ 。因此,在该电场分布作用下,格点处总是先于边心处达到放电击穿阈值,从而导致  $S_1$  总是先于  $S_2$  放电。Lieb 晶格等离子体光子晶体优异的时间周期性为时间操控和对电磁波的瞬时控制提供了必要基础。

为了更有效地控制 Lieb 晶格等离子体光子晶体的形成,对不同基元结构 Lieb 晶格出现的参数范围进行了实验探测。图 4 给出了随放电气隙间距与阵列电极晶格常数变化的不同结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体的相图。可以发现,双圆形 Lieb 晶格通常出现在较小的气隙间距下,在晶格常数范围为  $6 \sim 12 \text{ mm}$  的金属网栅调控下均可以稳定出现。随着气隙间距的增

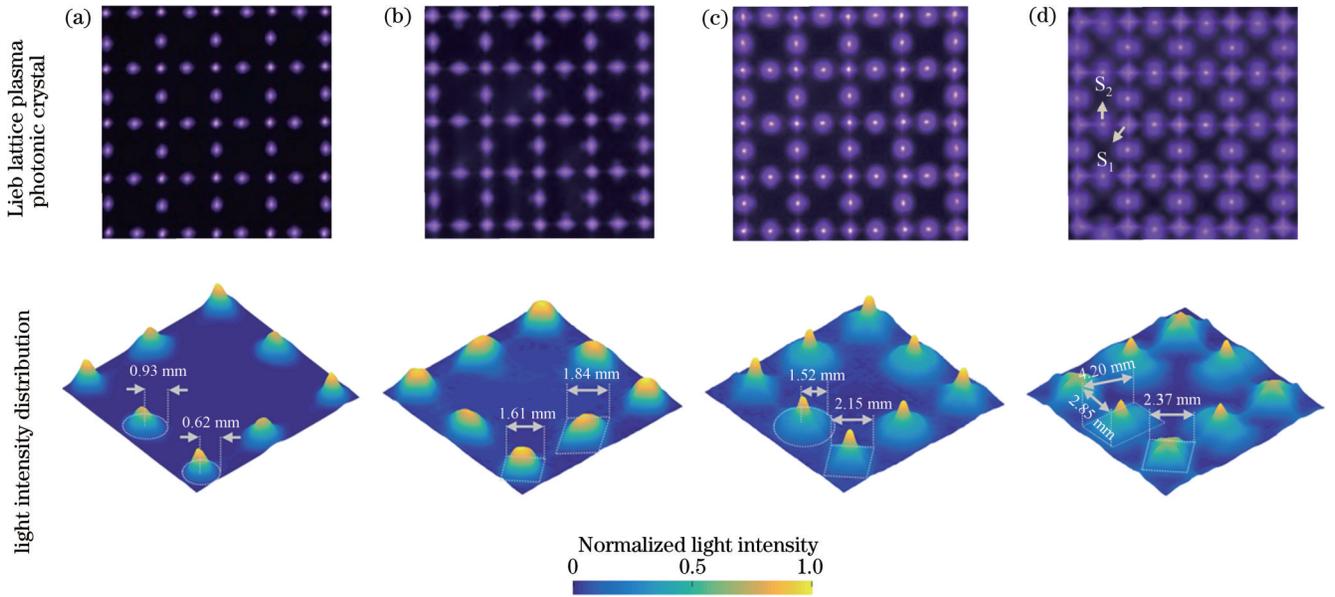


图 2 不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体。(a) 电压为  $U = 3.9$  kV、气隙间距为  $d = 1.0$  mm 时的双圆形 Lieb 晶格；(b) 电压为  $U = 4.2$  kV、气隙间距为  $d = 2.0$  mm 时的双菱形 Lieb 晶格；(c) 电压为  $U = 4.5$  kV、气隙间距为  $d = 2.5$  mm 时的菱-圆形 Lieb 晶格；(d) 电压为  $U = 5.0$  kV、气隙间距为  $d = 3.0$  mm 时的菱-矩形 Lieb 晶格

Fig. 2 Lieb lattice plasma photonic crystals with different primitive structures. (a) Double-circle Lieb lattice at voltage of  $U = 3.9$  kV and gas gap spacing of  $d = 1.0$  mm; (b) double-diamond Lieb lattice at voltage of  $U = 4.2$  kV and gas gap spacing of  $d = 2.0$  mm; (c) diamond-circle Lieb lattice at voltage of  $U = 4.5$  kV and gas gap spacing of  $d = 2.5$  mm; (d) diamond-rectangle Lieb lattice at voltage of  $U = 5.0$  kV and gas gap spacing of  $d = 3.0$  mm

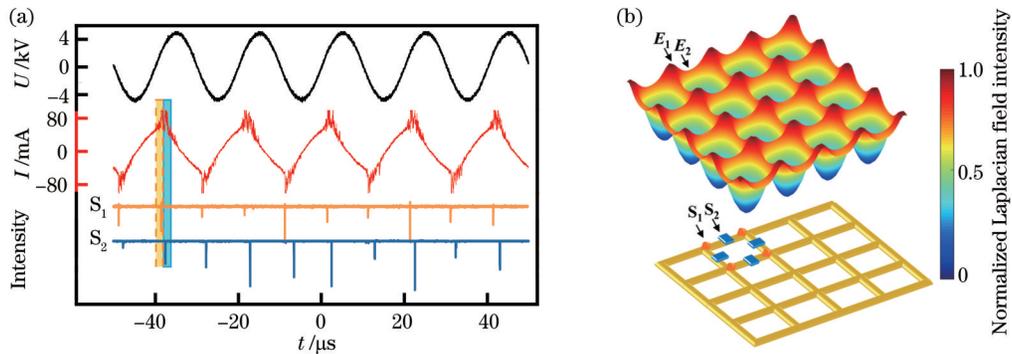


图 3 菱-矩形 Lieb 晶格的时空测量。(a) 菱-矩形 Lieb 晶格中格点位置放电丝  $S_1$  与边心位置放电丝  $S_2$  光信号的相关性测量；(b) 正方形网栅电极所对应的拉普拉斯场强空间分布

Fig. 3 Spatio-temporal measurement of diamond-rectangle Lieb lattice. (a) Correlation measurement of light signals between lattice position discharge filament  $S_1$  and edge-center position discharge filament  $S_2$  in diamond-rectangle Lieb lattice; (b) Laplacian field intensity distribution corresponding to square grid electrode

大, 双菱形 Lieb 晶格在晶格常数为  $8 \sim 12$  mm 的金属网栅调控下产生。当气隙间距为  $d > 2.2$  mm 时, 菱-圆形 Lieb 晶格与菱-矩形 Lieb 晶格均可以出现。然而, 菱-圆形 Lieb 晶格仅出现在  $a > 10$  mm 的条件下, 且随着晶格常数的增大其出现范围明显增大。相比之下, 菱-矩形 Lieb 晶格能够在较大的参数范围内稳定产生。因此, Lieb 晶格等离子体光子晶体在本工作系统中极易获得, 具有良好的鲁棒性。在大气隙放电条件下仍能获得高度稳定、规则的结构, 这为 Lieb 晶格光子晶体的制备提供了一种有效方法, 同时也为其他系统中

可调 Lieb 晶格的实现提供了一定设计思路。特别是, 所获得的 Lieb 晶格等离子体光子晶体均在纯空气条件下形成, 实验简捷且成本低廉, 为其大规模使用提供了有利条件。

### 4 模拟结果

采用基于有限元计算的 COMSOL 多物理场耦合软件, 对照上述实验诊断所获得的参数值, 理论计算了不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体的色散关系。在 Drude 模型下, 研究了横磁 (TM) 模式入射电

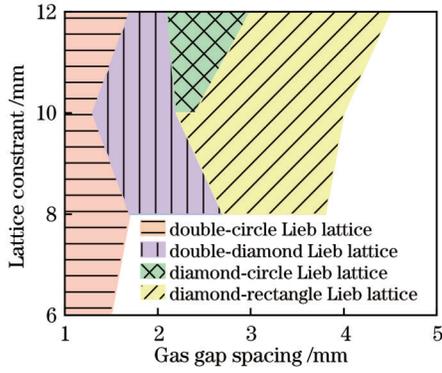


图 4 不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体的相图  
Fig. 4 Phase diagram of Lieb lattice plasma photonic crystal with different primitive structures

磁波的电磁传输特性。电磁波电场表达式为

$$E(\mathbf{r}) = E(\mathbf{r}) \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (1)$$

式中:  $E(\mathbf{r})$  为位置  $\mathbf{r}$  处的电场;  $\mathbf{k}$  为波矢;  $\omega$  为角频率;  $t$  为时间变量。以 Maxwell 方程组为基础, 电磁波在非均匀介质中传播时的电场强度可表示为 Helmholtz 形式, 即

$$\nabla \times [\mu_r^{-1}(\mathbf{r}) \nabla \times E(\mathbf{r})] - k_0^2 [\epsilon_r(\mathbf{r}) - j\sigma/\omega\epsilon_0] E(\mathbf{r}) = 0, \quad (2)$$

式中:  $\epsilon_0$ 、 $\mu_r(\mathbf{r})$  和  $\epsilon_r(\mathbf{r})$  分别为真空介电常数、介质磁导率和介质介电常数;  $\sigma$  为电导率, 其取值为 0。波矢大小  $k_0$  为

$$k_0 = \omega/c, \quad (3)$$

非磁化等离子体的相对介电常数  $\epsilon_p$  的表达式为

$$\epsilon_p = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - j\nu_m)}, \quad (4)$$

式中:  $\omega_{pe}$ 、 $\nu_m$  和  $\omega$  分别为等离子体频率、电子碰撞频率和入射电磁波频率。等离子体频率满足

$$\omega_{pe} = (e^2 n_e / \epsilon_0 m)^{1/2}, \quad (5)$$

式中:  $e$  为电子电荷量;  $m$  为电子质量;  $n_e$  为电子密度。实验中 Lieb 晶格不同位置处放电丝的电子密度可以通过将发射光谱诊断技术和相对亮度结合进行估算<sup>[37-38]</sup>。由图 2 可知, 不同晶格等离子体基元内电子密度通常呈现中间大、边缘小的非均匀渐变分布。该非均匀分布对等离子体光子晶体能带结构具有一定的影响<sup>[43]</sup>。然而, 本工作中基元尺度相对较小, 通过计算发现, 基元内电子密度呈现非均匀渐变分布相较于平均值均匀分布情况下能带变化不显著。因此, 为简单起见, 在模拟中采取了基元具有平均电子密度值的均匀分布进行处理。电子碰撞频率为

$$\nu_m = N\delta_v(v)v, \quad (6)$$

式中:  $v$  为电子运动速度;  $N$  为中性气体密度;  $\delta_v(v)$  为电子与中性原子的碰撞截面。根据真实实验条件, 模拟中将碰撞频率设置为  $\nu_m = 65$  GHz。将正方形基本单元的边界条件设置为 Floquet 周期性边界条件, 如图

5(a2)~(d2)所示。网格划分选择为自由三角形网格, 最大网格单元尺寸为  $3.7 \times 10^{-4}$  m, 曲率因子设为 0.25。此外, 由于等离子体中带电粒子的径向扩散, 故计算中设置等离子体基元尺寸略大于肉眼观测的发光单元尺寸。根据 Bloch 定理, 将波矢  $k$  沿着不可约布里渊区边界 X-M- $\Gamma$ -X 进行扫描和计算, 得到  $k$  与特征频率之间的色散关系<sup>[36, 41]</sup>。

图 5 给出了不同基元结构 Lieb 晶格等离子体光子晶体对应的光子带隙结构。对于双圆形 Lieb 晶格, 由于偶然简并性, 故能带在  $\Gamma(k=0)$  点处相交形成了类狄拉克锥状结构, 此时三重简并的狄拉克点频率为  $f = 42.6$  GHz, 如图 5(a3)所示。这种狄拉克锥状能带结构极具吸引力, 以往研究表明, 光子晶体狄拉克锥能带结构为实现光子拓扑态与等效零介质材料提供了重要途径<sup>[44-45]</sup>。此外, 在 X-M 方向形成了两条非完全带隙, 分别位于 33.8~36.8 GHz 和 22.6~23.8 GHz 范围内。在图 5(a2)所示的原胞单元示意图中  $d_1 = 1.30$  mm、 $d_2 = 1.90$  mm, 相应基元的电子密度分别为  $n_{e1} = 7.5 \times 10^{13}$  cm<sup>-3</sup> 和  $n_{e2} = 7 \times 10^{13}$  cm<sup>-3</sup>。对于双菱形 Lieb 晶格, 如图 5(b3)所示, 在 X-M、M- $\Gamma$  和  $\Gamma$ -X 方向各形成了一条非完全带隙, 分别位于 35.0~39.0 GHz、21.7~23.6 GHz 和 18.4~21.3 GHz 范围内。在图 5(b2)所示的原胞单元示意图中  $L_1 = 1.69$  mm、 $L_2 = 1.93$  mm, 相应基元的电子密度分别为  $n_{e1} = 1 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup> 和  $n_{e2} = 1 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>。菱-圆形 Lieb 晶格的能带结构具有显著不同, 如图 5(c3)所示。能带在频率为  $f = 35.0$  GHz 处相交形成了类狄拉克锥状结构, 一条平坦的色散能带与两条的锥形能带在 M ( $k = \pi$ ) 点处相交, 这之前文献所报道的 M 点处形成狄拉克锥结构相吻合<sup>[6-7]</sup>。在 23.8~30.8 GHz 位置产生了完全带隙, 带隙宽度为 7 GHz, 落入该频率范围内的入射电磁波无法穿过等离子体光子晶体。同时, 在 X-M 方向的 37.9~43.0 GHz 范围和  $\Gamma$ -X 方向的 44.1~47.3 GHz 范围内形成了两个非完全带隙。在图 5(c2)所示的原胞单元示意图中  $L_1 = 2.26$  mm、 $d_2 = 0.70$  mm、 $D_2 = 3.20$  mm, 相应基元的电子密度分别为  $n_{e1} = 1 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>、 $n_{e2} = 1.5 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup> 和  $n_{e3} = 1 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>。对于菱-矩形 Lieb 晶格, 如图 5(d3)所示, 出现了两条明显的完全带隙, 分别位于 30.7~41.8 GHz 和 60.3~65.2 GHz 范围内, 带隙宽度分别为 11.1 GHz 和 4.9 GHz。同时, 在 M 点频率  $f = 43.7$  GHz 处相交形成了类狄拉克锥状结构。在图 5(d2)所示的原胞单元示意图中  $L_1 = 2.60$  mm、 $d_2 = 0.80$  mm、 $D_2 = 4.40$  mm, 相应基元的电子密度分别为  $n_{e1} = 2 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>、 $n_{e2} = 2 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup> 和  $n_{e3} = 1.5 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>。因此, 随着 Lieb 晶格等离子体光子晶体基元结构的变化, 能带位置和特性也发生了显著改变, 从而可实现对不同频率的电磁波的可调性控制。

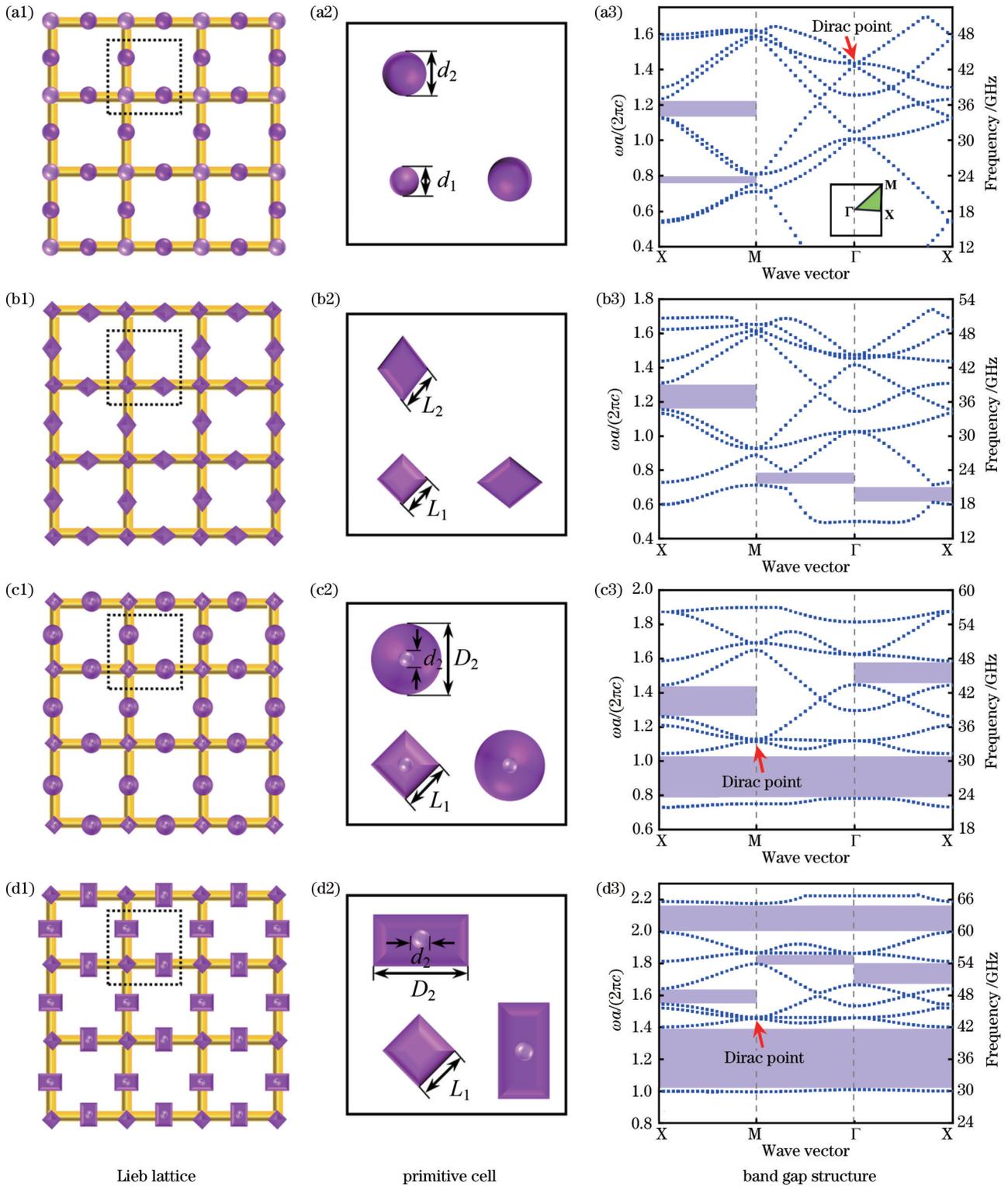


图 5 不同基元结构 Lieb 晶格等离子体光子晶体的色散关系。(a1)~(a3) 双圆形 Lieb 晶格; (b1)~(b3) 双菱形 Lieb 晶格; (c1)~(c3) 菱-圆形 Lieb 晶格; (d1)~(d3) 菱-矩形 Lieb 晶格

Fig. 5 Dispersion relations of Lieb lattice plasma photonic crystals with different primitive structures. (a1)~(a3) Double-circle Lieb lattice; (b1)~(b3) double-diamond Lieb lattice; (c1)~(c3) diamond-circle Lieb lattice; (d1)~(d3) diamond-rectangle Lieb lattice

在不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体的相互转化与重构过程中,往往伴随着基元几何形状和大小(填充比)的同时改变。为进一步探究基元几何形状对能带结构的独立影响,开展了进一步理论计算。

将图 5(d1)中菱-矩形 Lieb 晶格边心处的基元形状由矩形替换为面积相等的圆形,并保持其中心圆形亮斑、格点处菱形面积和格点处菱形形状等均不变,构造了菱-圆形 Lieb 晶格,如图 6 所示,其中  $L_1 = 2.60 \text{ mm}$ 、

$d_2 = 0.80 \text{ mm}$ 、 $D_2 = 4.10 \text{ mm}$ 。在保证等离子体填充比相等且其他参数完全一致的情况下,对比了菱-矩形 Lieb 晶格与菱-圆形 Lieb 晶格的能带结构。如图 5 (d3)所示,菱-矩形 Lieb 晶格中出现了两条完全带隙,分别位于  $30.7 \sim 41.8 \text{ GHz}$  和  $60.3 \sim 65.2 \text{ GHz}$  范围内。然而,对于菱-圆形 Lieb 晶格,出现了五条完全带隙,分别位于  $27.8 \sim 40.8 \text{ GHz}$ 、 $42.2 \sim 45.0 \text{ GHz}$ 、

$47.67 \sim 49.11 \text{ GHz}$ 、 $53.5 \sim 55.1 \text{ GHz}$  和  $60.2 \sim 65.2 \text{ GHz}$ ,如图 6 所示。由此可见,等离子体基元形状对带隙数目、位置和宽度均有着重要影响。在实验中获得不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体,并实现了其基元大小、形状和微观形貌的多自由度原位控制,为光子带隙的动态调控提供了更多的可能。

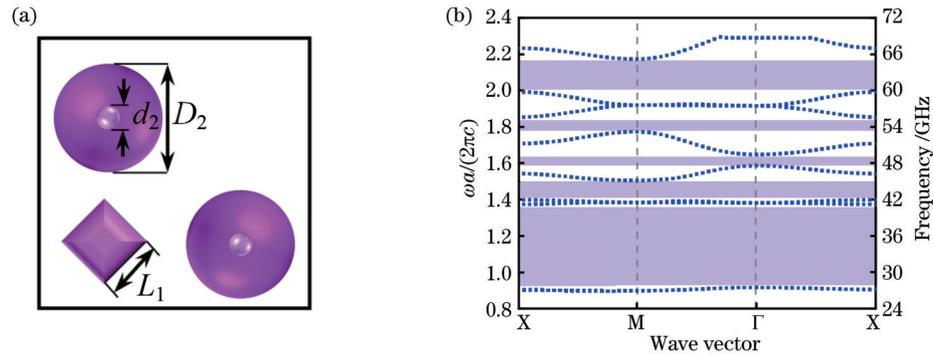


图 6 菱-圆形 Lieb 晶格等离子体光子晶体色散关系。(a)原胞单元示意图;(b)能带结构

Fig. 6 Dispersion relation of Lieb lattice plasma photonic crystal with diamond-circle primitive structure. (a) Schematic diagram of primitive cell; (b) band gap diagram

## 5 结 论

利用阵列-液体电极介质阻挡放电装置,率先获得了 Lieb 晶格等离子体光子晶体,实现了其基元大小、几何形状和微观形貌的有效调控。采用光电倍增管对 Lieb 晶格等离子体光子晶体的时空动力学行为进行了时空分辨测量。研究发现,Lieb 晶格由两套不同的四方子晶格相互嵌套而成,具有高度规则的时空周期性。基于 COMSOL 有限元计算,对不同基元结构的 Lieb 晶格等离子体光子晶体的能带结构及其变化规律进行了理论分析。结果显示,随着基元结构的改变,光子带隙也在变化,形成了偶然简并的类狄拉克锥结构,以及不同频段的完全带隙和非完全带隙。在保证等离子体填充比相等且其他参数完全一致的情况下,对比了菱-矩形 Lieb 晶格和菱-圆形 Lieb 晶格的能带结构,证明了基元几何形状对光子带隙数目、位置和宽度具有重要影响。Lieb 晶格等离子体光子晶体类狄拉克锥带隙结构的实现,有助于波局域传播的研究,并实现等效零介质材料。基元结构的原位多自由度调控为未来高度集成、新型光学器件的开发提供了一定的帮助,同时也为其他领域可调谐电磁超材料的设计提供了参考。

## 参 考 文 献

- [1] Lieb E H. Two theorems on the Hubbard model[J]. Physical Review Letters, 1989, 62(10): 1201-1204.
- [2] 鲍闻博,周斌.具有内禀自旋-轨道耦合的 Lieb 晶格中 Floquet 拓扑相变[J].应用物理,2020,10(1):24-37.  
Bao W B, Zhou B. Floquet topological phase transitions in Lieb lattice with intrinsic spin-orbit coupling[J]. Applied Physics, 2020, 10(1): 24-37.
- [3] Biondi M, Blatter G, Schmidt S. Emergent light crystal from frustration and pump engineering[J]. Physical Review B, 2018, 98(10): 104204.
- [4] Yu D Y, Yuan L Q, Chen X F. Isolated photonic flatband with the effective magnetic flux in a synthetic space including the frequency dimension[J]. Laser & Photonics Reviews, 2020, 14(11): 2000041.
- [5] Taie S, Ozawa H, Ichinose T, et al. Coherent driving and freezing of bosonic matter wave in an optical Lieb lattice[J]. Science Advances, 2015, 1(10): 1500854.
- [6] Feng H F, Liu C, Zhou S, et al. Experimental realization of two-dimensional buckled Lieb lattice[J]. Nano Letters, 2020, 20(4): 2537-2543.
- [7] Jiang W, Huang H Q, Liu F. A Lieb-like lattice in a covalent-organic framework and its stoner ferromagnetism[J]. Nature Communications, 2019, 10: 2207.
- [8] Sun K, Gu Z C, Katsura H, et al. Nearly flatbands with nontrivial topology[J]. Physical Review Letters, 2011, 106(23): 236803.
- [9] Freney S E, Slot M R, Gardenier T S, et al. Electronic quantum materials simulated with artificial model lattices[J]. ACS Nanoscience Au, 2022, 2(3): 198-224.
- [10] Mukherjee S, Spracklen A, Choudhury D, et al. Observation of a localized flat-band state in a photonic Lieb lattice[J]. Physical Review Letters, 2015, 114(24): 245504.
- [11] Myoung N, Park H C, Ramachandran A, et al. Flat-band localization and self-collimation of light in photonic crystals[J]. Scientific Reports, 2019, 9(1): 2862.
- [12] 章晓伟,覃亚丽,任宏亮,等. Lieb 晶格相对格点强度对异相八极光束传输的影响[J].光学学报,2019,39(8):0819001.  
Zhang X W, Qin Y L, Ren H L, et al. Effect of relative lattice intensity of Lieb lattice on propagation of out-of-phase octupole beam[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(8): 0819001.
- [13] Yang J K, Zhang P, Yoshihara M, et al. Image transmission using stable solitons of arbitrary shapes in photonic lattices[J]. Optics Letters, 2011, 36(5): 772-774.
- [14] Schwartz T, Bartal G, Fishman S, et al. Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic

- lattices[J]. *Nature*, 2007, 446(7131): 52-55.
- [15] Makasyuk I, Chen Z G, Yang J K. Band-gap guidance in optically induced photonic lattices with a negative defect[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(22): 223903.
- [16] Mukherjee S, Spracklen A, Choudhury D, et al. Modulation-assisted tunneling in laser-fabricated photonic Wannier-Stark ladders[J]. *New Journal of Physics*, 2015, 17(11): 115002.
- [17] Liu J, Mao X Y, Zhong J X, et al. Localization, phases and transitions in the three-dimensional extended Lieb lattices[J]. *Physical Review B*, 2020, 102(17): 174207.
- [18] Xia S Q, Ramachandran A, Xia S Q, et al. Unconventional flatband line states in photonic Lieb lattices[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(26): 263902.
- [19] Vicencio R A, Cantillano C, Morales-Inostroza L, et al. Observation of localized states in Lieb photonic lattices[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(24): 245503.
- [20] Xia S Q, Hu Y, Song D H, et al. Demonstration of flat-band image transmission in optically induced Lieb photonic lattices[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(7): 1435-1438.
- [21] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(23): 2486-2489.
- [22] Zhang H F, Zhang H. The extraordinary mode in the three-dimensional magnetized plasma photonic crystals with layer-by-layer lattices containing the function dielectric[J]. *The European Physical Journal D*, 2019, 73(7): 143.
- [23] Tan H Y, Jin C G, Zhuge L J, et al. The SLR-dependent negative PBG in 1-D plasma photonic crystal[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2019, 47(8): 3986-3990.
- [24] Sun P P, Zhang R Y, Chen W Y, et al. Dynamic plasma/metal/dielectric photonic crystals in the mm-wave region: electromagnetically-active artificial material for wireless communications and sensors[J]. *Applied Physics Reviews*, 2019, 6(4): 041406.
- [25] 刘怡宁, 范伟丽, 侯笑含, 等. 介质阻挡放电不同填充比环形等离子体光子晶体[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(13): 1323002.
- Liu Y N, Fan W L, Hou X H, et al. Annular plasma photonic crystals with different filling ratios in dielectric barrier discharge [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(13): 1323002.
- [26] 张洁, 赵善超, 韩冰, 等. 均匀非磁化等离子体对电磁波吸收特性的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(3): 0319001.
- Zhang J, Zhao S C, Han B, et al. Influence of uniform unmagnetized plasma on electromagnetic wave absorption characteristics[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(3): 0319001.
- [27] Faith J, Kuo S P, Huang J. Frequency downshifting and trapping of an electromagnetic wave by a rapidly created spatially periodic plasma[J]. *Physical Review E*, 1997, 55(2): 1843-1851.
- [28] Yang H J, Park S J, Eden J G. Narrowband attenuation at 157 GHz by a plasma photonic crystal[J]. *Journal of Physics D*, 2017, 50(43): 43LT05.
- [29] Matlis E H, Corke T C, Neiswander B, et al. Electromagnetic wave transmittance control using self-organized plasma lattice metamaterial[J]. *Journal of Applied Physics*, 2018, 124(9): 093104.
- [30] Wang B, Rodriguez J A, Cappelli M A. 3D woodpile structure tunable plasma photonic crystal[J]. *Plasma Sources Science & Technology*, 2019, 28(2): 02LT01.
- [31] Iwai A, Righetti F, Wang B, et al. A tunable double negative device consisting of a plasma array and a negative-permeability metamaterial[J]. *Physics of Plasmas*, 2020, 27(2): 023511.
- [32] Zhang L, Ouyang J T. Experiment and simulation on one-dimensional plasma photonic crystals[J]. *Physics of Plasmas*, 2014, 21(10): 103514.
- [33] Tan H Y, Jin C G, Zhuge L J, et al. Air-like plasma frequency in one-dimensional plasma photonic crystals[J]. *Physics of Plasmas*, 2019, 26(5): 052107.
- [34] Zhang W D, Wang H T, Zhao X L, et al. Bandgap-tunable device realized by ternary plasma photonic crystals arrays[J]. *Physics of Plasmas*, 2020, 27(6): 063508.
- [35] Yao J F, Yuan C X, Li H, et al. 1D photonic crystal filled with low-temperature plasma for controlling broadband microwave transmission[J]. *AIP Advances*, 2019, 9(6): 065302.
- [36] Fan W L, Hou X H, Tian M, et al. Tunable triangular and honeycomb plasma structures in dielectric barrier discharge with mesh-liquid electrodes[J]. *Plasma Science and Technology*, 2022(1): 015402.
- [37] Feng B W, Zhong X X, Zhang Q, et al. Effect of duty cycle on pulsed discharge atmospheric pressure plasma: discharge volume and remnant electron density[J]. *Plasma Sources Science and Technology*, 2020, 29(8): 085017.
- [38] Dong L F, Qi Y Y, Liu W Y, et al. Measurement of the electron density in a subatmospheric dielectric barrier discharge by spectral line shape[J]. *Journal of Applied Physics*, 2009, 106(1): 013301.
- [39] 黄民双, 许友文, 程苗. 大气压大体积非平衡等离子体放电技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(5): 0500007.
- Huang M S, Xu Y W, Cheng M. Atmospheric pressure and large volume non-equilibrium plasma discharge technology[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(5): 0500007.
- [40] Feng J Y, Pan Y Y, Li C X, et al. Striped superlattice pattern in dielectric barrier discharge[J]. *Physics of Plasmas*, 2020, 27(6): 063516.
- [41] Liu F C, Liu Y N, Liu Q, et al. Tunable annular plasma photonic crystals in dielectric barrier discharge[J]. *Plasma Sources Science and Technology*, 2022, 31(2): 025015.
- [42] Fathollahi Khalkhali T, Bananej A. Effect of shape of scatterers and plasma frequency on the complete photonic band gap properties of two-dimensional dielectric-plasma photonic crystals [J]. *Physics Letters A*, 2016, 380(48): 4092-4099.
- [43] Sakai O, Sakaguchi T, Tachibana K. Photonic bands in two-dimensional microplasma arrays. I. Theoretical derivation of band structures of electromagnetic waves[J]. *Journal of Applied Physics*, 2007, 101(7): 073304.
- [44] Huang X Q, Lai Y, Hang Z H, et al. Dirac cones induced by accidental degeneracy in photonic crystals and zero-refractive-index materials[J]. *Nature Materials*, 2011, 10(8): 582-586.
- [45] Li Y, Chan C T, Mazur E. Dirac-like cone-based electromagnetic zero-index metamaterials[J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10(1): 203.

# *In-Situ* Control of Element Structure in Lieb Lattice Plasma Photonic Crystals

Jia Mengmeng, Hou Xiaohan, Wu Zhenyu, Liu Fucheng, Fan Weili\*

College of Physics Science and Technology, Hebei University, Baoding 071002, Hebei, China

## Abstract

**Objective** Lieb lattice has been demonstrated to have many striking properties due to its unique Dirac-flat band structure. It has been realized in various systems, such as photonic waveguide arrays, cold atom systems, condensed matter physics, and organic materials. Since the Dirac-flat band structure relies heavily on the structural configurations of the Lieb lattice, it is essential to fabricate tunable Lieb lattices, so as to allow for on-demand control of band structures. Recently, there is a growing interest in plasma photonic crystals (PPCs) comprised of periodic arrays of plasmas and dielectrics. By modulating the plasma density, lattice constant, or lattice symmetry, the PPCs can be tuned dynamically. Various one-dimensional PPCs, two-dimensional PPCs with square or triangular geometries, and three-dimensional woodpile-type PPCs have been realized in previous studies, which possess band gaps to manipulate microwaves. However, the PPCs with a Lieb lattice structure have been less concerned so far. Particularly, it is still a challenge to realize PPCs with tunable scattering elements, whose size, shape, and microstructure can be controlled dynamically. In this study, the Lieb plasma photonic crystals (LPPCs) and the *in-situ* manipulation of plasma scattering elements in dielectric barrier discharge (DBD) are realized. It provides an effective platform to investigate the universal properties of Lieb lattices and may offer inspiration for designing tunable Lieb lattices in other systems.

**Methods** The LPPCs have been studied both experimentally and numerically. In the experiment, a uniquely designed DBD system with array-liquid electrodes is proposed. The array electrode induces a two-dimensional periodic electric field to give a constrained symmetry and lattice constant for the Lieb lattice. The water not only serves as the coolant medium to ensure high stability of the plasma structure but also is a transparent medium beneficial for optical detection. By changing the discharge parameters such as the applied voltage, gas pressure, gas composition, and so on, various LPPCs can be obtained, and rapid configuration between Lieb lattices with different primitive elements has been realized. In addition, the spatial-temporal dynamics of the LPPCs are studied by using the photomultipliers. The light emitted from the individual discharge filament is detected by a lens-aperture-photomultiplier tube system and recorded with an oscilloscope. In the simulation, to demonstrate the formation mechanism of LPPCs, the two-dimensional distribution of Laplacian field intensity induced by the square array electrode is calculated by COMSOL software. Moreover, the dispersion relations of different LPPCs are studied by using COMSOL software based on the finite element method. Floquet periodic boundary conditions are utilized for the primitive cell in the Lieb lattice. The normalized eigenfrequencies  $\omega a/2\pi c$  for each wave vector  $k$  along the irreducible Brillouin zone boundary X-M- $\Gamma$ -X are calculated. By examining the photonic band structures, the complete bandgaps, incomplete bandgaps, and Dirac cones at different positions are discussed. The results provide theoretical support for the application of LPPCs in the field of electromagnetic wave manipulation.

**Results and Discussions** An effective method to realize various LPPCs in DBD with the advantages of simple devices and dynamical tunability is proposed in this paper (Fig. 1). In addition, novel double-circle Lieb lattice, double-diamond Lieb lattice, diamond-circle Lieb lattice, and diamond-rectangle Lieb lattice have been achieved. Reconfiguration of different LPPCs has been realized by varying the discharge parameters including the applied voltage, gas pressure, and gas compositions. *In-situ* control of the shape, size, and fine structures of primitive elements in LPPCs is achieved, while the symmetry and lattice constant are well preserved (Fig. 2). The spatial-temporal dynamics of the LPPCs are studied by using photomultipliers. It is shown that the LPPCs are composed of two different square sublattices nested with each other, with the emerging sequence of the filament at corner sites-edge center sites-corner sites-edge center sites (Fig. 3). The LPPCs exhibit high spatial-temporal stability and periodicity, which is attributed to the spatial periodic electric field distribution produced by the square array electrode. With the changes of lattice constant and gas gap spacing, LPPCs with different configurations can be generated in different regions as presented in the phase diagram in Fig. 4. Moreover, the photonic band gaps change significantly with the reconfiguration of LPPCs with disparate scattering elements (Fig. 5). The different geometric configurations give rise to different numbers, positions, and sizes of omnidirectional band gaps and unidirectional band gaps. More importantly, accidental degenerate Dirac cones have been obtained in the double-circle Lieb lattice, diamond-circle Lieb lattice, and diamond-rectangle Lieb lattice. Such remarkable features may lead to the

promising development of functional and dynamic devices for electromagnetic waves.

**Conclusions** LPPCs in DBD with uniquely designed array-liquid electrodes are realized, and an *in-situ* control on the size, shape, and fine structures of plasma scattering elements has been achieved. The spatial-temporal dynamics of LPPCs are studied by using photomultipliers. Through the finite element method, changes in photonic band diagrams with the reconfiguration of different plasma elements have been analyzed in detail. The results show that LPPCs result from the superposition of two different sets of square sublattices that are nested with each other. They exhibit high spatial-temporal stability and periodicity. With changes of the plasma element configurations, the photonic band diagrams change significantly, which leads to accidental degenerate Dirac cone band structures, omnidirectional band gaps, and unidirectional band gaps at different positions. The number, positions, and sizes of the band gaps are greatly affected by the geometry of plasma elements. The realization of *in-situ* manipulation of plasma elements is beneficial for wide applications of LPPCs and provides inspiration for designing new types of photonic devices.

**Key words** materials; photonic bandgap materials; dielectric barrier discharge; plasma photonic crystals; Lieb lattices; element morphology