

## 基于机器学习设计连续相位分布的衍射光学元件

邵加强<sup>1,2\*\*</sup>, 苏宙平<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>江南大学理学院, 江苏 无锡 214122;<sup>2</sup>江苏省轻工光电工程技术研究中心, 江苏 无锡 214122

**摘要** 将机器学习算法应用于设计连续型相位分布的衍射光学元件(DOE),该元件可用于激光整形。将DOE的相位分布数据拟合为多项式,通过神经网络构建系统参数(如束腰半径、目标面的大小、DOE和目标面的距离等)与DOE相位系数之间的映射关系。基于这种关系,当给定一组系统参数,可以自动预测出DOE的相位系数。该方法克服了传统设计方法在参数改变时需要通过重新迭代来计算相位分布的局限性。研究了系统参数超出训练范围对预测精度的影响,分析了各个参数对预测能力的影响。结果表明:该方法在系统参数的训练范围内对相位系数的预测准确度均在99.9%以上。当所有参数在预先训练范围基础上正向和反向同时扩大80%和55%时,预测的准确度依然保持在99.5%和97.5%以上。研究也表明,目标面小于预定的范围对预测的准确度影响最明显。

**关键词** 光学器件; 光学设计; 衍射光学元件; 光束整形; 神经网络; 回归分析

**中图分类号** O436.1

**文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS221385

## 1 引言

衍射光学元件(DOE)因为结构紧凑,能对光分布进行精准的控制,因此有着广泛的应用。随着纳米压印技术<sup>[1]</sup>的不断发展,DOE的制作成本越来越低,因此被广泛应用于消费性的电子产品中,其应用包括手机中用于人脸识别的结构光产生元件、扫地机器人点阵光投射器和汽车智能座舱照明等多个领域<sup>[2-5]</sup>。针对DOE的设计已经有很多方法,其中典型的有Gerchberg-Saxton(G-S)算法<sup>[6-7]</sup>、模拟退火优化算法<sup>[8-9]</sup>和遗传算法<sup>[10-11]</sup>等。G-S算法的程序简单易懂、收敛快、适用性强等优势,使其成为研究设计DOE的诸多优化算法中比较常用的一种。不过,G-S算法依赖初始值、在优化过程中容易陷入局部极值<sup>[12-13]</sup>,导致使用该算法设计的DOE在对高斯光束进行整形时,整形后的光分布均匀度不够理想。全局优化算法虽然可以解决容易陷入局部极值的问题,但是迭代过程耗时较长。为了使DOE更容易加工,DOE的相位最好是连续分布。文献[14]提出了一种输入输出网格能量映射与程函方程相结合的设计方法,使用多项式对该方法设计

的DOE元件的相位分布进行拟合,拟合结果具有很好的连续性和平滑度,实用性强。此外,刘文静等<sup>[15]</sup>使用G-S算法,以二次多项式表示的相位分布作为初始相位,迭代设计了一个9×9分束器。

然而,现有的设计方法都是针对一组固定参数进行优化设计,如束腰半径、光束外半径、波长、像平面的大小、衍射面和输入平面的距离等。当这些参数变化时需要进行优化迭代,计算新的相位轮廓,这就要花费很多时间。本文将机器学习算法应用于DOE的相位设计,基于神经网络构建系统参数与相位轮廓的多项式系数之间的映射关系,当给定一组参数时就可以预测出一组相位轮廓,该方法在很大的参数变化范围内的预测都有很高的准确度(ACC),因此参数改变时无需重新进行优化与迭代,该方法克服了传统设计方法在参数改变时需要重新进行优化与迭代的局限性。

## 2 基于机器学习的DOE相位设计方法

设计一个连续相位的DOE,可以将高斯光束整形成为平顶光束,DOE的相位分布可表示为

$$\phi(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3 + a_{10}x^4 + a_{11}x^3y + a_{12}x^2y^2 + a_{13}xy^3 + a_{14}y^4 + a_{15}x^5 + a_{16}x^4y + a_{17}x^3y^2 + a_{18}x^2y^3 + a_{19}xy^4 + a_{20}y^5, \quad (1)$$

式中: $a_0 \sim a_{20}$ 为多项式系数。给定一组参数,如束腰半 径 $\omega$ 、光束外半径 $R$ 、波长 $\lambda$ 、像平面的大小 $S$ 、衍射面和

收稿日期: 2022-06-28; 修回日期: 2022-07-19; 录用日期: 2022-08-10; 网络首发日期: 2022-08-20

通信作者: \*zpsu\_optics@163.com; \*\*2247449668@qq.com

输入平面的距离  $f$  等, 就对应一组多项式的系数, 通过自动采集 10000 组参数及其对应的多项式系数, 构建多项式系数与系统参数之间的映射关系为

$$Y(a_0, a_1, \dots, a_{20}) = F(\omega, R, \lambda, f, S), \quad (2)$$

式中:  $Y$  为多项式系数组成的输出;  $F$  为输入向量和输出向量之间的映射关系。多项式系数与系统参数之间的关系是高度非线性的, 很难用一个明确的函数关系表示出来, 而神经网络在构建这种关系方面具有非常大的优势。这里将使用反向传播 (BP) 神经网络来构建多项式系数与系统参数之间的映射关系, 评估神经网络的训练效果。当给定任意一组系统参数, 可以直接预测出 DOE 的相位系数。

### 2.1 BP神经网络简介

BP神经网络<sup>[16]</sup>即误差反馈神经网络。本文采用的BP神经网络流程如图1所示, 从结构上讲, BP神经网络是由一个信息的正向传播网络和一个误差的反向传播网络两个模块构成。从图1的结构可知, BP神经网络主要由三层组成, 包括BP神经网络的输入层、BP神经网络的隐含层和BP神经网络的输出层。输入层

和输出层采用线性映射, 隐含层含有一个非线性激活函数, 这样可以处理复杂的非线性问题。

衍射光学系统的参数决定了输入层的节点个数, 输出层为 DOE 表面的曲面系数, 而隐含层的节点数会影响计算结果, 隐含层节点可以分析、存储样本数据的内在规律。隐含层节点太少, 网络结构简单, 会降低 BP 神经网络的学习能力, 降低 DOE 相位系数的预测精度; 而隐含层节点过多会使网络结构复杂, 功能虽更加完备, 但训练时迭代次数增加, 训练时间延长, 可能还会出现过拟合现象。因此, 采用经过前人验证过的经验公式来确定隐含层神经元, 验证公式为

$$P = \sqrt{M + N} + A, \quad (3)$$

式中:  $P$  为隐藏层单元数;  $M$  为输入层节点个数;  $N$  为输出层节点个数;  $A$  为 0~10 范围内的任意常数<sup>[17]</sup>。如表 1 所示, 经过多次测试, 将隐含层神经元个数定为 9 个。当 BP 神经网络输出层的输出结果和其预先设置的输入值的误差较大时, 进入 BP 神经网络的反向传播阶段, 并进行网络权值的更新, 直到输出结果和期望结果误差满足一定条件为止。

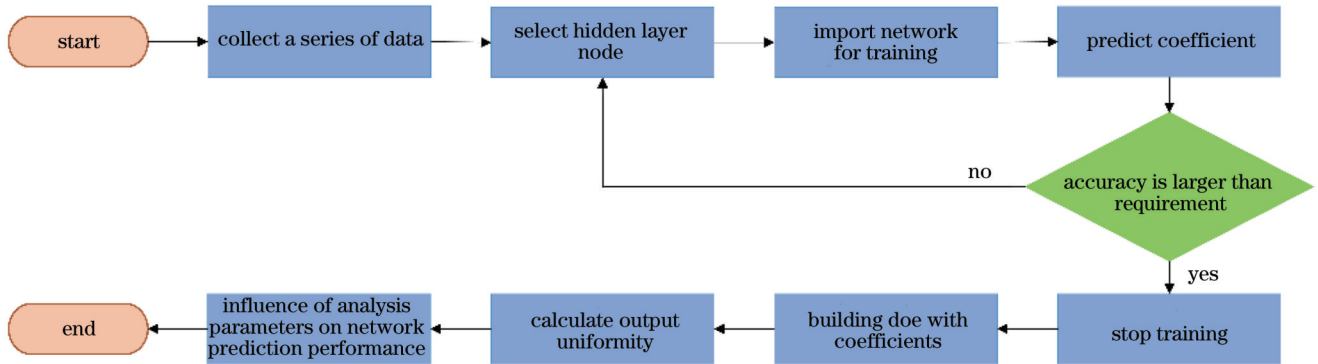


图 1 BP神经网络的训练流程  
Fig. 1 Training process of BP neural network

表 1 不同节点数情况下训练所得的网络误差  
Table 1 Network error obtained by training with different number of nodes

Number of nodes	Iterations	Training time / s	Network error / 10 <sup>-6</sup>
7	1000	169	14.40
8	1000	171	6.56
9	1000	178	3.37
10	1000	191	3.96
11	849	175	4.35

### 2.2 模型中输入量的选择

BP神经网络模型如图2所示。本文中选取光学衍射系统自身的5个参数作为网络的输入, 影响因子分别为束腰半径  $\omega$  (mm)、光束外半径  $R$  (mm)、波长  $\lambda$  (mm)、衍射面和输入平面的距离  $f$  (mm) 和光斑大小  $S$  (mm), 故网络输入为  $X = \{\omega, R, \lambda, f, S\}$ 。神经网络输

出为衍射透镜的 21 个曲面系数, 即网络的输出为  $Y = \{a_0, a_1, \dots, a_{20}\}$ 。

### 2.3 系统参数与 DOE 相位系数的采集

为了采集系统参数以及 DOE 的相位系数, 这里将能量映射的方法与程函方程相结合来计算 DOE 的相位分布, 这种方法在文献 [18] 中有详细的描述。以下对该方法进行简要概括。如图 3 所示, 入射光束为圆形孔径的高斯光束, 入射光束经过 DOE 后在目标面产生矩形均匀分布的光斑, 将光束的入射截面与目标面进行网格划分, 光束截面上每一个网格具有相等能量, 目标面的网格按照等面积进行划分。通过设计 DOE 的相位控制截面上某一网格的能量投射到对应的目标面网格中, 实现目标面上的激光辐照度的均匀分布。

光束通过 DOE 前后的相位关系为

$$k\varphi(\bar{u}) = k\varphi_0(u) + \phi(u), \quad (4)$$

式中:  $k = 2\pi/\lambda$  为波数;  $\varphi(u)$  是 DOE 的相位;  $k\varphi_0(u)$

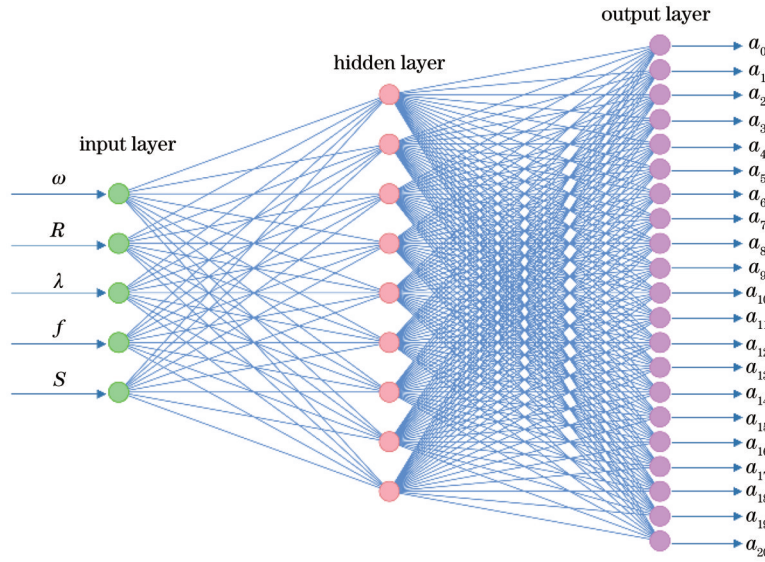


图 2 BP 神经网络模型

Fig. 2 BP neural network model

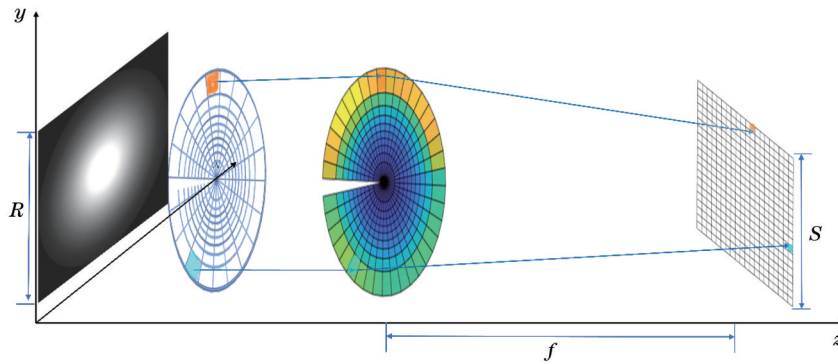


图 3 简化网格技术原理图

Fig. 3 Schematic diagram of simplified mesh technique

是入射光束的相位;  $u, \bar{u}$  分别为入射光束和 DOE 上的节点位置坐标。DOE 和目标面之间的距离为  $d$ , 光束从 DOE 到目标面相位的变化为

$$\nabla\varphi = \frac{\bar{u} - x(\bar{u})}{d}, \quad (5)$$

式中:  $\bar{u} = [m, n]$ ; 目标面上的相应坐标是  $\bar{u}$  的函数, 为  $x(\bar{u})$ 。通过求解式(4)可以得到 DOE 上的相位分布并将其拟合成一个多项式, 因此获得的相位是连续的。

使用该方法, 针对一组系统参数, 得到对应的 DOE 相位分布数据, 将其拟合成一个多项式, 该多项式描述的相位分布如图 4(a) 所示, 并对其进行模拟输出:

$$g_0(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2}\right), \quad (6)$$

$$t(x, y) = \exp[i\phi(x, y)], \quad (7)$$

$$g(x, y) = g_0(x, y)t(x, y), \quad (8)$$

$$U(\xi, \zeta) =$$

$$\text{FFT} \left\{ g(x, y) \exp \left\{ \frac{ik}{2f} [(\xi - x)^2 + (\zeta - y)^2] \right\} \right\}, \quad (9)$$

式中:  $\omega$  为束腰半径;  $g_0(x, y)$  为入射光振幅分布;  $t(x, y)$  为 DOE 的复振幅透过率;  $\phi(x, y)$  为 DOE 的相位分布, 由式(1)给出;  $g(x, y)$  为输入平面的光场分布;  $U(\xi, \zeta)$  为输出平面的光场分布;  $\text{FFT}\{\cdot\}$  表示傅里叶变换。图 4(a) 所示的相位对应的光强分布如图 4(b) 所示。

当给定一组系统参数时, 使用这种能量映射方法可以计算出一组相位系数, 使得光束在目标面能产生均匀的光强分布, 通过编写程序实现数据自动采集, 将系统参数与对应的相位系数分别作为神经网络的输入与输出, 采集 10000 组系统样本。系统参数是在给定的范围内随机生成的, 具体的变化范围如表 2 所示。本次网络训练的数据样本中束腰半径和波长保持恒定值, 在后续的研究中会将变化的波长加入到训练的参数中, 但是波长不需要连续变化, 主要是选几种典型应用的激光波长(如 808 nm 和 915 nm)进行训练, 这样就把这种方法扩展得更具有普适性。

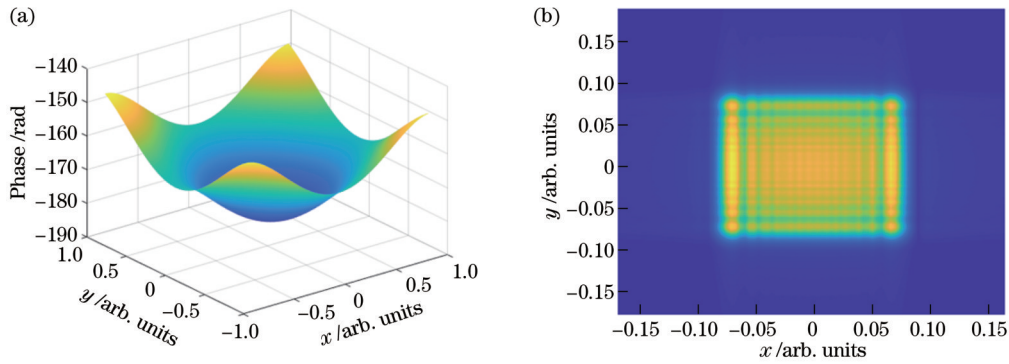


图 4 相位分布与光强分布。(a) DOE 相位分布;(b) 目标面输出光强分布

Fig. 4 Phase distribution and intensity distribution. (a) Phase distribution of DOE; (b) output intensity distribution on target plane

表 2 激光整形系统的参数

Table 2 Parameters of laser shaping system

Parameter	Scope of training
$\omega$ /mm	0.8
$R$ /mm	0.9-1.1
$\lambda$ /mm	632.8
$f$ /mm	250-350
$S$ /mm	1.5-2.5

#### 2.4 基于 BP 神经网络训练样本数据集

2.3 节采集了 10000 组系统参数与其对应的相位系数作为样本数据集,使用标准台式机需要花费 2 h 左右。接下来对该数据集进行训练,为了使建立的神经网络模型能够对 DOE 的相位系数进行较好的预测,选取的训练集数据应占所有数据集的大部分。从所有数据中随机选取 70% 的数据作为网络的训练集,15% 的数据作为神经网络训练的验证集,剩下 15% 的数据作为测试集。使用的 BP 神经网络模型包含 5 个输入层单元数,9 个隐藏层单元数,21 个输出层单元数。使用该 BP 神经网络模型对数据集进行训练,训练过程中不断地进行验证和测试,其效果如图 5 所示。

图 5(a) 为该神经网络预测结果误差分布图。从图中可以看出,在训练的参数范围内,大部分数据的预测误差范围在  $-0.005 \sim 0.003$  内,与实际系数相比是非常小的,因此预测的准确度非常高。图 5(b) 显示了神经网络训练的误差下降过程,当网络训练迭代到 800 次左右时,均方误差 (MSE) 已经很小,当迭代到 1000 次时,此网络训练的均方误差为  $3.37 \times 10^{-6}$ 。图 5(c) 显示了数据的梯度与学习次数检验情况,其中  $M_e$  是误差精度参数,用于给神经网络的权重再加一个调制,这样可以避免在 BP 网络训练的过程中陷入局部最小值,  $M_e$  的范围为 0 到 1。从另外两幅图中可以看出:网络通过计算迭代 1000 次完成训练,在第 1000 次迭代时验证集的误差达到最小。其中检验失败次数最大值默认为 6,表示网络中训练集的误差在连续 6 次检验中不下降,此时网络停止训练,以防止网络出现过拟

合的现象。本文网络训练经过 1000 次迭代未出现连续 6 次检验失败的情况,故未出现过拟合的现象。图 5 (d) 中分别显示了训练集、验证集、测试集和所有数据的残差正态检验情况,4 个结果中的决定系数  $R^2$  范围均接近 1,表明此 BP 神经网络的预测能力达到预期要求。

#### 2.5 结果分析与验证

为了评估网络预测的准确性,构建了准确度  $V_{ACC}$  评定网络的预测能力。首先将 21 个曲面系数归一化至  $[-1, 1]$ :

$$Y = (x_{\max} - x_{\min}) \times \frac{y - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}} + x_{\min}, \quad (10)$$

式中:  $x_{\min}$  取  $-1$ ;  $x_{\max}$  取  $1$ ;  $y$  为待归一化的值;  $y_{\min}$  为数据样本中该因子的最小值;  $y_{\max}$  为数据样本中该因子的最大值;  $Y$  为归一化后的值。

准确度  $V_{ACC}$  为

$$V_{ACC} = \left( 1 - \frac{1}{n} \sum_i \left| \frac{A_i - B_i}{B_i} \right| \right) \times 100\%, \quad (11)$$

式中:  $n$  为数据样本的个数,本次取 21;  $A_i$  为网络预测并归一化后的曲面系数;  $B_i$  为使用能量映射法计算并归一化的 DOE 相位系数。

#### 2.6 采样区间内的 DOE 相位系数预测

当完成神经网络训练后,在表 1 的范围内再次随机取 20 组 DOE 的系统参数,运用已经训练好的 BP 神经网络预测对应的 DOE 相位系数,并测试其准确度。如图 6 所示,20 组系数的准确度均在 99.9% 以上,表明训练好的 BP 神经网络有很强的预测能力。

从样本区间中再次随机挑选 4 组系统参数,系统参数(束腰半径,光束外半径,衍射距离,波长,目标面大小)分别是 (0.8, 0.92, 310, 633, 2.4)、(0.8, 0.95, 300, 633, 2)、(0.8, 1, 250, 633, 2.5) 和 (0.8, 1.05, 330, 633, 1.6)。利用训练好的 BP 神经网络进行预测,得到 DOE 相位系数,并计算其对应的光强分布。使用这 4 组参数与能量映射法设计的 DOE 相位计算出对应的光强。图 7 展示了这两种方法产生的 4 组光强分布,图 8 计算了这 4 组光强分布对应的均匀

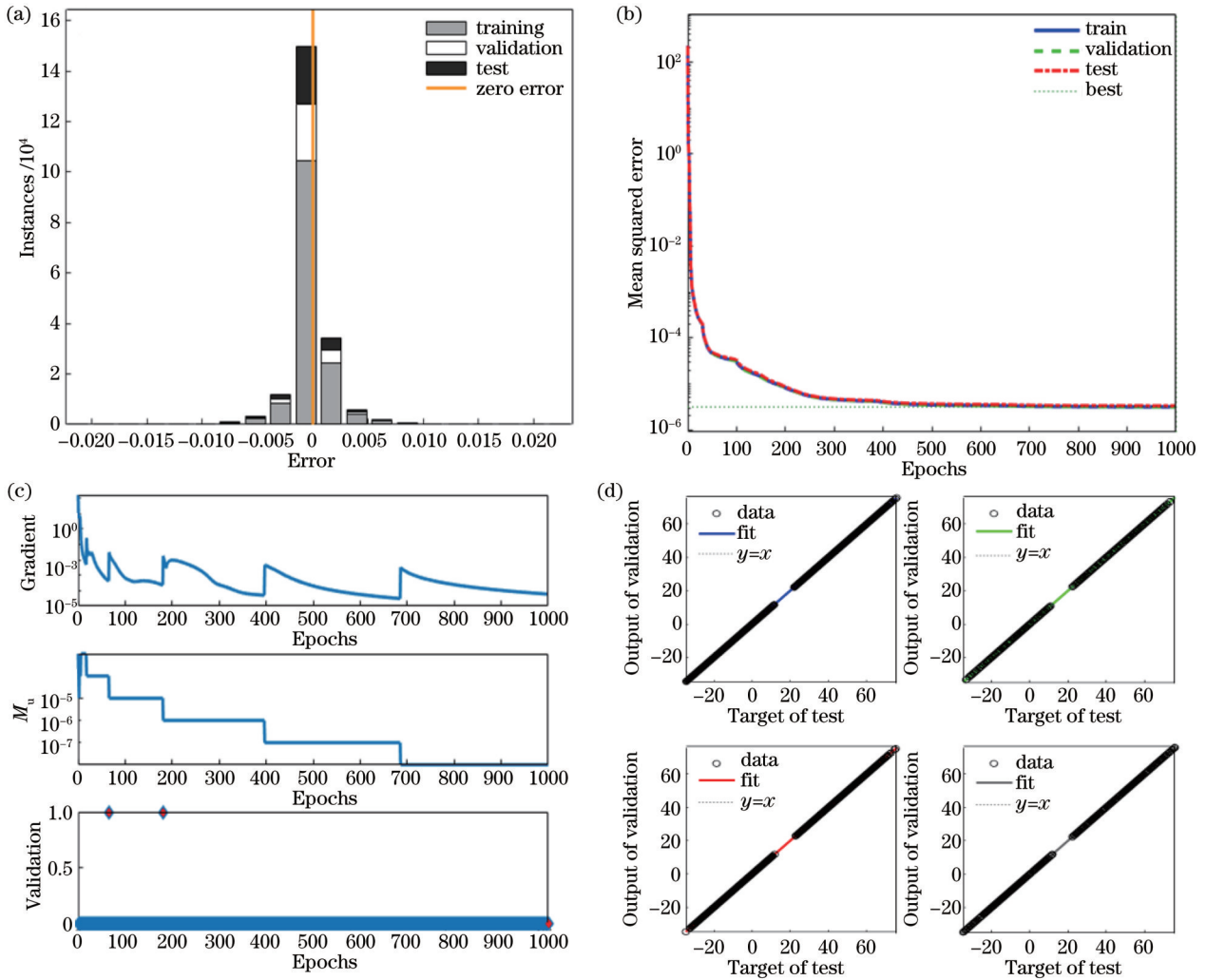


图 5 BP神经网络训练过程和结果。(a)预测结果误差分布;(b)误差下降过程;(c)数据的梯度与学习次数的检验图;(d)残差正态检验

Fig. 5 Training process and results of BP neural network. (a) Error distribution of prediction results; (b) error descent process; (c) test chart of data gradient and learning times; (d) residual normal test

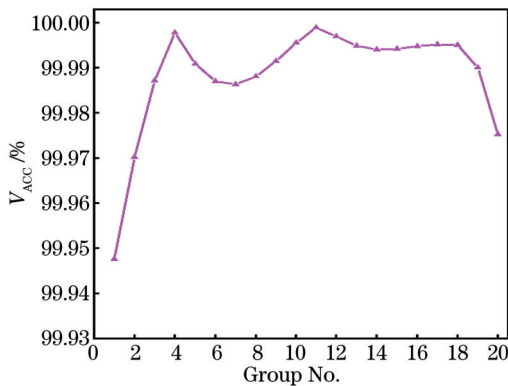


图 6 样本区间内随机 20 组参数预测

Fig. 6 Prediction of 20 groups of random parameters in range of training samples

度,利用网络预测得到的光强均匀度分别为 0.8847、0.8875、0.8889 和 0.8797,而利用能量映射法设计的 DOE 相位计算的光强分布的均匀度分别为 0.8847、

0.8874、0.8889 和 0.8798,可以看出二者光强分布及其均匀度非常接近。

### 3 神经网络对样本区间外的预测

#### 3.1 对所有参数进行区间扩展预测

第 2 节中的相位预测都有很高的准确度,但都是在参数的训练范围内进行预测。为了更好地检验网络的普适性,对样本区间外的参数进行预测,区间扩展示意图如图 9 所示,扩展分为正向扩展和反向扩展。图 10 展示了将三个参数(光束外半径  $R$ 、平面距离  $f$ 、光斑大小  $S$ )按相同比例分别进行范围扩展并进行测试得到的该网络在扩展区域内的预测准确度。从图 10 中可以看出:当正向扩展在 80% 以内时,预测的准确度均在 99.5% 以上;当正向扩展超过 80% 时,网络预测的准确度有明显的下滑趋势;反向扩展在 55% 以内时,网络预测的准确度均超过了 97.5%,继续扩展后网络预测准确度出现波动和不稳定的情况。

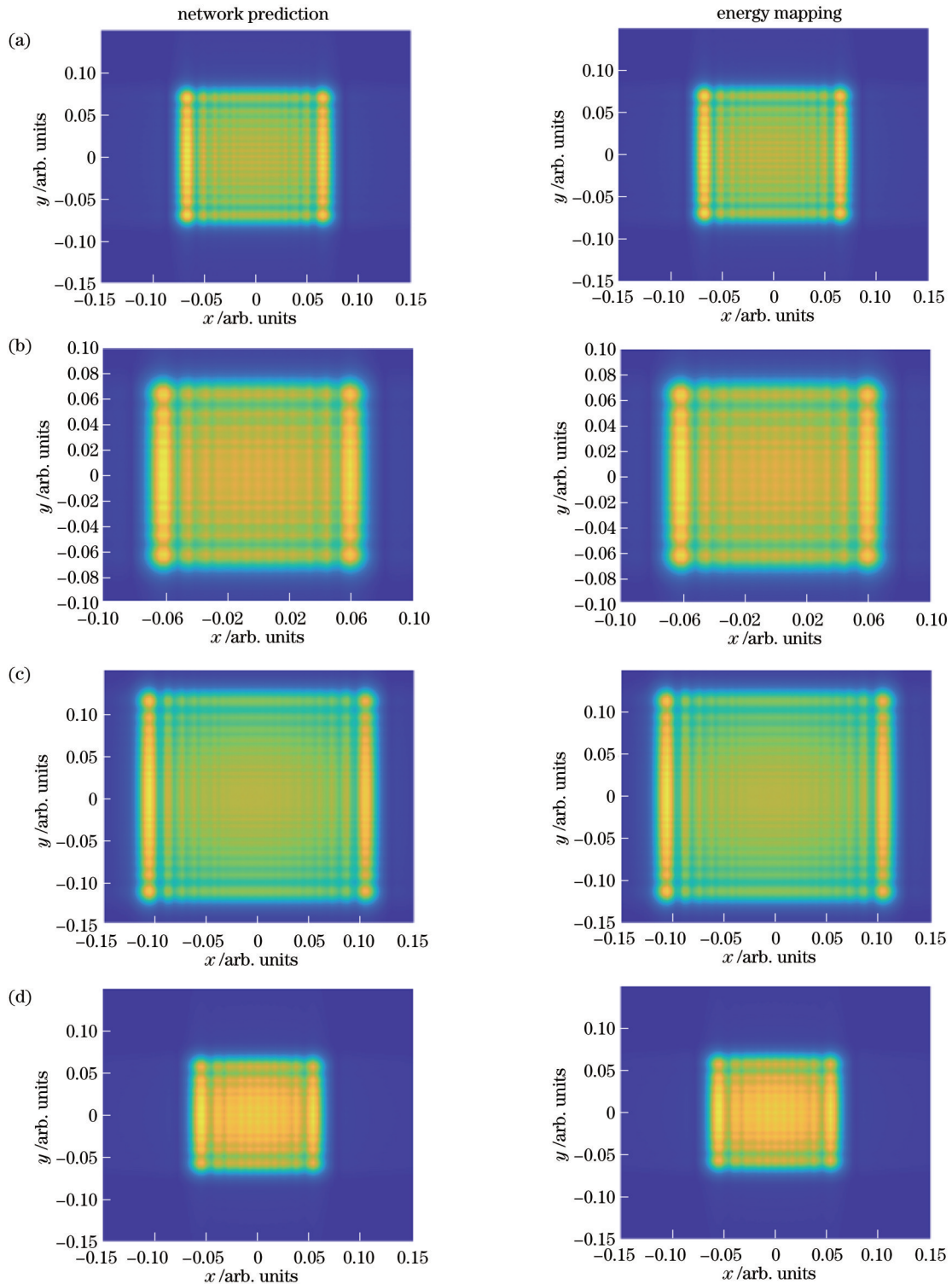


图 7 利用随机 4 组数据模拟输出的光强图(括号里参数分别为束腰半径、光束外半径、衍射距离、波长、目标面大小)。(a) (0.8, 0.92, 310, 633, 2.4); (b) (0.8, 0.95, 300, 633, 2); (c) (0.8, 1, 250, 633, 2.5); (d) (0.8, 1.05, 330, 633, 1.6)

Fig. 7 Light intensity diagrams of analog output of random 4 groups of data (parameters in brackets are values of beam waist radius, beam outer radius, diffraction distance, wavelength, and target surface size). (a) (0.8, 0.92, 310, 633, 2.4); (b) (0.8, 0.95, 300, 633, 2); (c) (0.8, 1, 250, 633, 2.5); (d) (0.8, 1.05, 330, 633, 1.6)

### 3.2 对单个参数进行区间扩展预测

通过分析所有参数整体区间的扩展发现,扩展区间未达到 100% 就有下滑趋势,因此选择对单个参数依次进行区间扩展预测,如图 11 所示,寻找出对网络

预测影响最大的参数因子。在对单参数依次进行区间扩展预测后发现,当平面距离  $f$  正向和反向扩展到 200% 时,如图 11(a) 所示,BP 神经网络预测的准确度均保持在 98% 和 94% 以上。模拟输出的光强分布

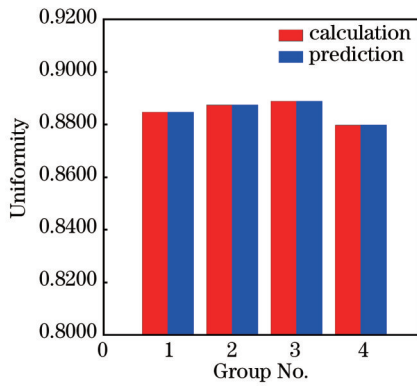


图 8 随机 4 组数据模拟输出的均匀度

Fig. 8 Uniformity of analog output of random 4 groups of data

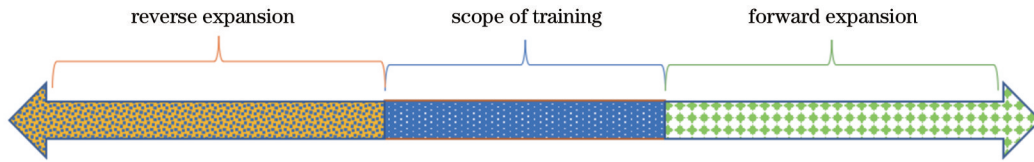


图 9 训练区间扩展示意图

Fig. 9 Schematic diagram of expansion of training range

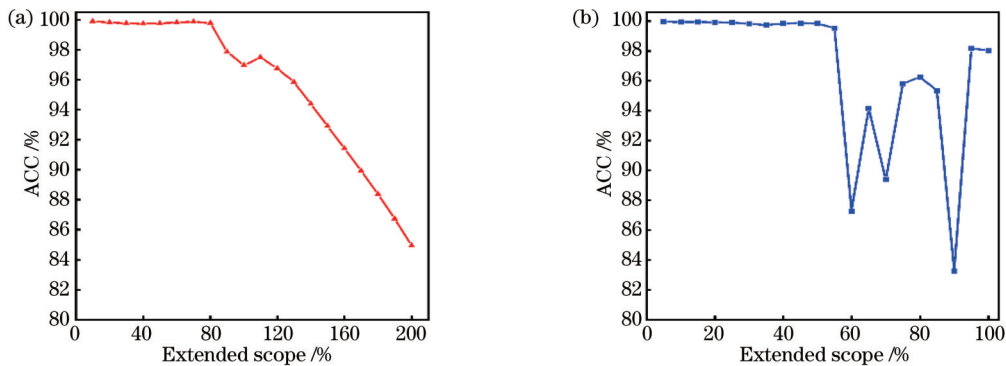


图 10 对所有参数进行区间扩展。(a)正向扩展;(b)反向扩展

Fig. 10 Range expansion of all parameters. (a) Forward expansion; (b) reverse expansion

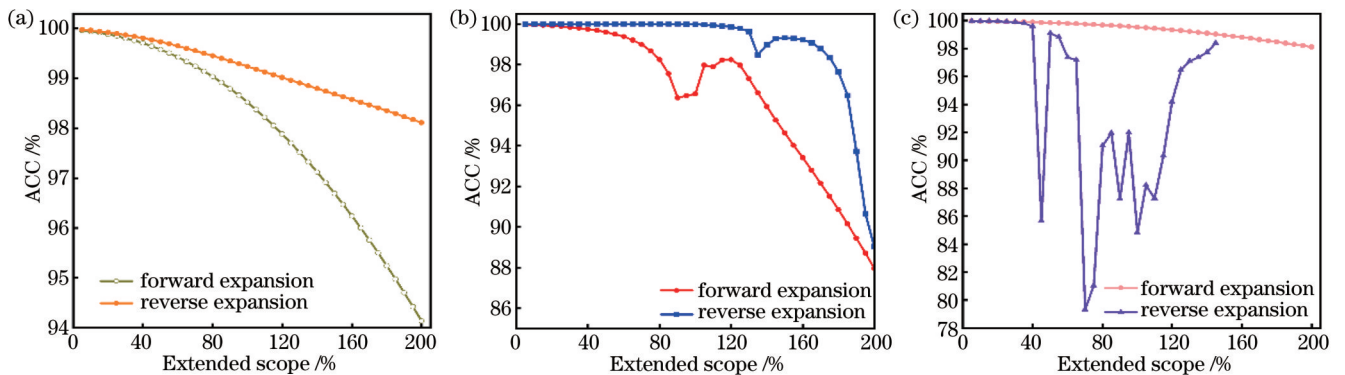


图 11 对单参数进行区间扩展的结果。(a)对平面距离  $f$  的区间扩展;(b)对光束外半径  $R$  的区间扩展;(c)对光斑大小  $S$  的区间扩展  
 Fig. 11 Results of range expansion of single parameter. (a) Range expansion of plane distance  $f$ ; (b) range expansion of waist external radius  $R$ ; (c) range expansion of spot size  $S$

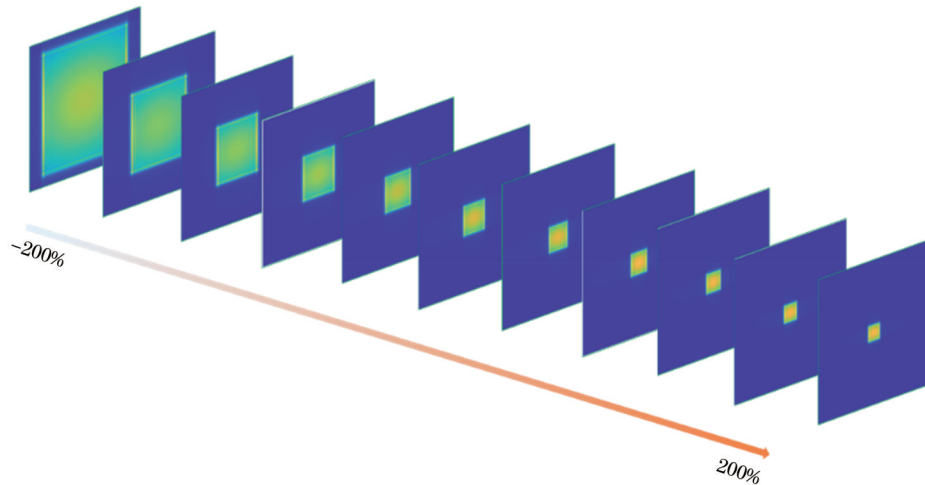


图 12 目标面在不同位置处的光强分布

Fig. 12 Intensity distributions of target plane at different positions

## 4 结 论

将机器学习算法应用于连续型相位分布的 DOE 设计,通过编写程序并使用网格能量映射法,自动采集整形系统参数与 DOE 相位参数作为输入、输出数据集,使用 BP 神经网络进行训练。训练之后的网络构建了系统参数与相位系数之间的映射关系,基于这种关系,当给定一组系统参数,可以自动预测出 DOE 的相位系数。系统参数集是在给定的范围内随机生成的。研究了当系统参数超出训练范围对预测精度的影响,分析了各个参数对网络预测能力的影响。结果表明:该方法在系统参数的训练范围内对相位系数的预测准确度均在 99.9% 以上。当所有参数在预先训练范围基础上正向和反向同时扩展 80% 和 55% 时,预测的准确度依然保持在 99.5% 和 97.5% 以上。研究也表明,目标面小于预定的范围,对预测的准确度影响最明显。后续的研究会对束腰半径进行归一化,将输入平面大小与束腰半径的比值作为一个参数,再对神经网络进行研究。通过采集样本数据,构建参数与 DOE 相位之间的神经网络,完成这个网络构建之后,只需要输入几个参数就可以获得 DOE 的相位,设计过程几乎不需要人为参与,该网络可以集成为衍射光学设计软件的一个模块,直接进行交互式设计,这是相对于传统的方法最大的优势,为工程应用领域设计 DOE 提供了便利。与此同时,提升 DOE 的加工精度也非常重要,本文使用的方法将来可以用于构建 DOE 加工误差与目标面光强均匀度的变化之间的映射关系,基于这种关系可以在设计 DOE 时进行一定的相位补偿,这可以减小加工误差对目标面光强均匀度的影响,这些研究工作将在后续展开。

### 参 考 文 献

[1] Drieschner S, Kloiber F, Hennemeyer M, et al. High quality

diffractive optical elements (DOEs) using SMILE imprint technique[J]. *Advanced Optical Technologies*, 2021, 10(1): 11-16.

- [2] Feng J L, Wang Y J, Liu S Y, et al. Three-dimensional display with directional beam splitter array[J]. *Optics Express*, 2017, 25(2): 1564-1572.
- [3] Zhao T Z, Yu J, Li C Y, et al. Beam shaping and compensation for high-gain Nd: glass amplification[J]. *Journal of Modern Optics*, 2013, 60(2): 109-115.
- [4] Hirose K, Kamei H, Sugiyama T, et al.  $200 \times 200 \mu\text{m}^2$  structured light source[J]. *Optics Express*, 2020, 28(25): 37307-37321.
- [5] 周光亚, 赵小林, 张彤, 等. 连续面型高效率光栅分束器件的设计[J]. *光学学报*, 2000, 20(6): 831-837.  
Zhou G Y, Zhao X L, Zhang T, et al. Design of high-efficiency continuous-surface-relief fan out gratings[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, 20(6): 831-837.
- [6] Thomson M J, Liu J S, Taghizadeh M R. Iterative algorithm for the design of free-space diffractive optical elements for fiber coupling[J]. *Applied Optics*, 2004, 43(10): 1996-1999.
- [7] Wang H C, Yue W R, Song Q, et al. A hybrid Gerchberg-Saxton-like algorithm for DOE and CGH calculation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2017, 89: 109-115.
- [8] Liu J, Gu B. Laser beam shaping with polarization-selective diffractive phase elements[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(18): 3089-3092.
- [9] 蒋宏彬, 刘广智, 曾小平, 等. 基于模拟退火遗传算法的微波光子滤波器特性研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(8): 0817001.  
Jiang H B, Liu G Z, Zeng X P, et al. Characteristics of microwave photonic filter by using simulated annealing genetic algorithm[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, 39(8): 0817001.
- [10] Mahlab U, Shamir J, Caulfield H J. Genetic algorithm for optical pattern recognition[J]. *Optics Letters*, 1991, 16(9): 648-650.
- [11] 黄凡, 张旭坤, 孙陆, 等. 基于遗传算法和模拟退火算法的振动光谱成分分析算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(9): 093001.  
Huang F, Zhang X K, Sun L, et al. Vibration spectral component analysis based on genetic algorithm and simulated annealing algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(9): 093001.
- [12] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. *Applied Optics*, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [13] Fienup J R, Wackerman C C. Phase-retrieval stagnation problems and solutions[J]. *Journal of the Optical Society of*



- America A, 1986, 3(11): 1897-1907.
- [14] Bhattacharya S. Simplified mesh techniques for design of beam-shaping diffractive optical elements[J]. *Optik*, 2008, 119(7): 321-328.
- [15] 刘文静, 庞辉, 曹阿秀, 等. 高衍射效率连续面形分束器的设计与制备[J]. *光子学报*, 2019, 48(7): 0722002.  
Liu W J, Pang H, Cao A X, et al. Design and preparation of continuous surface beam splitter with high diffraction efficiency [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2019, 48(7): 0722002.
- [16] 李玥华, 刘朋, 周京博, 等. 基于 BP 神经网络的结构光光条中心提取[J]. *光学学报*, 2019, 39(12): 1212005.  
Li Y H, Liu P, Zhou J B, et al. Center extraction of structured light stripe based on back propagation neural network[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(12): 1212005.
- [17] 严鸿, 管燕萍. BP 神经网络隐层单元数的确定方法及实例[J]. *控制工程*, 2009, 16(S2): 100-102.  
Yan H, Guan Y P. Method to determine the quantity of internal nodes of back propagation neural networks and its demonstration [J]. *Control Engineering of China*, 2009, 16(S2): 100-102.
- [18] Vijayakumar A, Bhattacharya S. Design and fabrication of diffractive optical elements with MATLAB[M]. Bellingham: SPIE Press, 2017.

## Design of Diffractive Optical Elements with Continuous Phase Distribution Based on Machine Learning

Shao Jiaqiang<sup>1,2\*\*</sup>, Su Zhouping<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>*School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, Jiangsu, China;*

<sup>2</sup>*Jiangsu Provincial Research Center of Light Industrial Opto-Electronic Engineering and Technology, Wuxi 214122, Jiangsu, China*

### Abstract

**Objective** Diffractive optical elements (DOEs) are widely applied in light distribution control such as laser beam shaping, structured light illumination, and beam splitter. Various methods can be utilized to design DOEs, such as Gerchberg-Saxton (GS) algorithm, simulated annealing algorithm (SAA), and Genetic algorithm (GA). These traditional methods can design DOE effectively for a group of initial parameters, such as beam waist radius, wavelength, size of target plane, and distance between DOE and target plane. However, when any parameter is changed, the new phase profile needs to be recalculated, which is time-consuming, especially by global optimization algorithms such as SAA and GA. To overcome the disadvantages, this paper employs a machine learning algorithm to design the DOEs with continuous phase distribution. The mapping relationship of system parameters such as waist radius, size of target plane, and distance between DOE and target plane with DOE phase coefficients is constructed by the neural network. With this relationship, the DOE phase coefficients can be predicted automatically when a set of system parameters are given. It overcomes the limitation of the traditional design methods which need to recalculate the phase distribution when the parameters are changed.

**Methods** Machine learning algorithm is employed to design the DOE with continuous phase distribution, which can be used for laser shaping. Firstly, the grid energy mapping method is applied to calculate the phase distribution data of the DOEs with a set of initial parameters including waist radius, size of target plane, and distance between DOE and target plane. The DOE enables the laser to generate uniform laser irradiance distribution. Secondly, the phase distribution data of DOE elements are fitted into a polynomial. Then 10000 sets of initial parameters are generated. With the 10000 sets of initial parameters, the phase distribution data of 10000 sets of DOEs are calculated by grid energy mapping. The initial parameters of the DOE and DOE phase coefficients are taken as input and output data to train the neural network, respectively. The trained network constructs a mapping relationship between system parameters and phase coefficients. With this relationship, the DOE phase coefficients can be predicted automatically when a set of system parameters are given.

**Results and Discussions** Several important results are obtained as follows.

1) Within the pre-trained range, the trained BP neural network is applied to predict the corresponding DOE phase coefficients. The randomly selected 20 sets of DOE system coefficients are taken as the test samples. The prediction accuracies of the DOE phase coefficients are all above 99.9% (Fig. 6). The uniformity of the laser irradiance generated by the 4 sets of DOEs which are designed by machine learning and energy mapping method respectively is almost the same (Fig. 7 and Fig. 8).

2) The influences of system parameters on the prediction accuracy are studied while the system parameters are beyond the training range. Also, the influence of each parameter on the prediction accuracy is analyzed. When all the parameters

are expanded by 80% and 55% based on the pre-trained range, the accuracy of prediction is above 99.5% and 97.5%, respectively (Fig. 10). It is shown that the size of the target plane has the most obvious influence on the prediction accuracy when the size of the target plane is smaller than the predetermined size (Fig. 11).

**Conclusions** The machine learning algorithm is employed to design DOEs with continuous phase distribution. The parameters of the DOE and DOE phase coefficients are acquired automatically as input and output data respectively to train the neural network. The trained network constructs a mapping relationship between system parameters and phase coefficients. With the relationship, the DOE phase coefficients can be predicted automatically when a set of system parameters are given. The results show that the prediction accuracy of the phase coefficient is above 99.9% within the trained range of the system parameters. When all parameters are expanded by 80% and 55% in both forward and reverse directions based on the pre-trained range, the prediction accuracy remains above 99.5% and 97.5%, respectively. It is also shown that the size of the target plane has the most obvious influence on the prediction accuracy when the size of the target plane is smaller than the predetermined size. In future work, the method may be extended to design the DOE with discontinuous phase distribution.

**Key words** optical devices; optical design; diffractive optical element; beam shaping; neural network; regression analysis