

## 衍射深度神经网络下轨道角动量态的校正

陈侃松<sup>1</sup>, 刘柏麟<sup>1</sup>, 韩成昊<sup>1</sup>, 赵生妹<sup>1,2\*</sup>, 王乐<sup>1</sup>, 詹海潮<sup>1</sup><sup>1</sup>南京邮电大学通信与信息工程学院, 南京 江苏 210023;<sup>2</sup>固体微结构物理国家重点实验室, 南京 江苏 210008

**摘要** 衍射深度神经网络(D2NN)通过无源衍射层的深度学习,可实现快速高效的深度学习功能。利用多组不同湍流强度干扰下的轨道角动量(OAM)态和目标OAM态组成的训练数据集对设计的D2NN网络组件进行训练,更新和优化组件中各参数,直到由D2NN输出的OAM态与目标OAM态的平方误差损失函数达到预定的阈值,便可获得实现高速、高精度的OAM波前校正的D2NN组件。测试结果表明:D2NN迭代次数、衍射层数、训练参数的选择会对组件的校正速度和准确度产生影响,通过D2NN可以实现受大气湍流干扰的OAM态的高精度校正;当大气湍流强度为 $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 、D2NN网络层层数为8时,组件性能最佳,其损失函数相比5层网络层的D2NN降低超过45.45%;而对于更强大气湍流的干扰,可以通过增加网络训练时的迭代次数来提高校正的准确度,迭代20次后损失函数的值降低率达到98.03%;对于湍流强度较弱的干扰,训练时采用纯相位参数,组件的性能更优;而对于强湍流的干扰,训练时采用相位参数与振幅参数两者相结合的方法,组件的性能更优;除此之外,OAM态的拓扑荷值越小,校正后的失真度越小。

**关键词** 衍射深度神经网络; 无源衍射层; 轨道角动量态; 大气湍流; 相位屏

中图分类号 TN929.1;O439

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS230663

## 1 引言

轨道角动量(OAM)作为经典力学和量子力学的基本物理量,是螺旋式相位射线束的自然特性,在近现代得到了广泛的研究。1992年,Allen等<sup>[1]</sup>首次实验证实拉盖尔-高斯(LG)模式光波的每个光子具有 $mh$ 的OAM态( $m$ 为拓扑荷,取值可以从负无穷到正无穷; $h$ 为约化普朗克常数),且不同拓扑荷值的OAM态间相互正交<sup>[2-4]</sup>。作为一种可载荷信息的新颖自由度,OAM现已被广泛地应用于自由空间、光纤和无线等复用通信系统,极大地增加了系统容量和频带利用率<sup>[5-9]</sup>,其中高效OAM态的校正是实现OAM复用通信系统的关键。

2018年,美国加利福尼亚大学洛杉矶分校的Lin等<sup>[10]</sup>在基于光子的神经网络的基础上,摒弃了采用速度缓慢、能耗高的传统电子硬件设备的方法,而利用光波实现了快速、高效、低能耗的深度学习系统,被称为衍射深度神经网络(D2NN)。该网络采用了基于深度学习算法的无源衍射层设计,通过误差反向传播方法进行训练后,能够以接近光速的速度,实现多种复杂的机器学习功能,如手写数字分类、时装分类以及光波段成像透镜等。类比神经网络每层之间神经元相互连接的想法,D2NN每一层的每一点都代表一个神经元,能

够透射或反射入射波。依据瑞利-索末菲衍射原理<sup>[11]</sup>,每一点都能够作为一个次波源,实现与下一层各神经元之间的相互连接。D2NN能够实现传统神经网络中的各种复杂函数,并且能够实现光速并行运算。这为基于深度学习的无源组件进行快速数据分析、图像和目标分类创造了新的机遇。值得注意的是,利用D2NN对OAM态进行快速、高效校正的报道还较少。

本文研究基于D2NN的OAM态的校正方法。首先,设计D2NN组件,制作多组不同湍流强度干扰下的OAM态和目标OAM态组成的训练数据集;其次,对设计的D2NN进行了训练,更新和优化了组件中的各参数,直到由D2NN输出的OAM态与目标OAM态的平方误差损失函数达到预定的阈值,便可获得实现高速、高精度的OAM波前校正的D2NN组件;最后,分析了D2NN的衍射层数、训练参数和网络迭代次数对快速、高效校正效果的影响,找出了性能达到最佳时的D2NN网络层层数和训练参数。所提方法为实现大容量、高质量的下一代无线通信提供了一种高速、高效的校正OAM态的思路与方法。

## 2 基本原理

许多类型的光波都可以携带OAM,其中一种经

收稿日期: 2023-03-13; 修回日期: 2023-05-08; 录用日期: 2023-06-05; 网络首发日期: 2023-06-28

基金项目: 国家自然科学基金(62375140,61871234)、固体微结构物理国家重点实验室开放课题(M36055)

通信作者: \*zhaosm@njupt.edu.cn

典的类型是拉盖尔-高斯光波,简称 LG 光波。LG 光波

的场分布<sup>[12]</sup>可以表示为

$$U_{LG}(r, \varphi, z) = \frac{\exp\left[-\frac{ikr^2z}{2(z^2+z_R^2)}\right]}{w(z)} \sqrt{\frac{2p!}{[\pi(p+|m|)!]}} \left[\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right]^{|m|} L_p^{|m|}\left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \times \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[i(2p+1+|m|)\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right)\right] \exp(im\varphi), \quad (1)$$

式中: $r$ 是光波到传播轴的距离; $\varphi$ 是方位角; $z$ 是传播距离; $k$ 是波数; $w(z)$ 是 LG 光波的半径; $z_R$ 是瑞利距离; $L_p^{|m|}$ 是连带拉盖尔多项式; $(2p+1+|m|)\tan^{-1}(z/z_R)$ 是古依相移; $p$ 是径向指数; $m$ 是拓扑荷数;最重要的是 $\exp(im\varphi)$ ,即相位因子,使 LG 光波能够携带 OAM 信息。

当自由空间光在大气信道中传输时,很容易受到空气分子和尘埃等的吸收和散射,同时还会受到大气湍流的影响。其中,大气湍流会导致光信号的强度闪烁和相位起伏,从而显著影响 OAM 的传输。

可以使用随机相位屏模型来模拟大气湍流信道<sup>[13]</sup>,如图 1 所示。假设 $z=0$ 处的 OAM 光束为 $U_0(x, y, z=0)$ ,其中, $x, y$ 是 $z=0$ 处的空间域坐标。根据菲涅耳衍射公式,在第一个大气湍流相位屏前,光场 $U_{-1}(x', y', z')$ 为

$$U_{-1}(x', y', z') = \frac{j \exp(-jkz)}{\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x, y, z=0) \times \exp\left\{-j\frac{k}{2z}[(x'-x)^2+(y'-y)^2]\right\} dx dy, \quad (2)$$

式中: $j=\sqrt{-1}$ ,是虚数单位; $x', y'$ 是 $z'=z=\Delta z$ 处的空间域坐标( $\Delta z$ 为 $z=0$ 处到第一个大气湍流相位屏之间的距离); $\lambda$ 是波长; $k=2\pi/\lambda$ 是波数。当光束通过第一个相位屏 $\varphi_1(x', y')$ 时,光场变为

$$U_{+1}(x', y', z'|_{z=\Delta z}) = U_{-1}(x', y', z'|_{\Delta z}) \exp[j\varphi_1(x', y')]. \quad (3)$$

重复上述过程,可以获得光场通过第二个大气湍流相位屏的结果,即在式(2)中用 $U_{+1}(x', y', z')$ 替换

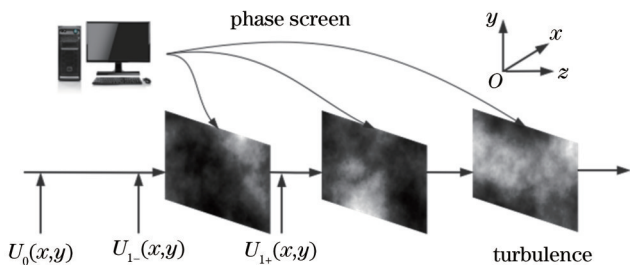


图 1 模拟湍流的随机相位屏模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of random phase screen model for simulating turbulence

$U_0(x, y, z), U_{-2}(x'', y'', z'')$ 替换 $U_{-1}(x', y', z')$ ;式(3)中用 $U_{+2}(x'', y'', z'')$ 替换 $U_{+1}(x', y', z')$ 、 $U_{-2}(x'', y'', z'')$ 替换 $U_{-1}(x', y', z')$ 、 $\varphi_2(x'', y'')$ 替换 $\varphi_1(x', y')$ 。重复这个过程 $M$ 次直至光场通过最后一个大气湍流相位屏。

上述大气湍流相位屏 $\varphi_1(x', y'), \varphi_2(x'', y''), \dots, \varphi_M(x^{M'}, y^{M'})$ 可以通过对相位屏谱 $F_\varphi(k_x, k_y)$ 作傅里叶变换获得,其中 $k_x$ 和 $k_y$ 分别是 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上的频率波数。相位屏谱 $F_\varphi(k_x, k_y)$ 与折射率频谱 $\Phi(k_x, k_y)$ 之间的关系可以描述为

$$F_\varphi(k_x, k_y) = \left(\frac{2\pi}{N\Delta x}\right)^2 2\pi k_0^2 \Delta z \Phi(k_x, k_y), \quad (4)$$

式中: $k_0=2\pi/\lambda$ 是波长为 $\lambda$ 的波数; $\Delta x$ 是 $x$ 方向的网格距离; $y$ 方向的网格距离和 $x$ 方向的网格距离相同; $\Delta z$ 是相邻大气湍流相位屏之间的距离; $N$ 是 $x$ 方向的网格个数; $y$ 方向的网格个数与 $x$ 方向的网格个数相同。其中折射率频谱 $\Phi(k_x, k_y)$ 采用 Hill 模型<sup>[14]</sup>,表示为

$$\Phi(k_x, k_y) = 0.033 C_n^2 \left[ \frac{1 + 1.802 \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_l^2}}}{-0.254 \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_l^2}\right)^{7/12}} \right] \times \exp\left(-\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_l^2}\right) \left(k_x^2 + k_y^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-11/6}, \quad (5)$$

式中: $C_n^2$ 是大气折射率结构参数,用来表征大气湍流的强度; $k_x$ 和 $k_y$ 分别是 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上的频率波数; $k_l=3.3/l_0$ ,其中, $l_0$ 是湍流的内尺度; $L_0$ 是湍流的外尺度。

基于 D2NN 的 OAM 校正模型如图 2 所示。在这种方法中,经过大气湍流干扰的 OAM 信号输入到训练好的 D2NN 组件中,经过多层次波源的衍射,不同像素点会产生相应的输出信号,最终在输出端获得经过校正后的 OAM 信号。

根据瑞利-索末菲衍射方程,令给定的 D2NN 层的每个神经元作为次波源,表示为

$$w_{i,l}(x, y, z) = \frac{z - z_i}{r^2} \left(\frac{1}{2\pi r} + \frac{1}{j\lambda}\right) \exp\left(\frac{j2\pi r}{\lambda}\right), \quad (6)$$

$$r = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}, \quad (7)$$

式中: $l$ 是网络的第 $l$ 层; $i$ 是位于第 $l$ 层 $(x_i, y_i, z_i)$ 处的

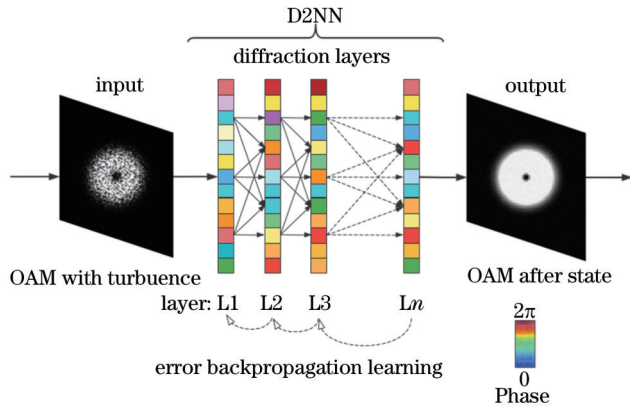


图 2 基于 D2NN 的 OAM 校正模型

Fig. 2 OAM correction model based on D2NN

第  $i$  个神经元。因此,  $l$  层位于  $(x_i, y_i, z_i)$  的第  $i$  个神经元的输出函数  $n_{i,l}$  可以表示为

$$n_{i,l}(x, y, z) = w_{i,l}(x, y, z) \cdot t_{i,l}(x_i, y_i, z_i) \cdot \sum_e n_{e,l-1}(x_i, y_i, z_i), \quad (8)$$

式中:  $e$  是第  $(l-1)$  层的第  $e$  个神经元;  $t_{i,l}(x_i, y_i, z_i) = a_{i,l}(x_i, y_i, z_i) \exp[j\phi_{i,l}(x_i, y_i, z_i)]$ , 其中,  $a_{i,l}(x_i, y_i, z_i)$  是

神经元的振幅,  $\phi_{i,l}(x_i, y_i, z_i)$  是神经元的相位。

用菲涅耳衍射理论<sup>[15]</sup>来简化式(6)~(8)表示的光的传播过程。入射光束的频域分布  $A_{z_{l-1}}(f_x, f_y)$  可以通过第  $(l-1)$  层光场空间分布  $U_{z_{l-1}}(x_{l-1}, y_{l-1})$  的傅里叶变换得到, 表示为

$$A_{z_{l-1}}(f_x, f_y) = \mathfrak{F}[U_{z_{l-1}}(x_{l-1}, y_{l-1})], \quad (9)$$

式中,  $\mathfrak{F}[\cdot]$  表示傅里叶变换。考虑到  $(l-1)$  层上的衍射层  $t_{z_{l-1}}(x_{l-1}, y_{l-1})$  的影响, 该层的输出可以表示为

$$A_{t_{z_{l-1}}}(f_x, f_y) = \mathfrak{F}[U_{z_{l-1}}(x_{l-1}, y_{l-1}) \cdot t_{z_{l-1}}(x_{l-1}, y_{l-1})]. \quad (10)$$

当光束传播到  $l$  层后, 根据菲涅耳衍射理论, 光场可以表示为

$$U_z(x_i, y_i) = \mathfrak{F}^{-1}[A_{t_{z_{l-1}}}(f_x, f_y) \cdot H(f_x, f_y)], \quad (11)$$

式中,  $H(f_x, f_y) = \exp[jk(z_l - z_{l-1})] \exp[-j\pi\lambda(z_l - z_{l-1})(f_x^2 + f_y^2)]$ 。

式(1)所示的 LG 光经过大气湍流后可以表示为

$$U_{z_0}(x_0, y_0) =$$

$$\left( \sqrt{2} \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{w} \right) L_p^m \left[ \frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{w^2} \right] \times \exp[jm \cdot \arctan(y_0/x_0)] \times \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w^2} - jkz\right) \exp[j\psi_{z_0}(x_0, y_0)], \quad (12)$$

式中,  $\psi_{z_0}(x_0, y_0)$  是大气湍流引起的相位扰动。根据 D2NN 的网络结构, 输入的 LG 光束在每层之间传输时, 满足

$$\begin{cases} U_z(x_l, y_l) = \mathfrak{F}^{-1}[A_{t_{z_{l-1}}}(f_x, f_y) \cdot H(f_x, f_y)] \\ A_{t_{z_{l-1}}}(f_x, f_y) = \mathfrak{F}[U_{z_{l-1}}(x_{l-1}, y_{l-1}) \cdot t_{z_{l-1}}(x_{l-1}, y_{l-1})] \\ U_{z_0}(x_0, y_0) = \left( \sqrt{2} \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{w} \right) L_p^m \left[ \frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{w^2} \right] \times \exp[jm \cdot \arctan(y_0/x_0)] \times \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w^2} - jkz\right) \exp[j\psi_{z_0}(x_0, y_0)] \end{cases} \quad (13)$$

假设 D2NN 有  $M$  层, 利用误差反向传播算法和随机梯度下降优化方法对网络进行训练。损失函数是输出平面光场  $U_{z_{M+1}}(x_{M+1}, y_{M+1})$  和目标  $g_{M+1}$  之间的均方误差 (MSE), 表示为

$$E[t(x, y)] = |U_{z_{M+1}}(x_{M+1}, y_{M+1}) - g_{M+1}|^2. \quad (14)$$

该网络的训练任务是优化

$$\min_{t(x,y)} E[t(x, y)], \quad \text{s.t. } 0 \leq |a_{i,l}(x_i, y_i, z_i)| \leq 1,$$

$$0 \leq \phi_{i,l}(x_i, y_i, z_i) \leq 2\pi. \quad (15)$$

令每个给定层上的神经元充当波的次级源, 其振幅和相位由该神经元处的复值传输或反射系数与输入波的乘积确定。因此, D2NN 中的人工神经元由次级波连接到下一层中的其他神经元。类比深度神经网络,

每个神经元的传输或反射系数可以看作可学习的网络参数, 在衍射网络的训练过程中使用误差反向传播方法进行迭代调整。经过数值训练阶段后, 固定 D2NN 的设计, 确定所有层神经元的传输或反射系数。使用 3D 打印或光刻等技术制造出物理上的 D2NN 衍射组件后, 它可以以光速执行受过训练的特定任务, 因此仅使用光学衍射组件就可以创建一种高效快速的实现机器学习任务的方式。

### 3 结果与讨论

峰值信噪比 (PSNR) 是一种常用于图像处理领域中的客观评价方法, 通常使用 MSE 进行计算<sup>[14]</sup>, 定义为



$$R_{\text{PSNR}} = 10 \cdot \lg \left( \frac{V_{\text{L,max}}^2}{R_{\text{MSE}}} \right) = 20 \cdot \lg \left( \frac{V_{\text{L,max}}}{\sqrt{R_{\text{MSE}}}} \right), \quad (16)$$

式中:  $V_{\text{L,max}}$  是图像灰度值的最大数值;  $R_{\text{MSE}}$  是均方误差。  $R_{\text{PSNR}}$  越大, 重建图像质量越高。

结构相似性 (SSIM) 是衡量两张图像相似度的指标, 可以测量增强后的图像与真实图像之间的差异, 从而指导学习过程。假设输入的两张图像分别是  $X$  和  $Y$ , 那么 SSIM 表示为

$$S_{\text{SSIM}}(X, Y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\delta_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2\mu_y^2 + C_1)(\delta_x^2\delta_y^2 + C_2)}, \quad (17)$$

式中:  $\mu_x$  和  $\mu_y$  分别是  $X$  和  $Y$  的平均值;  $\delta_x^2$  和  $\delta_y^2$  分别是  $X$  和  $Y$  的方差;  $\delta_{xy}$  是  $X$  和  $Y$  的协方差;  $C_1$  和  $C_2$  是常数, 在这里把  $C_1$  和  $C_2$  设定为 1。

### 3.1 训练数据的制备

制备 LG 光束的强度和相位数据集。首先根据式

(1) 产生未经湍流的 LG 光束, 其中波长设定为  $1.55 \mu\text{m}$ , 光波束腰设定为  $30 \text{ mm}$ ; 再依据式 (4)、(5) 产生大气湍流相位屏, 其中参数设定为: 内尺寸  $l_0 = 0.001 \text{ m}$ , 外尺寸  $L_0 = 50 \text{ m}$ ,  $\Delta x = \Delta y = 2 \text{ mm}$ ,  $\Delta z = 100$ ,  $N = 128$ ; 然后根据式 (2)、(3), 生成式 (1) 产生的 LG 光束经过式 (4)、(5) 产生的大气湍流相位屏之后的 LG 光束; 再依据式 (4)、(5) 产生一个新的大气湍流相位屏, 依据式 (2)、(3) 产生经过新的大气湍流相位屏的 LG 光束。重复上述过程 20 次, 最终获得经过大气湍流之后的 LG 光场。整个过程如图 1 所示。将 LG 光波受湍流影响的畸变强度图和相位图作为整个网络的数据集。

图 3、4 是用于训练的部分数据集, 显示了在不同拓扑荷数下, LG 光波在不同湍流干扰下的强度图。可以看出: 随着大气湍流强度由弱到强的变化, OAM 态受到的干扰程度逐渐增大; 同时, OAM 态的拓扑荷越大, 受大气湍流干扰的影响也越大。

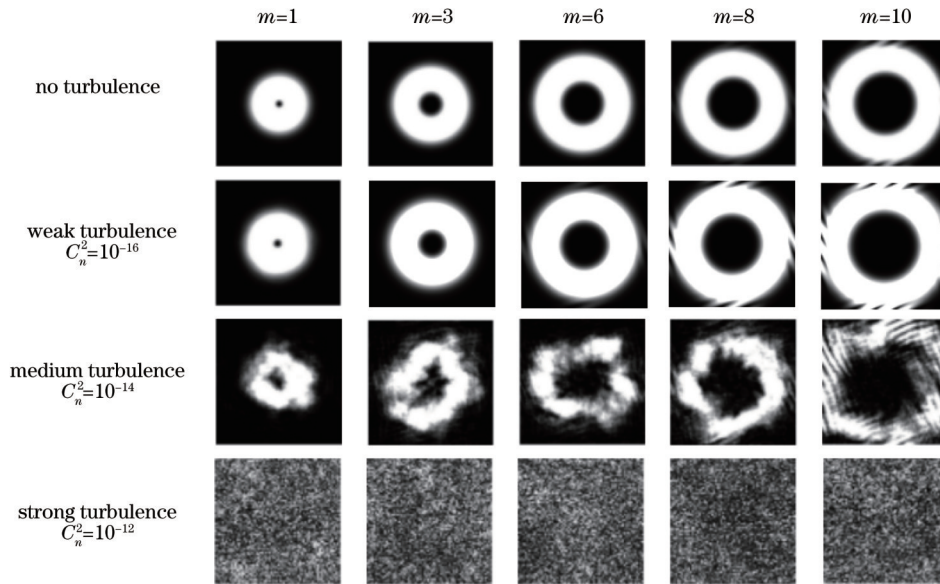


图 3 不同拓扑荷数的 LG 光波在不同湍流干扰下的强度图

Fig. 3 Intensity maps of LG beam with different topological loads under different turbulent disturbances

表 1 展示了三种大气湍流相位屏和 LG 光束在受其干扰下对应的畸变强度图。

### 3.2 基于 D2NN 的校正

基于训练好的 D2NN 网络组件, 将畸变的强度图和相位图代入 D2NN 测试其校正效果。在湍流强度为  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  的干扰下, 不同拓扑荷数的畸变 LG 光束经 D2NN 校正的结果如图 5 所示。

同时, 对不同湍流干扰、不同网络迭代次数和不同拓扑荷数下的 OAM 干扰强度图进行了测试, 并计算了校正后的 OAM 态强度图与原始 OAM 态强度图之间的 PSNR 值变化。图 6、7 是使用与图 3、4 相同的数据集得出的结果。图 6 是不同湍流干扰下的 LG 光波强度的 PSNR 变化图, 可以看出: 随着迭代次数的增加, 不同湍流强度干扰下 D2NN 网络组件的校正性能

得到了提升, PSNR 值也随之增加; 当迭代次数超过 14 次后, 由训练好的 D2NN 网络组件校正后的 PSNR 值都趋于稳定, 并且大于 30, 表明 OAM 态已被校正至接近于原始 OAM 态。同时, 由图 6 可知, 在相同迭代次数下, 大气湍流强度越小, 训练好的 D2NN 网络组件校正后的 PSNR 值越大, 说明在弱大气湍流干扰下校正的效果最好。当迭代 20 次时, 弱湍流的 PSNR 值比中湍流的 PSNR 值高 4.21%, 中湍流的 PSNR 值比强湍流的 PSNR 值高 3.39%。

图 7 是不同拓扑荷值下 OAM 态的校正效果图。由图 7 可知, OAM 态的拓扑荷值越小, 训练好的 D2NN 网络组件校正后的 PSNR 值越大。该 D2NN 网络组件对拓扑荷值小的 OAM 态具有更好的校正效果。当迭代 20 次时, 拓扑荷数值为 1 的湍流 PSNR 值

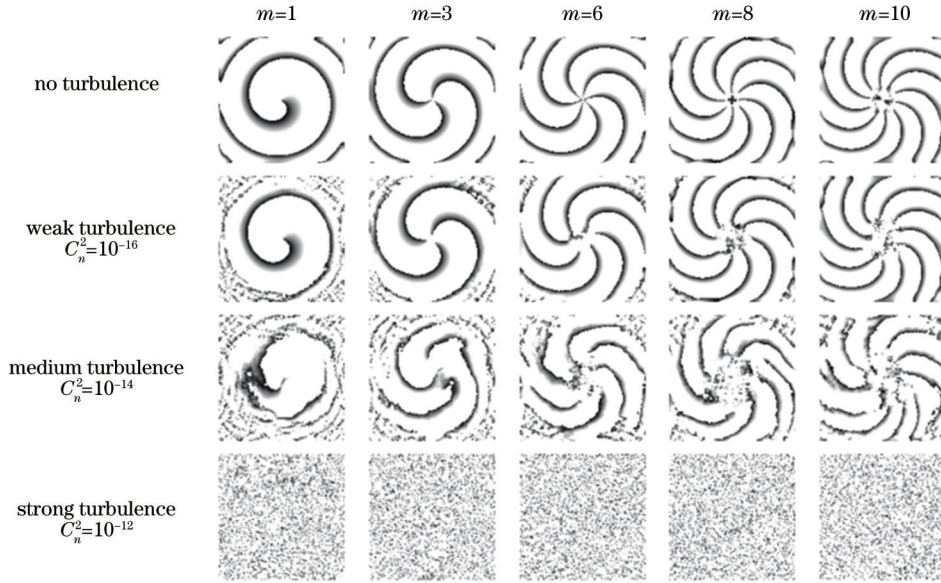


图 4 不同拓扑荷数的 LG 光波在不同湍流干扰下的相位图

Fig. 4 Phase diagrams of LG beam with different topological loads under different turbulence interferences

表 1 不同湍流下的 LG 光束与其相位屏

Table 1 Intensity plots of LG beams and phase screens under different turbulence interferences

	$C_n^2=10^{-16}$	$C_n^2=10^{-14}$	$C_n^2=10^{-12}$
Intensity			
Phase screen			

比拓扑荷数值为 3 的湍流 PSNR 值高 11.28%；拓扑荷数值为 3 的湍流 PSNR 值比拓扑荷数值为 6 的湍流 PSNR 值高 7.41%。

### 3.3 不同参数下 D2NN 的校正

如式(8)所示, D2NN 衍射层的参数可以描述为各次波源的振幅、相位或二者结合, 因此, D2NN 组件可以用不同参数描述。下面讨论不同参数对 D2NN 组件校正能力的影响。对于设计的 D2NN, 依次考虑仅以相位、仅以振幅或二者结合作为参数, 并以损失函数和相似度的变化情况作为参考依据评估组件的校正能力。

首先, 在讨论三种 D2NN 网络参数的影响之前, 需要确定 D2NN 网络层的最佳层数。为此, 使用相同的输入图像对不同网络层层数的 D2NN 进行训练, 并根据损失函数和相似度的大小来评估网络性能。表 2~4 分别展示了仅使用相位、仅使用振幅、同时使用相位和振幅作为 D2NN 网络参数, 损失函数和相似度大小的

结果。其他的仿真参数为: 湍流大小为  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ; 每层神经元数量为  $200 \times 200$ 。网络层从 5 层增加至 9 层, 根据训练集所得损失函数、相似度与迭代次数的变化情况, 分析 OAM 态的校正效果。

从表 2 中可以看出: 当仅采用相位参数时, 网络层为 7 层时, 损失函数、相似度最大; 继续增加网络层层数会导致损失函数回升, 相似度降低; 其中 7 层的 D2NN 相比 5 层的 D2NN 的训练损失函数下降了 41.67%, 测试损失函数下降了 30.00%, 相似度提高了 47.30%。由表 3 可知: 仅采用振幅参数时, 网络层为 8 层时, 损失函数最小, 相似度最大; 之后再增加网络层层数, 损失函数和相似度基本不变; 其中 8 层的 D2NN 相比 5 层的 D2NN 的训练损失函数下降了 50.00%, 测试损失函数下降了 45.45%, 相似度提高了 53.93%。由表 4 可知: 若训练时同时使用相位参数与振幅参数, 网络层为 8 层时, 损失函数最小, 相似度最大; 之后再增加网络层层数, 损失函数和相似度基本不变; 其中 8 层的 D2NN 相比 5 层的 D2NN 的训练损失函数下降了 69.23%, 测试损失函数下降了 45.45%, 相似度提高了 20.86%。经比较后发现, 在相同情况下, 同时使用相位和振幅比仅使用相位和仅使用振幅的校正效果更好。

随着迭代次数与训练层数的增加, 训练 D2NN 的时间也会增加。以 2000 张图片作为训练集, 1000 张图片作为测试集, 在处理器 Intel(R) Core(TM) i7-10710U CPU @ 1.10 GHz 1.61 GHz、机带 RAM 16.0 GB (15.8 GB 可用) 的配置情况下, 平均每增加一层会导致每一次迭代时间增加 34.43 s。当 D2NN 的网络层为 8 层时, 平均单次迭代所需要的训练时间为 376.90 s, 且迭代 20 次相比仅迭代 1 次时的损失函

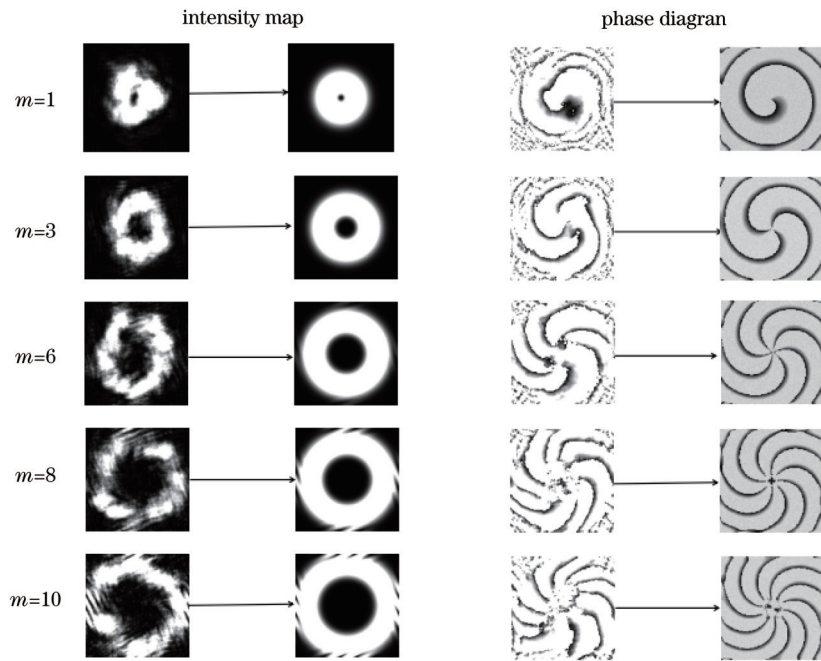


图 5 不同拓扑荷数下强度和相位校正前后对比

Fig. 5 Comparison before and after intensity and phase correction under different topological loads

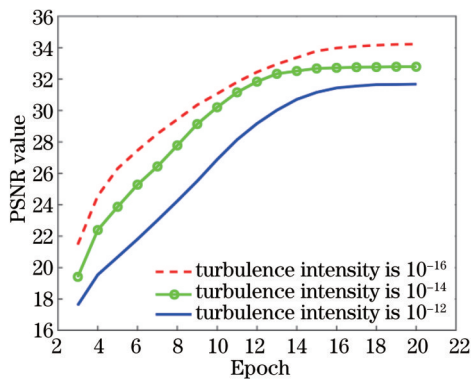


图 6 不同湍流干扰下随 D2NN 迭代次数变化的 OAM 态强度图的 PSNR 值变化

Fig. 6 PSNR value variation of OAM state intensity images with variation of iteration times of D2NN under different turbulence disturbances

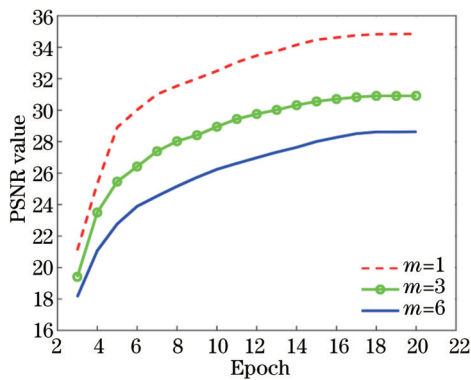


图 7 不同拓扑荷数值下 OAM 态的校正效果

Fig. 7 OAM state correction effects under different topological loads

表 2 训练时仅采用相位参数时不同网络层数下的损失函数和相似度大小

Table 2 Loss function size and similarity magnitude under different network layers when only phase parameters are used in training

Index	5 layers	6 layers	7 layers	8 layers	9 layers
Train_loss	0.0012	0.0011	0.0007	0.0008	0.0009
Valid_loss	0.0010	0.0008	0.0007	0.0006	0.0008
SSIM	0.277	0.322	0.408	0.402	0.391

表 3 训练时仅采用振幅参数时不同网络层数下的损失函数和相似度大小

Table 3 Loss function size and similarity magnitude under different network layers when only amplitude parameters are used in training

Index	5 layers	6 layers	7 layers	8 layers	9 layers
Train_loss	0.0012	0.0008	0.0006	0.0006	0.0006
Valid_loss	0.0011	0.0009	0.0007	0.0006	0.0006
SSIM	0.521	0.667	0.714	0.802	0.801

表 4 训练时相位与振幅参数相结合时不同网络层数下的损失函数和相似度大小

Table 4 Loss function size and similarity magnitude under different network layers when phase and amplitude parameters are combined in training

Index	5 layers	6 layers	7 layers	8 layers	9 layers
Train_loss	0.0013	0.0009	0.0006	0.0004	0.0004
Valid_loss	0.0011	0.0008	0.0007	0.0006	0.0006
SSIM	0.671	0.705	0.736	0.811	0.804

数降低率达到了 98.03%。

为了验证网络具有一定优势,分别比较了卷积神



神经网络 (CNN) 的训练时间和损失函数。结果显示: D2NN 的训练速度以及损失函数都优于 CNN; CNN 迭代 10 次所需花费的时间长达 5572.41 s, 且其损失函数值为 0.051; 而相同情况下 D2NN 所需要的时间仅为 3767.02 s, 损失函数值为 0.038。

当 D2NN 的网络层为 8 层、湍流大小为  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  时, 分别计算同时使用相位和振幅、仅用振幅和仅用相位作为网络参数的 D2NN 输出 LG 强度图的 PSNR 值, 其结果分别为 14.27、14.25、13.76。

图 8 展示了在湍流大小为  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 、D2NN 网络层数为 8 的情况下, 根据训练集所得损失函数与迭代次数的变化情况进行 OAM 态校正的结果。同时, 图 9 是与图 8 相同条件下测试集所得损失函数与迭代次数的变化情况。图 8 和图 9 都表明, 随着训练次数的增加, 仅用相位、仅用振幅和同时使用相位和振幅作为网络参数的 D2NN 的损失函数值将逐渐减小并收敛于一个常数。可见, 以振幅与相位结合作为参数的 D2NN 的性能略优于仅以振幅作为参数的 D2NN, 而仅以相位作为参数的 D2NN 的性能差于其他两种参数下 D2NN 的性能。

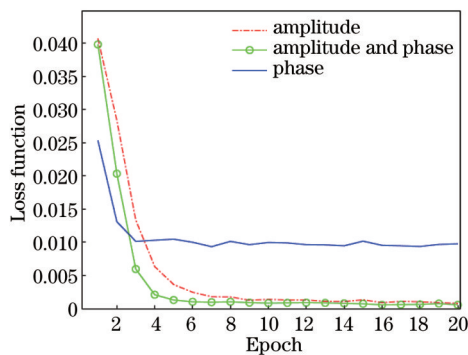


图 8 不同参数下训练所得损失函数的变化

Fig. 8 Trained loss function against epochs with different parameters

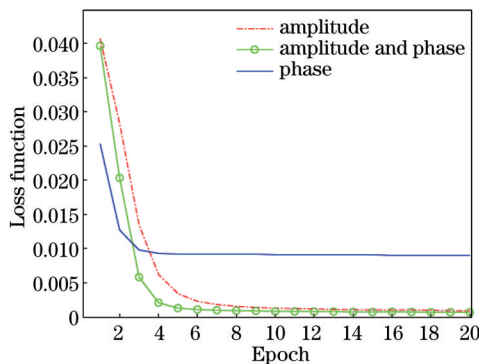


图 9 不同参数下测试所得损失函数的变化

Fig. 9 Tested loss function against epochs with different parameters

## 4 结 论

提出了一种基于 D2NN 的 OAM 态校正方法, 并对

D2NN 的迭代次数、训练层数、训练参数和 OAM 态拓扑荷数等因素对校正效果的影响进行了讨论。结果表明: D2NN 的迭代次数越大, 校正效果越好, 但相应的校正时间也会增长; 当网络的衍射层层数为 8 时, 各种参数下 D2NN 均可获得较小的损失函数; 当湍流干扰强度较弱、迭代次数需求较低时, 可以采用纯相位作为参数进行训练, 以获得较高的准确度; 一般情况下, 选择相位参数与振幅参数结合的训练参数, 损失函数值最小; 拓扑荷数越小, 校正后 OAM 态的失真度越小, 准确程度越高。该方法具有快速高效的学习功能, 为 OAM 态的快速高效校正提供了一种新的实现途径。

## 参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] 杜浩波, 陈君, 傅钢坤, 等. 基于卷积神经网络和多孔干涉仪的分数完美涡旋光束轨道角动量的识别[J]. *光学学报*, 2023, 43(4): 0426001.  
Du H B, Chen J, Fu G K, et al. Recognition of orbital angular momentum of fractional perfect optical vortex beam based on convolutional neural network and multiaperture interferometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2023, 43(4): 0426001.
- [3] 吴琼, 李海英, 丁炜, 等. 基于 ResNeXt 网络的扰动轨道角动量谱识别[J]. *中国激光*, 2021, 48(17): 1706003.  
Wu Q, Li H Y, Ding W, et al. Disturbance orbital angular momentum spectrum recognition based on ResNeXt network [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(17): 1706003.
- [4] 史晨寅, 韦宏艳, 贾鹏, 等. 基于机器学习检测相位畸变后的涡旋光束轨道角动量[J]. *光子学报*, 2022, 51(1): 0151123.  
Shi C Y, Wei H Y, Jia P, et al. Detect the orbital angular momentum of vortex beams after phase distortion based on machine learning [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2022, 51(1): 0151123.
- [5] Tan H Y, Deng J H, Zhao R Z, et al. A free-space orbital angular momentum multiplexing communication system based on a metasurface [J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2019, 13(6): 1800278.
- [6] Zhu L, Wang A D, Chen S, et al. Orbital angular momentum mode groups multiplexing transmission over 2.6-km conventional multi-mode fiber [J]. *Optics Express*, 2017, 25(21): 25637-25645.
- [7] Lee I, Sawant A, Choi E. High-directivity orbital angular momentum antenna for millimeter-wave wireless communications [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2021, 69(7): 4189-4194.
- [8] Zhao Y F, Yao Y, Xu K, et al. Circular polarization shift-keying modulation based on orbital angular momentum division multiplexing in free space optical communication [J]. *Optics Communications*, 2020, 475: 126165.
- [9] Singh M, Atieh A, Grover A, et al. Performance analysis of 40 Gb/s free space optics transmission based on orbital angular momentum multiplexed beams [J]. *Alexandria Engineering Journal*, 2022, 61(7): 5203-5212.
- [10] Lin X, Rivenson Y, Yardimci N T, et al. All-optical machine learning using diffractive deep neural networks [J]. *Science*, 2018, 361(6406): 1004-008.
- [11] Qian C, Lin X, Lin X B, et al. Performing optical logic operations by a diffractive neural network [J]. *Light: Science & Applications*, 2020, 9: 59.
- [12] 潘孙翔, 赵生妹, 王乐, 等. 水下轨道角动量态传输特性的实验研究 [J]. *光学学报*, 2018, 38(6): 0606004.

- Pan S X, Zhao S M, Wang L, et al. Experimental investigation of underwater propagation characteristics of orbital angular momentum[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(6): 0606004.
- [13] Zhao S M, Leach J, Gong L Y, et al. Aberration corrections for free-space optical communications in atmosphere turbulence using orbital angular momentum states[J]. *Optics Express*, 2011, 20(1): 452-461.
- [14] Zhao S M, Wang B, Gong L Y, et al. Improving the atmosphere turbulence tolerance in holographic ghost imaging system by channel coding[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2013, 31(17): 2823-2828.
- [15] Zhao Q S, Hao S Q, Wang Y, et al. Orbital angular momentum detection based on diffractive deep neural network[J]. *Optics Communications*, 2019, 443: 245-249.

## Correction of Orbital Angular Momentum State Based on Diffractive Deep Neural Network

Chen Kansong<sup>1</sup>, Liu Bailin<sup>1</sup>, Han Chenghao<sup>1</sup>, Zhao Shengmei<sup>1,2\*</sup>, Wang Le<sup>1</sup>, Zhan Haichao<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*School of Communications and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, Jiangsu, China;*

<sup>2</sup>*National Laboratory of Solid State Microstructures, Nanjing 210008, Jiangsu, China*

### Abstract

**Objective** As the basic physical quantity of classical mechanics and quantum mechanics, orbital angular momentum (OAM) is a natural characteristic of the spiral phase beams and has been widely studied in modern times. Meanwhile, the OAM states of different topological charges are orthogonal to each other, which can be employed as a new degree of freedom of information. Thus, OAM state has been applied to a variety of multiplexing communication systems, and the OAM state correction is the key to realize these multiplexing communication systems.

We propose a high-precision OAM state correction method based on a diffractive deep neural network (D2NN) because D2NN has almost zero energy deep learning function, and is faster and more accurate than that of the traditional deep learning network, CNN. As D2NN can realize various complex functions in traditional computer neural networks and perform parallel operations at the speed of light, the proposed method will provide a high-speed and efficient OAM state correction for realizing large-capacity and high-quality for the next-generation wireless communication.

**Methods** We study a D2NN-based OAM correction method. First, the D2NN component is obtained mainly through the training dataset composed of multiple sets of OAM states and the target OAM states under different turbulence interference. Second, the designed D2NN network components are trained, and the parameters in the components are updated and optimized until the square error loss function of the OAM state and the target OAM state output from the D2NN component reaches a predetermined threshold. Then, the D2NN component is obtained, and can achieve the wavefront correction with high-speed and high-precision. The influence of the training parameters and the network iteration times on the proposed correction method is discussed, and the number of D2NN network layers and the training parameters with the best performance are presented. Finally, after the physically D2NN diffractive component is fabricated, using techniques such as 3D printing or lithography, one can perform the specific task by adopting only optical diffraction components.

**Results and Discussions** We propose a fast and efficient OAM state correction method based on D2NN to significantly reduce the training time and the loss function compared with the correction method based on the traditional CNNs. Furthermore, the environment configuration required by D2NN is not high and can be widely utilized. Meanwhile, we adjust the number of diffraction layers, the training parameters, and the network iterations in the designed D2NN to find the best correction performance. Additionally, the training parameters, with only amplitude as parameters, only phase as parameters, and both the phase and amplitude as parameters are discussed. The results show that the D2NN-based correction method performs optimally under medium turbulence (atmospheric turbulence intensity of  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ), with 8 diffraction layers (Table 4), and both the amplitude and phase used as the training parameters. As the number of network iterations increases, the loss function value in the proposed correction method will gradually decrease and converge to a constant (Figs. 8 and 9). In addition, the influence of the topological charge of the OAM state in the dataset on the correction effect is also studied. The comparison of the peak signal-to-noise ratio (PSNR) of the corrected OAM state shows that a smaller topological charge leads to a smaller distortion degree and a higher accuracy, with the PSNR greater



than 30. This indicates that the OAM state has been corrected to be close to the original OAM state (Fig. 7).

**Conclusions** The selection of iteration times, layers, and training parameters in the designed D2NN component will affect the correction speed and accuracy, and the high-precision OAM state correction can be realized through the designed D2NN component. When the atmospheric turbulence intensity is  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , the designed D2NN component has the best performance when the layer number is 8, and the phase and amplitude are adopted as the parameters. Meanwhile, the loss function is reduced by more than 45.45% compared with those of the D2NN component when the layer number is 5. For the strong atmospheric turbulence, the correction accuracy can be improved by increasing the iteration number during the network training, since the reduction rate of the loss function in 20 iterations reaches 98.03%. For weak turbulence, only phase parameters can be employed for training. For strong turbulence, the method combining the phase and the amplitude parameters is better in training. In addition, a smaller topological charge leads to a smaller corrected distortion. The proposed method has a fast and efficient learning function to provide a new implementation method for OAM state correction.

**Key words** diffractive deep neural network; passive diffractive layer; orbital angular momentum state; atmospheric turbulence; phase screen