

双光束任意入射各向异性涂层球的散射特性

白靖^{1*}, 高宇¹, 葛城显², 吴振森³¹西安邮电大学电子工程学院, 陕西 西安 710121;²中国电子科技集团公司第三十九研究所, 陕西 西安 710065;³西安电子科技大学物理学院, 陕西 西安 710071

摘要 基于广义洛伦兹-米理论, 研究两个聚焦的高斯光束沿着任意方向入射单轴各向异性涂层球的散射特性。基于球矢量波函数的正交特性, 推导得到双高斯光束的球矢量波函数展开表达式。通过引入傅里叶变换, 求解得到各向异性涂层区域内的电磁场展开式, 将涂层球各区域的电磁场用球矢量波函数展开, 再结合边界条件, 得到沿任意方向传播的双高斯光束入射到涂层球的散射系数和雷达散射截面。数值模拟了雷达散射截面随散射角变化的分布, 将单轴各向异性涂层球退化为单轴各向异性球时的散射结果与文献进行对比, 结果十分吻合。分析双光束的入射角、粒子内半径、涂层厚度与内半径的比值、电和磁各向异性对散射强度及其散射角分布的影响。该理论和数值分析能够为激光对涂层颗粒的探测、散射以及光学操作提供有益帮助。

关键词 散射; 球矢量波函数; 双光束; 单轴各向异性涂层球

中图分类号 O433; O432; O451

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231194

1 引言

自洛伦兹-米理论被提出以来, 微小粒子对电磁波的散射和吸收作用得到广泛关注^[1-4]。近年来, 带有涂层的介质球因其在各种领域中的广泛应用而受到大量学者的青睐, 包括雷达散射截面(RCS)^[5]、纳米材料^[6]以及光谱学^[7]等领域。研究涂层球的电磁散射方法可以分为数值分析方法和解析方法。其中, 数值分析方法包括时域有限级数法、矩量法、离散偶极子方法等^[8-11]。相对而言, 解析方法是利用 Maxwell 方程组进行严格推导以获取模型的精确解, 因此具有更深远的物理意义。1991年, Wu等^[12]提出了一种计算多层球散射解的递归算法, 研究了平面波对多层球的电磁散射。Geng等^[13-15]基于各向同性介质的球矢量波函数, 研究了平面电磁波入射时带有不同介质涂层的阻抗所产生的电磁散射问题, 其中涂层介质包括单轴各向异性涂层(UAC)、等离子涂层和铁氧体涂层等。2011年, Wu等^[16]利用局域近似法得到了离轴高斯光束的波形因子, 并研究了UAC球受高斯光束离轴入射时的电磁散射情况。2017年, Pascale等^[17]提出了一种新的散射场表达式, 可用于均匀厚度涂层球, 该表达式可以利用与涂层材料无关的本征模来表示散射场的展开系

数, 并分析核壳粒子的共振现象。同年, Bian等^[18]基于带电球体的散射理论, 研究了带有石墨烯涂层的负折射率纳米粒子的光散射特性。2018年, Ahmed等^[19]利用 T 矩阵方法研究了带有介电涂层的正交晶系介电电磁球的电磁散射。2021年, Gao等^[20]基于洛伦兹-米理论推导得出带电涂层球的电磁散射解析解, 并对该涂层球的散射特性进行分析。结果显示, 当球表面带电时, 消光效率受两层半径比和表面电位的影响。

上述文献中主要研究了单个平面电磁波和单个高斯光束对涂层球的散射特性。然而在微小粒子的光学操作中, 利用两个或多个光束来实现对微粒的捕获和操作比仅用单个激光更容易^[21]。因此, 为实现涂层球的光学操作, 研究两个聚焦高斯光束对UAC球的电磁散射问题十分必要。由于各向异性材料在不同方向上的介电常数和磁导率不同, 当激光沿不同方向入射UAC球时, 其内部电磁场会发生显著变化, 从而对其表面的RCS产生重大影响, 并且UAC球的整体结构非均匀, 需要考虑两层边界条件。因此, 相较于单个均匀球形粒子, 研究涂层球的RCS更加复杂。

本文主要研究两个聚焦高斯光束沿任意方向入射UAC球的散射问题。在广义洛伦兹-米理论(GLMT)的基础上, 将单波束的波形因子扩展到双波束, 结合边

收稿日期: 2023-06-28; 修回日期: 2023-08-29; 录用日期: 2023-09-04; 网络首发日期: 2023-10-23

基金项目: 国家自然科学基金(62001377, 62101445, 61571355, 61601355, 61308025)、陕西省自然科学基金(2023-JC-QN-0657, 2023-JC-QN-0774, 2022KJXX-95, 2020JQ-843)、西安市科协青年人才托举计划项目(959202313013)

通信作者: *jbaiyoudian@163.com

界条件给出各区域的球矢量波函数展开式,推导得到双高斯光束照射下 UAC 球的散射系数和 RCS。分析光束和粒子的各参数对散射强度及其散射角分布的影响。

2 基本原理

2.1 双高斯光束的展开

如图 1(a) 所示,两个高斯光束沿任意方向入射 UAC 球,分别建立 $oxyz$ 粒子坐标系、 $o_1x_1y_1z_1$ 光束 1 坐标系和 $o_2x_2y_2z_2$ 光束 2 坐标系。将研究区域分为三部分:区域 0 为外部背景,其介电常数和磁导率分别为 ϵ_0 和 μ_0 ;区域 1 为 UAC 区域,其介电常数和磁导率分别

为 $\bar{\epsilon}$ 和 $\bar{\mu}$;区域 2 为各向同性介质,其介电常数和磁导率分别为 ϵ'' 和 μ'' 。假设 UAC 介质的主光轴沿 z 轴,整个涂层球的尺寸为 $a(a = b + t)$, b 和 t 分别为涂层球内半径和涂层厚度。两个高斯光束的束腰中心分别位于 o_1 和 o_2 处,且位于 $oxyz$ 粒子坐标系的 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 处。 z_1 轴和 z_2 轴分别代表光束 1 和光束 2 的传播方向, x_1 轴和 x_2 轴分别代表光束 1 和光束 2 的极化方向, \mathbf{K}_1 和 \mathbf{K}_2 分别代表光束 1 和光束 2 的波矢量。由于存在三个不同的坐标系,模型分析更加困难。在此将三个坐标系中的变量统一转换到 $oxyz$ 粒子坐标系下进行处理。

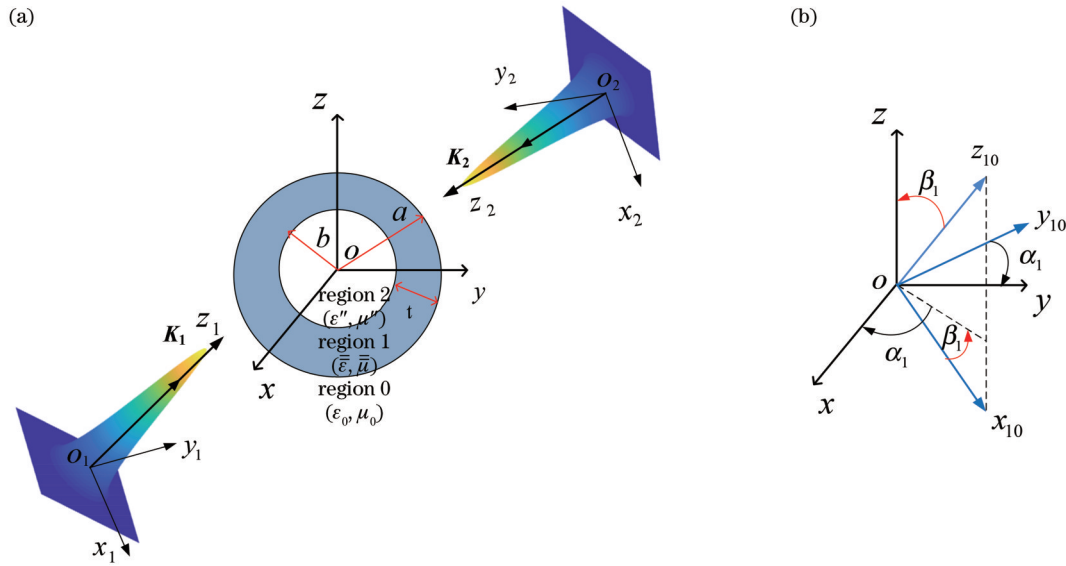


图 1 两个高斯光束沿任意方向入射 UAC 球的示意图(a)和坐标旋转结构图(b)

Fig. 1 Schematic diagram of two Gaussian beams incident on a UAC sphere along arbitrary directions(a) and coordinate rotation structure diagram(b)

下面以光束 1 为例,如图 1(b) 所示,建立一个平行于光束 1 坐标系 $o_1x_1y_1z_1$ 的临时坐标系 $ox_{10}y_{10}z_{10}$, 其中 α_1 和 β_1 代表光束 1 的极化角和入射角。根据球矢量波函数,光束 1 的入射电磁场在 $ox_{10}y_{10}z_{10}$ 中可以表示为

$$E_{10,\text{inc}} = E_1 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{10,mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_{10}, k_0) + B_{10,mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_{10}, k_0)], \quad (1)$$

$$H_{10,\text{inc}} = \frac{E_1 k_0}{i\omega_0 \mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{10,mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_{10}, k_0) + B_{10,mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_{10}, k_0)], \quad (2)$$

式中:“10”为在临时坐标系 $ox_{10}y_{10}z_{10}$ 下光束 1 的参数; E_1 为束腰中心处的电场振幅; $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$ 为位置矢量, \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 和 \mathbf{e}_z 是笛卡儿坐标系中的单位矢量; k_0 为背景介质的波数; ω_0 为角频率; μ_0 为背景介质的磁导率; $A_{10,mn}$ 和 $B_{10,mn}$ 为光束 1 的展开系数。 $M_{mn}^{(l)}$ 和 $N_{mn}^{(l)}$ 是球矢量波函数,具体表达式^[22-23]为

$$M_{mn}^{(l)} = z_n^{(l)}(kr) \left[im \frac{P_{m,n}(\cos \theta)}{\sin \theta} e^{im\phi} \hat{\theta} - \frac{dP_{m,n}(\cos \theta)}{d\theta} e^{im\phi} \hat{\phi} \right], \quad (3)$$

$$N_{mn}^{(l)} = n(n+1) \frac{z_n^{(l)}(kr)}{kr} P_{m,n}(\cos \theta) e^{im\phi} \hat{r} + \frac{1}{kr} \frac{d[rz_n^{(l)}(kr)]}{dr} \left[\frac{dP_{m,n}(\cos \theta)}{d\theta} e^{im\phi} \hat{\theta} + im \frac{P_{m,n}(\cos \theta)}{\sin \theta} e^{im\phi} \hat{\phi} \right], \quad (4)$$

式中: \hat{r} 、 $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\phi}$ 分别为球坐标系下的三个正交单位矢量; r 、 θ 和 ϕ 表示空间坐标位置, kr 为波数与位置矢量 \mathbf{r} 的模长的乘积; $P_{m,n}(\cos \theta)$ 为 Legendre 函数; $z_n^{(l)}(kr)$ 为球 Bessel 函数,“ l ”代表 Bessel 函数的种类, $l = 1, 2, 3, 4$ 分别代表第一类球 Bessel 函数 $j_n(kr)$ 、第二类球 Bessel 函数 $y_n(kr)$ 、第一类 Hankel 函数 $h_n^{(1)}(kr)$ 和第二类 Hankel 函数 $h_n^{(2)}(kr)$ 。利用 Legendre 函数和指数函数的正交特性,可以得到展开系数的具体表达式^[13]

$$\begin{pmatrix} A_{10, mn} \\ B_{10, mn} \end{pmatrix} = C_{mn} \begin{pmatrix} ig_{m, n, TE} \\ g_{m, n, TM} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

式中:

$$C_{mn} = \begin{cases} i^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}, & m \geq 0 \\ (-1)^{|m|} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} i^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}, & m < 0 \end{cases}, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} g_{m, n, TM} \\ ig_{m, n, TE} \end{bmatrix} = (-1)^{m-1} \frac{1}{2} K_{mn} \psi \exp(ik_0 z_{10}) \left\{ \exp[i(m-1)\varphi_0] J_{m-1} \left(2 \frac{\bar{Q} \rho_0 \rho_n}{\omega_{01}^2} \right) \pm \exp[i(m+1)\varphi_0] J_{m+1} \left(2 \frac{\bar{Q} \rho_0 \rho_n}{\omega_{01}^2} \right) \right\}. \quad (7)$$

其中,

$$K_{mn} = \begin{cases} (-i)^{|m|} \frac{i}{(n+0.5)^{|m|-1}}, & m \neq 0 \\ \frac{n(n+1)}{n+0.5}, & m = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

$$\begin{cases} J_n(x) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(x \cos \theta + n\theta)} d\theta \\ \psi = i \bar{Q} \exp\left(\frac{-i \bar{Q} \rho_0^2}{\omega_{01}^2}\right) \exp\left[\frac{-i \bar{Q} (n+0.5)^2}{k_0^2 \omega_{01}^2}\right] \\ \rho_n = (n+0.5)/k_0 \\ \rho_0 = \sqrt{x_{10}^2 + y_{10}^2} \\ \bar{Q} = 1/(i - 2z_{10}/l) \\ \varphi_0 = \arctan(x_{10}/y_{10}) \end{cases}, \quad (9)$$

式中: ω_{01} 为光束 1 的束腰宽度; (x_{10}, y_{10}, z_{10}) 是光束 1 的束腰中心 o_1 在临时坐标系 $ox_{10}y_{10}z_{10}$ 中的坐标, 可以由坐标 (x_1, y_1, z_1) 通过以下变换得到, 其表达式为

$$\begin{pmatrix} x_{10} \\ y_{10} \\ z_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 \\ -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \cos \beta_1 & 0 & -\sin \beta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta_1 & 0 & \cos \beta_1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

之后利用 Euler 角的旋转关系, 可以得到在粒子坐标系 $oxyz$ 下的光束 1 的球矢量波函数展开式

$$E_{1, inc} = E_1 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{1, mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_1, k_0) + B_{1, mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_1, k_0)], \quad (11)$$

$$H_{1, inc} = \frac{E_1 k_0}{i\omega_0 \mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{1, mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_1, k_0) + B_{1, mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}_1, k_0)], \quad (12)$$

式中: “1” 代表在粒子坐标系 $oxyz$ 下光束 1 的参数。光束 1 的展开系数可以表示为

$$\begin{pmatrix} A_{1, mn} \\ B_{1, mn} \end{pmatrix} = \sum_{s=-n}^n \rho(s, m, n) C_{ms} \begin{pmatrix} ig_{s, n, TE} \\ g_{s, n, TM} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

式中: $\rho(s, m, n)$ 为旋转因子。其表达式为

$$\rho(s, m, n) = (-1)^{m+s} (n-m)!(n+s)! e^{im\alpha_1} \cdot \sum_{\sigma=\zeta}^{\xi} \frac{(-1)^{n-m-\sigma} \left(\cos \frac{\beta_1}{2}\right)^{2\sigma+s+m} \left(\sin \frac{\beta_1}{2}\right)^{2n-2\sigma-s-m}}{(n-s-\sigma)!(m+s+\sigma)!(n-m-\sigma)!\sigma!}, \quad (14)$$

式中: $\zeta = \max(-s-m, 0)$; $\xi = \min(n-s, n-m)$ 。

同样地重复上述的操作, 可以得到光束 2 在粒子坐标系下的球矢量波函数展开式, 在此取光束 1 和光束 2 的初始振幅均为 E_0 , 根据矢量加法定理, 可以得到整个入射电磁场的表达式

$$E_{inc} = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{inc, mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0) + B_{inc, mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0)], \quad (15)$$

$$H_{inc} = \frac{E_0 k_0}{i\omega_0 \mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{inc, mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0) + B_{inc, mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0)], \quad (16)$$

式中: $A_{inc, mn}$ 和 $B_{inc, mn}$ 代表整个入射电磁场的展开系数, 可表示为

$$A_{inc, mn} = A_{1, mn} + A_{2, mn}, B_{inc, mn} = B_{1, mn} + B_{2, mn}. \quad (17)$$

根据第一类 Hankel 函数的物理意义, 远区散射场可以看作是从球中心处向外传播的电磁波, 因此总的散射场可以表示为

$$E_s = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{s, mn} M_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0) + B_{s, mn} N_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0)], \quad (18)$$

$$H_s = \frac{k_0}{i\omega_0 \mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{s, mn} N_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0) + B_{s, mn} M_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0)], \quad (19)$$

式中: $A_{s, mn}$ 和 $B_{s, mn}$ 代表总的散射场的展开系数。

2.2 涂层球各区域的展开

如图 1(a) 所示, 区域 1 中单轴各向异性介质的介电常数和磁导率以张量形式存在, 并且在粒子坐标系 $oxyz$ 中可以表示为

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix}, \bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}. \quad (20)$$

根据无源区域内的 Maxwell 方程组, 可以得到各向异性介质的矢量波动方程, 可表示为

$$\nabla \times (\bar{\mu}^{-1} \cdot \nabla \times \mathbf{E}) - \omega_0^2 \bar{\epsilon} \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (21)$$

由于式 (21) 中的磁导率和介电常数均为张量, 无法利用传统的分离变量法求解, 因此引入傅里叶变换得到

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d k_x k_y k_z, \quad (22)$$

式中: 波矢量 $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y + k_z \mathbf{e}_z$, k_x, k_y 和 k_z 为波矢量 \mathbf{k} 在各方向上的分量的大小。之后可以得到区域 1 中电磁场的展开式^[13]

$$E_1 = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sum_{n'=1}^{\infty} 2\pi F_{mn'q} \int_0^{\pi} [A_{e, mnq} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_q) + B_{e, mnq} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_q) + C_{e, mnq} L_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_q)] P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k, \quad (23)$$

$$H_1 = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sum_{n'=1}^{\infty} 2\pi F_{mn'q} \int_0^{\pi} [A_{h, mnq} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_q) + B_{h, mnq} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_q) + C_{h, mnq} L_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_q)] P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k, \quad (24)$$

式中: $\theta_k = \arctan(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} / k_z)$ 。 $L_{mn}^{(1)}$ 为球矢量波函数, 其表达式为

$$L_{mn}^{(1)} = k \left\{ \frac{dz_n^{(1)}(kr)}{d(kr)} P_{m, n}(\cos \theta) e^{im\phi} \hat{\mathbf{r}} + \frac{z_n^{(1)}(kr)}{kr} \left[\frac{dP_{m, n}(\cos \theta)}{d\theta} e^{im\phi} \hat{\boldsymbol{\theta}} + im \frac{P_{m, n}(\cos \theta)}{\sin \theta} e^{im\phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} \right] \right\}. \quad (25)$$

未知系数 $F_{mn'q}$ 可以通过边界条件求解得到; 展开系数 $A_{e, mnq}, B_{e, mnq}, C_{e, mnq}, A_{h, mnq}, B_{h, mnq}$ 和 $C_{h, mnq}$ 在文献 [13] 中有详细记录。 $k_q (q = 1, 2)$ 为各向异性介质的两种特征模。对于区域 2 的各向同性介质, 可以将其电磁场表示为

$$E_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A''_{mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k'') + B''_{mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k'')], \quad (26)$$

$$H_2 = \frac{k''}{i\omega_0 \mu''} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A''_{mn} M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k'') + B''_{mn} N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k'')], \quad (27)$$

式中: $k'' = \omega_0 \sqrt{\mu'' \epsilon''}$ 为区域 2 中介质的波数, 若 $k'' = 0$, 则内部介质为理想导体。

2.3 利用边界条件求解散射系数

在上两节中, 得到各区域电磁场的具体表达式, 并且根据边界条件可知, 在两个边界处的电磁场满足以下等式

$$E_1|_t = E_{inc}|_t + E_s|_t, H_1|_t = H_{inc}|_t + H_s|_t, r = a, \quad (28)$$

$$E_1|_t = E_2|_t, H_1|_t = H_2|_t, r = b. \quad (29)$$

将式 (28) 和式 (29) 用球矢量波函数展开, 再进行一系列的推导可以得到在 $r = a$ 处的边界条件, 其表达式为

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} A_{e, mnq} z_n^{(l)}(k_q r) P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k = A_{inc, mn} j_n(k_0 r) + A_{s, mn} h_n^{(1)}(k_0 r) \\ & \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} \left\{ B_{e, mnq} \frac{1}{k_q r} \frac{d[rz_n^{(l)}(k_q r)]}{dr} + C_{e, mnq} k_q \frac{z_n^{(l)}(k_q r)}{k_q r} \right\} \times \\ & P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k = B_{inc, mn} \frac{1}{k_0 r} \frac{d[rj_n(k_0 r)]}{dr} + B_{s, mn} \frac{1}{k_0 r} \frac{d[rh_n^{(1)}(k_0 r)]}{dr} \\ & \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} A_{h, mnq} z_n^{(l)}(k_q r) P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k = \frac{k_0}{i\omega_0 \mu_0} [B_{inc, mn} j_n(k_0 r) + B_{s, mn} h_n^{(1)}(k_0 r)] \\ & \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} \left\{ B_{h, mnq} \frac{1}{k_q r} \frac{d[rz_n^{(l)}(k_q r)]}{dr} + C_{h, mnq} k_q \frac{z_n^{(l)}(k_q r)}{k_q r} \right\} \times \\ & P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k = \frac{k_0}{i\omega_0 \mu_0} \left\{ A_{inc, mn} \frac{1}{k_0 r} \frac{d[rj_n(k_0 r)]}{dr} + A_{s, mn} \frac{1}{k_0 r} \frac{d[rh_n^{(1)}(k_0 r)]}{dr} \right\} \end{aligned} \right. \quad (30)$$

在 $r = b$ 处的边界条件为

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} A_{e, mnq} z_n^{(l)}(k_q r) P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k = A_{mn}'' j_n(k'' r) \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \times \\ & \int_0^{\pi} \left\{ B_{e, mnq} \frac{1}{k_q r} \frac{d[rz_n^{(l)}(k_q r)]}{dr} + C_{e, mnq} k_q \frac{z_n^{(l)}(k_q r)}{k_q r} \right\} P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k = B_{mn}'' \frac{1}{k'' r} \frac{d[rz_n^{(l)}(k'' r)]}{dr} \\ & \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} A_{h, mnq} z_n^{(l)}(k_q E) P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k \frac{k''}{i\omega_0 \mu''} = B_{mn}'' j_n(k'' r) \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} F_{mn'q}^{(l)} \times \\ & \int_0^{\pi} \left\{ B_{h, mnq} \frac{1}{k_q r} \frac{d[rz_n^{(l)}(k_q r)]}{dr} + C_{h, mnq} k_q \frac{z_n^{(l)}(k_q r)}{k_q r} \right\} \times P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k = \frac{k''}{i\omega_0 \mu''} A_{mn}'' \frac{1}{k'' r} \frac{d[rz_n^{(l)}(k'' r)]}{dr} \end{aligned} \right. \quad (31)$$

通过消去式(30)中的散射系数 $A_{s, mn}$ 和 $B_{s, mn}$ 、展开系数 A_{mn}'' 和 B_{mn}'' 来求解未知系数 $F_{mn'q}$, 再将未知系数 $F_{mn'q}$ 代入式(30)中即可得到散射系数 $A_{s, mn}$ 和 $B_{s, mn}$ 的具体表达式

$$A_{s, mn} = \frac{1}{h_n^{(1)}(k_0 a)} \left\{ \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} \left[F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} A_{e, mnq} z_n^{(l)}(k_q a) P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k \right] - \frac{1}{h_n^{(1)}(k_0 a)} A_{inc, mn} j_n(k_0 a) \right\}, \quad (32)$$

$$B_{s, mn} = \frac{1}{h_n^{(1)}(k_0 a)} \left\{ \sum_{l=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=0}^{\infty} \left[F_{mn'q}^{(l)} \int_0^{\pi} \frac{i\omega_0 \mu_0}{k_0} A_{h, mnq} z_n^{(l)}(k_q a) P_{m, n'}(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k \right] - \frac{1}{h_n^{(1)}(k_0 a)} B_{inc, mn} j_n(k_0 a) \right\}. \quad (33)$$

由 RCS 的定义可以得到

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 |E_s|^2 / |E_{inc}|^2 = \frac{4\pi}{k_0^2} \left\{ \left| \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (-i)^n e^{im\phi} [mA_{s, mn} \rho_{mn} + B_{s, mn} \tau_{mn}] \right|^2 + \left| \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (-i)^{n+1} e^{im\phi} [A_{s, mn} \tau_{mn} + mB_{s, mn} \rho_{mn}] \right|^2 \right\}, \quad (34)$$

式中: ρ_{mn} 和 τ_{mn} 为角函数, 具体表达式为

$$\begin{cases} \rho_{mn}(\theta) = P_{mn}(\cos \theta) / \sin \theta \\ \tau_{mn}(\theta) = dP_{mn}(\cos \theta) / d\theta \end{cases}. \quad (35)$$

3 分析与讨论

为了验证所提理论和程序的正确性, 将 UAC 的厚度设置为与粒子半径大小相同, 此时 UAC 球就会退化为单轴各向异性球, 再计算此时粒子 RCS 的角分布, 并且和文献[21]中的结果进行对比。如图 2 所示, 可以发现二者的结果十分吻合。这证实了所提理论公式

和程序代码的正确性。图 2 中所选用的具体参数: $t = a = 1.0\lambda$, $\epsilon_t = 5.3495\epsilon_0$, $\epsilon_z = 4.9284\epsilon_0$, $\mu_t = \mu_z = \mu_0$, $w_{01} = w_{02} = 1.5\lambda$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$, $\beta_1 = 0^\circ$ 。采用光束的波长 λ 均为 $1.064 \mu\text{m}$, 并且使两束光的束腰中心始终与粒子中心保持重合, 即 $x_1 = y_1 = z_1 = 0$, $x_2 = y_2 = z_2 = 0$ 。

图 3(a) 和图 3(b) 分别展示了当光束 2 的入射角 β_2 分别为 0° 、 45° 、 90° 、 180° 和 225° 时, UAC 球 E 平面和 H 平面 RCS 的变化情况。具体参数: $t = 0.5\lambda$, $b = 0.5\lambda$, $\epsilon_t = 5.3495\epsilon_0$, $\epsilon_z = 4.9284\epsilon_0$, $\mu_t = \mu_z = \mu_0$,

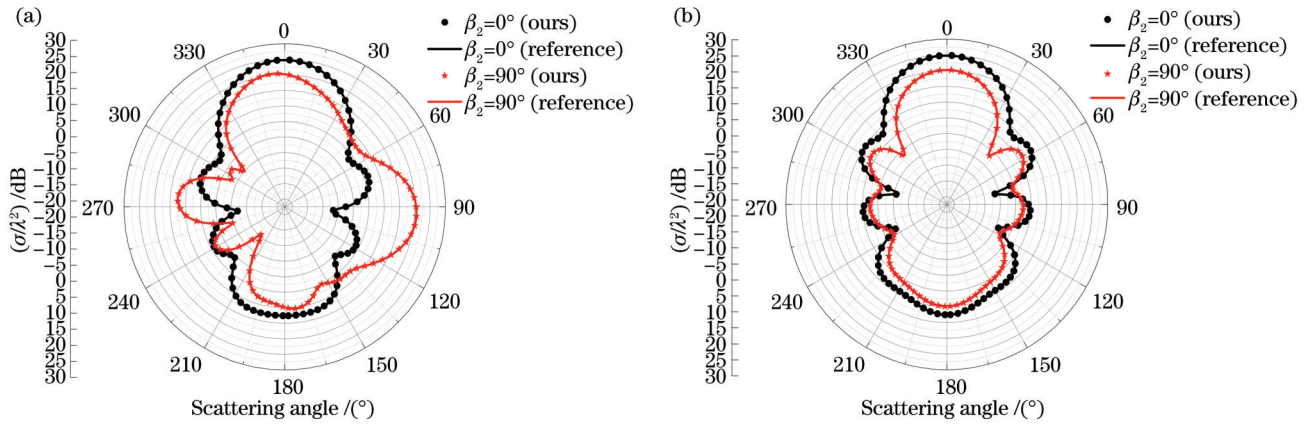


图 2 退化为单轴各向异性球与文献[21]对比结果。(a) E 平面;(b) H 平面

Fig. 2 Results reduced to the case of a uniaxial anisotropic particle compared with those by literature [21]. (a) E plane; (b) H plane

$\epsilon'' = 2.4\epsilon_0$, $\mu'' = 1.7\mu_0$, $w_{01} = w_{02} = 1.0\lambda$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$, 其中光束 1 沿着单轴各向异性材料的主光轴方向入射, 其入射方向始终沿着 z 轴, 即 $\beta_1 = 0^\circ$ 。从图 3(a) 中可以看出, 当两束光的入射角不同时, E 平面上的 RCS 会出现两个极值, 分别位于光束 1 和光束 2 的入射方向。当两束光束的入射角相差较小时, 波的干涉效应

导致 RCS 的两个极值并不明显。当两束光传播方向相反时, E 平面的 RCS 分布图为对称的图案。然而从图 3 (b) 可以发现, 光束的入射角对 H 平面的 RCS 分布影响不大, 仅当两束光相向传播时, 在 $\pm 90^\circ$ 处出现极小值。此外, 由于双高斯光束的偏振方向垂直于 H 平面, 所以 RCS 的角分布在 H 平面中总是对称的。

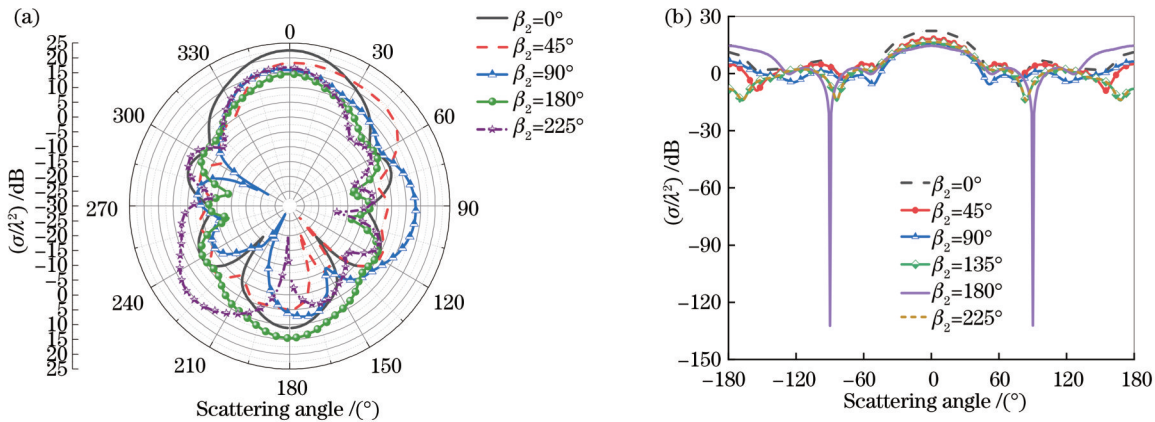


图 3 双高斯光束反向入射 UAC 球时入射角对 RCS 的影响。(a) E 平面;(b) H 平面

Fig. 3 Influence of the incident angle on RCS of UAC sphere incident by dual back-propagating Gaussian beams. (a) E plane; (b) H plane

图 4 展示了当两个聚焦高斯光束的束腰宽度 $w_{01} = w_{02} = 0.8\lambda, 0.9\lambda, 1.0\lambda, 1.1\lambda, 1.2\lambda$ 和 20λ 时, UAC 球的光散射变化情况, 具体参数: $t = 0.5\lambda$, $b = 0.5\lambda$, $\epsilon_r = 5.3495\epsilon_0$, $\epsilon_z = 4.9284\epsilon_0$, $\mu_r = \mu_z = \mu_0$, $\epsilon'' = 2.4\epsilon_0$, $\mu'' = 1.7\mu_0$, $w_{01} = w_{02} = 1.0\lambda$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$, $\beta_1 = 0^\circ$, $\beta_2 = 180^\circ$ 。从图 4(a) 和图 4(b) 中可以看出, 随着束腰宽度的不断增大, 粒子在 E 平面和 H 平面的 RCS 也会不断增大。当束腰宽度增大到 20λ 时, 双高斯光束将会退化为双平面波, 此时的 RCS 达到最大值。然而, 束腰宽度的变化并没有对 RCS 的角分布造成太大的影响。

图 5 展示了在两个光束相向传播且涂层厚度保持一致的情况下, 当内半径 b 分别为 $0.3\lambda, 0.7\lambda, 1.0\lambda,$

1.2λ 和 1.5λ 时, UAC 球 E 平面 RCS 变化情况, 具体参数: $t = 0.2\lambda$, $\epsilon_r = 5.3495\epsilon_0$, $\epsilon_z = 4.9284\epsilon_0$, $\mu_r = \mu_z = \mu_0$, $\epsilon'' = \epsilon_0$, $\mu'' = \mu_0$, $w_{01} = w_{02} = 1.0\lambda$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$, $\beta_1 = 0^\circ$, $\beta_2 = 180^\circ$ 。由图 5 可知, UAC 球前向散射和后向散射都会随着内半径的增大而增大, 并且变化情况是一致的。这是由于随着内半径的增大, 整个 UAC 球尺寸也会变化, 因此光束对球的照射面积增大, RCS 也相应变大。然而在垂直于光束传播方向的角度周围, RCS 会出现振荡情况。当内半径大于波长时, 随着内半径不断增大, RCS 的值会缓慢增加并趋于稳定。

图 6 展示了当保持整个 UAC 球尺寸不变时, 改变涂层厚度与内半径的比值对 E 平面 RCS 的影响, 具体参数: $a = 1.0\lambda$, $\epsilon_r = 5.3495\epsilon_0$, $\epsilon_z = 4.9284\epsilon_0$, $\mu_r =$

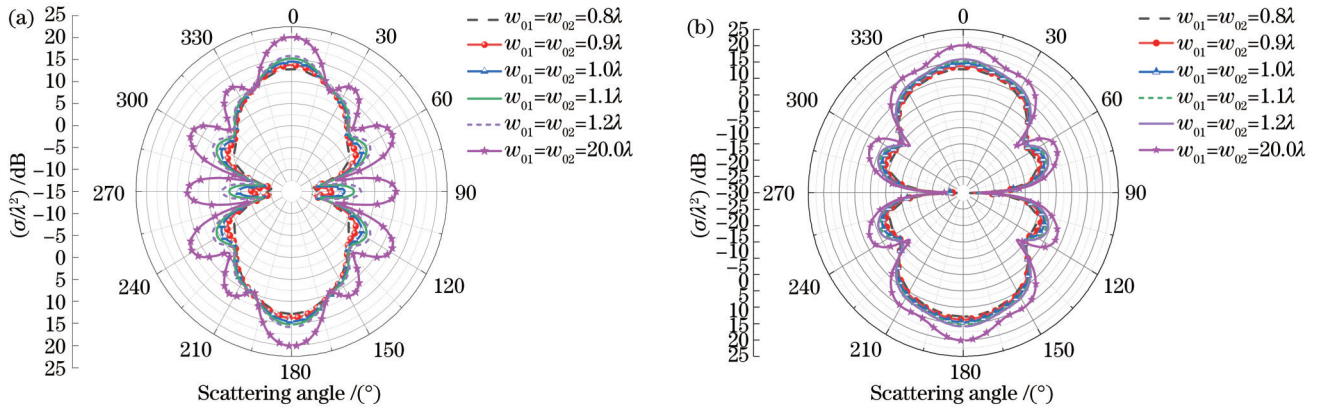


图 4 双高斯光束反向入射 UAC 球时束腰宽度对 RCS 的影响。(a) E 平面; (b) H 平面

Fig. 4 Influence of the waist width on RCS of UAC sphere incident by dual back-propagating Gaussian beams. (a) E plane; (b) H plane

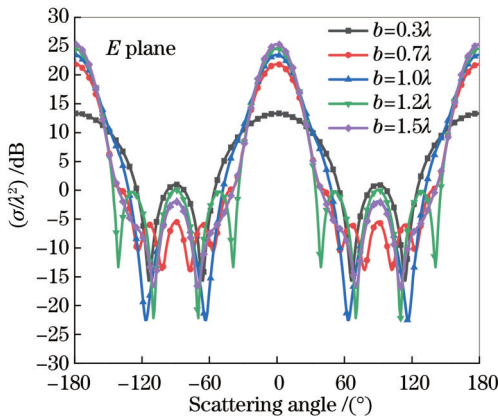


图 5 双高斯光束反向入射 UAC 球时内半径对 E 平面 RCS 的影响

Fig. 5 Influence of the inner radius on RCS of UAC sphere incident by dual back-propagating Gaussian beams in E plane

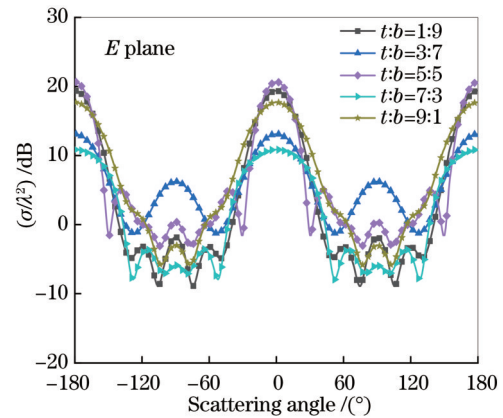


图 6 双高斯光束反向入射 UAC 球时涂层厚度对 E 平面 RCS 的影响

Fig. 6 Influence of the coating thickness on RCS of UAC sphere incident by dual back-propagating Gaussian beams in E plane

$\mu_z = \mu_0, \epsilon'' = \epsilon_0, \mu'' = \mu_0, w_{01} = w_{02} = 1.0\lambda, \alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ, \beta_1 = 0^\circ, \beta_2 = 180^\circ$ 。由于涂层介质为单轴各向异性材料,当光束照射涂层后,会在其内部形成复杂的电磁场。并且从图 6 中可以看出,随着比值的不断增大,各个散射角 RCS 并没有出现线性变化。这导致分析涂层厚度与内半径的比值对 RCS 的影响变得更加困难。

图 7(a) 和图 7(b) 分别展示了双高斯光束反向入射 UAC 球时电各向异性度 e_{Ac} 对 UAC 球 E 平面和 H 平面 RCS 的影响,具体参数: $t = 0.5\lambda, b = 0.5\lambda, \epsilon_t = 2.0\epsilon_0, \epsilon_z = e_{Ac}\epsilon_t, \mu_t = \mu_z = \mu_0, \epsilon'' = 2.4\epsilon_0, \mu'' = 1.7\mu_0, w_{01} = w_{02} = 1.0\lambda, \alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ, \beta_1 = 0^\circ, \beta_2 = 180^\circ$ 。由图 7(a) 可知,当 $e_{Ac} = 1.0$ 时,带有各向异性涂层的阻抗球将会退化为带有各向同性涂层的阻抗球,并且在 90° 处的 E 平面 RCS 达到峰值。之后随着各向异性度的增大或减小,该处的 RCS 都会降低。整个 E 平面 RCS 的角分布会随着电各向异性度的增加而变得更加振荡。相反,从图 7(b) 中可知,电各向异性度的改变并不会对 H 平面的 RCS 及其角分布产生太大的影

响。这种振荡现象的产生是因为当电各向异性度很强时,物体对电场的响应会因其形状、结构等因素而发生很大的变化。对于 E 平面,电场的极化方向与物体表面的相互作用较强,因此电各向异性度的变化会导致 RCS 变化更显著。在电场主导的情况下,电各向异性度的变化会在 E 平面上引起较大的 RCS 波动。然而对于 H 平面,磁场的极化方向与物体表面的相互作用较强,由于电各向异性度主要影响物体对电场的响应,因此电各向异性度的变化对 H 平面的 RCS 影响较小。

图 8(a) 和图 8(b) 分别展示了双高斯光束反向入射 UAC 球时磁各向异性度 e_{Bc} 对 UAC 球 E 平面和 H 平面 RCS 的影响,具体参数: $t = 0.5\lambda, b = 0.5\lambda, \epsilon_t = \epsilon_z = \epsilon_0, \mu_t = 2.0\mu_0, \mu_z = e_{Bc}\mu_t, \epsilon'' = 2.4\epsilon_0, \mu'' = 1.7\mu_0, w_{01} = w_{02} = 1.0\lambda, \alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ, \beta_1 = 0^\circ, \beta_2 = 180^\circ$ 。从图 8(a) 中可以看出,在 $30^\circ \sim 60^\circ$ 和 $120^\circ \sim 150^\circ$ 范围内, E 平面的 RCS 很明显会随着磁各向异性度 e_{Bc} 的增大而整体降低,并且会出现振荡现象。比较图 8

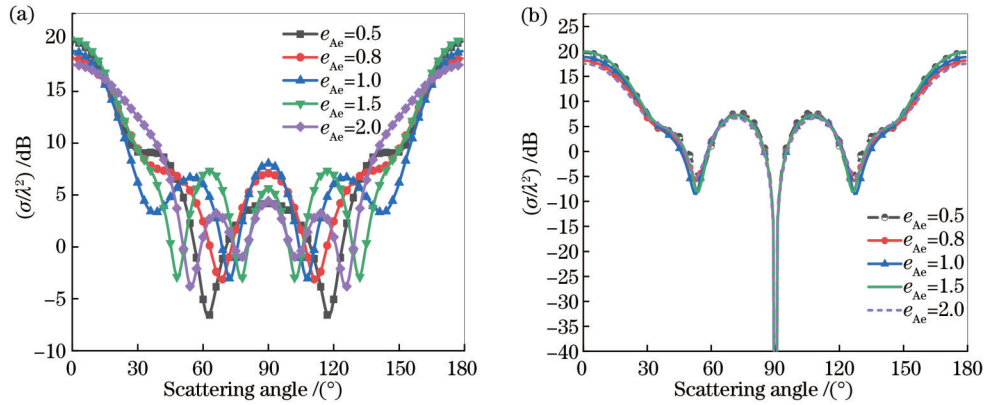


图 7 双高斯光束反向入射 UAC 球时电各向异性度 e_{Ae} 对 RCS 的影响。(a) E 平面; (b) H 平面

Fig. 7 Influence of the electric anisotropy ratio e_{Ae} on RCS of UAC sphere incident by dual back-propagating Gaussian beams. (a) E plane; (b) H plane

(a)和图8(b)可以发现,磁各向异性度对 H 平面RCS的角分布影响比对 E 平面RCS的角分布影响更大。这种现象与图7中电各向异性度对RCS的影响类似,对于 H 平面,磁场的变化会导致较大的RCS波动。而对 E 平面,磁各向

异性度的变化对RCS影响很小。总之,不同的极化方向在电场和磁场的相互作用上存在差异,导致电各向异性度和磁各向异性度对RCS的影响在 E 平面和 H 平面上表现出不同的强度。

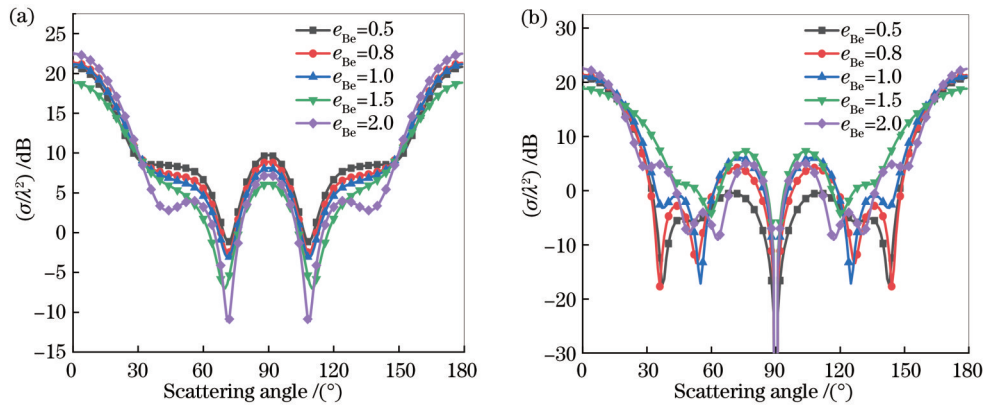


图 8 双高斯光束反向入射 UAC 球时磁各向异性度 e_{Be} 对 RCS 的影响。(a) E 平面; (b) H 平面

Fig. 8 Influence of the magnetic anisotropy ratio e_{Be} on RCS of coated sphere incident by dual back-propagating Gaussian beams. (a) E plane; (b) H plane

4 结 论

在广义洛伦兹-米理论基础上,提供了一种计算双光束照射时 UAC 球的 RCS 的方法,理论上适用于任意涂层厚度和内半径的球形粒子,并且可以通过改变粒子和光束的参数,实现对不同各向异性材料所构成的球壳粒子散射特性的模拟分析。为验证所提理论和程序的正确性,通过将 UAC 球退化为单轴各向异性球时双高斯光束照射下的 RCS 角分布与已有文献结果进行对比,发现二者十分吻合。分析了双光束的入射角、束腰宽度、粒子内半径、涂层厚度与内半径的比值、电和磁各向异性度对散射强度及其散射角分布的影响。研究结果表明:当两束光沿着不同方向入射 UAC 球时, E 平面的 RCS 会在两束光入射的方向上出现两个极值;当两束光束的入射角相差较小时,波的干涉效应会导致 RCS

的两个极值并不明显;当两束光反向传播时,RCS 的角分布图为对称的图案。随着束腰宽度或粒子内半径的不断增加,RCS 的数值也随之增加,但是这种增长逐渐趋于稳定。由于单轴各向异性介质的介电常数和磁导率为张量,球壳介质的电各向异性度和磁各向异性度会对粒子内部的电磁场产生不同的影响。研究结果表明:电各向异性度对 E 平面的 RCS 影响较为显著,而对 H 平面的 RCS 的影响较小;相反地,磁各向异性度对 H 平面的 RCS 影响较为显著,但对 E 平面的 RCS 影响较小。所提理论和数值分析为多激光对各向异性涂层和球壳颗粒的散射以及光学操作等提供理论依据,也为各向异性涂层细胞的无损检测研究提供了指导。

参 考 文 献

- [1] Qu T, Wu Z S, Mou Y, et al. Analysis of scattering of an on-

- axis zero-order Bessel beam by a chiral sphere[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(9): 2867-2872.
- [2] 王明军, 张佳琳, 王主玉, 等. 水下悬浮球形藻类粒子群对拉盖尔-高斯涡旋光束的散射[J]. *光学学报*, 2022, 42(18): 1829001.
- Wang M J, Zhang J L, Wang Z Y, et al. Scattering of Laguerre-Gaussian vortex beams by underwater suspended spherical algal particle swarms[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(18): 1829001.
- [3] Li Z J, Yang X J, Qu T, et al. Light scattering of a uniform uniaxial anisotropic sphere by an on-axis high-order Bessel vortex beam[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2023, 40(3): 510-520.
- [4] 李应乐, 王明军, 董群峰. 有限长各向异性圆柱体的椭圆高斯光束散射与建模[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(11): 1129001.
- Li Y L, Wang M J, Dong Q F. Elliptic Gaussian beam scattering and modeling of finite length anisotropic cylinder[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(11): 1129001.
- [5] 郭娟, 李猛, 郭辉, 等. 涂覆吸波材料目标 RCS 测量校准试验研究[J]. *激光与红外*, 2022, 52(11): 1701-1706.
- Guo J, Li M, Guo H, et al. Experimental study on RCS measurement calibration of targets coated with absorbing materials[J]. *Laser & Infrared*, 2022, 52(11): 1701-1706.
- [6] Singh R, Bhateria R. Core-shell nanostructures: a simplest two-component system with enhanced properties and multiple applications[J]. *Environmental Geochemistry and Health*, 2021, 43(7): 2459-2482.
- [7] Zhang Y J, Radjenovic P M, Zhou X S, et al. Plasmonic core-shell nanomaterials and their applications in spectroscopies[J]. *Advanced Materials*, 2021, 33(50): 2005900.
- [8] Samadi Z, John E, DeGroot C, et al. Modelling optical properties of algae using the finite-difference time domain method [C]//Proceedings of the ASME 2021 Fluids Engineering Division Summer Meeting, August 10-12, 2021, Virtual, Online. New York: ASME Press, 2021.
- [9] Cui Z W, Han Y P, Li M L. Solution of CFIE-JMCFIE using parallel MOM for scattering by dielectrically coated conducting bodies[J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2011, 25(2/3): 211-222.
- [10] Roopak S, Pathak N K, Ji A, et al. Numerical simulation of broadband scattering by coated and noncoated metal nanostructures using discrete dipole approximation method[J]. *Plasmonics*, 2016, 11(2): 425-432.
- [11] 毛前军, 杨开雁. 核壳结构粒子与群粒子光学散射特性研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(21): 2129001.
- Mao Q J, Yang K Y. Optical scattering properties of particle and group particles with core-shell structure[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(21): 2129001.
- [12] Wu Z S, Wang Y P. Electromagnetic scattering for multilayered sphere: recursive algorithms[J]. *Radio Science*, 1991, 26(6): 1393-1401.
- [13] Geng Y L, Qiu C W, Yuan N. Exact solution to electromagnetic scattering by an impedance sphere coated with a uniaxial anisotropic layer[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2009, 57(2): 572-576.
- [14] Geng Y L, Wu X B, Li L W. Characterization of electromagnetic scattering by a plasma anisotropic spherical shell[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2004, 3: 100-103.
- [15] Geng Y L. Scattering of a plane wave by an anisotropic ferrite-coated conducting sphere[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2008, 2(2): 158-162.
- [16] Wu Z S, Li Z J, Li H, et al. Off-axis Gaussian beam scattering by an anisotropic coated sphere[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(12): 4740-4748.
- [17] Pascale M, Miano G, Forestiere C. Spectral theory of electromagnetic scattering by a coated sphere[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2017, 34(7): 1524-1535.
- [18] Bian T T, Gao X R, Yu S, et al. Scattering of light from graphene-coated nanoparticles of negative refractive index[J]. *Optik*, 2017, 136: 215-221.
- [19] Ahmed M A, Jafri A D U, Naqvi Q A, et al. EM scattering by an orthorhombic dielectric-magnetic sphere with dielectric cover[J]. *Optik*, 2018, 174: 129-137.
- [20] Gao C X, Sun B Q, Zhang Y J. Electromagnetic wave scattering by charged coated spheres[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2021, 272: 107757.
- [21] Li Z J, Wu Z S, Shang Q C, et al. Scattering of a uniaxial anisotropic sphere located in dual Gaussian beam with arbitrary propagation directions[J]. *Procedia Engineering*, 2015, 102: 89-94.
- [22] Aydin K, Hizal A. On the completeness of the spherical vector wave functions[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1986, 117(2): 428-440.
- [23] Zhang H Y, Han Y P. Addition theorem for the spherical vector wave functions and its application to the beam shape coefficients[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2008, 25(2): 255-260.

Electromagnetic Scattering of Dual Gaussian Beams by an Anisotropic Coated Sphere

Bai Jing^{1*}, Gao Yu¹, Ge Chengxian², Wu Zhensen³

¹*School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710121, Shaanxi, China;*

²*The 39th Research Institute of China Electronics Technology Corporation, Xi'an 710065, Shaanxi, China;*

³*School of Physics, Xidian University, Xi'an 710071, Shaanxi, China*

Abstract

Objective Since Lorenz-Mie theory was put forward, the scattering and absorption of electromagnetic waves by tiny particles have been widely studied. In recent years, coated media spheres have caught extensive attention from scholars due to their wide applications in various fields, including radar cross section (RCS), nanomaterials, and spectroscopy.

Owing to different values of dielectric constants and magnetic permeability in various directions of anisotropic materials, significant changes occur in the internal electromagnetic field of a uniaxial anisotropic coated (UAC) sphere when a laser is incident from different directions, which significantly influences its surface RCS. The previous literature mainly studies the electromagnetic scattering of a single planar wave and a single Gaussian beam on coated spheres. However, in the optical manipulation of small particles, it is easier to employ two or more beams to capture and manipulate the particles than adopting only one laser beam. Therefore, it is essential to investigate the electromagnetic scattering problem of a UAC sphere by dual focused Gaussian beams for achieving optical manipulation of coated spheres.

Methods Based on the generalized Lorenz-Mie theory (GLMT), we study the scattering characteristics of a UAC sphere which is induced by two focused Gaussian beams with arbitrary directions. According to the orthogonality of spherical vector wave functions (SVWFs), the expression of dual Gaussian beam in terms of SVWFs is derived. By introducing the Fourier transform, the electromagnetic field expansion in the anisotropic coated area is obtained. The electromagnetic fields in each region of the UAC sphere are expanded in terms of the SVWFs, and by combining the boundary conditions, the scattering coefficients and the radar scattering crosssection of uniaxial anisotropic coated sphere illuminated by two Gaussian beams are obtained.

Results and Discussions The effects of the incident angle of dual beams, particle inner diameter, the ratio of coating thickness to the inner diameter, electrical anisotropy, and magnetic anisotropy on scattering intensity are analyzed. The results indicate that when the two Gaussian beams irradiate the coated sphere along different directions, the RCS will exhibit two maxima in the incident direction. Meanwhile, when the two beams propagate in opposite directions, the RCS of the E plane always exhibits a symmetrical distribution, while the RCS of the H plane exhibits two minima at $\pm 90^\circ$, but the angular distribution does not show any significant changes (Fig. 3). As the waist width of the dual beams increases, both the E plane and H plane RCS will continuously rise due to the larger illuminated area on the UAC sphere (Fig. 4). The RCS increases with the rising inner radius of the particle around 0° and 180° , but becomes oscillatory around $\pm 90^\circ$. When the inner radius is larger than the wavelength, the RCS value will increase slowly and tend to be stable if the inner radius increases continuously (Fig. 5). The variation of thickness, dielectric constant, and magnetic permeability of the anisotropic coating can bring significantly changed electromagnetic field in the coated region, leading to more complex scattering phenomena. Changing the ratio of coating to internal radius shows that with different angles, different variations occur in RCS (Fig. 6). When the electrical anisotropy is equal to 1, the coating material is isotropic and the RCS reaches the maximum at 90° . However, with the anisotropy increase or decrease, the RCS will reduce. The angular distribution of the whole E plane RCS will become more oscillatory with the rising electrical anisotropy. Contrary, the electrical anisotropy changes do not affect the RCS angular distribution on the H plane (Fig. 7). By varying the magnetic anisotropy of the UAC sphere, the magnetic anisotropy changes have a much greater influence on the RCS angular distribution of H plane than that of E plane (Fig. 8).

Conclusions Based on the GLMT, we provide a method to calculate the RCS of the UAC sphere irradiated by dual beams. Theoretically, this method is suitable for spherical particles with arbitrary coating thickness and inner radius, and the spherical shell particles made of different anisotropic materials can be simulated and analyzed by changing the particle parameters. By comparing the RCS angular distribution of a degenerate UAC sphere under the illumination of dual Gaussian beams with the results in literature, it is confirmed that our theory and program are accurate. The theory and numerical analysis are expected to provide a theoretical basis for the scattering and optical operations of anisotropic coated particles by multiple lasers.

Key words scattering; spherical vector wave functions; dual beams; uniaxial anisotropic coated sphere