

## 改进的加权迭代多平面全息显示方法

胡驰<sup>1</sup>, 孙国斌<sup>1</sup>, 蒋世磊<sup>1</sup>, 周艳<sup>1</sup>, 刘严严<sup>2</sup>, 张锦<sup>1\*</sup><sup>1</sup>西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710021;<sup>2</sup>电磁空间安全全国重点实验室, 天津 300308

**摘要** 在多平面全息图的设计过程中,为了减小各平面之间的相互串扰,本文提出了一种改进的加权迭代多平面全息图生成方法,使用权值约束来减少各平面之间的相互影响,从而提高多平面全息显示的质量。通过对全息图的约束控制,可以使各平面的目标强度分布更均匀,并且在降低计算速度的前提下,该方法相比于未进行约束控制时相当或具有更高的重建质量。为了验证结果,使用了相同和不同的目标图像,对6个离散平面的多平面全息图进行了数值模拟与实验验证。本文为高质量的多平面全息显示提供了一种新方法。

**关键词** 计算全息; 多平面全息; 三维显示; 加权迭代; 全息显示

**中图分类号** O438.1; O436.1

**文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS231388

## 1 引言

三维显示技术<sup>[1-2]</sup>的不断发展为社会带来了一些新的研究领域。基于计算全息的三维显示技术具有灵活性、可重复性和方便性等优点,因此国内外多数高校与科研单位对其开展了深入研究,并取得了一定研究成果<sup>[3-6]</sup>。空间光调制器(SLM)作为一种光束调控器件,可通过计算机改变其相位结构从而实现入射光的调控。首先利用计算机模拟生成全息图,再将全息图相位结构加载到SLM上<sup>[7]</sup>,当入射光束照射到SLM上,即可在衍射场得到所需要显示的结果。随着计算全息理论研究的不断深入以及SLM器件结构性能的提升,基于SLM的应用在全息投影<sup>[8-9]</sup>、全息显示器<sup>[10-11]</sup>、虚拟现实/增强现实(AR/VR)显示<sup>[12-13]</sup>、动态全息<sup>[14]</sup>、彩色全息<sup>[15-16]</sup>等方面逐渐成为研究热点。

在全息显示中按照显示对象维度的不同,主要可分为二维和三维物体显示,尤其是三维显示,需求更多,适用范围更广。在三维显示中有一种方法是多平面显示,其本质介于二维与三维之间,利用一张全息图可在多个位置处显示相同或不同的结果,因此基于多平面全息显示也有学者对其进行研究<sup>[17-21]</sup>,Velez-Zea等<sup>[17]</sup>为了使多平面全息计算过程中目标像的重建质量更高,在Gerchberg-Saxton(GS)算法的基础上对全息图进行了优化修正;Wang等<sup>[18]</sup>提出了基于时分复用随机梯度下降(TM-SGD)优化算法来降低多平面重建串扰;Velez-Zea等<sup>[20]</sup>提出了一种混合复约束和单相

位约束的非迭代多平面相位全息图生成方法,可以在短时间内得到设计结果。但是在多平面全息显示中面临的主要问题有两个:其一是多平面全息显示中平面个数的增加会伴随着重建质量的下降;其二是各个平面之间重建像质量的不均匀分布。目前,研究重心主要在于提高重建像的质量,然而,对于各个平面重建像质量的均衡分布并没有做深入的研究,主要原因是由于各平面之间会相互干扰,并且这些干扰是随机的,相对比较难控制。

本文正是从此问题出发,为提高多平面全息显示质量,提出了改进的加权迭代多平面全息显示方法。为了在设计全息图的过程中减少各平面之间的相互影响,引入权值来对其进行控制约束,通过在计算过程中对权值的不断修正变化,使多平面之间再现像的质量分布更均匀、质量更高。最后对2~6个平面的相同目标图像与不同目标图像进行了分析计算与实验验证。结果表明,该方法的引入不仅不会降低计算速度,还会使多平面全息显示中再现像的质量分布更均匀,且质量有一定的提高,为实现高质量的多平面显示提供了新思路。

## 2 加权多平面全息图计算原理

本文的设计思路是以GS迭代算法为基础,通过在全息面上引入权值进一步改进,首先是根据已知多目标平面的振幅信息与随机相位组成输出面复振幅分布,然后在已知距离下进行逆向衍射( $F^{-1}$ )到全息面,

收稿日期: 2023-08-10; 修回日期: 2023-09-05; 录用日期: 2023-09-11; 网络首发日期: 2023-09-22

基金项目: 陕西省教育厅重点实验室科研计划(18JS053)、电磁空间安全全国重点实验室基金

通信作者: \*zhangjin@xatu.edu.cn

将所有的复振幅分布在全息面进行权重求和,得到全息面的总复振幅分布,保持其相位不变再与平面波的振幅进行组合,对其进行正向衍射( $F$ ),得到各输出平

面的复振幅分布,再取其相位保持不变,与输出面的目标振幅进行组合,再次进行逆向衍射( $F^{-1}$ ),依次循环,直到满足要求。具体计算思路如图 1 所示。

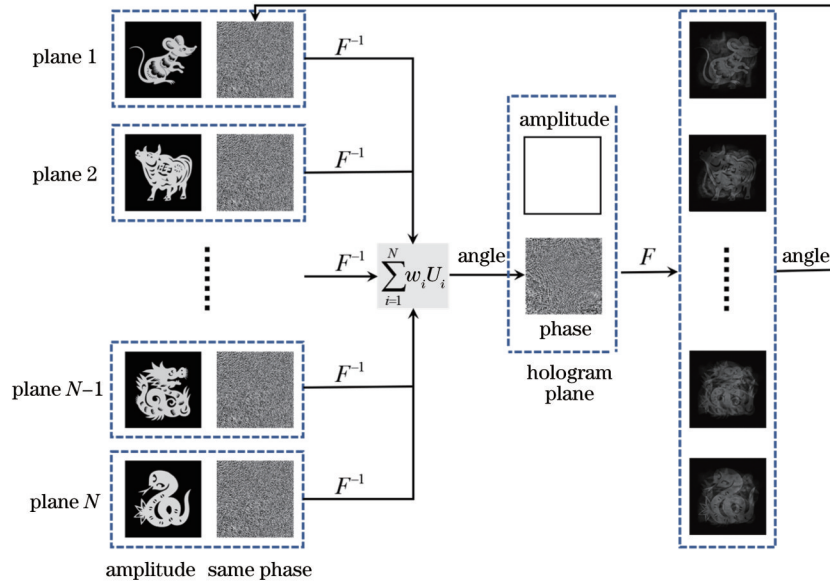


图 1 多平面全息图计算方案

Fig. 1 Multi-plane hologram calculation scheme

图 1 所示计算方案中,先是对  $N$  组平面的振幅值与随机相位结合,得到其复振幅分布,然后进行逆向衍射得到  $N$  组复振幅分布,通过对其进行权值求和得到全息面的复振幅分布,具体求和表达式为

$$U_{\text{Hologram}} = \sum_{i=1}^N w_i U_i, \quad (1)$$

式中: $N$  为多平面的总数量; $i$  为平面的序号; $w_i$  为第  $i$  面的权值; $U_i$  为该面逆向衍射后的复振幅分布; $U_{\text{Hologram}}$  为全息面的总复振幅分布。

在进行权值的分配程中,所有权值的总和应为 1,设置权值的目的是减少各个平面之间的相互影响,通过权重求和后可以保证将多组平面之间的影响进行均衡,使各平面之间分布更均匀。然后再取其相位 (angle),保持相位不变,将其与平面波振幅进行组合,得到全息面的复振幅分布,对其再次进行正向衍射 ( $F$ ),得到输出面的复振幅分布,然后再取其相位 (angle) 并与目标振幅进行组合,依次循环直到满足要求。

在设置权值  $w_i$  的过程中,需要一个衡量标准,本文用相关系数 ( $C_c$ ) 来评价再现结果的图像质量<sup>[17]</sup>,相关系数反映的是再现图像与目标图像的相关程度,当相关系数为 1 时,再现图像与目标图像相同,相关系数小于 1 时,再现图像与目标图像有不不同的地方,相关系数 ( $C_c$ ) 的数学表达式为

$$C_c = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 \sum (Y - \bar{Y})^2}}, \quad (2)$$

式中: $X$  为目标图像; $\bar{X}$  为对应目标图像的均值; $Y$  为重建图像; $\bar{Y}$  为对应重建图像的均值。因此  $C_c$  值越大,再现结果和目标图像的相关性越强,两者越接近。

具体权值修正流程如图 2 所示,首先通过初始参数的设定,如目标图像、初始权值等,利用 GS 算法进行第一次迭代计算,得到  $C_c$  值,观察各个平面的  $C_c$  值是否均匀,若不均匀,通过  $C_c$  值的大小修正权值,再进行下一次的迭代计算,依次循环,直到各平面的  $C_c$  值均匀,输出全息图。然而,由于各个平面之间的相互影响并不能确定,因此只能通过该方法不断地对权值进行修正变化,得到最优的权值,在计算过程中该方法对权值的确定受多种因素的影响,如目标图像的种类、初始计算参数等,具体设置计算步骤在下文进行详细说明。

设置权值的过程中,以  $N$  组平面计算为例,首先设置各权值  $w = 1/N$ ,也就是让所有的权值相等,然后经过一次计算后,得到  $N$  个平面再现像的  $C_c$  值为

$$C_c = \{C_{c1}, C_{c2}, \dots, C_{cN-1}, C_{cN}\}, \quad (3)$$

然后对所有的  $C_c$  值求其平均值为  $\bar{C}_c$ ,再按照下式计算出  $C_c$  所对应的均权差  $w_{\text{rms},i}$ :

$$w_{\text{rms},i} = \frac{|C_{ci} - \bar{C}_c|}{\bar{C}_c}. \quad (4)$$

将计算得到的标准差对初始权值进行修正,修正的思路是对标准差按照式 (3) 中的每一项  $C_{ci}$  与均值  $\bar{C}_c$  的差值比例进行分配,差值为正,将其与初始权值进行相减,反之,若差值为负,将其与初始权值进行相加,计算的表达式为

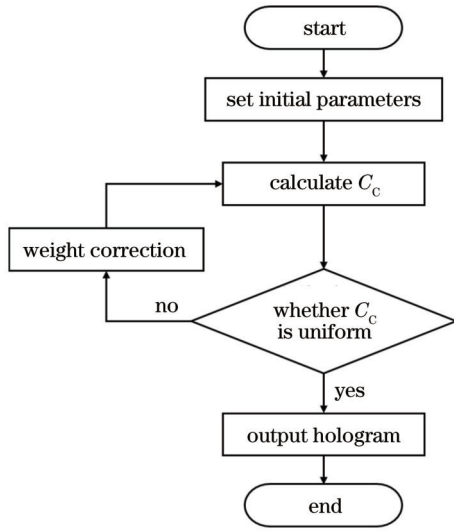


图 2 权值修正流程图

Fig. 2 Weight correction flow chart

$$w_i = \begin{cases} w_i - w'_{rms,i} & \text{if } C_{Ci} - \bar{C}_C > 0 \\ w_i + w'_{rms,i} & \text{if } C_{Ci} - \bar{C}_C \leq 0 \end{cases}, \quad (5)$$

式中,  $w'_{rms,i}$  为对标准差按照式(3)与均值  $\bar{C}_C$  的差值比例重新进行分配后的结果。其中  $w'_{rms,i}$  的计算表达式为

$$w'_{rms,i} = w_{rms,i} \min(w_{i-1}), \quad (6)$$

式中,  $\min(w_{i-1})$  为上一次所有权值中的最小值。

### 3 分析计算

经过上述理论分析之后,下面对其进行模拟计算,为了更好地说明问题,本文在多平面全息设计中分别选用不同目标图像与相同目标图像进行 2~6 个平面的验证。

#### 3.1 不同目标图像设计结果

选用如下结果进行实验验证,分别是十二生肖中“鼠—蛇”6张不同图像,原始图像如图3所示。

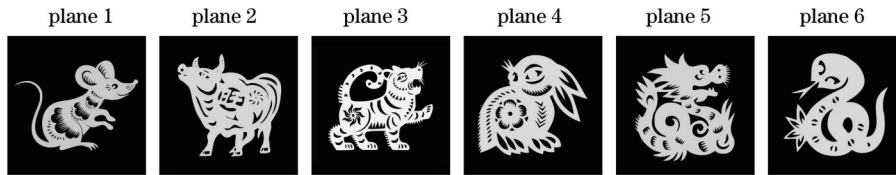


图 3 多平面目标图像

Fig. 3 Multi-plane target images

首先进行初始参数的确定,设置入射光波长  $\lambda = 520 \text{ nm}$ ,入射波为平面波,设置物面与全息面的采样点均为  $768 \times 768$ ,全息面的像素大小为  $12.5 \mu\text{m}$ ,第一个面距离全息面的距离为  $500 \text{ mm}$ ,在其之后各面之间相距  $50 \text{ mm}$ ,然后对全息图进行设计。

为了更直观地比较加权与未加权的设计结果,首

先选用图3中的前两幅图像进行 2 平面全息的模拟计算,计算结果如图4所示,图4(a)为未加权的重建像,图4(b)为加权的重建像,图中右下角为对应重建像的  $C_C$  值。从计算结果可以看出,不加权时两个重建像之间影响会比较严重,加权后各个平面之间重建像的  $C_C$  值分布基本一致,各平面之间的重建像得到了均衡。

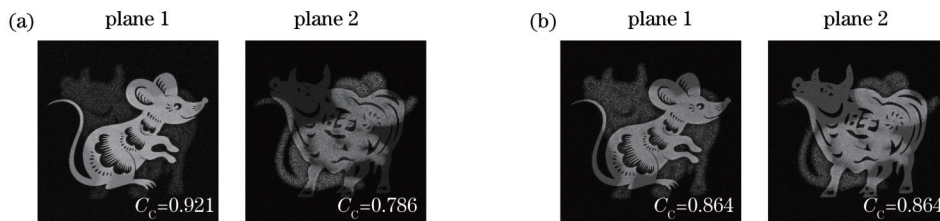


图 4 2 平面加权与未加权重建结果。(a)未加权重建结果;(b)加权重建结果

Fig. 4 2-plane weighted and unweighted reconstruction results. (a) Unweighted reconstruction results; (b) weighted reconstruction result

设置迭代次数为 100 次,再现像的质量以  $C_C$  进行衡量,为了对比加入权值前后对其进行修正结果的好坏,分别通过计算未引入权值和引入权值设计结果中各平面的  $C_C$  值随迭代次数变化的曲线结果进行说明。

从图5可以对比引入权值前后的结果,图5(a)是未加入权值,也就是直接在全息面对所有平面的复振幅进行叠加的结果,可以发现 6 个平面的  $C_C$  值在迭代

次数趋于稳定后它们之间是有差异的,各平面之间的再现像质量分布不均匀;但是如图5(b)所示,通过控制权值,对权值进行修正达到稳定后,各平面的  $C_C$  值基本相等,最终随着迭代次数的增多,  $C_C$  值趋于稳定后,各平面之间的再现像质量一致。

表1和表2分别给出了目标图像不同的 6 个平面修正前后的权值与  $C_C$  值的结果。

对比表1中修正前后权值,和表2中权值修正前后

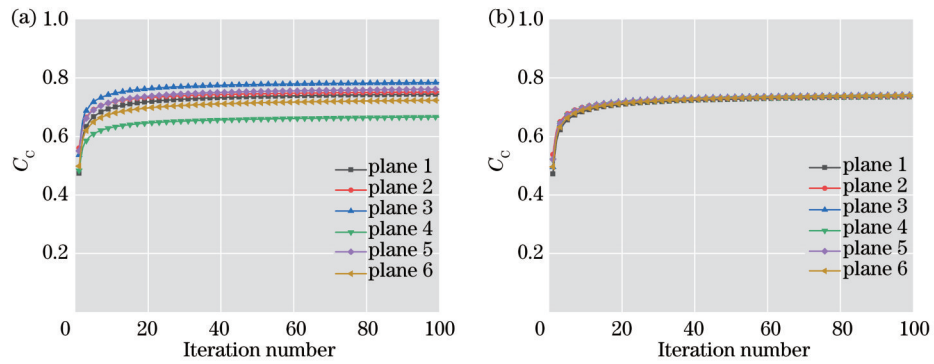


图 5 目标图像不同的 6 个平面  $C_c$  值随迭代次数的变化曲线。(a)未加入权值;(b)加入权值

Fig. 5 Change curves of  $C_c$  values of 6 different planes of target image with number of iterations. (a) Weight is not added; (b) weight is added

各平面再现像的  $C_c$  值,可发现未修正时,各平面之间的再现像质量分布不均匀,当经过权值修正后,各平面之间的再现像质量分布更均匀,并且从表 2 可以看出,经过权值修正后 6 个平面的平均  $C_c$  值比未修正前有所提高,从而会对再现像的质量产生一定的提高。因此可

以发现,引入权值修正不仅使各平面之间的再现像分布更均匀,也会使最终再现像的质量得到一定的提高。

下面为了验证改进算法的有效性,分别对图 3 的 6 张目标图像进行再现验证,按照顺序取 2、3、4、5、6 个平面进行模拟计算,计算的再现像结果如图 6 所示,其

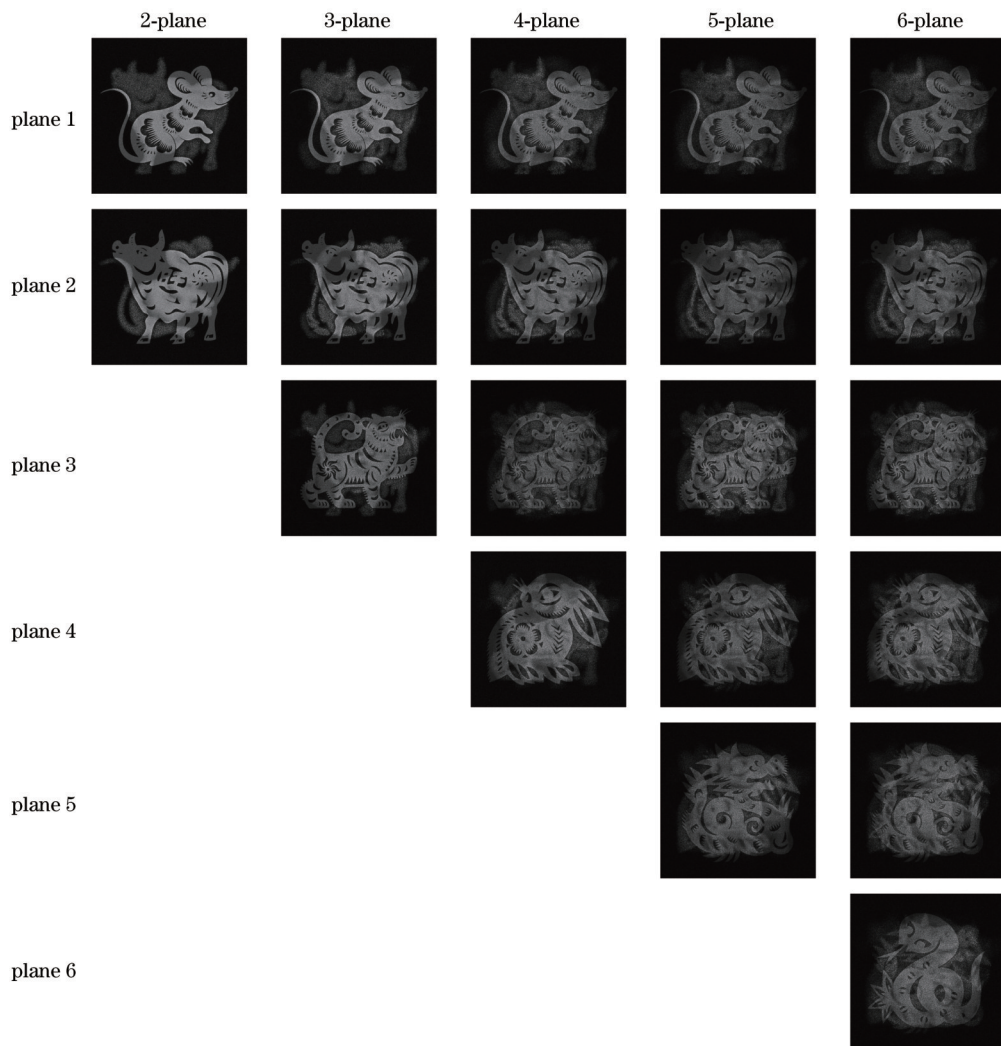


图 6 不同目标图像下 2~6 个平面模拟重建像

Fig. 6 Simulated reconstructed images from 2 to 6 planes under different target images

中“ $x$ -plane”表示  $x$  个平面显示,“plane  $x$ ”表示多平面显示中第  $x$  个平面,  $x$  为平面数量。

表 1 目标图像不同的 6 个平面修正前后的权值结果

Table 1 Weights of six different planes of target image before and after correction

	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$
Before	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
After	$\frac{19}{120}$	$\frac{19}{120}$	$\frac{18}{120}$	$\frac{25}{120}$	$\frac{18}{120}$	$\frac{21}{120}$

### 3.2 相同目标图像设计结果

下面选用如图 7 所示的数字图像处理研究领域经典的“Lena”图片进行验证,对其进行多平面显示,6 张图像均采用同一目标图像进行计算。

将相同目标图像与不同目标图像的计算参数设置

表 2 目标图像不同的 6 个平面修正前后的  $C_c$  结果

Table 2  $C_c$  results of six different planes of target image before and after correction

	$C_{c1}$	$C_{c2}$	$C_{c3}$	$C_{c4}$	$C_{c5}$	$C_{c6}$	Average
Before	0.745	0.752	0.784	0.667	0.761	0.724	0.739
After	0.780	0.780	0.781	0.779	0.780	0.780	0.780

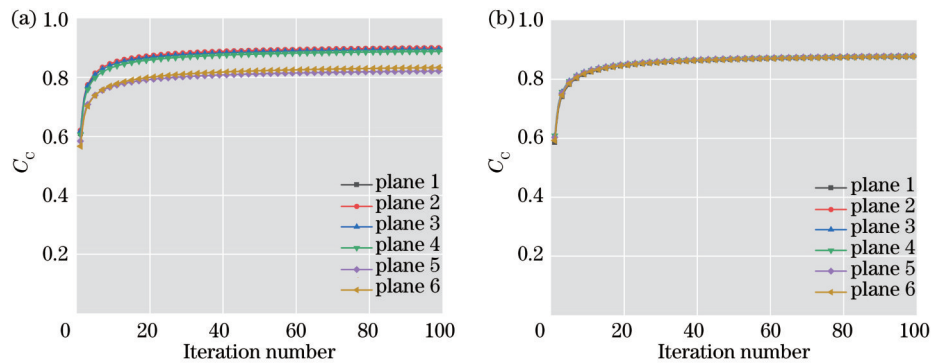


图 8 目标图像相同的 6 个平面  $C_c$  值随迭代次数变化曲线。(a)未加入权值;(b)加入权值

Fig. 8 Change curves of  $C_c$  values of 6 planes with same target image with number of iterations. (a) Weight is not added; (b) weight is added

表 3 目标图像相同的 6 个平面修正前后权值结果

Table 3 Weight results of same six planes of target image before and after correction

	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$
Before	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
After	$\frac{18}{120}$	$\frac{18}{120}$	$\frac{19}{120}$	$\frac{20}{120}$	$\frac{24}{120}$	$\frac{21}{120}$

表 4 目标图像相同的 6 个平面修正前后  $C_c$  结果

Table 4  $C_c$  results of same six planes of target image before and after correction

	$C_{c1}$	$C_{c2}$	$C_{c3}$	$C_{c4}$	$C_{c5}$	$C_{c6}$	Average
Before	0.899	0.900	0.895	0.888	0.822	0.833	0.873
After	0.878	0.879	0.879	0.879	0.879	0.878	0.879



图 7 多平面目标“Lena”图像

Fig. 7 "Lena" image of multi-plane objects

一致进行分析计算,图 8 为未加入权值与加入权值后  $C_c$  值随迭代次数的变化曲线,通过对比未加入权值与加入权值的结果可以看出,加入权值修正后会使得各个平面之间再现像的质量分布更均匀。

表 3 与表 4 的结果与上述表 1 与表 2 的分析一致, 引入权值前后不仅使各个平面之间的再现像质量分布更均匀, 还使再现像的总质量得到了一定程度的提高。为了对简单相同的目标图像、复杂不同的目标图像、简单不同的目标图像、复杂相同的目标图像的 2~6 个多平面全息计算结果进行对比, 将计算结果绘制成图 9 所示的曲线进行对比观察, 从计算结果中可以发现, 所选用目标图像的复杂程度与是否相同都会对最终结果产生影响。

从图 9 可以发现, 对于多平面显示而言, 不同类型目标图像再现像的质量会不同, 其中, 目标图像相同时重建结果质量相对较高, 目标图像不相同重建结果质量较差, 并且随着平面个数的增加两者的差异会越来越大; 当平面个数较少时, 目标图像是否相同对再现像质量几乎不影响; 平面个数较多时, 目标图像是否相同对再现像质量会产生一定的影响。

下面仍对图 7 所示的目标图像进行验证, 分别设

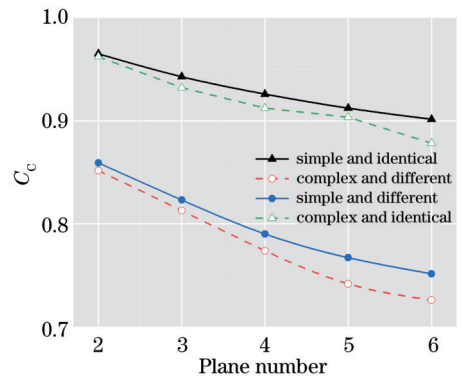


图 9 不同种类目标图像  $C_c$  值随平面个数变化曲线  
Fig. 9 Change curves of  $C_c$  varying with number of planes in different kinds of target images

置为 2、3、4、5、6 个平面进行模拟计算, 计算的再现像结果如图 10 所示, 可以发现各个平面之间再现像的质量分布均匀, 并且随着平面个数的增加整体再现像的质量会下降。

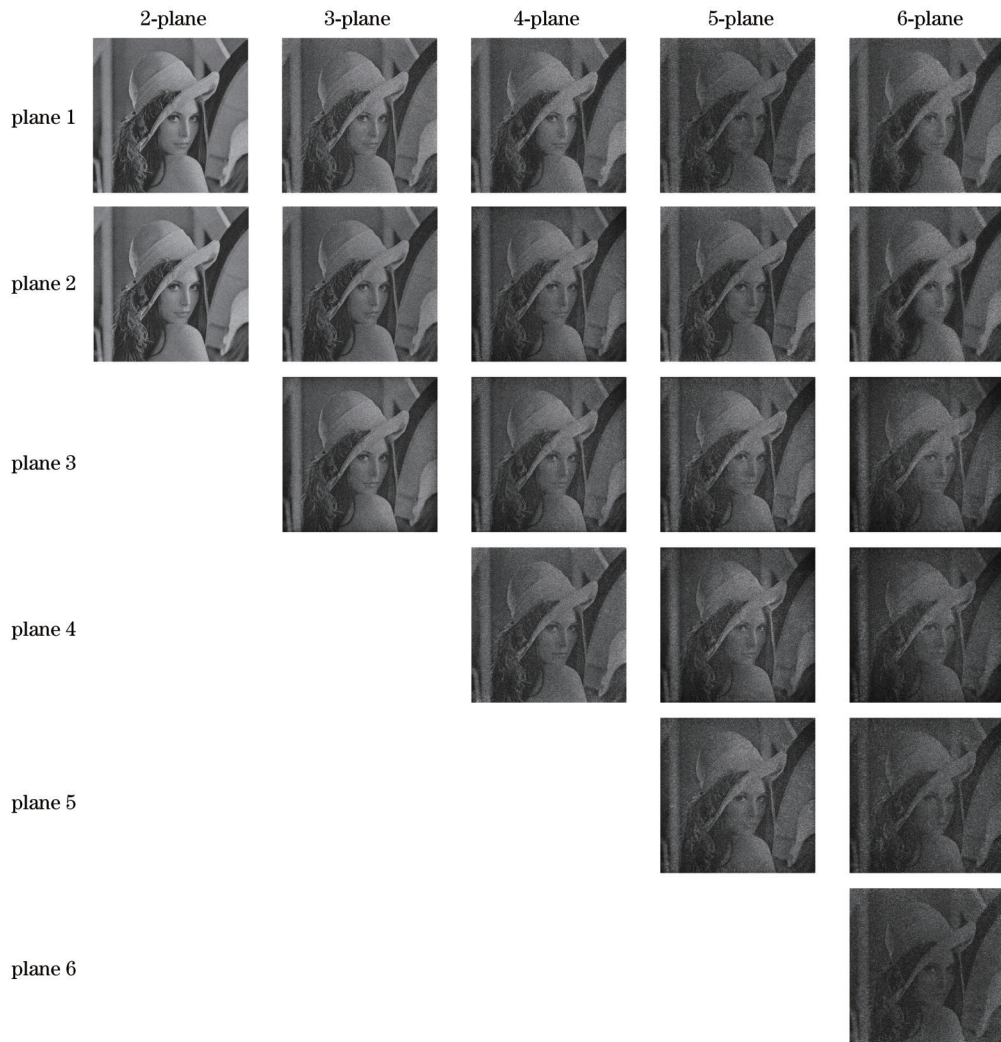


图 10 相同目标图像下 2~6 个平面模拟重建像  
Fig. 10 Simulated reconstructed images from 2 to 6 planes under same target image

## 4 实验验证

下面通过光学实验对上述模拟计算结果进行验证。如图 11 所示采用光源为 520 nm 的半导体激光器, 经过偏振片之后, 再经过透射式相位型液晶空间光调制器 (LC-SLM), 具体型号为 STO-SLM-T1K, 分辨率为  $1024 \times 768$ , 像元大小为  $12.5 \mu\text{m}$ , 填充因子

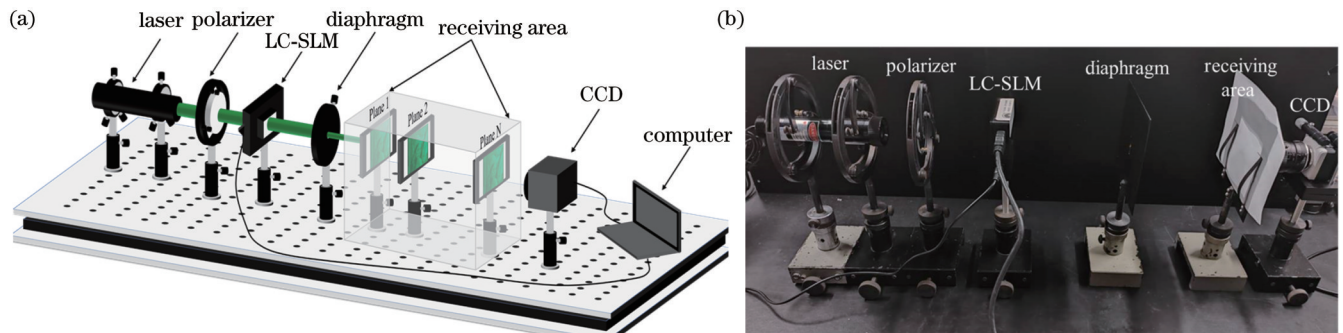


图 11 实验光路。(a) 系统原理图; (b) 系统实物图

Fig. 11 Experimental optical path. (a) System schematic diagram; (b) system actual object diagram

将上述计算的多平面全息图加载在 LC-SLM 上, 通过调整接收距离从而观察多个平面的全息显示结果, 加权与未加权 2 平面全息实验结果对比如图 12 所示, 目标图像不相同的多平面全息再现结果如图 13 所示, 从实验结果可以看出, 加权后均衡了各平面重建像

的质量, 并且对多个 (2~4 个) 平面的全息再现, 其质量也是比较满意的, 再现像的质量人眼可以接受, 特别是 2 个平面全息显示, 再现像的质量仅稍差于单个平面全息显示的质量。

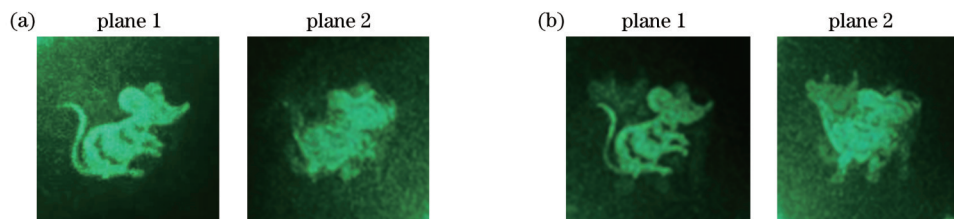


图 12 2 平面加权与未加权重重建实验结果。(a) 未加权重重建像; (b) 加权重重建像

Fig. 12 2-plane weighted and unweighted reconstruction experimental results. (a) Unweighted reconstruction results; (b) weighted reconstruction result

图 14 为同一目标图像 2~6 个平面的全息再现结果, 从实验结果可以看出, 随着平面个数的增加, 再现像的质量变化较快, 2 个平面和 3 个平面的再现结果较为清晰, 当平面个数大于 3 个后, 再现结果的质量开始降低。

将上述模拟计算结果与实验结果进行对比分析, 可以发现实验结果与仿真结果的整体变化趋势基本一致, 随着平面个数的增加重建像的质量会降低, 实验结果与仿真结果之间也存在一定的差异, 主要原因有三个: 其一是由于实验结果拍摄于暗室, 拍摄效果稍差于人眼直接观看的结果; 其二是实验中选用 LC-SLM 进行全息显示, LC-SLM 的自身结构等因素会产生多级衍射像与零级光斑, 影响再现结果的质量; 其三是采用 CCD 对重建像进行拍摄时, CCD 分辨率受限等因素都

会对实验结果产生一定的影响。为了进一步提升重建结果的质量, 可以采用两种方法: 首先, 为了避免 LC-SLM 自身结构对重建像均匀性分布的影响可采用再现域模型相位补偿法; 其次, 为了减少实验过程中重建像的噪声, 可在实验系统中加入  $4f$  系统<sup>[22]</sup> 滤除实验系统中的噪声, 提升图像质量。最终经过结果对比, 两者整体变化趋势是一致的。

从上述结果可以看出, 针对多平面全息而言, 影响最大的就是目标图像的类型与平面个数及其各个相邻平面之间的距离。随着平面个数的增加, 目标图像的类型对再现像质量的影响变化也越大。

## 5 结 论

本文为了降低多平面显示中各平面之间的相互干

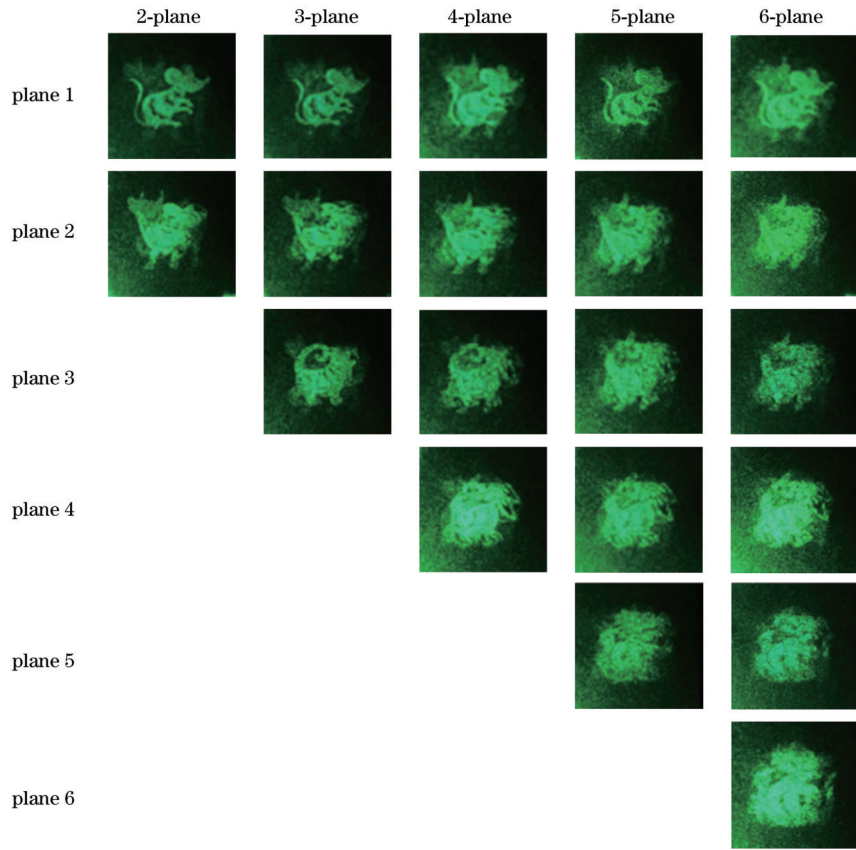


图 13 不同目标图像 2~6 个平面再现结果

Fig. 13 Reconstruction results of 2~6 planes of different target images

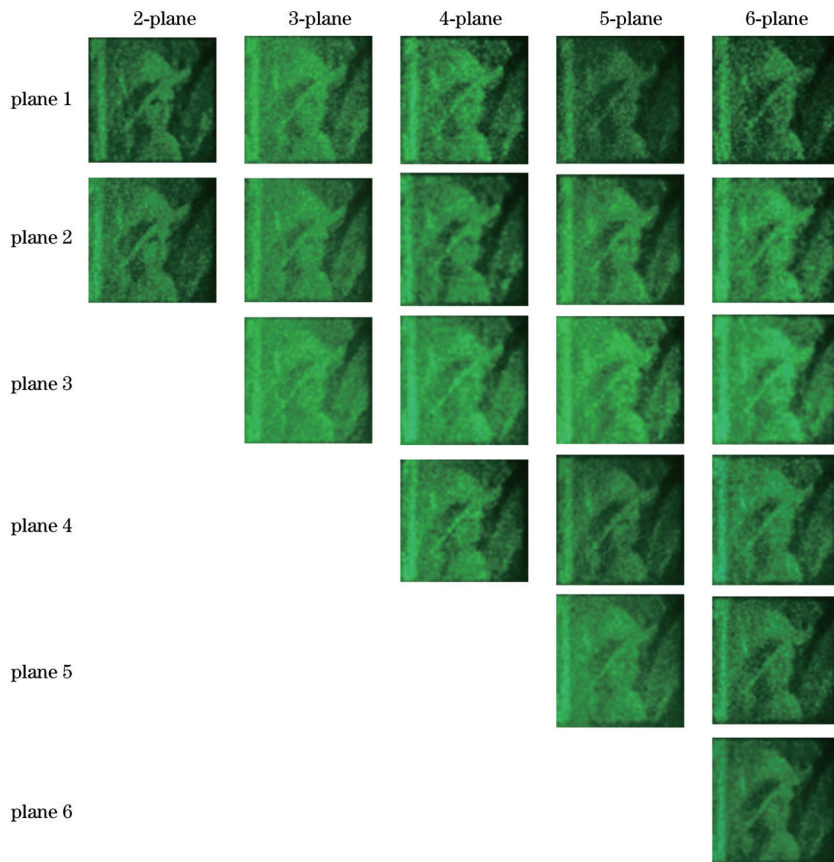


图 14 相同目标图像 2~6 个平面再现结果

Fig. 14 Reconstruction results of 2~6 planes of same target image



扰,提出了一种改进的加权迭代多平面全息显示方法,通过在设计全息图的过程中使用权值对各平面之间进行约束控制,从而使各平面之间再现像质量分布更均匀,并且在不降低再现像质量的情况下,该权值的引入也不会影响计算速度。通过对 2~6 个不同目标图像与相同目标图像的模拟分析计算与实验验证,对比分析可知该方法的再现像之间质量分布更均匀。结果表明,该方法的引入可有效减小多平面全息显示中再现像之间的相互干扰,且使其质量分布更加均匀。

## 参 考 文 献

- [1] Xiao X, Javidi B, Martinez-Corral M, et al. Advances in three-dimensional integral imaging: sensing, display, and applications [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(4): 546-560.
- [2] 曹良才, 何泽浩, 刘珂璋, 等. 元宇宙中的动态全息三维显示: 发展与挑战(特邀)[J]. *红外与激光工程*, 2022, 51(1): 20210935. Cao L C, He Z H, Liu K X, et al. Progress and challenges in dynamic holographic 3D display for the metaverse(Invited) [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(1): 20210935.
- [3] Li B Y, Wang J, Chen C, et al. Spherical self-diffraction for speckle suppression of a spherical phase-only hologram[J]. *Optics Express*, 2020, 28(21): 31373-31385.
- [4] Jo Y, Yoo D, Lee D, et al. Multi-illumination 3D holographic display using a binary mask[J]. *Optics Letters*, 2022, 47(10): 2482-2485.
- [5] Lee E J, Kim T. Optical scanning holography for a three-dimensional equal scale display[J]. *Optics Express*, 2022, 30(5): 8165-8173.
- [6] 孙骁, 韩超. 基于深度学习和分层角谱的三维纯相位全息显示 [J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(4): 0409001. Sun X, Han C. Three-dimensional phase-only holographic display based on deep learning and angular-spectrum layer-oriented[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(4): 0409001.
- [7] Wang Z, Zhang X, Lü G Q, et al. Conjugate wavefront encoding: an efficient eyebox extension approach for holographic Maxwellian near-eye display[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(22): 5623-5626.
- [8] Yaraghi S, Mohammadian N, Mhibik O, et al. Full-color eyebox expansion via holographic volume gratings recorded in photo-thermo-refractive glass[J]. *Optics Express*, 2023, 31(2): 1755-1763.
- [9] Jeon H, Hahn J. Speckle noise-free interconnective holographic projection[J]. *Photonics*, 2022, 9(12): 899.
- [10] Wang J, Zhang S J, Pi D P, et al. Complex amplitude modulated holographic display system based on polarization grating[J]. *Optics Express*, 2023, 31(2): 1092-1102.
- [11] Shi L, Li B C, Matusik W. End-to-end learning of 3D phase-only holograms for holographic display[J]. *Light: Science & Applications*, 2022, 11: 247.
- [12] Chang C L, Bang K, Wetzstein G, et al. Toward the next-generation VR/AR optics: a review of holographic near-eye displays from a human-centric perspective[J]. *Optica*, 2020, 7(11): 1563-1578.
- [13] Lu F, Hua J Y, Zhou F B, et al. Pixelated volume holographic optical element for augmented reality 3D display[J]. *Optics Express*, 2022, 30(10): 15929-15938.
- [14] Pi D P, Liu J, Wang Y T. Review of computer-generated hologram algorithms for color dynamic holographic three-dimensional display[J]. *Light: Science & Applications*, 2022, 11: 231.
- [15] Lin S F, Zhang S H, Zhao J, et al. Binocular full-color holographic three-dimensional near eye display using a single SLM[J]. *Optics Express*, 2023, 31(2): 2552-2565.
- [16] Pi D P, Wang J, Liu J, et al. Color dynamic holographic display based on complex amplitude modulation with bandwidth constraint strategy[J]. *Optics Letters*, 2022, 47(17): 4379-4382.
- [17] Velez-Zea A, Barrera-Ramirez J F, Torroba R. Alternative constraints for improved multiplane hologram generation[J]. *Applied Optics*, 2021, 61(5): B8-B16.
- [18] Wang Z, Chen T, Chen Q Y, et al. Reducing crosstalk of a multi-plane holographic display by the time-multiplexing stochastic gradient descent[J]. *Optics Express*, 2023, 31(5): 7413-7424.
- [19] 杨磊, 夏军, 张晓兵, 等. 基于多平面全息成像的三维显示[J]. *中国激光*, 2014, 41(2): 0209017. Yang L, Xia J, Zhang X B, et al. Three-dimensional display by holographic imaging on multiple focal planes[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41(2): 0209017.
- [20] Velez-Zea A, Roberto T. Noniterative multiplane holographic projection[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(14): 4377-4384.
- [21] 沈川, 刘凯峰, 张成, 等. 可编程菲涅耳耳相位透镜应用于多平面全息投影[J]. *光子学报*, 2014, 43(5): 0509002. Shen C, Liu K F, Zhang C, et al. Multi-plane holographic projection using programmable Fresnel phase lenses[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(5): 0509002.
- [22] Qi Y J, Chang C L, Xia J. Speckleless holographic display by complex modulation based on double-phase method[J]. *Optics Express*, 2016, 24(26): 30368-30378.

## Improved Weighted Iterative Multi-Plane Holographic Display Method

Hu Chi<sup>1</sup>, Sun Guobin<sup>1</sup>, Jiang Shilei<sup>1</sup>, Zhou Yan<sup>1</sup>, Liu Yanyan<sup>2</sup>, Zhang Jin<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>*School of Opto-Electronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, Shaanxi, China;*

<sup>2</sup>*National Key Laboratory of Electromagnetic Space Security, Tianjin 300308, China*

### Abstract

**Objective** The continuous development of 3D display technology has brought society a new research field. Since 3D display technology based on computer generated hologram (CGH) features flexibility, repeatability, and convenience, most universities and research organizations have conducted in-depth research on it. With the increasing research on CGH theory and improving the performance of spatial light modulator (SLM) device structures, applications based on SLM have

gradually become a research hotspot in holographic projection, holographic displays, virtual reality/augmented reality (AR/VR) displays, dynamic holography, and color holography. In 3D display, there is a multi-plane display method whose essence is between 2D and 3D, and the method employs a hologram that can display the same or different results at multiple locations. However, there are two main problems in the multi-plane holographic display. One is that the decreased reconstruction quality will accompany the increased number of planes in a multi-plane holographic display, and the other is the non-uniform distribution of the reconstruction image quality among each plane. The main reason is that the planes will interfere with each other, and the interference is random and relatively difficult to control. To improve multi-plane holographic display quality, we propose an improved weighted iterative multi-plane holographic display method. Meanwhile, to reduce the mutual influence among the planes in designing holograms, we introduce weights to control the constraints, and thus the quality distribution of the reconstructed images among multiple planes is more uniform and of higher quality by the constant correction of the weights during the calculation. The results show that the introduction of this method not only does not reduce the calculation speed but also leads to a more uniform quality distribution of the reconstructed image in the multi-plane holographic display. Additionally, the quality is improved to some extent, which provides a new idea for high-quality multi-plane display.

**Methods** Our design idea is based on the Gerchberg-Saxton (GS) iterative algorithm and is further improved by introducing weights on the holographic plane. Firstly, the output plane complex amplitude is composed according to the amplitude information of the known multi-plane target with random phases. Then, the inverse diffraction is carried out into the holographic plane at a known distance, and all complex amplitudes in the holographic plane are summed up in the weights. The total complex amplitude distribution of the holographic plane is obtained, and the weights are distributed in a weighting. In assigning the weights, the sum of all the weights should be 1. Initially, the weights of each plane are set to be equal. Then, the weights are corrected iteratively by the iterative optimization algorithm according to the  $C_c$  value changes, and the purpose of setting the weights is to reduce the mutual influence among the planes. After summing up the weights, we ensure that the influences of the planes are balanced to make the distribution among the planes more uniform. Then we take the phase, keep it unchanged, and combine it with the plane wave amplitude to get the complex amplitude distribution of the holographic plane. Meanwhile, forward diffraction is conducted again to obtain the complex amplitude distribution of the output plane, then its phase is taken and combined with the target amplitude. This process is repeated until the results are satisfied.

**Results and Discussions** Our core content is the weight correction for each plane, the specific correction idea is shown in Fig. 2, and the specific formulas for the correction are Eqs. (3) – (6). For two-plane holography, the quality of reconstructed images in each plane without introducing weights will be randomly distributed, and the reconstructed images in each plane will be qualitatively different when the introduction of the weights among various planes makes the reconstruction of the image distribution quality uniform (Figs. 4 and 12). It is discussed that for each plane with the same or different target images (Fig. 9), the quality of the reconstructed images of various target image types is different. Specifically, the quality of reconstructed images is relatively high under the same target images, and the quality of reconstructed results is poor when the target images are not the same. The differences between the two will become increasingly larger with the rising number of planes. Under the small number of planes, whether the target image is the same has little effect on the quality of the reconstructed image, and under the large number of planes, the quality of the reconstructed image is affected by whether the target images are the same or not (Figs. 6 and 10). For multi-plane holography, the most significant influence is the target image type, the number of planes, and the distance between neighboring planes (Figs. 13 and 14).

**Conclusions** To reduce the mutual influence among the planes in the multi-plane display, we propose an improved weighted iterative multi-plane holographic display method by employing the weights. Finally, the control among the planes is controlled according to the interactions among the planes in the process of designing the holograms, and the distribution of the reconstruction image quality among the planes is more uniform. Additionally, without reducing the quality of the reconstructed image, the calculation speed will not be affected. The method is compared and analyzed by the simulation analysis and experimental verification of two to six different target images and the same target image to achieve a more uniform distribution of the reconstructed image quality among the planes. The quality of the reconstructed image is affected by the target image type, in which the quality is relatively high under the same target image, and it is poorer under different target images. The difference between them will become increasingly larger with the rising number of planes. In conclusion, introducing this method reduces mutual interference among reconstructed images in multi-plane holographic displays and their more uniform quality distribution.

**Key words** computer-generated hologram; multi-plane holography; 3D display; weighted iteration; holographic display