

## FBG 形状传感器的曲率和弯曲方向误差修正模型

尚秋峰<sup>1,2,3</sup>, 刘峰<sup>1\*</sup><sup>1</sup>华北电力大学电子与通信工程系, 河北保定 071003;<sup>2</sup>河北省电力物联网技术重点实验室, 河北保定 071003;<sup>3</sup>华北电力大学保定市光纤传感与光通信技术重点实验室, 河北保定 071003

**摘要** 光纤布拉格光栅(FBG)形状传感器的铺设角度偏差和标定误差影响检测点曲率和弯曲方向的测量精度,进而导致形状重构误差。针对该问题,提出了曲率和弯曲方向的误差修正模型,以及FBG铺设角度偏差和标定误差自校正模型。利用自校正模型优化FBG的铺设角度和标定系数,并将其代入曲率和弯曲方向误差修正模型,从而提升了形状传感器的重构精度。对模型进行了仿真和实验验证,误差修正后,不同形状的远端重构误差分别从11.66 mm、14.42 mm和22.6 mm降低为4.43 mm、5.67 mm和9.57 mm,相对误差分别从2.56%、3.1%和4.96%降低至0.95%、1.22%和2.06%。所提模型为FBG形状传感器重构提供了一种有效的误差修正方法,不需要复杂的实验校准过程,在FBG形状测量场景中具有较大的应用潜力。

**关键词** 形状重构; 光纤布拉格光栅; 误差修正; 种群优化

**中图分类号** TN253; TH74 **文献标志码** A

**DOI:** 10.3788/AOS231140

## 1 引言

近年来,光纤布拉格光栅(FBG)形状传感已成为光纤传感领域的研究热点。因其结构紧凑、柔性高、耐恶劣环境、可复用等优点,而在民用、机械、航空航天、生物、医疗等领域具有巨大的应用潜力<sup>[1-4]</sup>。

由多根单模光纤构造的FBG形状传感器是最常见的光纤形状传感器之一,基于曲率测量的Frenet-Serret空间微分几何重建算法是目前适用性最广的形状重建方法。通过检测特定横截面处FBG产生的中心波长漂移,获取各检测点处的弯曲曲率和弯曲方向<sup>[5]</sup>,最后通过数值积分结合Frenet-Serret算法重构物体形状。曲率和弯曲方向测量时通常存在一定的误差,可能导致错误的形状重构结果。对于FBG形状传感器,各FBG的铺设角度偏差和标定误差是导致检测点曲率和弯曲方向测量误差的主要因素<sup>[6-8]</sup>。

目前,研究者针对形状传感器的曲率和弯曲方向误差修正模型进行了一系列的研究。Kim等<sup>[9]</sup>通过对同一曲率多次标定取平均值,利用校准矩阵对FBG柔性形状传感器进行曲率误差校正,该方法具有较大的随机性且只对标定误差进行修正,效果不明显。Lou等<sup>[7]</sup>通过对自制FBG形状传感器的制备和标定过程进行定量分析,确定各个实验装置对FBG铺设角和标

定误差的影响规律。误差修正过程较为繁琐复杂,具有较大的主观性且方法重复性和适用性不强。吕佳豪等<sup>[10]</sup>将曲率修正系数代入曲率标定关系式中,对曲率标定关系式进行修正,减小曲率测量误差。该方法忽视了FBG铺设角度误差的影响,难以提升形状传感器的弯曲方向测量精度。Tan等<sup>[8]</sup>提出一种基于遗传算法的FBG铺设角度自校正方法,根据表征曲率与FBG铺设角度关系的数学模型自动校准FBG的铺设角度,进而提升曲率测量精度。由于未考虑FBG标定偏差对测量曲率的影响,该方法存在一定的局限性。综上所述,目前的FBG形状传感器弯曲曲率和弯曲方向误差修正方法存在校准过程过于复杂、实验重复性难以保持等问题。

本文基于形状传感器的重构误差理论,推导了检测点测量曲率和弯曲方向与FBG铺设角度偏差和标定误差的关系,提出一种曲率和弯曲方向的误差修正模型。此外,针对FBG铺设角偏差和标定误差难以校正的问题,提出基于人工兔优化(ARO)算法的自校正模型。利用ANSYS仿真和形状重构实验验证了误差修正模型和自校正模型的可行性和有效性。本文方法减小了曲率和弯曲方向的测量误差,有效提升了FBG形状传感器的重构精度。

收稿日期: 2023-06-14; 修回日期: 2023-07-18; 录用日期: 2023-08-07; 网络首发日期: 2023-08-15

基金项目: 河北省自然科学基金(E2019502179)

通信作者: liufeng202204@126.com

## 2 基本原理

### 2.1 FBG 形状传感器重构理论

FBG 形状传感器结构如图 1 所示, 3 个 FBG 阵列

等角度  $120^\circ$  均匀铺设在基材表面, 如图 1(a) 所示, 在检测点截面建立直角坐标系, 令各 FBG 相对  $x$  正半轴的铺设角度为  $\theta_i$ 。

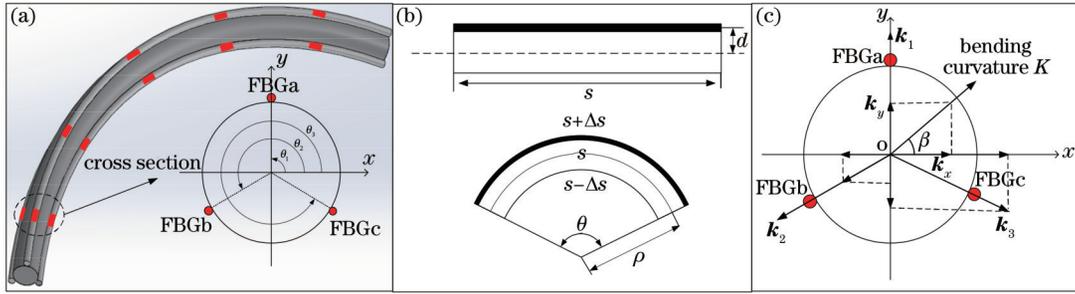


图 1 传感器结构示意图。(a)检测点横截面;(b)(c)曲率、弯曲方向检测原理图

Fig. 1 Schematic diagram of sensor structure. (a) Cross section of detection point; (b)(c) schematic diagram of curvature and bending direction detection

形状传感器受力弯曲时, 检测点 FBG 因轴向应变  $\epsilon$  产生中心波长偏移  $\Delta\lambda$ 。如图 1(b) 所示, 设 FBG 中心波长为  $\lambda_B$ , 栅区长度为  $s$ , FBG 距中性轴的距离为  $d$ , 曲率半径为  $\rho$ , 可得到  $\theta^{[11-12]}$  的表达式为

$$\theta = \frac{s + \Delta s}{\rho + d} = \frac{s}{\rho} \quad (1)$$

根据 FBG 对轴向应变的响应公式解得

$$\epsilon = \frac{\Delta s}{s} = \frac{d}{\rho} = kd, \quad (2)$$

$$\Delta\lambda = (1 - P_e)\lambda_B\epsilon \quad (3)$$

由式(2)和式(3)推导出检测点 FBG 的感测曲率<sup>[7,13]</sup>为

$$k = \frac{2\Delta\lambda}{\lambda_B d (1 - P_e)} \quad (4)$$

如图 1(c) 所示, 在检测点横截面处建立直角坐标系, 规定 FBG<sub>a</sub> 与中性轴连线作为  $y$  轴, 检测点各 FBG 的感测曲率设为  $k_i$ , 得到  $k_x$  和  $k_y$ <sup>[7]</sup> 的表达式为

$$k_x = \sum_{i=1}^3 k_i \cos \theta_i, \quad k_y = \sum_{i=1}^3 k_i \sin \theta_i \quad (5)$$

此时, 检测点弯曲曲率  $K$  和弯曲方向  $\beta$  的表达式为

$$K = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^3 k_i \cos \theta_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^3 k_i \sin \theta_i\right)^2} \quad (6)$$

$$\beta = \arctan(k_y/k_x) = \arctan\left(\frac{\sum_{i=1}^3 k_i \sin \theta_i}{\sum_{i=1}^3 k_i \cos \theta_i}\right) \quad (7)$$

当 FBG 均匀铺设时,  $\theta_1 = 90^\circ$ ,  $\theta_2 = 210^\circ$ ,  $\theta_3 = 330^\circ$ , 将其代入式(6)和式(7)推导出曲率和弯曲方向, 表示为

$$K = \sqrt{\frac{(2k_1 - k_2 - k_3)^2 + 3(k_2 - k_3)^2}{9}} \quad (8)$$

$$\beta = \arctan\left[\frac{2k_1 - k_2 - k_3}{\sqrt{3}(k_2 - k_3)}\right] \quad (9)$$

由式(9)可测得形状传感器检测点的弯曲曲率  $K$  和弯曲方向  $\beta$ , 对  $K_i$  和  $\beta_i$  进行插值, 可得到一组空间曲线离散点的曲率和弯曲方向。

FBG 形状传感器的中性轴线近似为一条空间曲线, 其形状重构就可以转化为空间三维曲线的重构问题<sup>[7]</sup>, 根据微分几何思想建立如图 2 所示的运动坐标系。

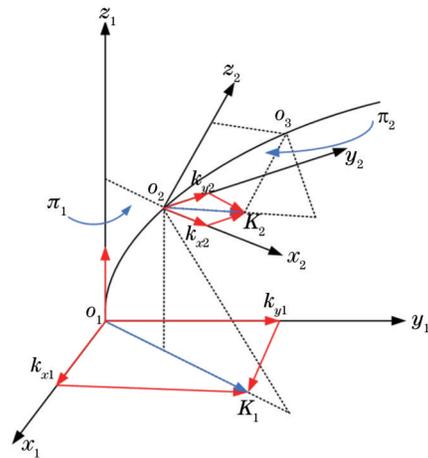


图 2 空间曲线重构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of spatial curve reconfiguration

图 2 中, 假设  $o_1 o_2 o_3$  分别为空间曲线上沿弯曲方向的三个点, 以  $o_1$  为空间坐标系基点, 将曲率看成是与曲线切向量垂直的矢量, 以  $o_1$  点处曲线的切线方向为  $z$  轴, 正交的曲率方向为  $x, y$  轴。  $K_1$  是正交曲率  $k_{x1}$  和  $k_{y1}$  的合成矢量,  $K_1$  与  $z$  轴构成的面为密切平面  $\pi_1$ 。假设  $o_1 o_2$  弧段极小且扭曲状态可以忽略不计, 则该圆弧段可看作是密切平面上  $\pi_1$  的曲线。以同样的方法在  $o_2$  点建立运动坐标系, 根据  $o_2 o_3$  微弧段弧长和该处

的曲率计算出  $o_2$  点在密切平面  $\pi_1$  上的位置, 进一步获得其在固定坐标系中的位置, 这样就可以通过在不同密切平面上连接不同半径的微圆弧段而重构出整条空间曲线<sup>[10]</sup>。

### 2.2 曲率误差和弯曲方向误差修正模型

FBG 的铺设角度偏差和标定误差是导致形状曲率和弯曲方向测量误差的主要因素<sup>[6-8]</sup>, 因此研究 FBG 铺设角度偏差和标定误差下的弯曲曲率和弯曲方向误差修正模型具有重要意义。

形状传感器制作时, FBG 的铺设角度通常存在一定的偏差和标定误差, 如图 3 所示。其中, 图 3(a) 表示 FBG 的铺设角度偏差示意图, 设 FBG 均匀分布时铺设位置为  $a$  点、 $b$  点和  $c$  点, 此时 FBG 铺设角度  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  分别为  $90^\circ$ 、 $210^\circ$  和  $330^\circ$ 。假设  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  的角度偏差分别为  $\Delta\theta_1$ 、 $\Delta\theta_2$ 、 $\Delta\theta_3$ , FBG 实际的铺设位置为  $a'$ 、 $b'$  和  $c'$ , 不满足均匀铺设条件, 利用式(8)和式(9)中的计算方法会引入曲率和弯曲方向测量误差<sup>[14]</sup>。

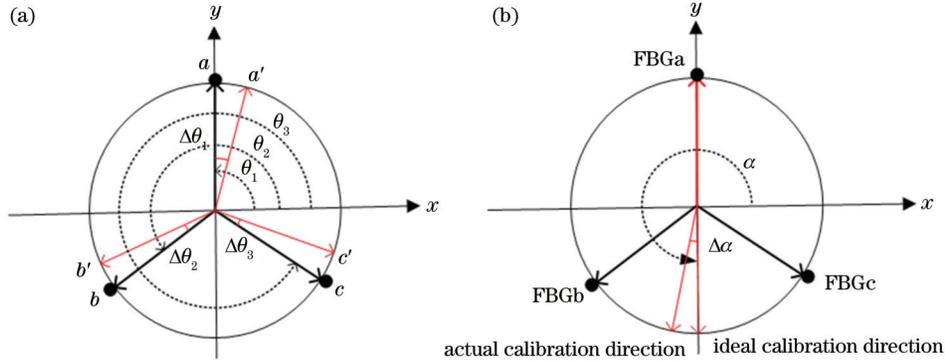


图 3 FBG 铺设角度偏差和标定误差示意图。(a)FBG 铺设角度偏差示意图;(b)FBG 标定误差示意图

Fig. 3 Schematic diagram of laying angle deviation and calibration error of FBG. (a) Schematic diagram of FBG laying angle deviation; (b) schematic diagram of FBG calibration error

针对上述问题, 本文提出一种曲率和弯曲方向的误差修正模型。已知弯曲状态下形状传感器检测点各 FBG 的应变规律<sup>[7-8, 15]</sup>,

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = Kd \cos(\beta + \theta_1) \\ \varepsilon_2 = Kd \cos(\beta + \theta_2), \\ \varepsilon_3 = Kd \cos(\beta + \theta_2) \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $K$  为检测点弯曲曲率;  $\beta$  为弯曲方向。

在 FBG 任意铺设角度下, 式(10)中的余弦分布规律依然成立<sup>[8]</sup>。将 FBG 的铺设角度偏差  $\Delta\theta_i$  代入式(10)并将其与式(2)联立, 可得到检测点各 FBG 曲率变化规律为

$$\begin{cases} k_1 = K \cos(\beta + \theta_1 + \Delta\theta_1) \\ k_2 = K \cos(\beta + \theta_2 + \Delta\theta_2), \\ k_3 = K \cos(\beta + \theta_3 + \Delta\theta_3) \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  表示检测点 FBG 实际的感测曲率。

式(11)中任意两式相除(以  $k_1$  和  $k_2$  为例), 得到弯曲方向表达式为

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\cos[\beta + (\theta_1 + \Delta\theta_1)]}{\cos[\beta + (\theta_2 + \Delta\theta_2)]}, \quad (12)$$

$$\beta = \arctan \left[ \frac{k_1 \cos(\theta_2 + \Delta\theta_2) - k_2 \cos(\theta_1 + \Delta\theta_1)}{k_1 \sin(\theta_2 + \Delta\theta_2) - k_2 \sin(\theta_1 + \Delta\theta_1)} \right]. \quad (13)$$

将式(13)代入式(11)得到检测点弯曲曲率表达式

$$K = \sum_{i=1}^3 \frac{k_i/3}{\cos[\beta + (\theta_i + \Delta\theta_i)]}. \quad (14)$$

形状传感器制作完成后需要对 FBG 感测曲率  $k$  与中心波长偏移量  $\Delta\lambda$  之间的比例系数  $H$  进行标定。 $k$  与  $\Delta\lambda$  之间的关系为

$$k = \frac{2\eta\Delta\lambda}{\lambda_B d(1 - P_e)} = H \cdot \Delta\lambda, \quad (15)$$

式中:  $\eta$  为应变传递效率;  $\eta$ 、 $\lambda_B$ 、 $d$ 、 $P_e$  皆为常数。

标定时通常将形状传感器固定为不同曲率的圆弧并将待标定的 FBG 置于弯曲受力最大的方向, 由于标定方向无法精准控制, 实际标定时存在一定的标定偏差。如图 3(b) 所示, 以 FBGa 标定为例, 将其置于弯曲受力最大的方向, 此时标定方向  $\alpha$  相对于  $x$  正半轴为  $270^\circ$ , 假设标定方向偏差为  $\Delta\alpha$ , 此时  $k$  与  $\Delta\lambda$  的实际关系为

$$k = \frac{2\eta\Delta\lambda}{\lambda_B d(1 - P_e) \cdot \cos \Delta\alpha} = \frac{H \cdot \Delta\lambda}{\cos \Delta\alpha}. \quad (16)$$

FBG 在不同曲率标定时产生的标定方向偏差会影响  $H$  的拟合精度, 本文引入校正系数  $P$  对式(15)中的标定关系进行修正,

$$k' = P \cdot k = (1 - \tan \phi) \cdot k, \quad (17)$$

式中:  $\phi$  是满足  $P > 0$  条件下的调整因子, 将式(17)代入式(13)和式(14)得到检测点弯曲方向和曲率的误差修正模型

$$\beta = \arctan \left[ \frac{k_1 P_1 \cos(\theta_2 + \Delta\theta_2) - k_2 P_2 \cos(\theta_1 + \Delta\theta_1)}{k_1 P_1 \sin(\theta_2 + \Delta\theta_2) - k_2 P_2 \sin(\theta_1 + \Delta\theta_1)} \right], \quad (18)$$

$$K = \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{k_i P_i}{3} / \cos[\beta + (\theta_i + \Delta\theta_i)] \right\}. \quad (19)$$

### 2.3 FBG 铺设角度和标定误差自校正模型

根据式(18)和式(19),曲率和弯曲方向误差修正的前提是确定FBG的铺设角度偏差 $\Delta\theta_i$ 和曲率校正因子 $\phi_i$ 。本文提出一种基于ARO算法的铺设角度偏差和标定误差自校正模型。

ARO算法通过模拟自然界中兔子的捕食过程,可以有效地确定各类函数的全局最优值,在处理未知和受限搜索空间的工程任务方面具有显著的竞争力<sup>[16-18]</sup>。构造合适的初始种群和适应度函数是ARO算法应用的前提,本文将检测点3个FBG的 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ (6个参数)作为优化参数,对 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 随机赋值并编码作为ARO算法的兔子种群。其中,单组 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 即为兔子个体。为了防止算法陷入局部最优,本文引入Chebyshev混沌映射初始化种群,提高种群空间均匀分布性<sup>[19-20]</sup>。其表达式为

$$\begin{cases} x_{t+1} = \cos[t \cdot \arccos(x_t)], & -1 \leq x_t \leq 1 \\ y_t = x_{t+1}, & t = 0, 1, 2, \dots, n \\ y_{t+1} = (2/\pi) \cdot \arctan[\cos(y_t)] + M, & -1 \leq x_t \leq 1 \end{cases}, \quad (20)$$

式中: $x_t$ 表示 $[-1, 1]$ 范围内生成的 $m$ 维向量,表示初始个体; $y_{t+1}$ 为第 $t+1$ 次映射迭代后兔子个体; $M$ 为任意常数。

初始种群和待优化参数确定之后,算法通过适应度函数评估种群中个体位置的适应度。将种群个体(待优化参数 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ )代入式(19)得到不同参数下的测量曲率 $K$ ,以测量曲率误差 $\Delta K$ 为评价指标构造了适应度函数,

$$\Delta K = |3K - 3K_{\text{true}}|, \quad (21)$$

式中: $K$ 表示不同 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 对应的测量曲率; $K_{\text{true}}$ 表示检测点实际曲率。

适应度函数构造完成后,种群通过绕道觅食、随机躲藏、能量缩减的迭代过程对位置进行更新优化直至找到最佳个体位置。ARO算法的搜索行为由能量因子 $A$ 的范围控制, $A$ 随着迭代次数的增加而降低,迫使种群个体在绕道觅食行为和随机躲藏行为之间切换,直到满足终止条件,然后返回到目前为止的最优解。在本文中,当适应度函数值 $\Delta K = 0$ 时,测量曲率 $K$ 与 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 拟合程度最好,最优解中的参数即为检测点FBG的铺设偏差角度 $\Delta\theta_i$ 和标定系数校正因子 $\phi_i$ 。

ARO算法优化的详细过程如图4所示,优化步骤如下。

1)输入固定曲率状态下FBGa、FBGb和FBGc的感测曲率 $k_1$ 、 $k_2$ 和 $k_3$ ,初始化参数令 $\theta_1 = 90^\circ$ 、 $\theta_2 = 210^\circ$ 、 $\theta_3 = 330^\circ$ 。

2)设置输入种群。检测点FBG的待优化参数 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 在某一范围内被随机赋值并编码,利用Chebyshev混沌映射初始化种群。

3)ARO优化。通过ARO对 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 进行优化,包括绕道觅食、随机躲藏、能量收缩三个阶段。

4)公式拟合。根据式(19)对曲率和优化参数 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 进行拟合,得到理论测量曲率。

5)通过适应度函数比较理论曲率和实际曲率的值,当适应度函数值最小时迭代停止,输出 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ ,否则重复步骤3~5。

## 3 仿真实验

利用ANSYS Workbench软件建立了FBG形状传感器的有限元仿真模型。如图5所示,传感器的截面半径为0.5 mm,长度为50 mm,空间分辨率为0.25 mm。同时在传感器表面9个不同位置( $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$ 、 $c_0$ 、 $c_1$ 、 $c_2$ )建立FBG的动力学有限元模型,其中,图5(b)表示传感器某一检测点截面图,图5(c)表示检测点FBG的实际铺设误差角度。

通过对仿真模型施加力学载荷改变其形状获取截面上各点的感测曲率。将检测数据分为三组,其中, $a_0$ 、 $b_0$ 、 $c_0$ 点数据为Data1, $a_1$ 、 $b_1$ 、 $c_1$ 点数据为Data2, $a_2$ 、 $b_2$ 、 $c_2$ 点数据为Data3。

$a_0$ 、 $b_0$ 、 $c_0$ 在横截面上均匀 $120^\circ$ 分布,将其视为FBG的理想铺设角度,将Data1代入式(6)得到传感器实际的弯曲曲率 $K_{\text{true}}$ 。Data2和Data3中引入了不同的铺设角度偏差 $\Delta\theta_i$ ,分别为 $-10^\circ$ 、 $-10^\circ$ 、 $-5^\circ$ 和 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $5^\circ$ ,由于仿真模型可直接得到各FBG的感测曲率,不存在标定误差,因此标定系数 $H=1$ 。假设标定误差下检测点FBG的 $H_i$ 分别为1.1、1.15、1.2。

利用自校正模型对FBG的铺设角度和标定系数进行修正,分别将Data2和Data3代入式(20)中的适应度函数,已知 $\theta_1 = 90^\circ$ 、 $\theta_2 = 210^\circ$ 、 $\theta_3 = 330^\circ$ 。对 $\Delta\theta_i$ 和 $\phi_i$ 随机赋值并编码作为优化算法的初始种群,种群大小设为50,编码范围为 $[-15, 15]$ ,算法迭代次数设为100。FBG的铺设角度偏差和标定系数的自校正结果如表1所示。

以平均相对误差为指标,对自校正结果进行评价。

$$\Delta\theta_e = \sum_{i=1}^3 \left( \left| \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_{\text{true}}}{\Delta\theta_{\text{true}}} \right| / 3 \right) \times 100\%, \quad \Delta H_e = \sum_{i=1}^3 \left( \left| \frac{H_i - H_{\text{true}}}{H_{\text{true}}} \right| / 3 \right) \times 100\%, \quad (22)$$

式中: $\Delta\theta_{\text{true}}$ 和 $H_{\text{true}}$ 为FBG实际的铺设角度偏差和标定系数; $\Delta\theta_e$ 和 $\Delta H_e$ 为对应的相对误差。经过自校正模

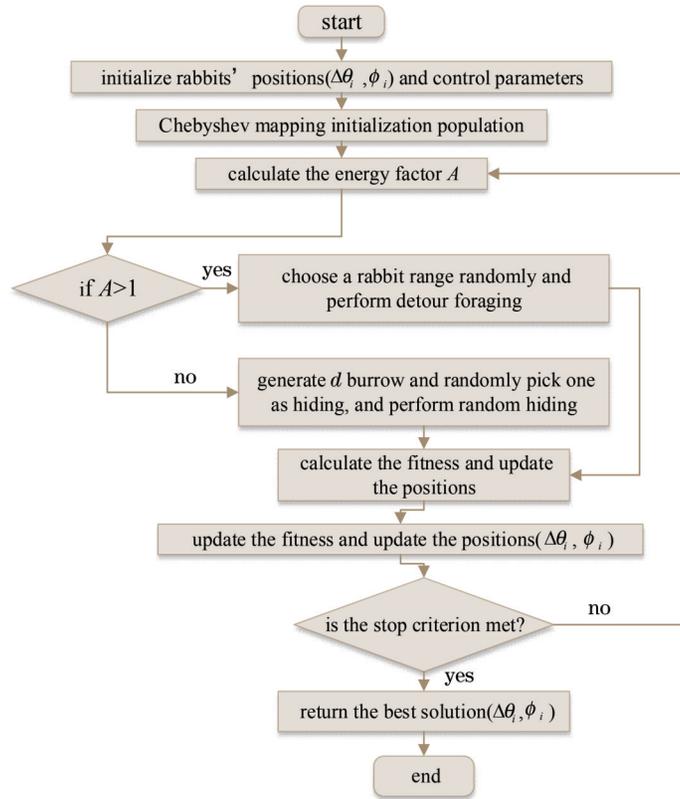


图 4 自校正模型优化流程图

Fig. 4 Optimization flow chart of the self-calibration mode

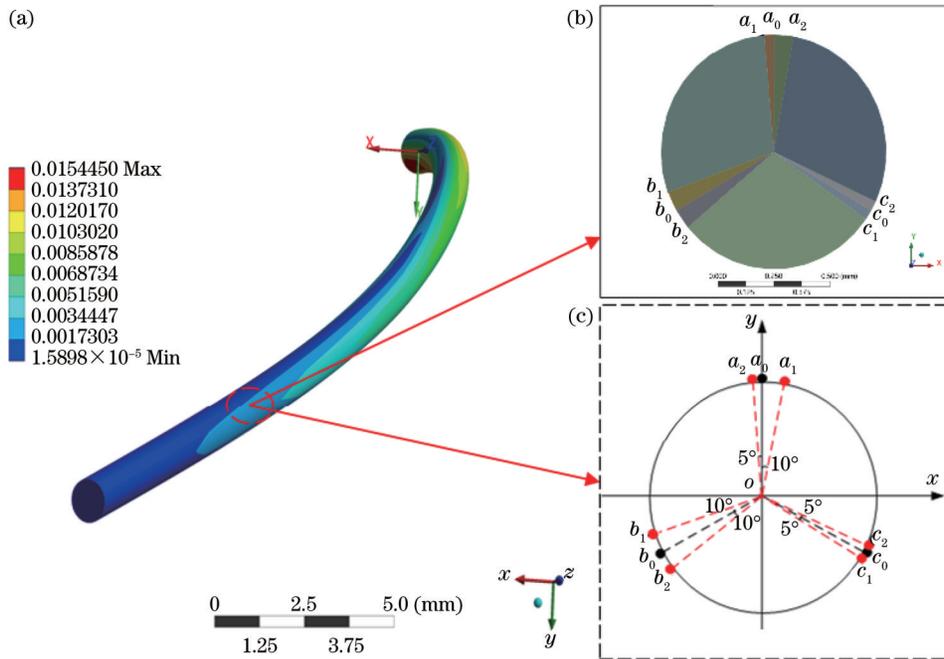


图 5 形状传感器仿真模型。(a)形状传感器;(b)传感器截面;(c)FBG 仿真布局

Fig. 5 Simulation model of shape sensor. (a) Shape sensor;(b) sensor cross-section;(c) FBG simulation layout

型优化后: Data2 的  $\Delta\theta_e$  和  $\Delta H_e$  分别为 1.6% 和 2.67%; Data3 的  $\Delta\theta_e$  和  $\Delta H_e$  分别为 2.16% 和 1.67%。结果表明, 自校准方法能够有效修正 FBG 铺设角度偏差和标定系数。

通过自校正模型, 将 FBG 的铺设角度和标定系数

校正问题转变为适应度函数的求解问题。在本文中, 适应度函数值越小, 求解精度越高, 因此优化算法的收敛精度是模型关注的重点。分别将 ARO 算法与常用的粒子群优化 (PSO) 算法、鲸鱼优化算法 (WOA) 和麻雀优化算法 (SSA) 的收敛精度进行比较, 同样使用

表 1 铺设角度偏差和标定校正系数

Table 1 Laying angle deviation and calibration correction coefficient

Data group	$\Delta\theta_i / (^\circ)$			$H_i$		
	FBGa	FBGb	FBGc	FBGa	FBGb	FBGc
Data2	-10.14	-9.73	-4.96	0.98	0.98	1.03
Data3	4.92	9.65	4.93	1.02	0.99	0.98

Chebyshev 映射初始化种群,重复 10 次得到不同算法的迭代曲线如图 6 所示。相较于 PSO、WOA 和 SSA 等常用优化算法,ARO 算法对所构建的适应度函数具有更高的收敛精度。

将表 1 中的自校正参数代入式(18)和式(19)对 Data2 和 Data3 的弯曲曲率和弯曲方向进行修正,得到误差修正前后的曲率和弯曲方向测量结果如图 7 所示

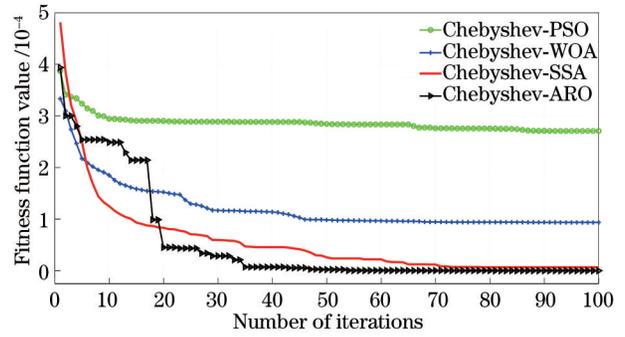


图 6 不同优化算法迭代曲线

Fig. 6 Iteration curves of different optimization algorithms

示。结果表明,本文提出的误差修正模型能够修正由 FBG 铺设角度偏差、标定误差造成的曲率和弯曲方向测量误差。

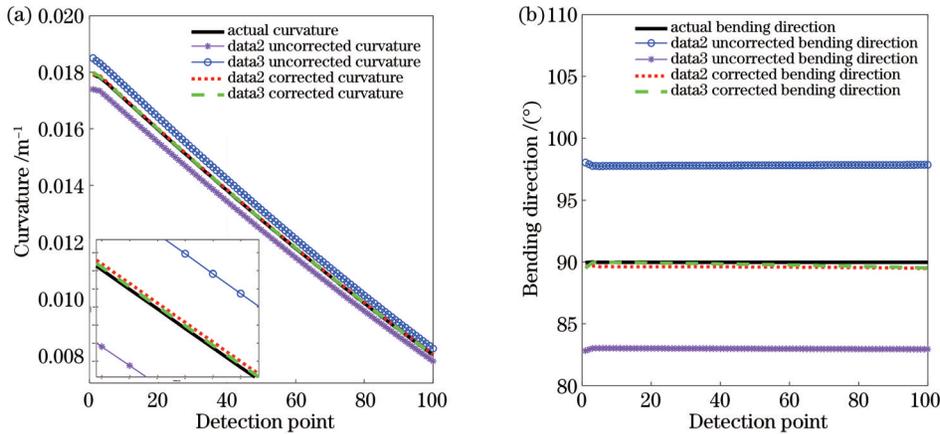


图 7 曲率和弯曲方向的误差修正结果。(a)曲率;(b)弯曲方向

Fig. 7 Error correction results of curvature and bending direction. (a) Curvature;(b) bending direction

## 4 实验分析

### 4.1 传感器封装

为了验证误差修正模型的实用性,设计了一种 FBG 形状传感器。形状传感器的有效长度为 465 mm,基材采用直径为 1 mm、长度为 517 mm 的镍钛合金丝(SMA),SMA 能够在变形后恢复其原始形状,防止传感光纤长期处于拉伸或者压缩的状态<sup>[13,21]</sup>。实验使用的三个 FBG 阵列参数相同,单个 FBG 阵列直径为 250  $\mu\text{m}$ ,栅区长度为 13 mm,等间隔刻有 5 个 FBG,空间分辨率为 100 mm,其中心波长分别为 1530、1535、1540、1545、1550 nm,复用方式为波分复用,FBG 刻写方式为紫外刻写。

为了封装 FBG 形状传感器,利用 3D 打印技术设计了基材-光纤夹持装置和标定工具。夹持装置如图 8(a)所示,用以控制 FBG 铺设角度,标定工具如图 8(c)所示,用以控制 FBG 的标定方向。图 8(c)中:组件 1 为长 50 mm、直径 5 mm 的碳钢轴,用于连接组件 2 和组件 3;组件 2 为长 13.5 mm、内径为 5 mm 的六边形轮

毂螺母,六边形尺寸与夹持装置一致,用于控制传感器的弯曲方向;组件 3 为直径 10 mm、长度 20 mm 的碳钢轴连接器,该连接器左、右内孔直径分别为 5 mm 和 2 mm,用于连接组件 1、2 和组件 4;组件 4 为长 50 mm、直径 2 mm 的碳钢轴,用于连接组件 3 和组件 5;组件 5 外尺寸与组件 3 一致,左、右内孔直径分别为 2 mm 和 1 mm,用于连接组件 4 和钛镍合金丝。

首先将 SMA 插入基材-光纤夹持装置,然后利用标定工具将其两端固定,之后从两端穿入 FBG 阵列。基材和 FBG 阵列固定好之后,利用环氧树脂将其粘贴在镍钛合金丝表面<sup>[22]</sup>,从最中间的光栅位置开始涂胶,胶水凝固后再将夹持装置向两端滑动,直到涂胶完成,实物如图 8(d)所示。最后取下夹持装置,传感器封装完成。

### 4.2 FBG 标定及铺设角度偏差和标定误差校正

FBG 形状传感器制作完成后对各个 FBG 进行标定,标定实验系统如图 9 所示。图 9(a)中系统主要由 FBG 形状传感器、标定板、微光解调仪、笔记本电脑组成。标定板上刻有曲率为 2、5/3、10/7、5/4、10/9、

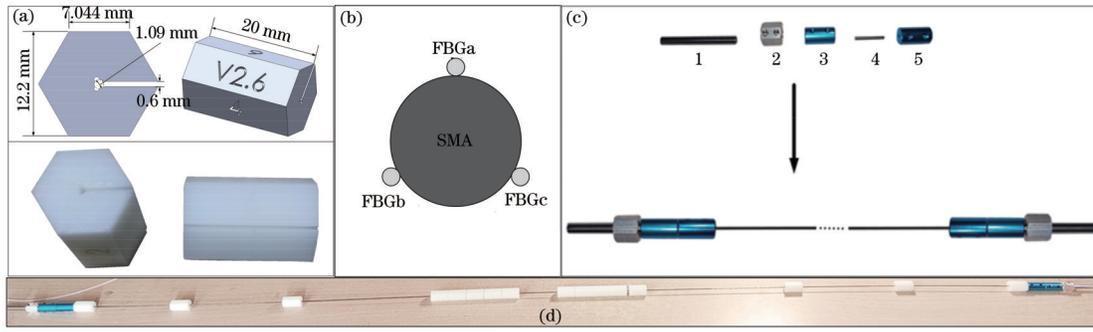


图 8 形状传感器封装示意图。(a)基材-光纤夹持装置;(b)传感器截面示意图;(c)标定工具;(d)FBG 形状传感器

Fig. 8 Packaging diagram of shape sensor. (a) Substrate-fiber holder; (b) schematic diagram of sensor section; (c) calibration tool; (d) FBG shape sensor

$1 \text{ m}^{-1}$  的标准圆弧和直线凹槽,凹槽深度为 2 mm,宽度为 1.3 mm。当 FBG 标定时,旋转传感器两端的螺母,使待标定 FBG 处于弯曲受力最大的方向,然后将传感

器固定在标定板凹槽内,之后利用解调仪获取 FBG 的中心波长,最后将解调数据传入电脑进行后续的数据处理。单个 FBG 标定结果如图 9(b)所示。

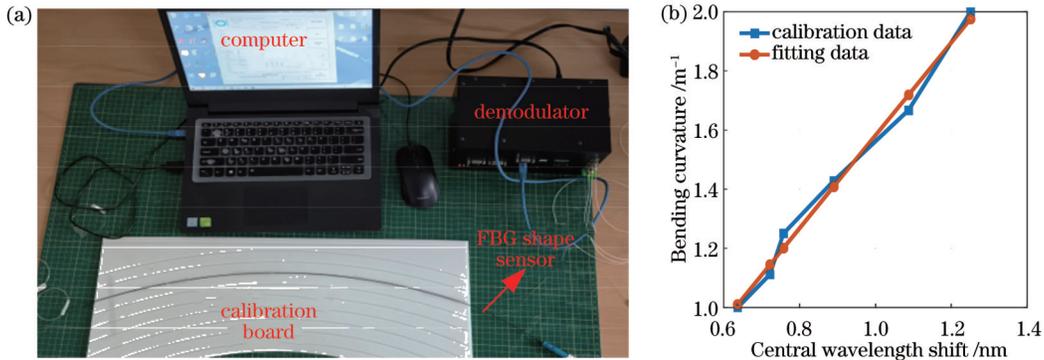


图 9 标定实验。(a)标定实验系统图;(b)FBG 标定结果

Fig. 9 Calibration experiment. (a) Calibration experiment system diagram;(b) FBG calibration result

FBG 标定完成之后,同样通过标定板固定形状传感器曲率作为  $K_{\text{true}}$ ,此时根据 FBG 的标定关系式和中心波长偏移数据得到检测点各 FBG 的感测曲率  $k_i$ ,将  $k_i$  代入自校正模型对 FBG 的铺设角度偏差和标定误差进行校正。各检测点 FBG 的校正结果如表 2 所示。

表 2 检测点 FBG 的铺设角度偏差和标定关系校正系数  
Table 2 Laying angle deviation and calibration relationship correction coefficient of FBG at detection points

Detection point	FBG <sub>a</sub>		FBG <sub>b</sub>		FBG <sub>c</sub>	
	$\Delta\theta/(^{\circ})$	$P$	$\Delta\theta/(^{\circ})$	$P$	$\Delta\theta/(^{\circ})$	$P$
Point1	1.87	0.97	4.39	1.02	1.33	1.06
Point2	-3.50	1.03	-5.56	0.99	8.40	0.95
Point3	4.06	1.05	-9.70	1.02	1.79	1.01
Point4	5.28	0.97	7.81	0.97	-3.22	0.96
Point5	-8.30	1.11	-3.80	0.96	-5.83	1.04

### 4.3 形状重构

利用不同形态下传感器的重构实验对本文提出的误差修正模型进行验证。传感器重构形状的选取是实验的关键,已知任何复杂形状都可看作多个曲率和挠

率为常数的微弧段组成<sup>[23]</sup>。实验利用标定板和 3D 打印技术设计了一系列传感器的形状载体,如图 10 所示。图 10(a)为刻有多个已知曲率的圆弧;图 10(b)是由两个曲率弧组成的双曲线,其中双曲线左半部分曲率为  $5/3 \text{ m}^{-1}$ ,右半部曲率为  $2 \text{ m}^{-1}$ ;图 10(c)中圆柱体表面刻有螺旋形状凹槽。将形状传感器固定在模型凹槽中进行形状重构实验,如图 10(c)所示。

FBG 形状传感器的重构误差通常用欧氏距离误差  $\Delta E$  来衡量,

$$\Delta E = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}, \quad (23)$$

式中: $x, y, z$  为检测点的重构坐标; $x_0, y_0, z_0$  为检测点的实际坐标。重构误差随着检测点距离累增并在远端端点处达到最大。本文以远端重构误差  $\Delta E_{\text{max}}$  和最大相对误差  $R_{\text{max}}$  ( $\Delta E_{\text{max}}$  与传感器长度的比值)作为评价指标对形状重构结果进行比较分析<sup>[21,24-26]</sup>。

将表 2 中自校正后的参数代入式(18)和式(19)完成曲率和弯曲方向的误差修正,得到修正前后的形状重构结果,如图 11 所示。图 11(a)表示  $k = 10/7 \text{ m}^{-1}$  的弧形重构结果,图 11(b)表示双曲线形状重构结果,图 11(c)表示螺旋形状重构结果。误差修正后不同形状

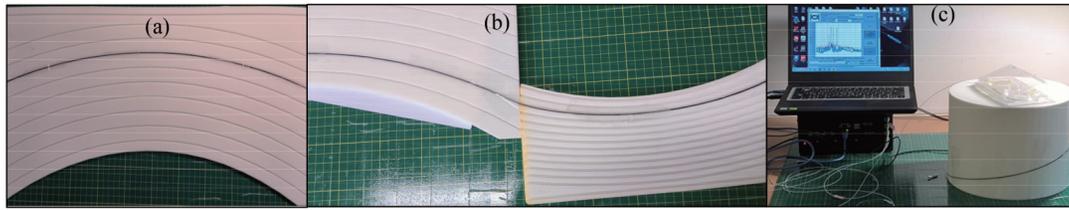


图 10 形状重构实验。(a)弧形;(b)双曲线;(c)螺旋形

Fig. 10 Shape reconfiguration experiment. (a) Arc; (b) hyperbola; (c) spiral

的远端重构误差分别从 11.66 mm、14.42 mm 和 22.6 mm 降低为 4.43 mm、5.67 mm 和 9.57 mm, 相对误差分别从 2.56%、3.1% 和 4.96% 降低至 0.95%、

1.22% 和 2.06%, 平均相对精度分别提升了 62.9%、60.6% 和 58.5%。

所有曲率圆弧的形状重构结果如表 3 所示。

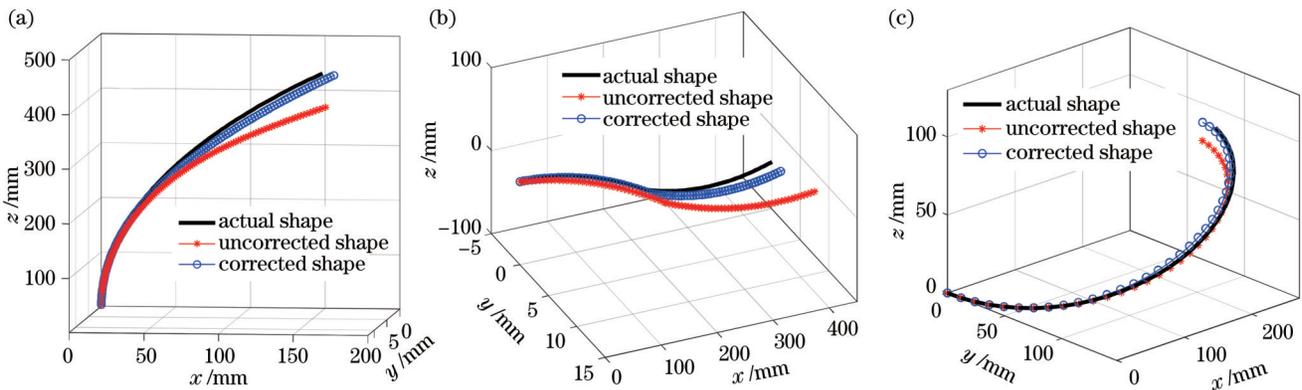


图 11 形状重构结果。(a)弧形;(b)双曲线;(c)螺旋形

Fig. 11 Shape reconfiguration results. (a) Arc; (b) hyperbola; (c) spiral

表 3 不同曲率圆弧形状重构误差

Table 3 Reconfiguration errors of arc shapes with different curvatures

Curvature $k/m^{-1}$	Tail point reconfiguration error			
	Uncorrected		Corrected	
	Absolute error /mm	Relative error /%	Absolute error /mm	Relative error /%
2	10.80	2.54	3.96	0.85
10/6	11.43	2.46	4.25	0.91
10/7	11.66	2.51	4.43	0.95
1.25	11.72	2.52	4.38	0.94
10/9	10.67	2.29	4.61	0.99
1	12.50	2.69	5.34	1.15

由表 3 可知, 经过误差补偿后弧形的远端重构误差平均减少了 6.97 mm, 重构精度平均提升了 1.5%。根据重构实验结果, 利用文本方法修正 FBG 形状传感器的曲率误差和弯曲方向误差, 有效提升了传感器的形状重构精度, 验证了误差修正模型的实用性和有效性。

## 5 结 论

本文基于 FBG 形状感测理论, 建立了传感器弯曲曲率和弯曲方向与 FBG 标定误差和铺设角度偏差之间的理论关系, 提出了一种新的弯曲曲率和弯曲方向的求解方法, 构建了 FBG 形状传感器的曲率和弯曲方

向误差修正模型。此外, 针对 FBG 铺设角度偏差和标定误差难以校正的问题, 提出一种基于 ARO 算法的自校正模型。

利用 ANSYS 仿真和 FBG 形状传感器重构实验对自校正模型和误差修正模型进行验证。结果表明, ARO 算法能够简单高效地优化 FBG 的标定系数和铺设角度, 将优化后的参数代入曲率和弯曲方向的误差修正模型, 提升了形状传感器的重构精度。曲率误差和弯曲方向误差修正后不同形状的远端重构误差分别从 11.66 mm、14.42 mm 和 22.6 mm 降低为 4.43 mm、5.67 mm 和 9.57 mm, 相对误差分别从 2.56%、3.1% 和 4.96% 降低至 0.95%、1.22% 和 2.06%。

本文为 FBG 形状传感器提供了一种新的弯曲曲率、弯曲方向误差修正方法和 FBG 标定误差、铺设角偏差校正方法。与传统方法相比,本文方法简单高效,增强了实验的可操作性和重复性。

## 参 考 文 献

- [1] 尹国路, 徐州, 朱涛. 光纤形状传感器封装过程中残余应力的分布式实时监测[J]. 光学学报, 2022, 42(16): 1606002.  
Yin G L, Xu Z, Zhu T. Distributed real-time monitoring of residual stress in packaging process of optical fiber shape sensor [J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(16): 1606002.
- [2] 苑立波, 童维军, 江山, 等. 我国光纤传感技术发展路线图[J]. 光学学报, 2022, 42(1): 0100001.  
Yuan L B, Tong W J, Jiang S, et al. Road map of fiber optic sensor technology in China[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(1): 0100001.
- [3] 王宇, 肖迪, 牛洋洋, 等. 基于光频域反射仪的光纤水听器探头结构形变研究[J]. 光学学报, 2023, 43(5): 0528001.  
Wang Y, Xiao D, Niu Y Y, et al. Structural deformation of fiber optic hydrophone probe based on optical frequency domain reflectometry[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(5): 0528001.
- [4] 夏启, 王洪业, 杨世泰, 等. 多芯光纤形状传感研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(13): 1306012.  
Xia Q, Wang H Y, Yang S T, et al. Research development of multi-core optical fiber shape sensing technology[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(13): 1306012.
- [5] Liu H L, Zhu Z W, Zheng Y, et al. Experimental study on an FBG strain sensor[J]. Optical Fiber Technology, 2018, 40: 144-151.
- [6] Idrisov R, Floris I, Rothhardt M, et al. Characterization and calibration of shape sensors based on multicore optical fibre[J]. Optical Fiber Technology, 2021, 61: 102319.
- [7] Lou X P, Chen Z Q, Zhuang W, et al. Error analysis and calibration for FBG shape reconfiguration based on non-orthogonal curvatures[J]. Chinese Journal of Entific Instrument, 2017, 38(2): 386-393.
- [8] Tan T, Xie Y L, Duan C, et al. Self-calibration method of optical fiber shape sensor placement angle deviation based on GA [J]. Measurement, 2022, 202: 111844.
- [9] Kim J S, Guo J Z, Chatrasingh M, et al. Shape determination during needle insertion With curvature measurements[C]//2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), September 24-28, 2017, Vancouver, BC, Canada. New York: IEEE Press, 2017: 201-208.
- [10] 吕佳豪, 董明利, 何彦霖, 等. 引入曲率与角度校正的柔性机构三维形状多芯光纤重构方法[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(5): 20200453.  
Lü J H, Dong M L, He Y L, et al. Three-dimensional shape multi-core fiber reconstruction method of flexible mechanism by introducing curvature and angle correction[J]. Infrared and Laser Engineering, 2021, 50(5): 20200453.
- [11] 高东, 孟凡勇, 宋言明, 等. 植入光纤光栅的软体驱动器形状传感研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(2): 155-163.  
Gao D, Meng F Y, Song Y M, et al. Research on the shape sensing of embedded fiber Bragg grating for soft actuator[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(2): 155-163.
- [12] 李红, 祝连庆, 刘锋, 等. 裸光纤光栅表贴结构应变传递分析与实验研究[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(8): 1744-1750.  
Li H, Zhu L Q, Liu F, et al. Strain transfer analysis and experimental research of surface-bonded bare FBG[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(8): 1744-1750.
- [13] 章亚男, 范迪, 沈林勇, 等. FBG 细径形状传感器的应变传递和精度实验[J]. 光学精密工程, 2019, 27(7): 1481-1491.  
Zhang Y N, Fan D, Shen L Y, et al. Strain transmission and accuracy experiment on fiber Bragg grating small-diameter shape sensors[J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(7): 1481-1491.
- [14] Al-Ahmad O, Ourak M, Van Roosbroeck J, et al. Improved FBG-based shape sensing methods for vascular catheterization treatment[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(3): 4687-4694.
- [15] 何超江, 何彦霖, 骆飞, 等. 引入应变灵敏度矩阵的探针形状光纤测量方法[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(12): 20210623.  
He C J, He Y L, Luo F, et al. Needle shape optical fiber measurement method introducing strain sensitivity matrix[J]. Infrared and Laser Engineering, 2021, 50(12): 20210623.
- [16] Wang Y Y, Huang L Q, Zhong J Y, et al. LARO: opposition-based learning boosted artificial rabbits-inspired optimization algorithm with Lévy flight[J]. Symmetry, 2022, 14(11): 2282.
- [17] Wang L Y, Cao Q J, Zhang Z X, et al. Artificial rabbits optimization: a new bio-inspired meta-heuristic algorithm for solving engineering optimization problems[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2022, 114: 105082.
- [18] Ramalingam R, Saleena B, Basheer S, et al. EECHS-ARO: energy-efficient cluster head selection mechanism for livestock industry using artificial rabbits optimization and wireless sensor networks[J]. Electronic Research Archive, 2023, 31(6): 3123-3144.
- [19] Zhao J A, Gao Z M. The improved mayfly optimization algorithm with Chebyshev map[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1684(1): 012075.
- [20] Mitić M, Vuković N, Petrović M, et al. Chaotic fruit fly optimization algorithm[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 89: 446-458.
- [21] Yi X H, Chen X Y, Fan H C, et al. Separation method of bending and torsion in shape sensing based on FBG sensors array [J]. Optics Express, 2020, 28(7): 9367-9383.
- [22] 尹国路, 徐州, 蒋锐, 等. 基于光频域反射仪的光纤分布式三维形状传感技术[J]. 光学学报, 2022, 42(1): 0106002.  
Yin G L, Xu Z, Jiang R, et al. Optical fiber distributed three-dimensional shape sensing technology based on optical frequency-domain reflectometer[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(1): 0106002.
- [23] Li S, Hua P D, Ding Z Y, et al. Reconstruction error model of distributed shape sensing based on the reentered frame in OFDR [J]. Optics Express, 2022, 30(24): 43255-43270.
- [24] Zhao Z Y, Soto M, Tang M, et al. Distributed shape sensing using Brillouin scattering in multi-core fibers[J]. Optics Express, 2016, 24(22): 25211-25223.
- [25] Jäckle S, Eixmann T, Schulz-Hildebrandt H, et al. Fiber optical shape sensing of flexible instruments for endovascular navigation[J]. International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery, 2019, 14(12): 2137-2145.
- [26] 周勇, 胡文彬, 程普, 等. 多芯光纤光栅形状传感性能与重构误差研究[J]. 红外与激光工程, 2023, 52(3): 20220485.  
Zhou Y, Hu W B, Cheng P, et al. Research on shape sensing performance and reconstruction error of multi-core fiber grating [J]. Infrared and Laser Engineering, 2023, 52(3): 20220485.

# Curvature and Bending Direction Error Correction Model of FBG Shape Sensor

Shang Qiufeng<sup>1,2,3</sup>, Liu Feng<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>*Department of Electronic & Communication Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, Hebei, China;*

<sup>2</sup>*Hebei Key Laboratory of Power Internet of Things Technology, North China Electric Power University, Baoding 071003, Hebei, China;*

<sup>3</sup>*Baoding Key Laboratory of Optical Fiber Sensing and Optical Communication Technology, North China Electric Power University, Baoding 071003, Hebei, China*

## Abstract

**Objective** FBG shape sensors have become a research hotspot in optic fiber sensing. Compared with other shape reconfiguration technologies, they have a series of advantages such as compact structure, high flexibility, resistance to harsh environments and corrosion, and reusability. With the development of FBG shape sensing technology, the requirements for the reconfiguration accuracy of frequency selective surface are more stringent. The laying angle deviation and calibration error of FBG seriously affect the measurement accuracy of curvature and bending direction, resulting in errors in the shape reconstruction of FBG shape sensors. At present, the calibration coefficient or calibration matrix is the main method to correct the measurement curvature and error bending direction errors. Based on the quantitative analysis of experimental processes, this method reduces the experiment randomness through repeated operations. There are problems such as high experimental complexity, insufficient applicability and experimental repeatability, and lack of strict theoretical model support. Therefore, it is necessary to study the correction methods of measurement curvature error and bending direction errors caused by the FBG laying angle deviation and calibration error and propose a more adaptable, more convenient, and smarter error correction method.

**Methods** We build a curvature and bending direction error correction model of the FBG shape sensor and a self-correction model of FBG laying angle deviation and calibration error. According to the Frenet-Serret framework, the functional relationship between the curvature and bending direction of the detection point with the FBG laying angle deviation and calibration error is deduced. An improved artificial rabbit optimization (ARO) algorithm is adopted to self-correct the FBG laying angle and calibration coefficient of the shape sensor, which is performed during calibration. Then, the corrected laying angle and calibration coefficient are substituted into the error correction model to correct the curvature and bending direction of the detection point. Meanwhile, ANSYS simulation and self-made shape sensor reconfiguration experiments are employed to verify the error correction model. During the experiment, the FBG shape sensor is fixed into different shapes by the 3D printed model, the sensor shape is reconstructed by the curvature and bending direction after error correction, and the reconstruction results are compared with those without error correction.

**Results and Discussions** The self-calibration model, curvature error correction model, and bending direction error correction model are verified by the simulation model under different FBG laying angle deviations and calibration errors. The results show that the self-calibration model can simply and efficiently optimize the laying angle deviation and calibration coefficient of FBG (Table 1), and substituting the optimized parameters into the correction model improves the measurement accuracy of the curvature and bending direction of the detection point (Fig. 7). The model practicability is verified by the self-made FBG shape sensor reconfiguration experiment. After laying angle deviation and calibration error correction, the measurement error of curvature and bending direction is reduced, with improved reconstruction accuracy of the FBG shape sensor. The tail point reconfiguration errors of the shape sensor in different forms are reduced from 11.66 mm, 14.42 mm, and 22.6 mm to 4.43 mm, 5.67 mm, and 9.57 mm respectively, and the relative errors are from 2.56%, 3.1%, and 4.96% to 0.95%, 1.22%, and 2.06%.

**Conclusions** We propose the correction model of measurement curvature error and bending direction error of FBG shape sensors. The functional relationship between the measured curvature and bending direction and FBG laying angle and calibration coefficient is deduced theoretically, and a new calculation method for curvature and bending direction is proposed. Additionally, we build a self-correction model based on the ARO optimization algorithm to solve the difficult correction of FBG laying angle deviation and calibration error. We validate the self-correcting and error-correcting models using simulations and shape reconfiguration experiments. The results show that the proposed method can

simply and effectively correct the curvature and bending direction of the detection point, and further improve the reconfiguration accuracy of the shape sensor. We propose a new calculation method of curvature and bending direction, and a new calibration coefficient of FBG and a correction method of laying angle deviation. This method is simpler and more efficient than the existing methods, greatly improving the operability and reproducibility of experiments. Meanwhile, it can obtain the bending direction with less measurement data, which reduces the complexity of experiments and data processing.

**Key words** shape reconfiguration; fiber Bragg grating; error correction; population optimization