

# 光学学报

## 共轭涡旋光干涉精密位移测量方法与系统

胡晓宁<sup>1</sup>, 杨栋<sup>1</sup>, 杨忠明<sup>2\*</sup>, 庄新港<sup>3</sup>, 刘兆军<sup>2</sup>

<sup>1</sup>山东大学激光与红外系统集成技术教育部重点实验室, 山东 青岛 266237;

<sup>2</sup>山东大学信息科学与工程学院, 山东 青岛 266237;

<sup>3</sup>中国电子科技集团公司第四十一研究所, 山东 青岛 266555

**摘要** 为实现高精度大量程精密位移测量, 提出了一种基于涡旋光共轭干涉的精密位移测量方法。通过建立位移过程中涡旋光共轭干涉图样的旋转角弧度与位移之间的数学关系, 实现了对旋转角弧度的精确提取, 得到了高精度的精密位移测量结果。基于该原理对测量方案进行了光学系统设计与仿真, 研制了实验系统并进行了实验测试。当标准位移为 20 nm 时, 实验测量结果的误差为 25 pm, 相对误差为 0.13%, 证明了所提亚纳米级精密位移测量方案的有效性。所提系统还可通过计量干涉图样旋转圈数进行大测量范围的精密位移测量。实验结果表明, 所提方案可在 30 μm 范围内实现精密位移测量。

**关键词** 测量; 干涉法; 涡旋光; 位移测量; 光学系统; 像差补偿

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS221218

### 1 引言

高精度的精密位移测量系统对于人类科学的研究的革命和工业制造的迭代升级有着重要的意义<sup>[1-4]</sup>。目前, 精密光学位移测量技术主要包括激光三角法位移测量技术<sup>[5]</sup>、光纤位移测量技术<sup>[6-7]</sup>、光栅位移测量技术<sup>[8-9]</sup>和激光干涉位移测量技术<sup>[10-14]</sup>等。激光干涉位移测量技术分支较多, 近年来出现了基于涡旋光干涉的位移测量方案<sup>[15-22]</sup>。涡旋光具有螺旋形相位, 光束的每个光子都携带轨道角动量。涡旋光的研究正处于一个飞速发展的阶段, 具有非常广阔的应用前景<sup>[23-28]</sup>。随着涡旋光制备与检测技术的不断完善<sup>[29]</sup>, 关于其在精密位移测量领域中的研究工作也在不断增多。本团队提出了基于涡旋光干涉的球面曲率半径高精度测量方法, 实现了 0.5 nm 精度的曲率半径测量<sup>[30]</sup>。此外, 本团队提出了基于双波长涡旋光干涉的拼接镜共相误差检测方法, 可实时获得各子镜间的共相误差<sup>[31]</sup>。在位移测量方面: Verma 和 Yadav<sup>[18]</sup>采用两束拓扑荷为 10 和 -10 的共轭涡旋光进行干涉, 测量精度可达到 10 pm, 测量范围为 30 nm; 赵冬娥等<sup>[21]</sup>研究发现在涡旋光与球面波的干涉光强图样中, 通过测量螺旋形干涉图样在中心处的切线斜率可以计算出微位移的变化量; 夏豪杰等<sup>[22]</sup>提出了一种涡旋光位移干涉测量方法,

实现了微位移的测量, 在实验室条件下的分辨率为 0.5 nm。

为实现亚纳米级精度大量程精密位移测量, 本文以涡旋光共轭干涉图样的旋转为核心, 在旋转角弧度与位移之间构建映射关系, 建立了一种基于涡旋光共轭干涉的精密位移测量方案。通过光学设计与实验验证证明了该亚纳米级精密位移测量方案的有效性。该实验系统还可根据干涉图样旋转圈数进行大测量范围的精密位移测量, 实验结果表明该方案至少可在 30 μm 范围内实现精密位移测量。此外, 对涡旋光干涉过程中的系统像差进行了校正, 提高了测量方案的准确性。该系统为高测量精度和大测量范围的位移测量提供了新的研究思路与技术途径, 对当代科技和工业的发展有着重要意义。

### 2 基本原理

在所提的基于共轭涡旋光干涉的精密位移测量算法中, 将涡旋光的共轭干涉图样作为位移数据的来源。涡旋光具有方位相位结构, 参考光的电场强度可以通过极坐标  $(r, \theta)$  下的公式表示, 即

$$E_{\text{ref}}(r, \theta) = A \cdot \exp[i(l\theta + kz_1)], \quad (1)$$

式中:  $A$  为振幅;  $l$  为拓扑电荷数;  $\theta$  为方位角;  $k = 2\pi/\lambda$  为波数, 其中  $\lambda$  为波长;  $z_1$  为参考臂初始臂长。测试光

收稿日期: 2022-05-30; 修回日期: 2022-06-21; 录用日期: 2022-07-11; 网络首发日期: 2022-07-21

基金项目: 国家自然科学基金(62175131)、山东省重点研发计划(2020CXGC010204)、安徽省重点研究与开发计划(202104a04020001)、山东大学基本科研业务费资助项目(2020JCG003)

通信作者: \*zhongming.yang@sdu.edu.cn

与参考光共轭,其电场强度可以表示为

$$E_{\text{initial}}(r, \theta) = A \cdot \exp[-i(l\theta - kz_2)], \quad (2)$$

式中: $z_2$ 为测试臂初始臂长。因此,位移前的涡旋光共轭干涉光强分布可以表示为

$$I_{\text{initial}} = |E_{\text{ref}} + E_{\text{initial}}|^2 = C_0 + C_0 \cdot \cos[2l\theta + k(z_1 - z_2)], \quad (3)$$

式中: $C_0 = 2A^2$ 为常数。将待测物体安置于测试臂中,通过测试臂上安装的回射器将位移变化引入光路,当待测物体产生位移 $d$ 时,干涉光路中测试臂的光程发生了 $2d$ 的变化。此时,测试光的电场强度随之变化,可以表示为

$$E_{\text{end}}(r, \theta) = A \cdot \exp[-i(l\theta - kz_2)] \cdot \exp(ik \cdot 2d), \quad (4)$$

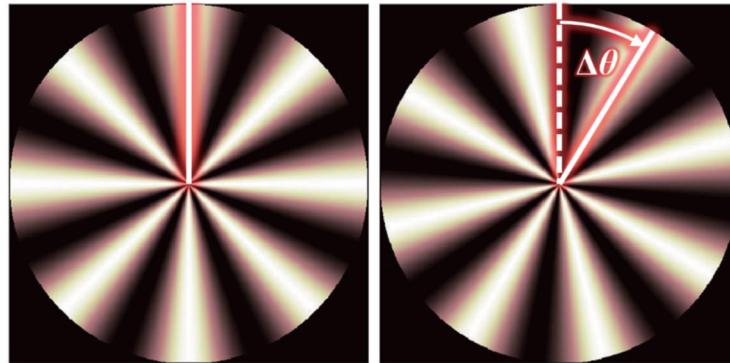


图1 旋转角示意图

Fig. 1 Diagram of rotation angle

如图2所示,设计了基于涡旋光共轭干涉的精密位移测量系统,该系统由激光器、反射式准直器、1/4波片(QWP)、涡旋波片(VR)、分束立方(BS)、回射器和相机组成。光源选择波长为633 nm的He-Ne激光器,激光器输出的稳定线偏振平面波通过单模光纤耦合到反射式准直器中,经过准直扩束的线偏振平面波被1/4波片调制后变为圆偏振光,该光束通过涡旋波片后可得到稳定的涡旋光。该光束经过BS1后被分

此时涡旋光共轭干涉光强分布可以表示为

$$I_{\text{end}} = |E_{\text{ref}} + E_{\text{end}}|^2 = C_0 + C_0 \cdot \cos[2l\theta + k(z_1 - z_2) - 2kd]. \quad (5)$$

由式(5)可知,在待测物体产生位移变化的过程中,形成的干涉图样会随之旋转。如图1所示,位移前后的干涉图样发生了旋转,将旋转角弧度设为 $\Delta\theta$ ,则位移过程中存在等量关系

$$2l\Delta\theta = 2kd, \quad (6)$$

位移 $d$ 可以表示为

$$d = \frac{l\Delta\theta}{k} = \frac{\lambda l \Delta\theta}{2\pi}, \quad (7)$$

其中 $\lambda/l$ 均为已知量,故对位移 $d$ 的测量可转换为对 $\Delta\theta$ 的精确提取。

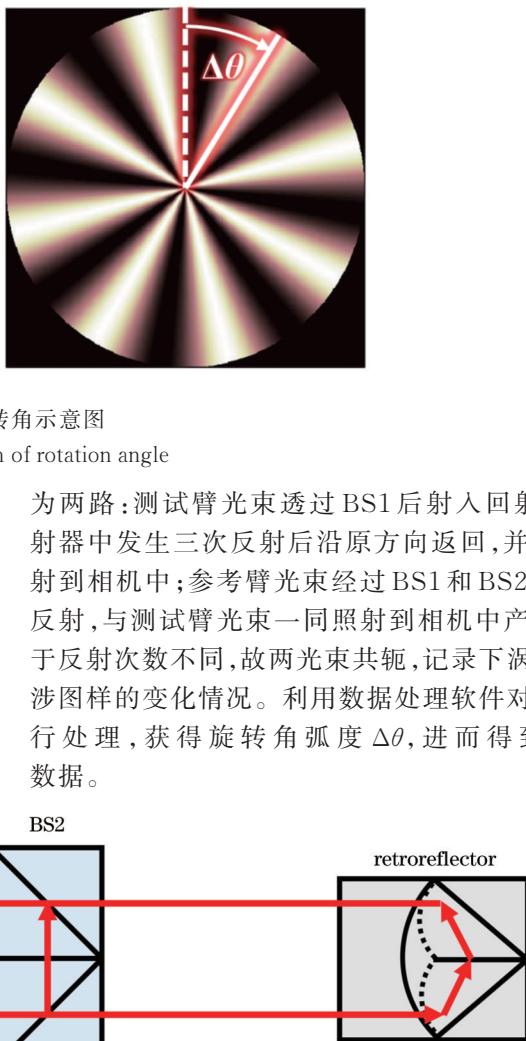


图2 基于涡旋光共轭干涉的精密位移测量系统

Fig. 2 Precision displacement measurement system based on vortex beam conjugate interference

基于该位移测量系统进行针对亚纳米级的位移测量,干涉图样数据处理方法如图3所示。位移测量范围为 $\lambda/2$ ,由式(7)可知,干涉图样的旋转角弧度小于 $\pi/l$ (在两个相邻光强极大值之间)。在位移前后的涡旋光共轭干涉图样中分别提取相同半径圆环上的相对光强分布,通过设定起止线将相对光强映射到数据标

记上,该值将呈现出具有余弦特征的周期性变化,提取极值点对应的数据标记从而求出位移前后移动的平均值,将其与圆环上的数据总量相除后可求得位移前后干涉图样的旋转角弧度差 $\Delta\theta$ ,将 $\Delta\theta$ 代入式(7)中即可求得位移 $d$ 。

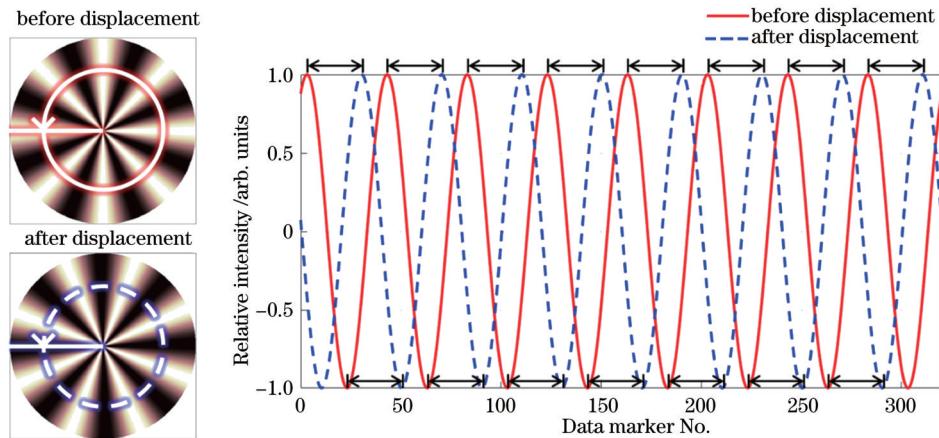


图3 亚纳米级位移测量干涉图样数据处理示意图

Fig. 3 Schematic diagram of interferogram data processing for sub-nanometer displacement measurement

针对大测量范围的高精度位移测量,在涡旋光共轭干涉图样中设置多个(可取 $l$ 个)中心对称的提取区域,如图4所示。在待测物体发生位移的过程中,记录提取区域的相对光强,并求平均值,该值呈余弦性周期变化,将每个周期对应的旋转角弧度记为 $\Delta\theta_0$ ,根据涡

旋光共轭干涉规律易得 $\Delta\theta_0 = 2\pi/2l = \pi/l$ ,通过提取周期数量 $N$ ,可以求得旋转角弧度

$$\Delta\theta = N \cdot \Delta\theta_0, \quad (8)$$

将其代入式(7)中即可求得位移 $d$ 。

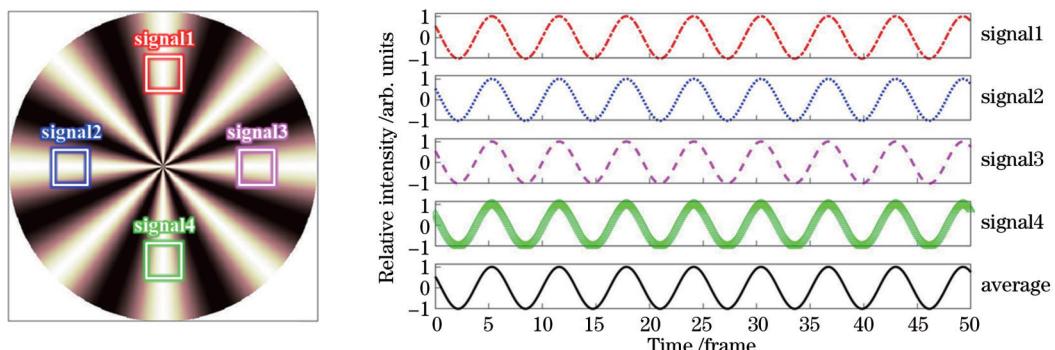


图4 大测量范围位移测量干涉图样数据处理示意图

Fig. 4 Schematic diagram of interferogram data processing for large measuring range displacement measurement

### 3 系统仿真与机械系统设计

基于第2章的理论分析,本章使用ZEMAX光学设计与仿真软件对涡旋光共轭干涉系统进行仿真,并通过光线追迹对成像效果进行分析。图5(a)为系统结构图,系统的成像效果如图5(b)所示。改变系统中回射器的平移位置,干涉图样呈现出旋转特性,仿真结果与理论分析一致,满足位移测量方案的需求,验证了利用该系统获取位移信息的可行性。

利用SolidWorks三维机械设计软件进行了实验

系统的机械建模,在此基础上根据实际的应用需求对结构进行了多次设计调整,实验系统的设计方案如图6所示。通过合理的布局与调整,整个实验系统的尺寸约为 $135\text{ mm} \times 120\text{ mm} \times 80\text{ mm}$ ,其中:A所示结构为 $1/4$ 波片与涡旋波片的安装架,可以利用螺丝微调波片位置;B为光学调整架,以此为基础的分束立方调节系统能够实现分束立方的双轴调节,便于干涉光路的调整;C为机械系统封装壳外保留的调整旋钮,可以在系统封装的条件下对光路进行微调,增强干涉效果;D为通光孔,在系统闲置时需要用盖板盖住,这样可以

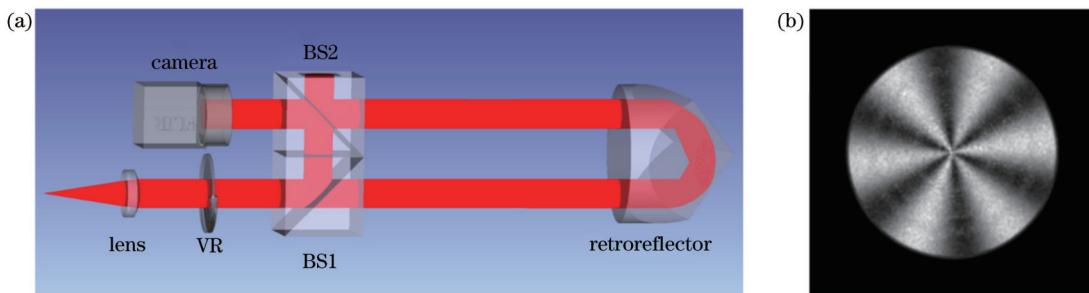


图 5 光学系统设计结果。(a) 系统结构;(b) 成像效果

Fig. 5 Results for optical system design. (a) System structure; (b) imaging result

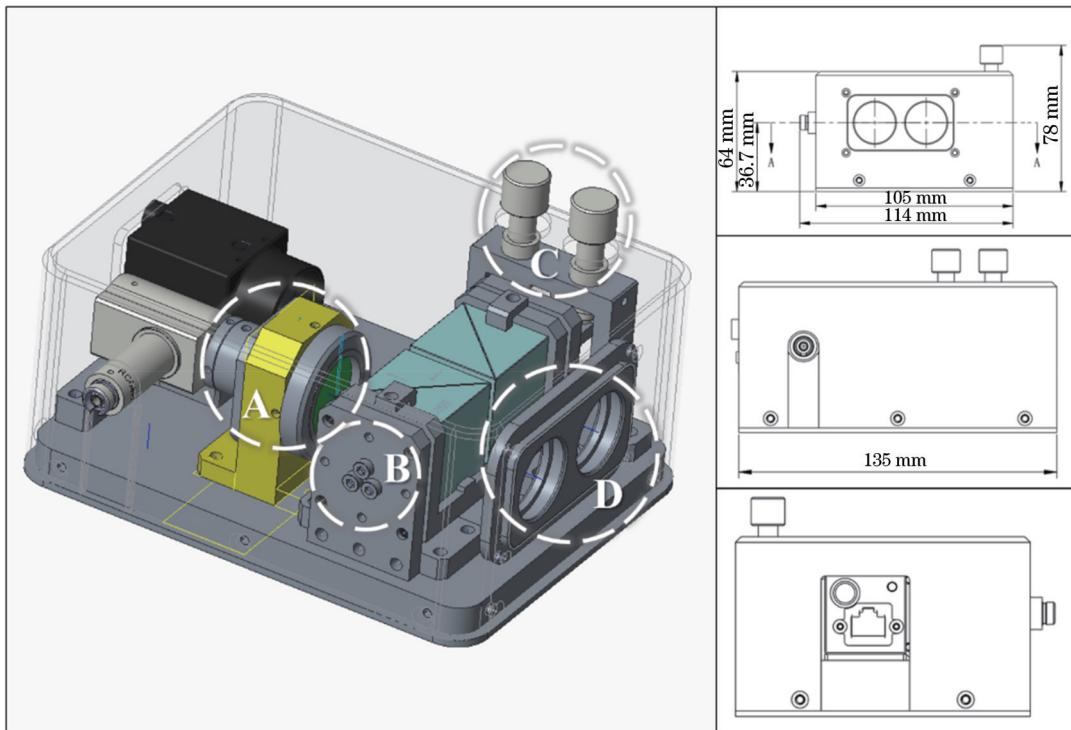


图 6 实验系统设计方案

Fig. 6 Design scheme for experimental system

隔绝外部灰尘,从而维持测距系统的稳定,并提高成像质量。

#### 4 实验及结果分析

对图 6 所示的实验系统设计方案进行实验验证,封装前后的精密位移测量系统实验装置如图 7 所示。光源选择波长为 633 nm 的 He-Ne 激光器,光束通过  $l=4$  的涡旋波片后可产生涡旋光,实验中使用 PI 公司的 P-733.3DD 压电陶瓷(PZT)纳米定位器产生定量位移,该平台的行程为 30  $\mu\text{m}$ ,分辨率为 0.1 nm,线性误差为 0.03%,重复精度小于 2 nm。在实验测试过程中,通过控制位移台来产生定量位移,在采集位移过程中的干涉图样变化情况后使用软件对其进行处理,最终可得到精密位移测量结果。

先对亚纳米级位移测量方案进行验证,设置位移为 20 nm,位移前后采集到的干涉图样如图 8 所示,以

图中线段为起止线,提取相同半径圆环上的光强值。位移前后圆环上不同数据标记对应的相对光强分布在图 9 中给出,提取图中各极值点对应的数据标记,计算它们移动的平均值,可以得到位移前后极值点平均移动了 9.6875 个数据单位,圆环上的数据点总量为 1228,故  $\Delta\theta = 2\pi \cdot 9.6875 / 1228$ ,代入式(7)中可得到精密位移为 19.975 nm,与设置的位移的差值为 0.025 nm,即 25 pm,相对误差为 0.13%。

为进一步验证该亚纳米级测量方案的可靠性,进行了 10 组重复实验,采用 PZT 纳米定位器进行单向扫描,间隔为 50 nm,扫描 10 次。由于使用的定位器的线性误差为 0.03%,故线性扫描过程中的位移分布可视为相对稳定。记录每一次的干涉图样,并通过数据处理方案求得位移。10 组数据的位移测量结果分布如图 10 所示,平均值为 50.0254 nm,标准差为 0.114 nm,表明所提方案可以实现亚纳米级的精密位

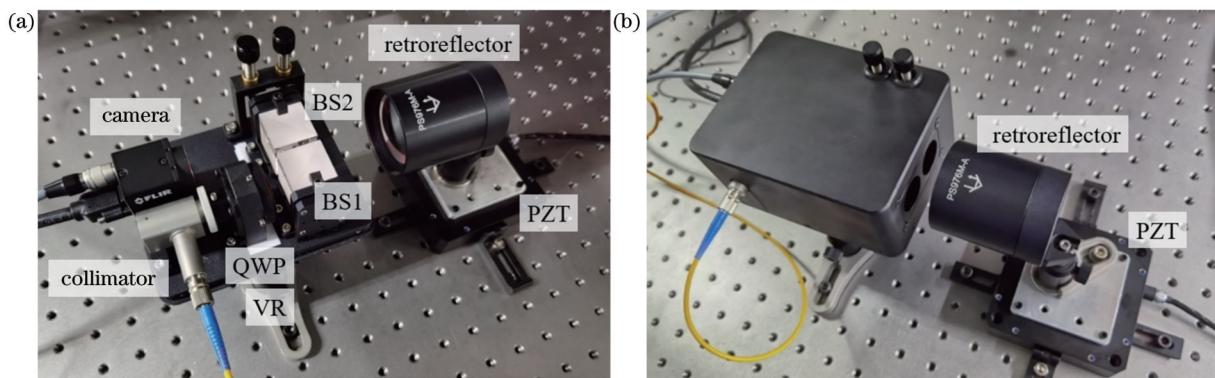


图 7 精密位移测量系统实验装置。(a)封装前;(b)封装后

Fig. 7 Experimental setup for precision displacement measurement system. (a) Before packaging; (b) after packaging

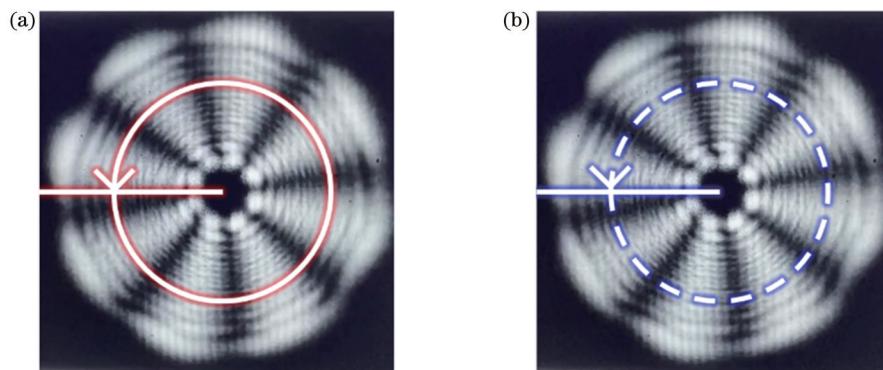


图 8 采集的干涉图样。(a)位移前;(b)位移后

Fig. 8 Collected interference patterns. (a) Before displacement; (b) after displacement

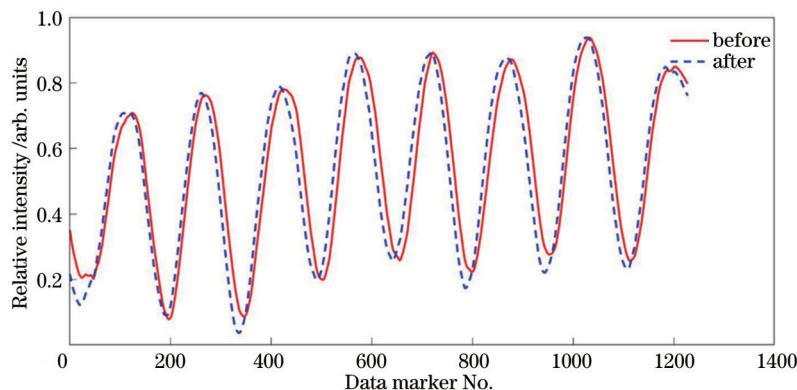


图 9 环上数据标记对应的相对光强分布

Fig. 9 Relative intensity distribution corresponding to data markers on ring

移测量。此外,提升干涉图样分辨率、光源稳定性等参数可以进一步提升该测量方案的分辨率。

在大测量范围位移测量方案的验证实验中,设置位移为  $4 \mu\text{m}$ ,通过相机采集干涉图样变化情况,根据第1章中提出的数据提取算法对每帧图像进行处理,记录提取区域的相对光强平均值。滤波后相对光强随时间的变化情况如图11所示,其中的特征点通过字母进行标记, $A_1$ 点处启动相机进行干涉图样捕捉, $A_2$ 点处位移台开始扫描, $A_5$ 点处位移台停止工作, $A_6$ 点处相机停止采集。 $A_1 \sim A_6$ 为相机的采集过程, $A_2 \sim A_5$ 为

位移台的扫描过程, $A_3 \sim A_4$ 为位移台扫描期间相对光强变化所形成的完整周期。通过数据提取可知, $A_3 \sim A_4$ 共包含 12 个完整周期,经过了 287 frame,平均每个周期为 23.917 frame, $A_2 \sim A_5$ 经过了 302 frame,即相对光强变化了 12.627 个周期,根据式(7)和式(8)可计算出位移为  $3996.502 \text{ nm}$ ,与设置的位移的绝对误差为  $3.498 \text{ nm}$ ,相对误差为  $0.087\%$ ,证明了该方案可以实现大测量范围的精密测量。

实验中使用的位移台的行程为  $30 \mu\text{m}$ ,对  $10 \mu\text{m}$  和  $30 \mu\text{m}$  位移分别进行了 40 次验证实验。图 12(a)中

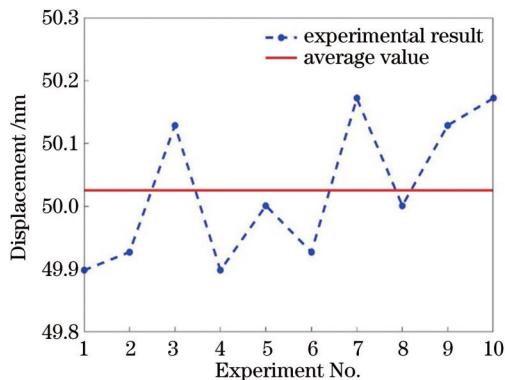


图 10 亚纳米级测量方案实验结果

Fig. 10 Experimental results of sub-nanometer measurement scheme

给出了排序后的位移测量结果:对于10 μm位移,40次实验结果的平均值为10.0149 μm,平均相对误差为1.577%,标准差为0.2040 μm;对于30 μm位移,40次实验结果的平均值为30.0057 μm,平均相对误差为0.368%,标准差为0.1453 μm。测量结果的误差分布如图12(b)所示。该重复实验证了大测量范围精密位移测量方案的有效性。当位移超出30 μm范围时,通过计算周期的方法,同样可以实现精密位移测量。单模He-Ne激光器的相干长度可超过100 m,但涡旋光中心零光强区域面积会随传播距离的增加而增大,进而需要更大的光束直径和采集器面积才能采集到干涉图样,综合考虑各方面因素,将该精密位移测量方案的测量范围限制为米级。

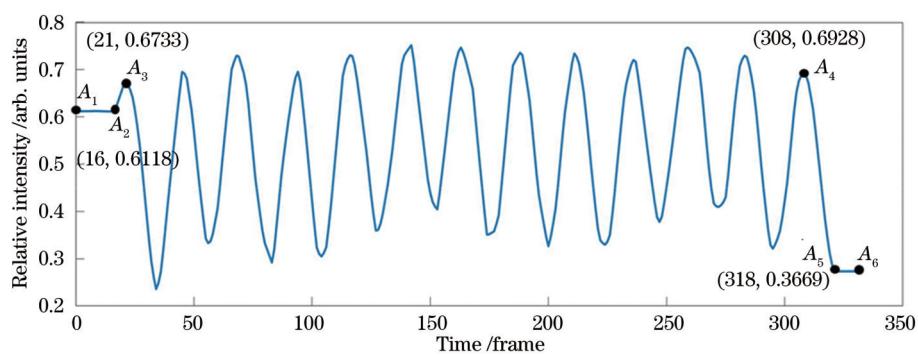


图 11 相对光强随时间的变化

Fig. 11 Relative intensity varying with time

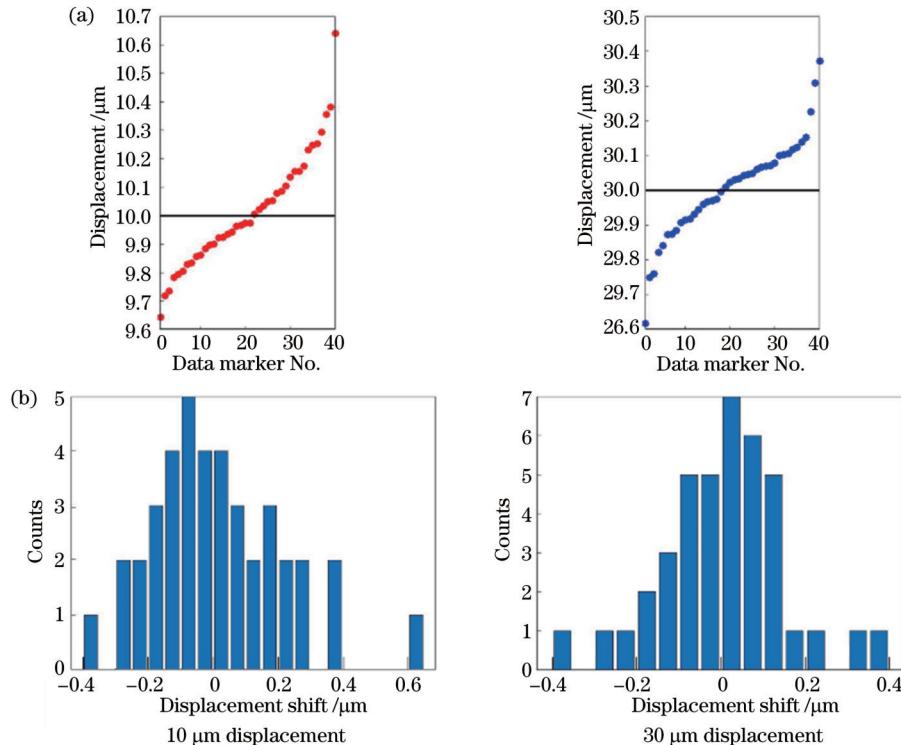


图 12 实验结果。(a)位移测量结果;(b)误差分布

Fig. 12 Experimental results. (a) Displacement measurement results; (b) error distribution

## 5 误差分析与校正

### 5.1 系统像差分析与校正

在实验验证过程中, 涡旋光干涉图样会因为光学系统像差出现不同程度的畸变。该实验系统像差主要来源于干涉模块中光学元件的面形误差和系统的装调误差, 对测量结果的精度和准确性产生了不同程度的影响。所提的基于全局优化算法的螺旋波前像差校正方案的流程图如图 13 所示。该方案利用基于相移干涉(PSI)的相位重建方法从干涉图样中获得波前信息<sup>[32]</sup>, 利用差分进化(DE)算法来求解畸变相位<sup>[33-36]</sup>, 利用光机系统的合理补偿来实现干涉图样的校正。首先采集畸变的涡旋光干涉光强分布  $I_{\text{distorted}}$ ,

基于 PSI 相位重建方法复原出畸变波前  $\varphi_{\text{distorted}}$ , 该畸变波前可以分解为理想波前  $\varphi_{\text{ideal}}$  与系统误差  $W$  两部分。由于光学系统误差引起的波前像差主要是低阶像差, 故  $W$  可以利用 Zernike 多项式的前 15 项(倾斜、离焦、像散、彗差和球差等)进行表征。将 Zernike 多项式的系数  $A$  作为目标向量, 通过 DE 算法进行拟合。拟合过程包括初始化、变异、交叉和选择 4 个步骤, 以随机数  $R$  与交叉概率常数  $C$  之间的大小关系进行交叉操作, 以波前与理想波前的相关系数作为评价函数, 经过多次迭代后, 向量  $A$  可以用于拟合系统误差  $W$ 。在光学系统中利用空间光调制器等进行合理补偿, 可以实现畸变干涉图样的校正, 提高位移测量系统的准确性。

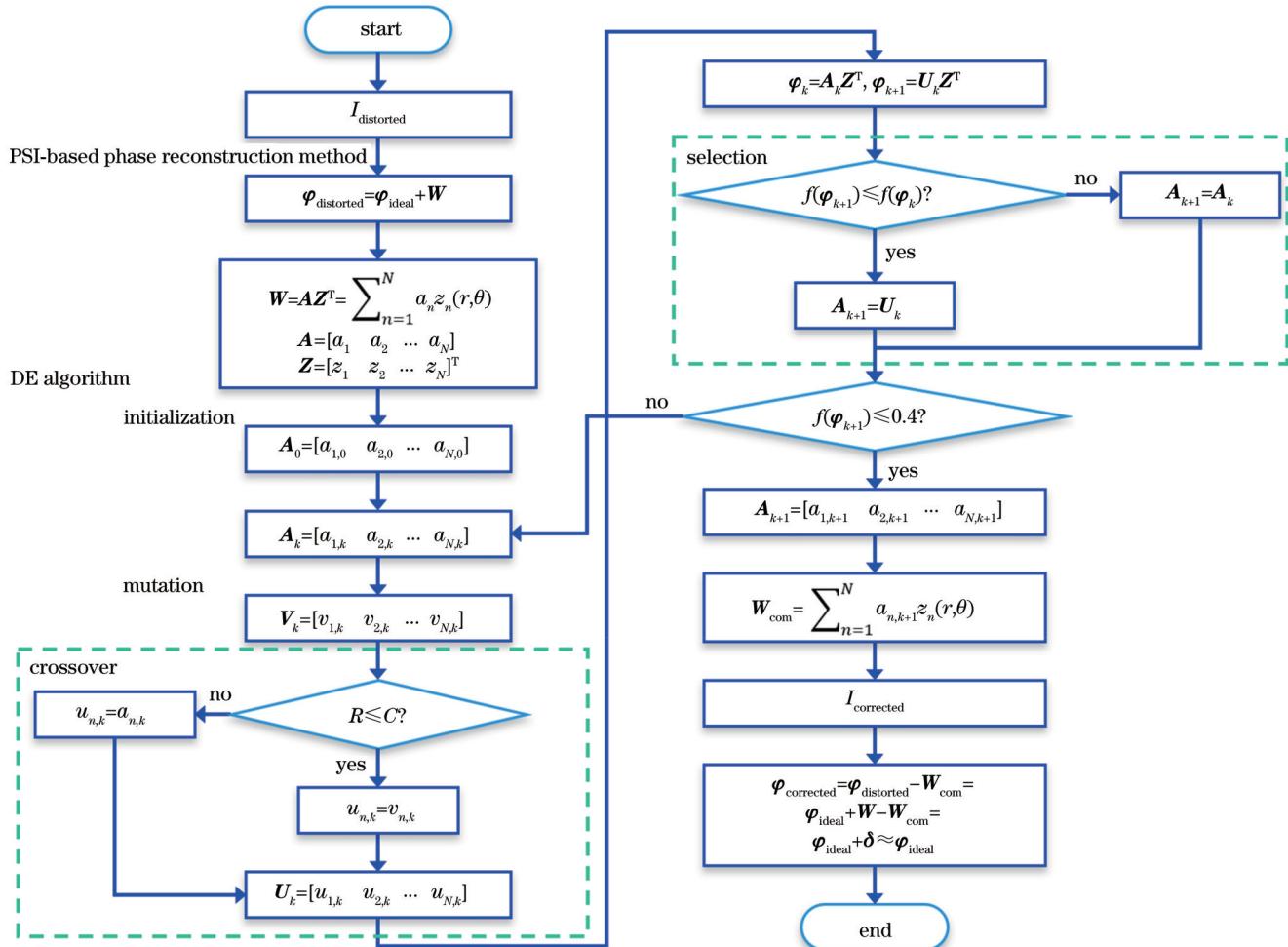


图 13 基于全局优化算法的涡旋光干涉校正方案

Fig. 13 Vortex beam interference correction scheme based on global optimization algorithm

对 30 nm 的标准位移进行了分析, 图 14(a)展示了存在系统像差时, 位移前后的涡旋光共轭干涉图样, 图 14(b)为系统像差校正后, 位移前后的涡旋光共轭干涉图样, 在位移前后提取的圆环上的相对光强分布数据如图 14(c)、(d)所示。应用第 3 章中高精度位移测量方案进行分析计算, 可以得到校正前后的位移测量结果分别为 32.033 nm 和 30.332 nm, 相对误差分别为

6.78% 与 1.11%。此外, 在系统像差校正前后对 20、40、50 nm 位移情况进行了分析, 结果在表 1 中给出。可以看出, 利用 DE 算法拟合涡旋光波前中存在的相位畸变, 并以此在光机系统中进行合理调制补偿, 可以实现光束校正, 能够有效提高该精密位移测量方案的准确性。

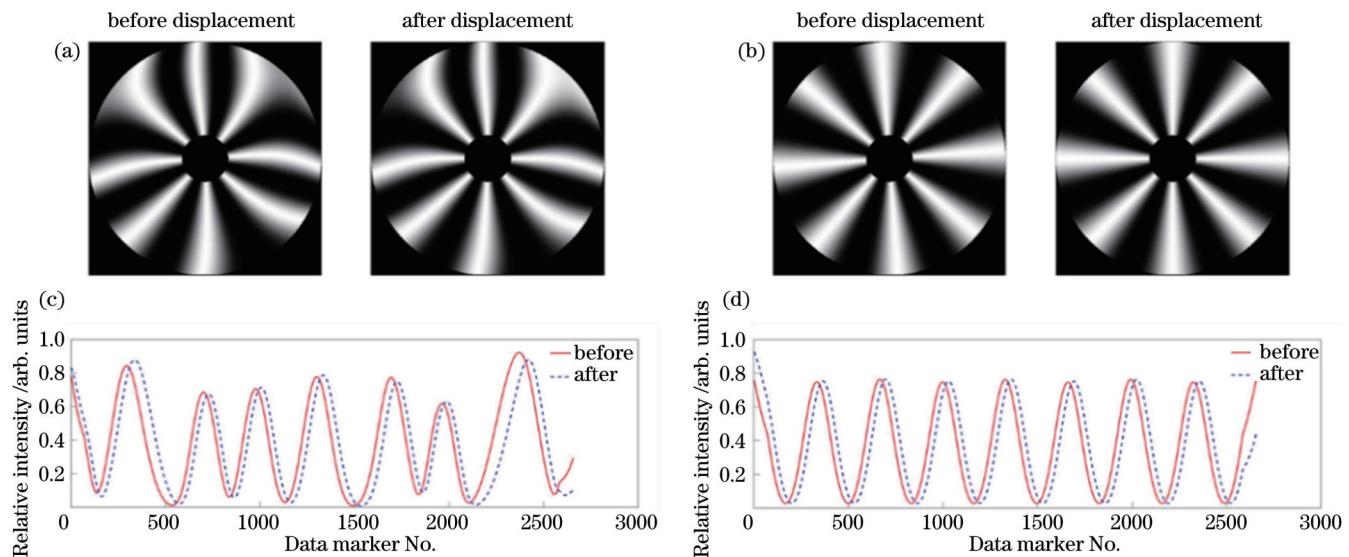


图 14 DE 算法校正前后的位移测量方案。(a)位移前后畸变涡旋光共轭干涉图样;(b)位移前后校正后的涡旋光共轭干涉图样;(c)校正前圆环上相对光强分布;(d)校正后圆环上相对光强分布

Fig. 14 Displacement measurement schemes before and after DE algorithm correction. (a) Distorted vortex beam conjugate interferograms before and after displacement; (b) corrected vortex beam conjugate interferograms before and after displacement; (c) relative intensity distribution on ring before correction; (d) relative intensity distribution on ring after correction

表1 系统像差校正前后位移测量仿真结果

Table 1 Simulation results of displacement measurement before and after aberration correction

Displacement / nm	Before Correction		After Correction	
	Measurement result /nm	Relative error /%	Measurement result /nm	Relative error /%
20	19.560	2.20	20.127	0.64
30	32.033	6.78	30.332	1.11
40	42.804	7.01	40.537	1.34
50	52.726	5.45	49.892	0.22

## 5.2 其他误差分析

除像差外,在位移测量的信息提取过程中,由于需要以干涉图样的中心为参考提取中心对称区域中的数据进行分析,故中心标定会影响数据的准确性。在后续的工作中,将对中心提取算法进行进一步探索,以提高中心标定的速度与准确度,进而提高位移测量结果的准确性。此外,旋转角弧度的提取精度会直接影响所提位移测量方案的测量精度,故在提取方法方面可以进行更多的优化,如可以考虑采用基于拉东变换的角度识别算法,或通过提取不同直径圆上数据求平均值的算法,来提高精密位移测量方案的识别精度。此外,对所提系统和算法进行了噪声验证,在实验装置采集到的数据中,通过程序人为地添加了信噪比为 10 dB 的高斯白噪声,在经过算法程序处理之后,测量结果没有明显失真,这表明普通噪声对测试结果的影响可以忽略,即所提系统和算法对于噪声有一定的鲁棒性。

## 6 结 论

建立了一种基于涡旋光共轭干涉的精密位移测量方案,以该方案为基础进行光学设计,设计了实验系统,并进行了实验调试。当位移为 50 nm 时,10 组实验测量结果的平均值为 50.0254 nm,标准差为 0.114 nm,证明了所提精密位移测量方案的有效性。同时,所提实验系统还可进行大测量范围的精密位移测量,实验结果表明所提方案测量范围至少可达 30 μm。此外,对涡旋光干涉过程中的系统像差进行了拟合,利用光机系统的合理补偿可以提升所提精密位移测量方案的测量准确性。所提系统为高测量精度和大测量范围的位移测量提供了新的研究思路与技术途径,为车床加工、半导体工业、航空航天等诸多领域的发展提供了精密位移测量的基础理论和技术支持。

## 参 考 文 献

- [1] 周亮,王振环,孙东辰,等.现代精密测量技术现状及发展[J].仪器仪表学报,2017,38(8): 1869-1878.  
Zhou L, Wang Z H, Sun D C, et al. Present situation and development of modern precision measurement technology[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(8): 1869-1878.
- [2] Butler H. Position control in lithographic equipment: an enabler for current-day chip manufacturing[J]. IEEE Control Systems, 2011, 31(5): 28-47.
- [3] 王磊杰,张鸣,朱煜,等.面向浸没式光刻机的超精密光学干涉式光栅编码器位移测量技术综述[J].光学精密工程,2019,27(9): 1909-1918.  
Wang L J, Zhang M, Zhu Y, et al. Review of ultra-precision optical interferential grating encoder displacement measurement technology for immersion lithography scanner[J]. Optics and

- Precision Engineering, 2019, 27(9): 1909-1918.
- [4] 时磊, 殷金祥. 积分法相对位移测量在汽车NVH性能开发中的应用[J]. 汽车实用技术, 2022, 47(1): 132-135.
- Shi L, Yin J X. Application of integral method of relative displacement measurement in vehicle NVH performance development[J]. Automobile Applied Technology, 2022, 47(1): 132-135.
- [5] Bayer M M, Li X, Guentchev G N, et al. Single-shot ranging and velocimetry with a CW lidar far beyond the coherence length of the CW laser[J]. Optics Express, 2021, 29(26): 42343-42354.
- [6] 盛启明, 郑刚, 张雄星, 等. 调频连续波光纤位移传感器快速信号处理方法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(21): 2112003.
- Sheng Q M, Zheng G, Zhang X X, et al. Fast signal processing method for frequency-modulated continuous-wave interferometric fiber-optic displacement sensor[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(21): 2112003.
- [7] 郑勇, 肖旺, 朱正伟. 一种大量程光纤弯曲损耗型线性位移传感器研究[J]. 光学学报, 2020, 40(12): 1206002.
- Zheng Y, Xiao W, Zhu Z W. Research on an optical fiber linear displacement sensor based on bending loss for use over large range[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(12): 1206002.
- [8] Zhao H B, Li M W, Zhang R, et al. High-precision microdisplacement sensor based on zeroth-order diffraction using a single-layer optical grating[J]. Applied Optics, 2020, 59(1): 16-21.
- [9] 高旭, 李舒航, 马庆林, 等. 光栅精密位移测量技术发展综述[J]. 中国光学, 2019, 12(4): 741-752.
- Gao X, Li S H, Ma Q L, et al. Development of grating-based precise displacement measurement technology[J]. Chinese Optics, 2019, 12(4): 741-752.
- [10] 王一帆, 徐欣, 谈宜东. 激光精密测距技术进展[J]. 航天返回与遥感, 2021, 42(6): 22-33.
- Wang Y F, Xu X, Tan Y D. Laser precision ranging technology [J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2021, 42(6): 22-33.
- [11] 杨秦, 陈磊, 郭冬梅, 等. 基于频分复用技术的激光反馈干涉二维动态位移测量[J]. 光学学报, 2022, 42(10): 1012003.
- Yang Q, Chen L, Guo D M, et al. Laser feedback interferometer for two-dimensional dynamic displacement measurement based on frequency division multiplexing technique [J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(10): 1012003.
- [12] Lou Y T, Li Z Y, Yan L P, et al. A phase differential heterodyne interferometer for simultaneous measurement of straightness error and displacement[J]. Optics Communications, 2021, 497: 127195.
- [13] 杨宏兴, 付海金, 胡鹏程, 等. 超精密高速激光干涉位移测量技术与仪器[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(9): 0922018.
- Yang H X, Fu H J, Hu P C, et al. Ultra-precision and high-speed laser interferometric displacement measurement technology and instrument[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(9): 0922018.
- [14] 陈家键, 胡慧珠, 缪立军, 等. 双频激光干涉三自由度微振动测量系统[J]. 光学精密工程, 2019, 27(7): 1435-1443.
- Chen J J, Hu H Z, Miao L J, et al. Three-degree-of-freedom micro-vibration measurement system based on dual-frequency laser interference[J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(7): 1435-1443.
- [15] Naik D N, Saad N A, Rao D N, et al. Ultrashort vortex from a Gaussian pulse: an achromatic-interferometric approach[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 2395.
- [16] Krenn M, Malik M, Erhard M, et al. Orbital angular momentum of photons and the entanglement of Laguerre-Gaussian modes[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2017, 375(2087): 20150442.
- [17] Emile O, Emile J. Naked eye picometer resolution in a Michelson interferometer using conjugated twisted beams[J]. Optics Letters, 2017, 42(2): 354-357.
- [18] Verma G, Yadav G. Compact picometer-scale interferometer using twisted light[J]. Optics Letters, 2019, 44(14): 3594-3597.
- [19] Lu H L, Hao Y Y, Guo C J, et al. Nano-displacement measurement system using a modified orbital angular momentum interferometer[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2022, 58(2): 7500105.
- [20] 顾丹华. 基于轨道角动量的新型光学高精度测量研究[D]. 南京: 东南大学, 2019.
- Gu D H. Research on new optical high precision measurement based on orbital angular momentum[D]. Nanjing: Southeast University, 2019.
- [21] 赵冬娥, 王思育, 马亚云, 等. 基于涡旋光与球面波干涉的微位移测量研究[J]. 红外与激光工程, 2020, 49(4): 0413005.
- Zhao D E, Wang S Y, Ma Y Y, et al. Measurement of micro-displacement based on the interference of vortex beams and spherical wave[J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(4): 0413005.
- [22] 夏豪杰, 谷容睿, 潘成亮, 等. 涡旋光位移干涉测量方法与信号处理[J]. 光学精密工程, 2020, 28(9): 1905-1912.
- Xia H J, Gu R R, Pan C L, et al. Signal processing method for displacement measurement interferometry using vortex beams [J]. Optics and Precision Engineering, 2020, 28(9): 1905-1912.
- [23] Laverty M P J, Speirs F C, Barnett S M, et al. Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum[J]. Science, 2013, 341(6145): 537-540.
- [24] Wan Z Y, Fang L, Wang J. Direction-discriminated rotational Doppler velocimetry with circularly polarized vortex beams[J]. Optics Letters, 2022, 47(5): 1021-1024.
- [25] Yan Y, Xie G D, Laverty M P J, et al. High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature Communications, 2014, 5: 4876.
- [26] 孙学宏, 李强, 庞丹旭, 等. 轨道角动量在无线通信中的研究新进展综述[J]. 电子学报, 2015, 43(11): 2305-2314.
- Sun X H, Li Q, Pang D X, et al. New research progress of the orbital angular momentum technology in wireless communication: a survey[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(11): 2305-2314.
- [27] Ashkin A. Optical trapping and manipulation of neutral particles using lasers[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1997, 94(10): 4853-4860.
- [28] Anderegg L, Cheuk L W, Bao Y C, et al. An optical tweezer array of ultracold molecules[J]. Science, 2019, 365(6458): 1156-1158.
- [29] 吕铭鑫, 张翼鹏, 何健朗, 等. 涡旋光激光器研究进展(特邀)[J]. 光子学报, 2022(1): 0151105.
- Lü M X, Zhang Y P, He J L, et al. Research progress of vortex beam laser (invited) [J]. Acta Photonica Sinica, 2022(1): 0151105.
- [30] Yang D, Yang Z M, Zhao Z G, et al. Radius of curvature of spherical wave measurement based on vortex beam interference [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2021, 142: 106592.
- [31] Yang L L, Yang D, Yang Z M, et al. Co-phase state detection for segmented mirrors by dual-wavelength optical vortex phase-shifting interferometry[J]. Optics Express, 2022, 30(9): 14088-14102.
- [32] Huang H, Ren Y X, Yan Y, et al. Phase-shift interference-based wavefront characterization for orbital angular momentum modes[J]. Optics Letters, 2013, 38(13): 2348-2350.
- [33] 汪慎文, 丁立新, 张文生, 等. 差分进化算法研究进展[J]. 武汉大学学报(理学版), 2014, 60(4): 283-292.
- Wang S W, Ding L X, Zhang W S, et al. Survey of differential evolution[J]. Journal of Wuhan University (Natural Science Edition), 2014, 60(4): 283-292.
- [34] 李强, 黄霞, 申东, 等. 基于DV-Hop测距修正的动态调参差分进化定位算法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(6):

0628001.  
Li Q, Huang X, Shen D, et al. Improved DV-hop ranging-based dynamic parameters differential evolution localization algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(6): 0628001.
- [35] Tian C, Yang Y Y, Wei T, et al. Demodulation of a single-image interferogram using a Zernike-polynomial-based phase-fitting technique with a differential evolution algorithm[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(12): 2318-2320.
- [36] Bilal, Pant M, Zaheer H, et al. Differential Evolution: a review of more than two decades of research[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2020, 90: 103479.

## Method and System for Precision Displacement Measurement with Interference of Conjugated Vortex Beams

Hu Xiaoning<sup>1</sup>, Yang Dong<sup>1</sup>, Yang Zhongming<sup>2\*</sup>, Zhuang Xingang<sup>3</sup>, Liu Zhaojun<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Key Laboratory of Laser & Infrared System, Ministry of Education, Shandong University, Qingdao 266237, Shandong, China;*

<sup>2</sup>*School of Information Science and Engineering, Shandong University, Qingdao 266237, Shandong, China;*

<sup>3</sup>*The 41st Research Institute of China Electronic Technology Group Corporation, Qingdao 266555, Shandong, China*

### Abstract

**Objective** Accurate precision displacement measurement systems are of great importance to the revolution in human scientific research and the iterative upgrade of industrial manufacturing. The research on vortex beams is developing rapidly, with promising applications. The vortex beam has a spiral phase, and each photon of the beam carries orbital angular momentum. With the continuous improvement of the production and detection technology for vortex beams, the research on their applications in precision displacement measurement has been on the increase. In this study, to address the contradictory problems of a large range and high accuracy in precision displacement measurement, a precision displacement measurement system with interference of conjugated vortex beams is designed and built. It is expected that this solution can provide new research ideas and technical ways for high-accuracy and large-range displacement measurement, which is of positive significance to the development of contemporary science, technology, and industry.

**Methods** A precision displacement measurement method based on the interference of conjugated vortex beams is proposed in this study, with the interference pattern of conjugated vortex beams as the source of displacement data. By establishing the mathematical relationship between rotational angle radian of the pattern and displacement and designing the experimental data processing algorithm for subnano-scale displacement and large-measurement-range displacement, accurate precision displacement measurement results can be obtained by accurate extraction of the rotational angle radians. Then, an optical system is designed and simulated according to the modified Mach-Zehnder structure for the measurement scheme (Fig. 5). An experimental system is developed and experimentally tested to verify the effectiveness of the proposed method (Fig. 6). In addition, aberrations in the optical system can be corrected by differential evolution algorithms to improve the accuracy of the displacement measurement system.

**Results and Discussions** Ten repeated experiments are carried out to validate the subnano-scale measurement method. The piezoelectric ceramics nanopositioner is used for unidirectional scanning at an interval of 50 nm for 10 scans. The mean of the displacement measurements for the 10 sets of data is 50.0254 nm, with a standard deviation of 0.114 nm, which demonstrates that the proposed method can achieve subnano-scale precision displacement measurement. Moreover, 40 validation experiments are performed for 10 μm and 30 μm displacements separately to validate the method over a large measurement range. For the 10 μm displacement, the results display a mean of 10.0149 μm, with an average relative error of 1.577% and a standard deviation of 0.2040 μm. In the case of the 30 μm displacement, the mean is 30.0057 μm, with an average relative error of 0.368% and a standard deviation of 0.1453 μm. It is proved that the proposed method can achieve precision displacement measurement over a large range. Simulations are carried out to validate the aberration correction scheme based on the differential evolution algorithm. For a standard displacement of 30 nm, the displacement measurements before and after correction are 32.033 nm and 30.332 nm, with relative errors of 6.78% and 1.11%, respectively. The results demonstrate the effectiveness of the correction method.

**Conclusions** In this study, a new precision displacement measurement method is established on the basis of interference

of conjugated vortex beams. The interference pattern of conjugated vortex beams is used as the source of displacement data, and a mathematical relationship between rotational angle radian of the pattern and displacement is established. An optical design is carried out, an experimental system is set up, and the proposed method is validated. The results of the 10 sets of experimental measurements demonstrate a mean of 50.0254 nm, with a standard deviation of 0.114 nm at a displacement of 50 nm, which indicates the validity of the proposed method. Meanwhile, the proposed experimental system can also perform precision displacement measurements over a large measurement range, and the experimental results show that the proposed method can be used for a measurement range of at least 30  $\mu\text{m}$ . In addition, the system aberrations in the vortex beam interference process are fitted, and the measurement accuracy of the proposed method can be improved by reasonable compensation of the optical system. The proposed system renders a new research idea and technical approach for displacement measurement with high accuracy and a large range, and provides the basic theoretical and technical support for precision displacement measurement in fields such as lathe processing, the semiconductor industry, and aerospace.

**Key words** measurement; interferometry; vortex beams; displacement measurement; optical systems; aberration compensation