

# 相干光通信系统中的几何概率整形研究

张一尘1,陈健1\*,赵梦鑫2,周泽海2,宋英雄1

<sup>1</sup>上海大学特种光纤与光接入网重点实验室,上海 200444; <sup>2</sup>上海大学上海市先进通信与数据科学研究院,上海 200444

摘要 为了缩小矩形正交幅度调制(QAM)方式和香农极限的差距,探究高斯信道下的星座整形性能,设计一种应用于 卫星间激光通信的几何整形与概率整形相结合的方案。将星座点的判决范围视为圆形,从图形的紧密排列角度出发提 出几何整形的思路,再利用编码映射技术使各个星座点概率分布符合麦克斯韦-玻尔兹曼分布。几何整形与概率整形相 结合可以进行非常规星座点数的星座设计。在功率限制的前提下,进行了信息熵为3和星座点数为8~13、信息熵为4和 星座点数为16~23的仿真和相干光通信系统实验。在仿真理论中,误码率约为5×10<sup>-3</sup>时,相比常规8QAM和16QAM, 矩形QAM分别取得了约1dB和1.3dB的增益。同时还进行了8点和16点的几何整形的仿真和实验,相较于矩形 QAM,分别有约0.1dB和0.22dB的性能提升。

关键词 相干光通信;几何整形;概率整形;星座整形;星间通信 中图分类号 TN913.7 **文献标志码** A

## **DOI:** 10.3788/AOS230554

# 1 引 言

自1948年香农建立信息理论以来,试图缩小矩形 正交幅度调制(QAM)与香农极限的差距成为无数学 者的研究目标。传统的矩形QAM格式在光通信中得 到了广泛的应用,尽管传统的矩形 QAM 方案已经相 对成熟且关于高阶调制的研究也愈来愈多<sup>[1]</sup>,但矩形 调制格式仍远未达到香农极限。为了进一步减小矩形 QAM与香农极限之间的距离,星座整形技术,即几何 整形(GS)和概率整形(PS)应运而生<sup>[2]</sup>,其中几何整形 和概率整形也可以结合使用,称为几何概率整形。星 座整形技术可以为AWGN信道提供1.53 dB的最大 整形增益[3],随着近几年机器学习的兴起,接收部分也 可以逐渐脱离传统的硬判决,使得整形后的信号接收 难度降低,星座整形技术的实际应用价值也得到了提 升。但由于一些实际因素,例如无法实现对无限多星 座点的调制和无法实现无穷大星座的生成,星座整形 方案无法达到1.53 dB这个极限。2014年有学者基于 最小均方误差(MMSE)算法提出了16QAM的整形方 案[4],这是一种许多文献常引用的方案,它的特点是处 于同一圆周上的点到其他点距离的平方和是一样的, 得到此点阵的方法类似于机器学习。通过不停的迭 代,损失函数是每个点到其他点距离的平方和再相加 的结果,学习过程中令损失函数最小,此种整形方法的 效果确实较正常的QAM有提高,但是评判最优解的 维度并不单一,通常不会仅利用这种方式去评判一个 星座的整形效果。2019年有人结合了文献[4]的排布 方法,论证了概率整形和几何整形结合的有效性,但是 并没有对几何整形做出调整,而是通过结合提升了整 体信道容量<sup>[5]</sup>。

2018年有学者<sup>[6]</sup>根据植物叶片给出了高符号情况 下的一些排布,命名为黄金角度调制(GAM),文献中 设计的星座具有圆对称性、任意星座点数设计等优点, 但是它的约束条件并非大众所关注的功率限制。也有 学者<sup>[7]</sup>在AWGN信道条件下设计了迭代算法,逐步优 化星座点的位置,最终得到了非均匀的星座,有 0.8 dB的整形增益。国内也有针对光纤非线性提出 的整形方案<sup>[8]</sup>,但这些方案多关于峰值平均功率比 (PAPR)带来的多通道非线性影响。随着机器学习最 近几年的兴起,也有不少研究者尝试使用机器学习方 法来获得星座几何整形方案<sup>[9-13]</sup>,但是这些方案更多针 对非线性干扰。

因为概率整形的提出,星座点的个数也将不再局限于2的整数平方,虽然也有关于非常规星座点数整形的研究<sup>[14-15]</sup>,不过这些研究的点数并不连续。本文提出了基于相干光通信的几何概率整形星座方案,主要将其运用于卫星间的激光通信。不同于针对如16、32、64点的星座设计的传统星座整形方案,本文

收稿日期: 2023-02-15; 修回日期: 2023-03-16; 录用日期: 2023-04-23; 网络首发日期: 2023-05-08

**基金项目**:国家重点研发计划(2021YFB2900800)、上海市科委项目(22511100902)、高等学校学科创新引智计划(D20031) 通信作者: \*chenjian@shu.edu.cn

采用固定信号熵、增大星座点个数的方式,以发射功 率为限制,旨在高斯白噪声的信道环境下降低信号的 误码率。整个星座采取六边形的构造方式,在相同的 信道环境中,相比常规的 8QAM 和 16QAM,所提方 式的误码率有所降低,最后在相干光通信系统上进行 了实验验证。

# 2 技术原理与方案仿真

# 2.1 整形设计原理

几何整形通过移动星座点的位置,可以在多数情况下提高星座的性能,几何整形不会改变每个点的传输概率,比如幅度相位调制(APSK)就是一种几何整形。概率整形通过改变每个星座点的传输概率(大多按照麦克斯韦-玻尔兹曼分布)来降低整个信号的平均传输功率,通常以增大星座低功率部分的传输概率,在相同的发射功率下牺牲一部分传输效率的方式扩大星座点间隔,从而获得更大的噪声容忍度。常规QAM

## 第 43 卷 第 19 期/2023 年 10 月/光学学报

的缺陷主要有两点:第一是整体的排布是方形,四个顶 点处的星座点耗费了较大的功率:第二是每个星座点 的排布不够紧密,即空间利用效率不高。在复高斯信 道的情况下,将固定的二维信号空间分割成接近圆形 边界的判决区域,有利于降低误码率。在星座点数和 平均功率固定的条件下,几何整形的目的就是通过调 整和优化信号判决区,尽可能增加星座点之间的距离, 从而提高传输的抗差错率。但是不存在一种排布可以 让判决区域变成圆形,所以理想的情况无法达到,尽可 能接近圆形判决区域的排布是六边形排布,至少在二 维层面是如此的[16]。本文的几何整形方案可以如此理 解:现在有无限个点,它们以六边形排布即蜂窝状排 布,从中选择一点作为原点,依次选择最靠近原点的 点,直至几何整形所需要的点数。图1中罗列了8、10、 13和16、19、23一些点数情况下的几何整形方案,本文 将按照此排布规律进行星座点数为8、10、13和16、19、 23的几何概率整形。



图 1 不同星座点数的几何整形 Fig. 1 Geometric shaping of different constellations

概率整形通过增加低功率星座点的映射概率来降低系统传输的平均功率,从而令星座进一步扩大。已经证明麦克斯韦-玻尔兹曼分布<sup>[3]</sup>在AWGN信道中是最优的,因此在绝大多数情况下都不需要讨论在每个星座点的概率分布问题。每点概率分布公式为

$$P_x(x) = \frac{\exp(-\lambda x^2)}{\sum_{x' \in x} \exp(-\lambda x'^2)}$$
 (1)

式(1)中,根据系数λ的不同,整体概率分布会不同,当λ为0时表示等概率分布,相当于没有进行概率

整形,随着λ增大,靠近中心位置的星座点概率也增 大,信息熵会减小。x表示星座点的坐标,取平方表示 与原点距离的平方,即信号的能量。本文所有的概率 整形的概率分配将采用式(1),调整系数λ,使具有不 同星座点数的星座图在经过调制后拥有相同的熵,此 时星座点越多,分配在低功率星座点的概率越大,星座 间隔也会越大。以传统16QAM的排布举例概率整 形,若传送熵为4的信息,此时的概率分布是等概的,λ 为0,可得式(1)中的分子为1,此时每一个点的位置信

息*x*并没有起到作用。当想通过这个16点的星座传输信息熵为3的信息时,代入每个点的坐标*x*后,利用 逼近法,逐渐增大λ,靠近原点处,即低功率处的星座 点出现概率变大,传输的熵就会变小,λ增大直到传送 信息熵降为3。至此,概率整形的概率分布已经得到 了,但传统的二进制信息无法直接调制到概率整形的 星座上,因此需要一个将均匀的符号映射为非均匀的 符号(符合概率整形分布)的编码方法,最常用的方法 是恒定成分分布匹配(CCDM)<sup>[17]</sup>,它本质上属于算术 码编码<sup>[18]</sup>。CCDM可以将均匀的二进制比特流映射 成任意概率分布,编码结束后概率整形才算完成。

按照图1中16个星座点的方案进行熵为3.5的调制,给出每个点的位置*x*,此时已经进行了几何整形,同样利用逼近的方法求取λ,得到每个点的分布概率;而后再利用CCDM将二进制信息流映射到每个星座点,至此完成一种几何概率整形方案。每个星座点的概率分布如图2所示,柱状图的高度表示分配到的概率,本文后续的仿真和实验都是按照如此思路进行的。



图 2 16个星座点数的概率分布 Fig. 2 Probability distribution of 16 constellation points

#### 第 43 卷 第 19 期/2023 年 10 月/光学学报

CCDM 对星座位置没有要求,有些概率整形的编码方案对星座位置有硬性要求,诸如概率幅度整形(PAS)要求每个象限的分布概率相同<sup>[19-22]</sup>,但是图1中的方案并不全满足这个要求。CCDM只要给定概率分布就可以进行匹配,参与匹配的符号越多,编码效率越高。只要不进行极端的整形,将某个点的概率降得过低,CCDM 都能较好地完成匹配任务。

## 2.2 方案仿真

仿真平台是基于 VPI Transmission Maker 和 MATLAB软件搭建的联合仿真平台。首先要设定传 输的信息熵和星座点数,因为只有在传输相同信息量 的前提下才有对比意义,采用熵为3和星座点数8至 13、熵为4和星座点数16至23两种情形。选择熵为3 和4是为了可以和传统的8QAM与16QAM作对比。 有了熵和星座图(采用图1中的几何整形星座图)就可 以计算出每一个星座点的具体概率。仿真系统如图3 所示,利用MATLAB软件生成伪随机比特序列 (PRBS),利用CCDM将均匀的二进制比特流映射成 非均匀的符号,令其符合几何概率整形的概率分布;沿 映射完成的几何概率整形星座图中的X轴和Y轴分离 成两路发送信号,经过插值和与成型脉冲的卷积,生成 初始发送信号;添加帧头部后生成发送数据帧,将其导 入进 VPI 软件中,通过软件中马赫-曾德尔调制器 (MZM)将基带信号调制到1550 nm 波长的光信号上。 使用的调制器是软件自带的QAM器,没有修改参数, 经掺铒光纤放大器(EDFA)放大后光信号进入软件中 的光纤链路。光纤衰减系数是2×10<sup>-4</sup> dB/m,通过调 节光纤长度来控制接收光功率,进入接收端与来自发 射端的本振光(LO)进行混合,混合光经过相干接收机 转换成电信号,经过采样、定时同步、帧同步、解映射后 评估误码率。





#### Fig. 3 Coherent optical communication simulation system

图 4 是在两种固定信源熵条件下不同星座点数的 误码率仿真曲线,横坐标表示星座点个数。几何概率整 形保证了整体功率和传输的信息熵是固定的,仅通过增 加星座的复杂度来换取性能的提升。左图信噪比约为 12.9 dB,熵为3,误码率从8QAM的5.9×10<sup>-3</sup>最多降 至2×10<sup>-3</sup>,信噪比增益至多约为1 dB;右图信噪比约为 16.5 dB, 熵为4, 误码率从16QAM的4.2×10<sup>-3</sup>最多降 至8×10<sup>-4</sup>, 信噪比增益至多约为1.3 dB。可以发现低 阶的QAM换算为误码率时的信噪比增益较低, 这是因 为进行GS+PS后会添加额外的星座点, 挤占了原本星 座的判决空间, 进行概率整形的程度越深, 星座点间距虽 然会越大, 但是原本在外围的星座点判决空间会越小。



图 4 不同星座点数的误码率(BER)仿真曲线 Fig. 4 BER simulation curve of different constellations

# 3 实验与讨论

所提整形方案是建立在高斯信道前提下的,如图 5所示,整个实验过程要尽可能少引入非线性噪声。 任意波形发生器(AWG)产生的发送数据进入电放大 器后,生成的电信号进入马赫-曾德尔调制器 FTM7962EP,使用单偏振的调制方法,信号经EDFA 放大后进入光纤,解调时采用的是Keysight N4391A 型相干接收机,它可以直接将光信号解调为电信号。 实验中尽可能减小非线性干扰,需要使用MZM的线 性区域,这也是不能进行大型星座整形实验的原因,在 实验AWG中幅值基本保持在500 mV以内。实验采 用的光源波长为1550 nm,光源线宽为100 kHz,输出 功率为10 dBm左右,经MZM后进入相干接收机的光 功率大约为-5 dBm,AWG取样率为60×10°,符号率 为7.5×10°,示波器采样率为80×10°。



图 5 相干光通信系统实验框图 Fig. 5 Experimental block diagram of coherent optical communication system

实验结果如图 6 所示,经过 IQ 两路对齐、采样、帧 同步、解映射、判决后得到误码率。判决方式使用的是 机器学习方式,这里只需要解决判决空间划分的问题, 因为几何整形后判决区域不像常规 QAM 那样规则, 所以采取的是简单的三层深度神经网络(DNN)模型, 为了保证相对公平,常规 QAM 的判决方式也采用机 器学习。实验结果的误差来源主要有采样点的选取、 调制器本身的稳定性、AWG引入的量化噪声。采样 点选取带来的误差可以通过多次采样求平均的方式矫 正,调制器的稳定性问题可以利用自动偏振控制器规 避,AWG的量化噪声是无法避免的,会有小幅的干 扰。图6实线表示理论误码率,虚线表示实验误码率,



图 6 不同星座点数的误码率实验和仿真曲线 Fig. 6 BER experiment and simulation curve of different constellations

#### 第 43 卷 第 19 期/2023 年 10 月/光学学报

虚线是多组实验结果取平均值得到的,虚线节点上线 段的高低点表示实验中的最高和最低误码率。可以观 察到随着星座点数的提升性能会有一些不及预期,这 是因为随着点数增加,难免会引入MZM的非线性,属 于意料之内的误差。

所提几何整形方案与常规QAM的误码率与信噪

比(SNR)的仿真与实验结果如图7所示,可以对比图4 不叠加概率整形的效果。仿真曲线为连续的平滑曲 线,实验数据采取的是点状连接,可以观察到进行几何 整形的星座几乎可以达到常规QAM的理论极限,如 果硬件的性能再好一些或许可以超越常规QAM的 极限。



图 7 几何整形下的信噪比与误码率曲线 Fig. 7 SNR and BER curve under geometric shaping

# 4 结 论

所提几何概率整形方案可以在相同功率和信噪比 条件下得到更好的误码率,通过仿真和相干光通信系 统实验验证了该方案在星间激光通信中的可行性,整 形方案的代价是会略微增加系统的复杂度。在不同的 信噪比条件下,通过整形获得的信噪比增益是不同的, 实验中涉及较低误码率的情形很有可能带有一定的误 差波动,未来将在此方向上用数学的思维深入挖掘,可 以得到更加全面精确的几何概率整形性质,完善相关 理论。也可以在发送端进行预失真处理来规避 MZM 带来的非线性影响,但是不同的器件非线性可能有略 微的差异,而且随着器件运行非线性也会改变,因此预 失真处理可能需要一种动态的反馈,通过不停地调整 预失真的幅度来适应动态的变化。

#### 参考文献

任红.面向5G的4096QAM调制技术的研究[D].西安:西安电子科技大学,2018:7-18.
 Ren H. Research on 4096QAM modulation technology for 5G

[D]. Xi'an: Xidian University, 2018: 7-18.[2] 吕凯.光纤通信系统中新型信号整形方法研究[D].北京:北京

邮电大学, 2019: 4-7. Lü K. Research on new signal shaping method in optical fiber

communication system[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2019: 4-7.

[3] Kschischang F R, Pasupathy S. Optimal nonuniform signaling

for Gaussian channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1993, 39(3): 913-929.

- [4] Liu T, Djordjevic I B. Multidimensional optimal signal constellation sets and symbol mappings for block-interleaved coded-modulation enabling ultrahigh-speed optical transport[J]. IEEE Photonics Journal, 2014, 6(4): 5500714.
- [5] Qu Z, Djordjevic I B. On the probabilistic shaping and geometric shaping in optical communication systems[J]. IEEE Access, 2019, 7: 21454-21464.
- [6] Larsson P. Golden angle modulation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2018, 7(1): 98-101.
- [7] Fuentes M, Christodoulou L, Mouhouche B. Non-uniform constellations for broadcast and multicast in 5G new radio[C]// 2018 IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting (BMSB), June 6-8, 2018, Valencia, Spain. New York: IEEE Press, 2018.
- [8] 景新林. 光纤非线性作用下的星座整形技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2021: 34-47.
   Jing X L. Research on constellation shaping technology under the nonlinear effect of optical fiber[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2021: 34-47.
- Lü R, Zhang Q, Xin X J, et al. A constellation shaped 11-QAM signaling scheme based on geometric and probabilistic shaping
   [J]. Optics Communications, 2019, 452: 450-456.
- [10] Jones R T, Eriksson T A, Yankov M P, et al. Deep learning of geometric constellation shaping including fiber nonlinearities [C]//2018 European Conference on Optical Communication (ECOC), September 23-27, 2018, Rome, Italy. New York: IEEE Press, 2018.
- [11] Jones R T, Yankov M P, Zibar D. End-to-end learning for GMI optimized geometric constellation shape[C]//45th European Conference on Optical Communication (ECOC 2019), September 22-26, 2019, Dublin, Ireland. London: IET, 2020.

第 43 卷 第 19 期/2023 年 10 月/光学学报

- [12] O'Shea T, Hoydis J. An introduction to deep learning for the physical layer[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2017, 3(4): 563-575.
- [13] Stark M, Aoudia F A, Hoydis J. Joint learning of geometric and probabilistic constellation shaping[C]//2019 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps), December 9-13, 2019, Waikoloa, HI, USA. New York: IEEE Press, 2020.
- [14] 邱凌.基于光纤通信系统中的星座整形等关键技术的研究与设计[D].北京:北京邮电大学,2021:45-56.
  Qiu L. Research and design of key technologies such as constellation shaping in optical fiber communication system[D].
  Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2021:45-56.
- [15] 吕瑞.高速光纤通信中信号整形方法研究[D].北京:北京邮电 大学, 2021: 27-30.
  Lü R. Research on signal shaping method in high speed optical fiber communications[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2021: 27-30.
- [16] 曹则贤.晶体几何系列之二平面上圆密排定理的证明[J].物 理, 2019, 48(3): 193-195.

Cao Z X. Proof of the theorem of circle close packing on the second plane of crystal geometry series[J]. Physics, 2019, 48(3): 193-195.

- [17] Schulte P, Böcherer G. Constant composition distribution matching[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(1): 430-434.
- [18] Rissanen J, Langdon G G. Arithmetic coding[J]. IBM Journal of Research and Development, 1979, 23(2): 149-162.
- [19] Wu K Q, He J, Zhou Z H, et al. Probabilistic amplitude shaping for a 64-QAM OFDM W-band RoF system[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2019, 31(13): 1076-1079.
- [20] Böcherer G, Schulte P, Steiner F. Probabilistic shaping and forward error correction for fiber-optic communication systems [J]. Journal of Lightwave Technology, 2019, 37(2): 230-244.
- [21] Böcherer G, Schulte P, Steiner F. High throughput probabilistic shaping with product distribution matching[EB/OL]. (2017-02-24)[2023-02-04]. https://arxiv.org/abs/1702.07510.
- [22] Böcherer G, Steiner F, Schulte P. Bandwidth efficient and ratematched low-density parity-check coded modulation[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(12): 4651-4665.

# Geometric Probability Shaping in Coherent Optical Communication System

Zhang Yichen<sup>1</sup>, Chen Jian<sup>1\*</sup>, Zhao Mengxin<sup>2</sup>, Zhou Zehai<sup>2</sup>, Song Yingxiong<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200444,

China;

<sup>2</sup>Shanghai Institute of Advanced Communication and Data Science, Shanghai University, Shanghai 200444,

China

#### Abstract

**Objective** Since the establishment of the information theory in 1948, most researchers have focused on narrowing the gap with Shannon-Hartley theorem. The traditional rectangular quadrature amplitude modulation (QAM) is widely used in optical communication. Although this modulation scheme is relatively mature, the rectangular modulation format is still far from reaching the Shannon-Hartley theorem. To bridge the difference between rectangular QAM and Shannon-Hartley theorem, researchers have developed constellation shaping techniques, namely geometric shaping (GS) and probabilistic shaping (PS). These techniques are based on power constraints and designed around conventional points, such as 16QAM, 32QAM, and 64QAM. In the case of a Gaussian channel environment, the probability distribution scheme of PS is based on Maxwell-Boltzmann distribution. In this case, it is combined with GS to form geometric PS; however, the geometric PS of conventional points corresponds to its appropriate transmission rate. For example, the 16QAM's geometric probability shaping is suitable for transmitting signals with an entropy of about 3, but it causes performance issues when it is below 3. Additionally, it does not offer any advantage in PS when the entropy of the transmitted signal is above 3. Thus, this article aims to study the geometric PS scheme of unconventional and continuous points. This scheme can flexibly adapt to the channel environment and transmit appropriate information entropy.

**Methods** It is necessary to focus on the PS scheme for GS to design a geometric PS scheme under power constraints. The probability distribution can be obtained from the Maxwell – Boltzmann distribution. This article designs the most compact hexagonal layout scheme in a two-dimensional plane. The distribution of noise in Gaussian channels is uniform in all directions, and thus, the constellation points are considered circles that conform to the noise distribution in Gaussian channels. After selecting a compact layout scheme, power screening is carried out. In power-limited schemes, layout selection is carried out to maximize space utilization, and points with low power are selected for modulation. Matlab Gaussian noise function is used to simulate the noise in the channel; linear regions in the experimental equipment are used for the experiments. The experiments focus on verifying the relationship between entropy and constellation points, while the selection of optical wavelength, signal rate, and power is secondary. The receiver in the experiment adopts a machine learning approach that can greatly reduce the complexity of the reception aspect. Moreover, machine learning intersects

with traditional hard decision methods and has almost the same error rate in Gaussian channels.

**Results and Discussions** This paper verified the coherent optical communication system with an information entropy of 3 and constellation points of 8–13, information entropy of 4 and constellation points of 16–23. The results show that, when the bit error rate is  $5 \times 10^{-3}$ , the geometric PS under hexagonal arrangement has gains of about 1 dB and 1.3 dB compared with 8QAM and 16QAM, respectively. Additionally, the simulation and experimental verification of geometric shaping at 8 and 16 points show a performance improvement of about 0.1 dB and 0.22 dB, respectively, compared with rectangular QAM. The essence of constellation shaping is to exchange complexity for performance improvement. Before the advent of machine learning, the complexity improvement in reception was not proportional to the benefits and was thus not widely used. However, this article adopts machine learning methods for signal reception, and the curve results also meet the expectations.

**Conclusions** The geometric PS scheme under the power limitation proposed in this article was validated via simulation and experiments. Our findings show that the proposed scheme can achieve better bit error rates under the same power and signal-to-noise ratio conditions as the traditional scheme. However, the shaping scheme slightly increases the complexity of the system and results in varying signal-to-noise ratio gains under different signal-to-noise ratio conditions. Note that this article shows only representative cases, and the results show that at least 1 dB of gain can be obtained from the perspective of bit error rate. Moreover, as number of constellation points increases, the benefits obtained from the perspective of bit error rate also increase. In the experimental part, machine learning is applied to constellation reception decisions. Consequently, the cost of constellation shaping is gradually becoming acceptable. As machine learning technology becomes more mature, there will be opportunities to apply it to constellation shaping in channel environments other than Gaussian channels.

**Key words** coherent optical communication; geometric shaping; probability shaping; constellation shaping; intersatellite communication